

剛塑性極限解析および模型実験による 粒状体の力学的挙動に関する研究

山田 辰男¹・田村 武²

¹正会員 工修 株式会社日建設計シビル(〒541-8628 大阪市中央区高麗橋4-6-2)

²フェロー会員 工博 京都大学教授 大学院工学研究科社会基盤工学専攻(〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

本研究は、数値解析を用いることにより、粒状体材料の巨視的な塑性挙動特性及び力学特性を、粒子の微視的な挙動に着目して把握することを目的とする。接触点には Mohr-Coulomb 型の摩擦抵抗が働くとして、全体の挙動は各要素の「すべり」と「ころがり」のみに起因すると簡単なモデルを用いる。一方、系の崩壊メカニズムと極限荷重の比較検討のために 2 次元要素積層体を用いた模型実験を行い、解析の妥当性を検証する。

Key Words : granular material, mechanical behavior, limit analysis, Mohr-Coulomb type friction law

1. はじめに

粒状体材料の挙動を評価するための方法は大別すると、連続体近似を導入するアプローチと離散体として直接解くアプローチに大別される。前者のアプローチでは、要素試験によって粒状体材料の巨視的な物性を評価し、構成式を通して材料挙動の記述を行うものである。一方、後者のアプローチでは、個々の粒子について微視的な構造を考慮して、運動学的な制約、静力学的な制約のもとで個々の粒子の運動を求める。微視的な挙動から巨視的な挙動を追跡することを目的とし、粒状性を取り込んだ正確なモデルであるといえる。その代表的な手法として個別要素法¹⁾が挙げられる。これまで、この手法を用いて種々の成果が得られているが、この手法の 1 つの問題点は、粒子間に設けられるばね等の物性の評価である。すなわち、この物性は粒子自体の物性から直接、得られたものとはいえない。本研究も後者のアプローチに基づくものであるが、より単純な粒子間の相互作用のみを仮定する。すなわち、個々の粒子は剛体とし、粒子間の塑性挙動^{2),3),4)}のみを仮定する。これは非弾性挙動が卓越し、非線形性の強い地盤材料挙動の解明に重要な示唆を与えると考えられるからである。本研究ではまず、粒状体の塑性挙動を数値計算で再現するため、巨視的な挙動を支配する微視的な因子として、粒子間に作用する Mohr-Coulomb 型の摩擦抵抗に着目した。この効果のみを取り込

んだ剛塑性離散体モデルを用いて極限解析を行う。一方、2 次元棒状要素積層体を用いた模型実験をとおして、解析手法の信頼性について検証を行う。

2. 解析方法

(1) 解析モデル

従来の研究^{2),3),4)}によれば、図-1 のようなモデルに対しては数値解析によって実験を定性的に再現できることが分かっているが、極限荷重の計測はされていない。そこで本研究ではその定量的な再現を試みる。図-1 のような長い載荷板では荷重計の設置位置による偏心が生じるため、本研究では偏心の少ない図-2 のような一点載荷モデルを用いる。以下では、円形要素集合体が鉛直に図-1 と図-2 のように x 軸から α の角度で規則的に配置され、部分的に固定壁に接している 2 種類のモデルについて考える。固定壁の形状により、前者を「L 型モデル」、後者を「U 型モデル」と呼ぶことにし、これらのモデルにおいて次のように仮定する。

(a) 接触点には軸力と、摩擦によるせん断力が働く。

(b) 各要素は円形剛体であり、全体の運動は要素の「すべり」と「ころがり」のみに起因する。ただし、新たに接触点が生成・消滅しない範囲の変形を対象とする。図-1、図-2 において載荷板を矢印の方向に速度 $\dot{\delta}$ で準静的に変位させ、塑性崩壊したときの極限荷重 P とその時の要素の速度場

