

フリーメッシュ法によるフレッシュコンクリートの流動解析法に関する研究

富山潤¹・伊良波繁雄²・山田義智³・松原仁⁴・矢川元基⁵

¹正会員 博(工) 琉球大学助手 工学部環境建設工学 (〒903-0213 沖縄県西原町字千原1番地)

jun-t@tec.u-ryukyu.ac.jp

²正会員 博(工) 琉球大学助教授 工学部環境建設工学 (〒903-0213 沖縄県西原町字千原1番地)

³正会員 博(工) 琉球大学助教授 工学部環境建設工学 (〒903-0213 沖縄県西原町字千原1番地)

⁴学生会員 修(工) 琉球大学大学院 理工学研究科 (〒903-0213 沖縄県西原町字千原1番地)

⁵工博 東京大学大学院 工学系研究科 (〒113-8654 東京都文京区本郷7-3-1)

本研究は、フレッシュコンクリートの流動挙動を解析的に求めることを目的とするものである。フレッシュコンクリートの流動挙動を有限要素法(FEM)で求める場合、流動による変形が大きくなると、いびつな要素が発生し、節点位置および要素形状の最適化を行わなければ解析が破綻する場合がある。そこで本研究では、フレッシュコンクリートの流動解析法として節点のスムージングおよびリメッシングの容易なメッシュレス法の一つであるフリーメッシュ法を採用し、その適用性を検討した。フレッシュコンクリートの流動解析例としてL型フロー試験を対象に行い、良好な結果を得た。

Key Words : free mesh method, fresh concrete, bingham model, L-type flow test

1. はじめに

近年、高流動コンクリートや高強度コンクリートなどの多種多様なコンクリートが開発され、それらのなかにはフレッシュ時の流動特性が従来のコンクリートの範囲を大幅に越えるものもあり、その流動特性を正確に評価することが必要となっている。このため、フレッシュコンクリートの流動特性を力学的に評価するレオロジー的な研究が盛んに行われている¹⁾。

従来、フレッシュコンクリートの流動挙動を解析的に求める手法として、フレッシュコンクリートを連続体または非連続体としてモデル化した手法がある。代表的なものとして前者にはMAC(Marker and Cell)法^{2), 3)}や粘塑性有限要素法^{4), 5)}、後者には粘塑性サスペンション要素法⁶⁾や個別要素法⁷⁾などがある。

差分法であるMAC法は流動解析に適しているが、セルのサイズや流動条件によっては空セルが生じたり、複雑な境界条件を有する問題には適用困難である。また、有限要素法(FEM)による解法では、要素の形状や境界の近似精度などが解の精度を左右する。そのため、流動解析などの変形の大きな問題では、変形前と同じ要素-節点コネクティビティのままだと変形の著しい領域でいびつな要素を作り、解が発散する可能性が高い⁴⁾。また、粘塑性サスペンション要素法や個別要素法はフレ

ッシュコンクリートを骨材とモルタルとの2相材料にモデル化したアプローチで、MAC法やFEMで表現できない材料の分離を表現できるが、計算量が多く、また、個別要素法においては、実験で測定されたレオロジー定数を直接関連付けられない点などの課題が挙げられる¹⁾。

メッシュレス法の一つでフリーメッシュ法(FMM)がある⁸⁾。FMMは有限要素法(FEM)をベースとした解析手法で、入力データとして節点情報のみを必要とし、すべての処理を節点毎に行うことができ、アダプティブ解析や並列計算に適している。本研究ではこのFMMをフレッシュコンクリートの流動解析に適用する方法を示す。しかし、FMMはFEMをベースとしている以上、FEMを大変形解析に適用する際の問題もそのまま引き継ぐこととなる。筆者らは文献9)に示す既存の研究でFMMの利点を生かしたフレッシュコンクリートの新しい流動解析手法を示し、L型フロー試験(2次元解析)を対象にフレッシュコンクリートの流動解析を行い、本手法の有効性を示した。しかし、基本式として慣性項を省略した静的釣合い式を用いていた。そこで今回は、より合理的な解析を行うため基本式として慣性項を考慮した動的釣合い式を用い、さらに詳細な検討を行った。また、本解析で使用した回転自由度を有する三角形要素¹⁰⁾の精度評価も行った。なお、今回の解析はL型フロー試験を平面ひずみ問題と仮定した。