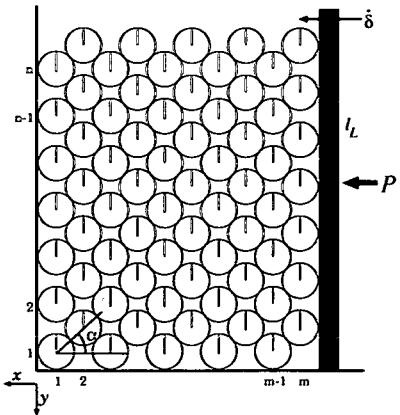


図-1 L型モデル

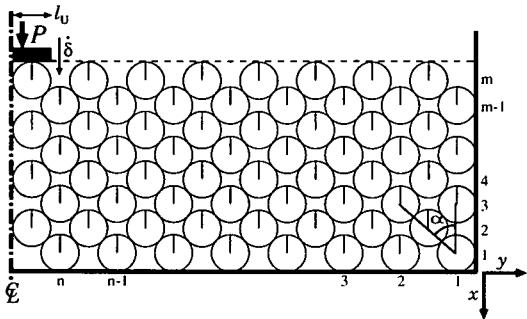


図-2 U型モデル

を決定する。

(2) 2要素の場合

図-3のような等しい半径 R をもつ2つの円形剛体要素が x 軸から反時計方向に α の角度で接触しているとする。要素 i ($i = 1, 2$) には x, y 方向の移動、回転の3つの自由度が存在する。重心の速度と反時計方向の角速度をそれぞれ $\dot{u}_i, \dot{v}_i, \dot{\theta}_i$ とする。要素 2 は y 軸に平行な載荷板により荷重 P のもとで一定変位速度 $\delta (>0)$ を受け、接触を保って準静的に運動する。ここでつりあい式を考えるために4つの接触点における軸力とせん断力をそれぞれ N_j, T_j ($j = 1, 2, 3, 4$) とする。ただし軸力は圧縮を、せん断力は時計方向を正とし、これらの力や、以下で触れる粘着力は本来の「応力」の意味ではなく、「各接触点に作用する力」と言う意味で用いる。 F_i, G_i, M_i をそれぞれ各要素に作用する x, y 軸方向の物体力（自重）および反時計方向のトルクとす

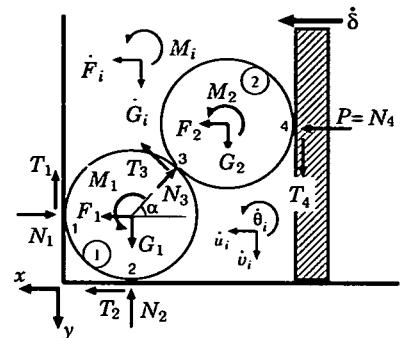


図-3 2要素

ると、要素 2 の x, y 方向のつりあい式は

$$\begin{cases} N_3 \cos \alpha - T_3 \sin \alpha - N_4 &= F_2 \\ N_3 \sin \alpha + T_3 \cos \alpha - T_4 &= G_2 \end{cases} \quad (1)$$

である。次に要素 1,2 のそれぞれの重心回りの力のモーメントのつりあい式は

$$\begin{cases} R(T_1 + T_2 + T_3) &= M_1 \\ R(T_3 + T_4) &= M_2 \end{cases} \quad (2)$$

であり、載荷板の x 方向の力のつりあいから

$$N_4 = P \quad (3)$$

なる関係を得る。以上3種類のつりあい式をまとめると以下のようになる。

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha & -1 \\ 0 & 0 & \cos \alpha & -1 & \sin \alpha & 0 \\ R & R & R & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R & R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ N_3 \\ N_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_2 \\ G_2 \\ M_1 \\ M_2 \\ P \end{pmatrix} \quad (4)$$

他方、変形の適合条件を考えると要素 1 は壁との接触条件のため回転のみを生じる。要素 1 と 2 が接触を保つとき、中心どうしを結ぶベクトルと中心の相対速度が直交するので

$$\dot{u}_2 \cos \alpha + \dot{v}_2 \sin \alpha = 0 \quad (5)$$

となる。そして、載荷板と要素 2 が接触を保つとき、それぞれの速度は $\dot{\delta}$ であるから

$$-\dot{u}_2 + \dot{\delta} = 0 \quad (6)$$

となる。ここで要素間の相対すべり速度を考える。「右ずれ」を正にとるとすべり速度 \dot{S}_j はそれぞれ

$$\begin{cases} \dot{S}_1 &= R\dot{\theta}_1 \\ \dot{S}_2 &= R\dot{\theta}_1 \\ \dot{S}_3 &= R(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) - (\dot{u}_2 - \dot{u}_1) \sin \alpha + (\dot{v}_2 - \dot{v}_1) \cos \alpha \\ \dot{S}_4 &= R\dot{\theta}_2 - \dot{v}_2 \end{cases} \quad (7)$$

となり、これらの適合条件式を行列表示すると下のようになる。

$$\begin{pmatrix} \dot{S}_1 \\ \dot{S}_2 \\ \dot{S}_3 \\ \dot{S}_4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & R & R & 0 \\ 0 & -1 & 0 & R & 0 \\ \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u}_2 \\ \dot{v}_2 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\delta} \end{pmatrix} \quad (8)$$

式(8)を満足する速度場を以下では「メカニズム」と呼ぶ。

(3) 仮想仕事の式と上界定理

式(4), 式(8)で得られたつりあい式、適合条件式は同じ行列 D を用いると

$$\begin{cases} Dq = p \\ s = D^T r \end{cases} \quad (9)$$

と表すことができる。ただし

$$p = \begin{pmatrix} \dot{S}_1 \\ \dot{S}_2 \\ \dot{S}_3 \\ \dot{S}_4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad r = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ N_3 \\ N_4 \end{pmatrix}, \quad q = \begin{pmatrix} \dot{u}_2 \\ \dot{v}_2 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\delta} \end{pmatrix}, \quad s = \begin{pmatrix} F_2 \\ G_2 \\ M_1 \\ M_2 \\ P \end{pmatrix} \quad (10)$$

である。これらを用いて s^T と q の内積をとると

$$s^T q = (D^T r)^T q = r^T (Dq) = r^T p \quad (11)$$

と変形できる。つまり

$$P\dot{\delta} + F_2\dot{u}_2 + G_2\dot{v}_2 + M_1\dot{\theta}_1 + M_2\dot{\theta}_2 = \sum_{j=1}^4 T_j \dot{S}_j \quad (12)$$

なる式が得られる。これはつりあい式を満たす任意の系と適合条件式を満たす任意の速度場に対して一般に成り立つもので、ここでは式(12)を仮想仕事の式と呼ぶことにする。次に、図-3において接触点 j ($j = 1, 2, 3, 4$) における最大せん断力、言い替えるとせん断強度を、軸力 N_j に依存しない粘着力 C_j と、軸力 N_j に依存する摩擦力の和に分離できるものとする。そのとき、各接触点 j において要素間の摩擦角を ϕ_j とすると接点 j におけるせん断力 T_j の大きさは

$$|T_j| \leq C_j + N_j \cdot \tan \phi_j \quad (13)$$

で表される。接点 j においてすべりが生じていればせん断抵抗力は最大値をとるので、式(13)は等号が成り立つ。以下では必要に応じて、要素間の粘着力、摩擦力をそれぞれ C_p , ϕ_p 、要素間以外のものを C_w , ϕ_w と区別する。

ここで図-3 のように要素 2 に一定の物体力 F_2, G_2, M_1, M_2 を作用させた状態で載荷板を一定の変位速度 $\dot{\delta}$ で移動させるために必要な外力 P を決定するような問題を考える。いま、任意の運動学的に存在しうる速度場 $q^T = (\dot{u}_i, \dot{v}_i, \dot{\theta}_i)$ を仮定し

$$P\dot{\delta} + F_2\dot{u}_2 + G_2\dot{v}_2 + M_1\dot{\theta}_1 + M_2\dot{\theta}_2 = \sum_{j=1}^4 T_j(\dot{S}_j) \dot{S}_j \quad (14)$$

という式を作る。ここで $T_j(\dot{S}_j)$ は

$$\begin{cases} T_j(\dot{S}_j) = -C_j - N_j \tan \phi_j & (\dot{S}_j < 0) \\ -C_j - N_j \tan \phi_j \leq T_j(\dot{S}_j) \leq C_j + N_j \tan \phi_j & (\dot{S}_j = 0) \\ T_j(\dot{S}_j) = C_j + N_j \tan \phi_j & (\dot{S}_j > 0) \end{cases} \quad (15)$$

と定義されるものである。つまり正のすべりが生じているときには、そのせん断強度に等しい正(時計方向)の向きのせん断力を、負のすべりが生じているときには、そのせん断強度に等しい負の向きのせん断力を、そしてすべりが生じていない場合にはその間のある大きさのせん断力を表す。従って

$$T_j(\dot{S}_j) \dot{S}_j = (C_j + N_j \tan \phi_j) |\dot{S}_j| \quad (16)$$

と書くことが可能となる。こうして可容な速度場を1つ与えると式(14)で P 以外の値が決定され、したがって P の値が計算される。言い換えると、 P は速度場 q の関数として求められることになる。上界定理が意味するものは「任意に選んだ速度場 q の関数として決定された P は極限荷重 P^* の上界値である。この上界値を最小化することが先に設定した問題の正解値を得ることである」ということである。

(4) $m \times n$ 要素の場合

ここでは図-1 のように円形剛体要素が接触角 α で規則的に $m \times n$ の要素数で配置された場合を考えることにする。ただし規則性を明確にしておくため m は偶数としておく。各接触点 j における軸力とせん断力をそれぞれ N_j, T_j とし、軸力は圧縮を正、せん断力は時計方向を正とする。 F, M は各要素に作用する物体力のベクトルである。 N は全接触点のうち載荷板との接触点を除いた接触点における軸力のベクトルであり、 N' は要素と載荷板との接触点における軸力のベクトルを表す。ベクトル 1 の次元は載荷板と接触する要素の数、従つて L 型問題では y 方向の要素数 n に等しいとする