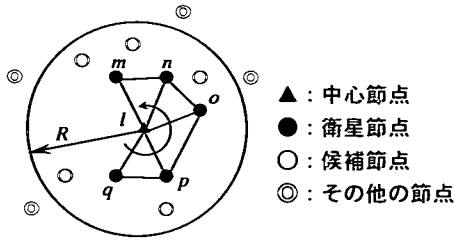


図-1 中心節点周りの局所要素

また、フレッシュコンクリートの流動モデルとしてビンガムモデルが一般的に使用されているが、解析手法の開発に伴い、その構成モデルの開発研究も行われており¹¹⁾、ビンガムモデルを用いる場合の問題点も指摘されている。しかし、本論文では、解析手法の開発を目的としているため、フレッシュコンクリートの構成則としては、一般的なビンガムモデルを用いた。また、本手法では、材料非線形性と非圧縮性を考慮し、運動方程式の解法として文献4)に示されている手法をFMMに適用した。

2. フリーメッシュ法

FMMは、FEMをベースとした解析手法である。FEMとの大きな違いは、入力データとしてあらかじめ要素一節点コネクティビティを必要とせず、節点情報のみを必要とし、与えられた各節点で図-1に示すようにローカルな領域で局所要素群の自動生成を行うという点である。また、全体剛性マトリックスの作成は、着目節点まわりの局所要素群より作成する要素剛性マトリックスの着目節点に寄与する行成分のみを足し合わせていく。これらの処理をすべての節点で行うことで、全体剛性マトリックスを得る。得られた全体剛性マトリックスは、FMMで自動生成されたローカル要素群とFEM解析で用いられる要素一節点コネクティビティが同じであれば、まったく同一のマトリックスを得ることが出来る。つまり、過去に行われたFEMの研究成果をそのまま使用可能であり、なおかつ、節点ベースな解析手法であるために並列計算やアダプティブ解析などに適している。しかし、各節点まわりの局所要素生成アルゴリズムの制約により、使用可能な要素は二次元であれば三角形一次要素、三次元であれば四面体一次要素であった。そのため条件によっては精度的に問題がある。

FMMの高精度化に関する既存の研究に、二次元においては関東¹²⁾、三次元においては願・矢川¹³⁾によって混合法をFMMに適用した例がある。しかし、混合法を用いた場合、要素間で連続性を要求しているため、応力の

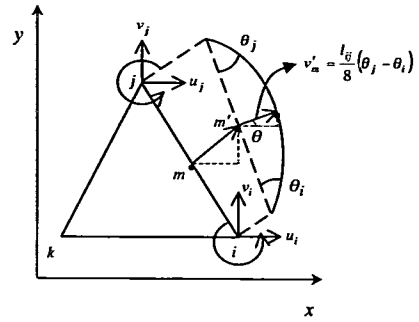


図-2 回転を考慮した三角形要素の変形図

変化が激しい特異な問題などには有効でないことが知られている。

そこで本研究では、6節点三角形アイソパラメトリック要素(T6)の辺上の中間節点の自由度を頂点での回転自由度に変換した面内回転自由度を有する3節点三角形要素(TN3)を提案しFMMに適用した¹⁰⁾。

本章では、FMMをフレッシュコンクリートの流動解析に適用するにあたり、はじめにFMMの基本アルゴリズムを示し、次にFMMに使用したTN3要素について述べ、精度の評価を示す。

(1) FMMの基本アルゴリズム

FMMの基本アルゴリズムは、領域内の節点毎(中心節点または着目節点)に、中心節点とその付近の他の節点(衛星節点)から、一時的に仮要素(局所要素)を生成し、これらの要素剛性マトリックスから中心節点に寄与する成分を求め、全体剛性マトリックスを生成するものである。具体的には、図-1のように、中心節点*l*付近にある衛星節点(m, n, o, p, \dots)を集め(中心節点*l*の節点密度関数で定義される半径*R*の領域)、中心節点*l*に対して時計または反時計まわりに並べ、中心節点*l*まわりで一時的な三角形要素(lmm, lno, lop, \dots)を作る。各三角形要素(例 lmn)について有限要素法と同様に要素剛性マトリックス $[K_e]_{lmn}$ を作成し、 $[K_e]_{lmn}$ の中心節点*l*に寄与する行成分のみを全体剛性マトリックス $[K]$ に足し込んでいく。このため、剛性マトリックスを作成する過程では、同じ三角形を3回参照することになり、剛性マトリックス作成時間は、FEMに比べ単純に3倍の時間を要することになる。しかし、節点単位で全ての処理が可能であるため、要素単位で処理するFEMよりも並列分散処理に優れている。また、得られた剛性マトリックスをもとに連立一次方程式を解く方法は、従来用いられている直接法や反復法を用いることができる。