とつりあい式は

$$\begin{pmatrix} L^T & H^T & -D^T \\ W^T & 0 & 0 \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{0}^T & \mathbf{1}^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T \\ N \\ N' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F \\ M \\ P \end{pmatrix} \quad (17)$$

と表現できる。ただし

$$T = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ \vdots \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} F_1 \\ G_1 \\ F_2 \\ \vdots \end{pmatrix}, M = \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \\ \vdots \end{pmatrix}, \mathbf{1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (18)$$

である。次に全接触点のすべり速度、全要素の重心の速度、反時計回りの角速度で作られるベクトルをそれぞれ $\dot{\mathbf{S}}, \dot{\mathbf{u}}, \dot{\boldsymbol{\theta}}$ とし、以下のように置き換えると

$$\dot{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} \dot{S}_1 \\ \dot{S}_2 \\ \dot{S}_3 \\ \vdots \end{pmatrix}, \dot{\mathbf{u}} = \begin{pmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{v}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \vdots \end{pmatrix}, \dot{\boldsymbol{\theta}} = \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (19)$$

適合条件式は以下のように変形できる。

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{S}} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L & W & \mathbf{0} \\ H & 0 & 0 \\ -D & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} \\ \dot{\delta} \end{pmatrix} \quad (20)$$

式(20)の適合条件式を満たす任意の速度場と、式(17)のつりあい式を満たす任意の系に対して仮想仕事式

$$P\dot{\delta} + \mathbf{F}^T \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{M}^T \dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{T}^T \dot{\mathbf{S}} \quad (21)$$

が成り立ち、上界値 P の計算式が得られるので、2.(2)で述べてきた2要素での問題は $m \times n$ 要素での問題にも拡張される。こうして得られた上界値 P を線形計画法⁵⁾により最小化すると、求めるべき解が決定される。

(5) 要素の位置修正

本研究は剛塑性解析であるので、塑性崩壊する瞬間の要素の変位速度しか求められない。従って崩壊直後の要素の位置は、一定と仮定する変位速度と適当な時間 Δt との積で求められる。こうして変位を決定した解析結果の図-4(a)によると接触点5では要素と要素がわずかに離れているが、実際に実験をしてみると自重 G_i の作用で要素は接触したままである。時間 Δt が微小量ならばその間の変位量が線形近似できるが、有限変形では変位量は

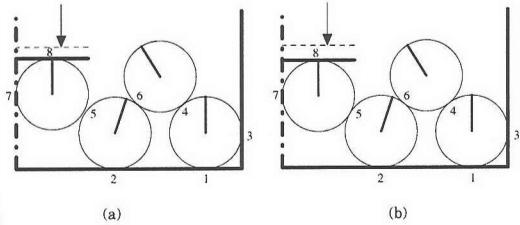


図-4 (a) 修正前 (b) 修正後

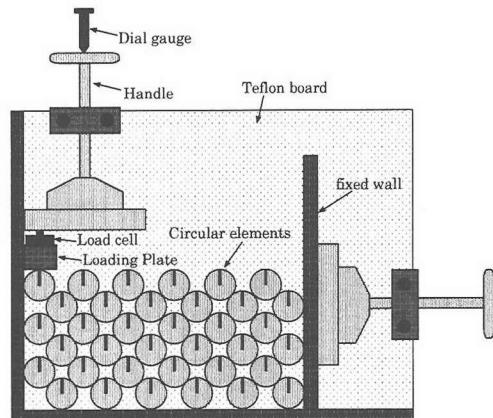


図-5 実験装置

非線形となり線形近似は出来なくなる。ここでは経時的に解析と実験のメカニズムを比較するために Δt として小さな値を用いて計算を行い、変形量として線形近似を行う。以上の仮定の下、図-4(b)のように要素が接触するよう重力の影響を考慮し、再配置してから再度計算を行う作業を繰返し行う。

3. 実験方法及び結果

解析の妥当性を検証するために、真鍮製の棒状材料（直径 25mm、長さ 30mm）を用いた簡単な模型載荷実験を行った。実験装置の平面図を図-5に示す。テフロン製の板に要素間の接触角 $\alpha = 45^\circ$ で規則的に接触するように配置させ、背面のテフロン板を水平面と直角にして固定した状態でハンドルを回転し載荷板を移動させて載荷を行う。要素にはその回転の様子が分かるように線を引き、初期状態では「12時」の方向を向けてある。載荷板には荷重計と変位計を設置し、変位制御 (1.0mm/sec) のもとで行う。装置の右、下、左端の固定境界はアルミ製であるが、要素間と固定境界の間の摩擦にそれほど差がなく要素の回転が不安定になるので、