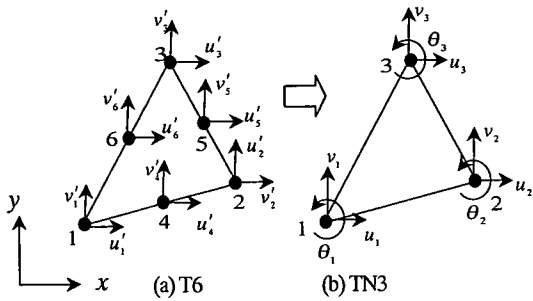


図-3 中間節点自由度の変換

本解析では、反復法の一つであるCG法 (Conjugate Gradient Method) を用いた。

(2) 回転自由度を有する3節点三角形要素の定式化

本項では、先に述べたTN3について説明する。

図-2で*i*点の*x*方向、*y*方向変位をそれぞれ u_i, v_i 、*j*点の*x*方向、*y*方向変位を u_j, v_j とすると、*ij*間の中点*m*の*x*、*y*方向変位は微小変形を仮定すると、

$$u_m = \frac{u_i + u_j}{2} + v'_m \cos \theta \quad (1)$$

$$v_m = \frac{v_i + v_j}{2} + v'_m \sin \theta \quad (2)$$

となる。 v'_m は回転による*m*点の変位の増加量であり、辺*ij*を一本の梁とみなすと初等梁理論¹⁴⁾より次式で表される。

$$v'_m = \frac{l_{ji}}{8} (\theta_j - \theta_i) \quad (3)$$

ここで、 θ_i, θ_j は、それぞれ*i, j*点の回転角、 l_{ij} は*i, j*点間距離である。

また、式(1)、(2)の $\cos \theta, \sin \theta$ を *i, j* 点の座標を用いて表すと、

$$\begin{cases} \cos \theta = \frac{y_j - y_i}{l_{ij}} = \frac{y_{ji}}{l_{ij}} \\ \sin \theta = \frac{x_i - x_j}{l_{ij}} = -\frac{x_{ji}}{l_{ij}} \end{cases} \quad (4)$$

となる。ここで、 x_{ij}, y_{ij} はそれぞれ*i, j*点間の*x*方向、*y*方向の距離である。また、式(1)、(2)、(3)、(4)より、

$$u_m = \frac{u_i + u_j}{2} + \frac{y_{ji}}{8} (\theta_j - \theta_i) \quad (5)$$

$$v_m = \frac{v_i + v_j}{2} - \frac{x_{ji}}{8} (\theta_j - \theta_i) \quad (6)$$

となる。

式(5)、(6)を用いると、図-3の辺1-2については、

$$\begin{cases} u'_1 = u_1 \\ v'_1 = v_1 \\ u'_2 = u_2 \\ v'_2 = v_2 \\ u'_4 = \frac{1}{2}(u_1 + u_2) + \frac{y_{21}}{8}(\theta_2 - \theta_1) \\ v'_4 = \frac{1}{2}(v_1 + v_2) - \frac{x_{21}}{8}(\theta_2 - \theta_1) \end{cases} \quad (7)$$

辺2-3については、

$$\begin{cases} u'_2 = u_2 \\ v'_2 = v_2 \\ u'_3 = u_3 \\ v'_3 = v_3 \\ u'_5 = \frac{1}{2}(u_2 + u_3) + \frac{y_{32}}{8}(\theta_3 - \theta_2) \\ v'_5 = \frac{1}{2}(v_2 + v_3) - \frac{x_{32}}{8}(\theta_3 - \theta_2) \end{cases} \quad (8)$$