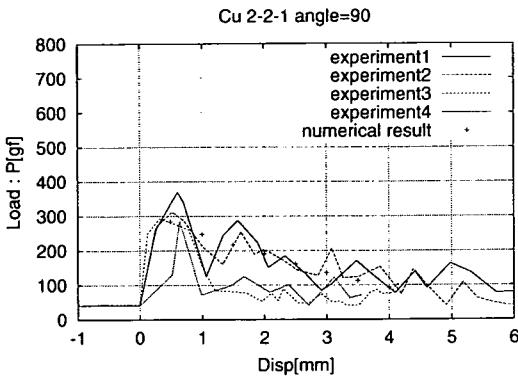


図-6 荷重～変位関係 (2-2-1)

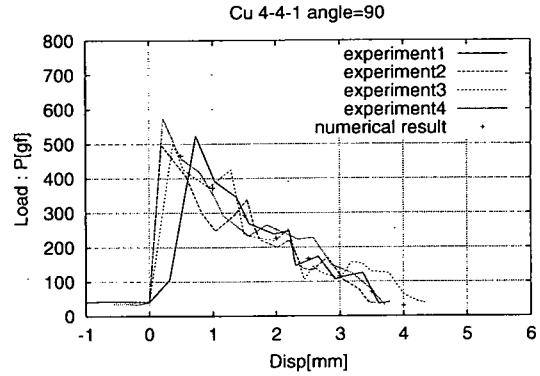


図-7 荷重～変位関係 (4-4-1)

固定境界にはビニールテープを貼り要素間の摩擦よりも大きな摩擦を与え、要素の回転を安定させ実験の再現性を得た。縦 ($-x$ 軸方向) の要素数を m 、横 ($-y$ 軸方向) の要素数を n 、載荷板に接触する要素数を n' とし、以下では要素の配列の組合せを $m-n-n'$ と表現することにする。2-2-1, 4-4-1, 6-6-1 の要素数のときの荷重～変位図を真鍮についての結果を図-6～図-8 に示す。実験は 10 回繰り返し行い、その中で代表的な挙動を示す数ケースの荷重～変位関係を「experiment」に描いた。どのケースでもおよそ 0.5[mm] 付近で極限状態になり荷重のピークを示した後に、変位の増加に伴い荷重が減少し続け、要素配置の変化により巨視的な強度が軟化する傾向を示した。また、載荷板の変位量を 4.0[mm] としたメカニズムを図-9～図-11 に示す。図-9 では、変位・回転が見られるのは左端境界から 3 個の要素に限定され、右下端の要素は変位も回転もしていないことが分かる。載荷板直下の要素では、左側の壁面との接触点のせん断強度が他の 2 点の接触点よりも大きく、壁面で噛みあつて時計周りに回転するためすべりは生じない。さらに要素を増加させた図-10、図-11において、白線で示した 45° のすべり線が形成されており、その白線の下側での要素の変位と回転は見られない。また、ビニールテープを貼った壁面でのせん断強度が大きく、要素は壁面間ですべりを生じることはない。

4. 解析結果

(1) 内部摩擦角 ϕ_p と ϕ_w の決定法

田村ら³⁾の研究で行われているように、2 要素を用いた 2 種類の実験を行い要素間の摩擦角 ϕ_p 、要

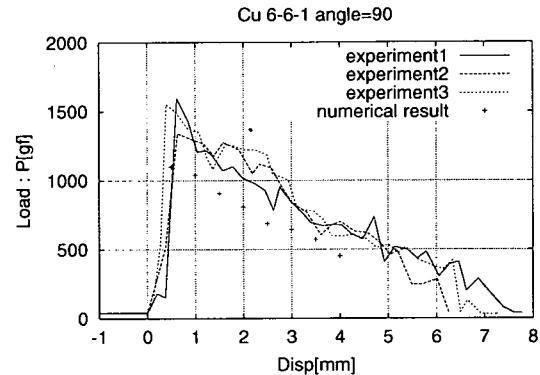


図-8 荷重～変位関係 (6-6-1)

素と壁面の摩擦角 ϕ_w を測定した。図-12(a)のように 2 要素において、右側の載荷板を左方に押し出す受働状態を想定する。このとき要素 2 の水平方向の力のつりあい式は以下のようである。

$$N_4 = N_3 \cos \alpha + T_3 \sin \alpha \quad (22)$$

ここに N_3, N_4, T_3, T_4 はそれぞれ接触点 3, 4 における軸力・せん断力を、 α は 2 要素の中心間を結ぶ線分が水平線となす角を表している。 α が 30° から 80° まで変化させながら実験を行う。 α がある角 α_P より小さいときは接触点 3 がすべる。また α がある角 α_P より大きいときは接触点 4 がすべる。従って $\alpha = \alpha_P$ のときには 2 つの接触点が同時にすべっているので接触点の粘着力を無視すると

$$T_3 = N_3 \tan \phi_p, \quad T_4 = N_4 \tan \phi_w \quad (23)$$

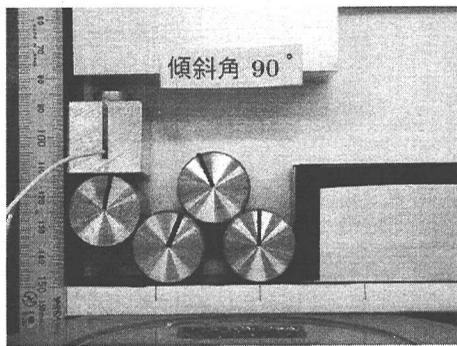


図-9 実験によるメカニズム (2-2-1)

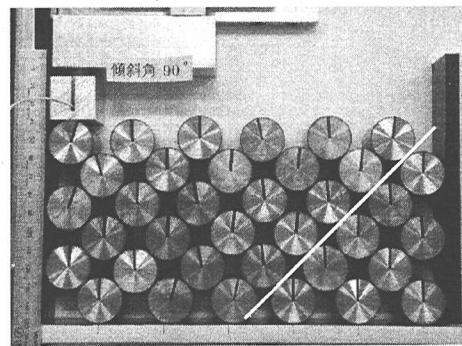


図-11 実験によるメカニズム (6-6-1)

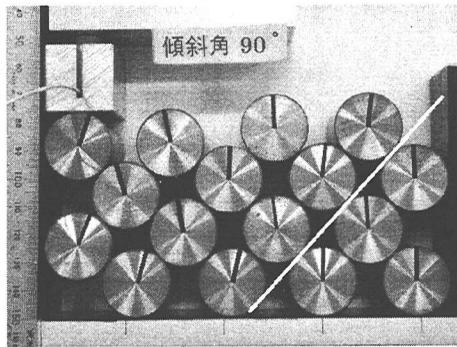


図-10 実験によるメカニズム (4-4-1)

が成り立つ。次に要素1のモーメントのつりあいを考慮すると

$$T_3 = T_4 \quad (24)$$

となり、この式に上式を代入すると

$$\frac{1}{\tan \phi_p} = \frac{1}{\tan \phi_w} \cos \alpha_P + \sin \alpha_P \quad (25)$$

なる式を得る。同様にして図-12(b)において、載荷板を右側に引いていく主働状態を考えると要素2の水平方向の力のつりあいは

$$N_4 = N_3 \cos \alpha - T_3 \sin \alpha \quad (26)$$

である。 α がある角 α_A より大きいときは接触点4がすべり、 α がある角 α_A より小さいときは接触点3がすべる。接触点3, 4が同時にすべる角 α_A のとき

$$\frac{1}{\tan \phi_p} = \frac{1}{\tan \phi_w} \cos \alpha_A - \sin \alpha_A \quad (27)$$

を得る。以上の式(25)と式(27)から

$$\tan \phi_p = \frac{\cos \alpha_A - \cos \alpha_P}{\sin \alpha_A + \sin \alpha_P} \quad (28)$$

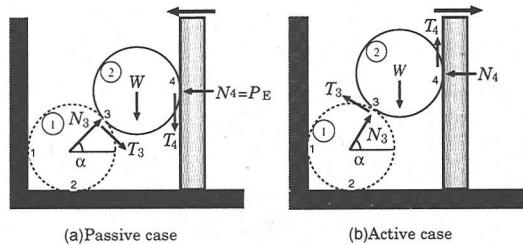


図-12 2要素の主働、受働状態

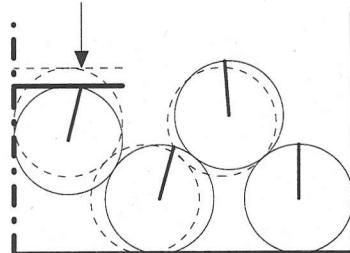


図-13 解析によるメカニズム (2-2-1)

$$\tan \phi_w = \frac{\cos \alpha_A - \cos \alpha_P}{\sin(\alpha_A + \alpha_P)} \quad (29)$$

となり、実験に用いた真鍮材料では摩擦角が $\phi_p = 12.0^\circ$, $\phi_w = 25.0^\circ$ と決定される。ただし本研究では砂地盤のように摩擦が卓越するモデルを想定しているので要素間、要素-壁面間の粘着力を持たないとして計算を行う。

(2) 解析と実験の比較

それぞれの要素数において、ステップ解析により得られた荷重～変位関係を、実験による荷重～変位関係の図-6～図-8に「numerical result」とし

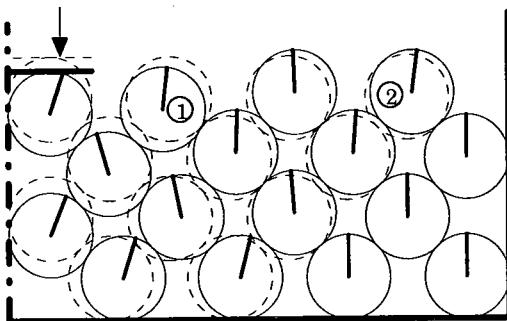


図-14 解析によるメカニズム (4-4-1)

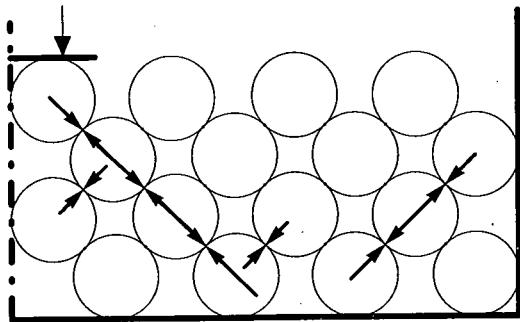


図-16 軸力図 (4-4-1)

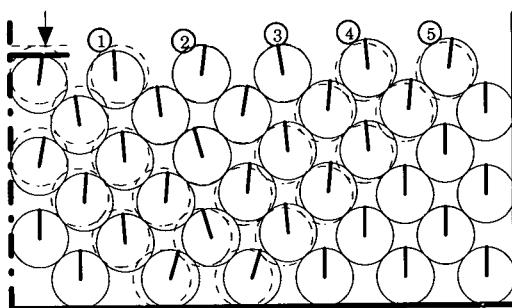


図-15 解析によるメカニズム (6-6-1)

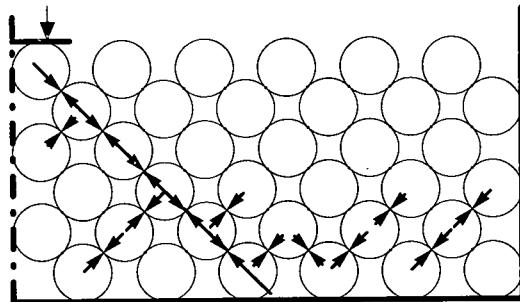


図-17 軸力図 (6-6-1)

て描いた。図-6 や図-7 では極限荷重のピーク値を定量的に再現できているが、図-8 の場合、解析値は実験値の約 70%となつておる、定量的な再現は出来ていない。また、いずれの場合も、変位の増加にともないステップ解析により得られた荷重が減少していく傾向を定性的に表現できている。

以下では載荷前の初期状態を破線で、塑性崩壊後のメカニズムを実線で示すことにし、ステップ時間 $\Delta t = 0.5[\text{sec}]$ として 8 回刻んで載荷板の変位量を $4.0[\text{mm}]$ としたものを示す。最も簡単な要素が 4 個の 2-2-1 の場合の解析メカニズムの図-13 では実験を定量的に再現できている。さらに要素を増加させた 4-4-1, 6-6-1 の場合のメカニズムを図-14, 図-15 に示す。これらのメカニズムでは、接触点の摩擦を受けながら噛み合って回転する接触点と、すべりを生じる接触点が混在する。また右下には、変位も回転もしない不動領域が見られ、それらの要素に沿って 45° のせん断帯が形成されている。6-6-1 では v 字型に変位の大きな領域が見られ、それ以外の要素では変位が少ない。4-4-1, 6-6-1 に関して、全接触点における軸力の平均値を超える接触点の軸力を、大きさを矢印の長さに比例さ

せて図-16, 図-17 に描き、平均値以下の接点では図から省略した。載荷板直下 45° の方向に比較的大きな軸力が直線状に伝達される構造が見られる。最下層の要素で軸力が大きくなっているのは自重の影響である。また、塑性崩壊時の各要素の重心速度とすべりを生じた接点におけるすべりの方向を記した塑性状態を図-18, 図-19 に示す。要素の重心速度の方向が一致し、図-10～図-11 で見られるせん断帶で要素のすべりが確認できる。

また、実験値と解析値の差の要因としていくつか挙げられる。第 1 に、図-2 のように、要素の接角を $\alpha = 45^\circ$ で規則配置を厳密に形成することは非常に困難であり、実験による誤差を生じているということ。第 2 に、図-20(a) のように実験要素は剛体で要素間は点接觸を仮定しているが、ビニールテープを貼った壁面では図-20(b) のように接点において面接觸していると考えられる。ある接幅をもって接する場合には転がり摩擦が生じ、転がりを止めようとする方向に転がり抵抗モーメントが作用し、その結果、転がりにくくなるために実験における荷重値が解析値よりも大きな値を得た原因の一つと考えられる。

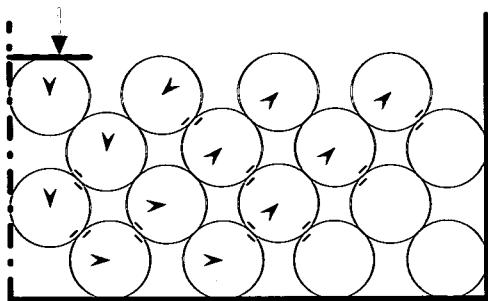


図-18 要素の速度場 (4-4-1)

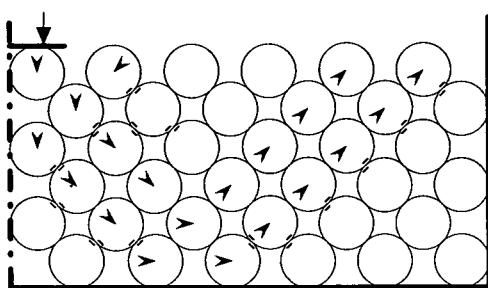


図-19 要素の速度場 (6-6-1)

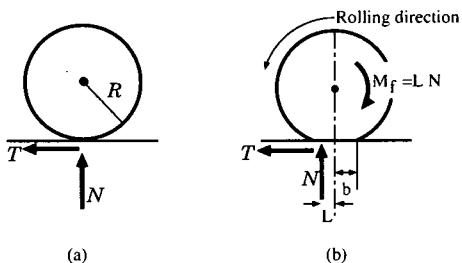


図-20 接触状態～面接触

5. まとめ

本研究では、粒状体の塑性挙動・力学特性を理解することを目的とし、巨視的挙動を支配する微視的な因子として、要素間に Mohr-Coulomb 型の摩擦抵抗のみを仮定し、等半径の剛塑性粒状体モデルを用いて極限解析を行った。一方、2次元棒状要素積層体を用いた模型実験を行い、解析手法の妥当性についても検証を行った。以下に本研究で得られた結論について述べる。

- (a) 崩壊時の速度場にある時間をかけて求めた要素の位置を少し修正し、その位置から再度計算して近似的に変位量を求めた。この操作を数回繰り返すステップ解析を用いることにより、要素の経時的な挙動を近似的に追跡することができる。
- (b) 要素の規則配置下では、接触点の軸力を比較的大きく伝達する直線状経路が形成されて軸力集中を起こす。

今後の課題としては

- (a) 粒径の異なる要素をランダムにパッキングさせて空隙を減らした配置での解析を行うことで、軸力集中を緩和させること。
- (b) せん断を受けた要素間接触点が消滅、新たに生成した場合に対応できるようにすること。といったことが挙げられる。

参考文献

- 1) 松岡元、山本修一：個別要素法による粒状体のせん断機構の微視的考察、土木学会論文集、No.487/III-26, pp. 167-175, 1994.
- 2) Tamura, T. & Yamada, Y. : A Rigid-Plastic Analysis for Granular Materials, Soils and Foundations, Vol. 36, No.3, pp. 113-121, 1996.
- 3) 田村武、小池涉、櫻井義之：剛体要素からなる粒状体の上界法とその応用、応用力学論文集、Vol.1, pp.407-416, 1998.
- 4) 山田辰男、田村武：粒状体の剛塑性極限解析とその支持力問題への応用、応用力学論文集、Vol.3, pp.489-496, 2000.
- 5) 福島雅夫：数理計画入門 システム制御情報学会編、朝倉書店、2章, pp. 23-41, 1998.

(2002.9.9 受付)

RIGID PLASTIC ANALYSIS AND MODEL EXPERIMENT OF GRANULAR MATERIALS

Tatsuo YAMADA and Takeshi TAMURA

The mechanical behaviors of the two-dimensional uniform assembly of circular elements are studied by a simple model experiment and the rigid plastic limit analysis. In the experiment, the deformation patterns and the load-settlement curves of the partially-loaded ground are observed using the brass cylinders as the model of granular material while the frictional slippage and the rotation are assumed at the contact points of two elements in the rigid plastic numerical analysis. The comparison between the experiment and the analysis is quite interesting and discussed from a view point of applied mechanics.