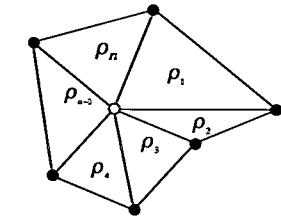
辺3-1については、

$$\begin{cases} u'_3 = u_3 \\ v'_3 = v_3 \\ u'_1 = u_1 \\ v'_1 = v_1 \\ u'_6 = \frac{1}{2}(u_3 + u_1) + \frac{y_{13}}{8}(\theta_1 - \theta_3) \\ v'_6 = \frac{1}{2}(v_3 + v_1) - \frac{x_{13}}{8}(\theta_1 - \theta_3) \end{cases} \quad (9)$$

と表せる。従って、式(7)、(8)、(9)をマトリックス表示すると次式で表せる。

$$\{u'\} = [T]\{u\} \quad (10)$$

ここで、 $[T]$ は変換マトリックス (文献10参照) 、



ρ_i : i 要素の物理量

$$\rho(\text{中心節点の物理量}) = \sum_{i=1}^n \rho_i / n$$

図-4 節点の物理量

$\{u\}^T = [u_1' \ v_1' \ u_2' \ v_2' \ u_3' \ v_3' \ u_4' \ v_4' \ u_5' \ v_5' \ u_6' \ v_6']$,
 $\{u\}^T = [u_1 \ v_1 \ \theta_1 \ u_2 \ v_2 \ \theta_2 \ u_3 \ v_3 \ \theta_3]$ で、それぞれT6要素、TN3要素の節点変位である。また、添え字 i は、転置記号である。

図-3(a)のT6要素の要素剛性方程式として次式を得るとすると、

$$[K']\{u\} = \{f'\} \quad (11)$$

最終的に図-3(b)のTN3要素の剛性方程式として次式を得る。

$$[K]\{u\} = \{f\} \quad (12)$$

ここで、 $[K] = [T]'[K'] [T]$ 、 $\{f\} = [T]'\{f'\}$ である。

本要素はアイソパラメトリック要素を変換したものであるため、面積積分に数値積分が必要となる。本研究では、ガウスの数値積分法を使用した。

(3) FMMにおける応力やひずみの評価法

FMMの計算処理は、すべて節点ごとに行う。従って、FMMは、従来のFEMにおいて要素ごとや積分点ごとに評価していた応力やひずみなどの物理量を節点での量に変換する必要がある。本研究ではFMM解析における節点の物理量として、中心節点周りの局所要素群で求まる物理量の平均値を節点での物理量とした(図-4参照)。ここで、節点の物理量を要素の体積(面積)を考慮した重み付けすることも考えられるが、文献15)より重み付け平均と単純平均の解析結果にほとんど差がなかったため本解析では、単純平均とした。また、後述するが流動解析では解析ステップごとに節点のスージングと局所要素のリメッシングを行っているため、ほぼ一樣な要素形状となっているため、単純平均でも大きな影響はないと考えられる。なお、本要素は面積積分にガウスの数値

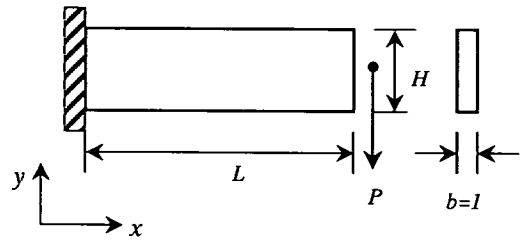
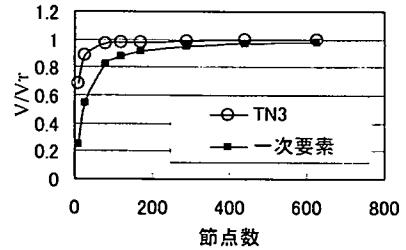
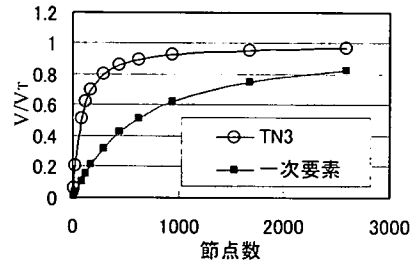


図-5 片持ちばり

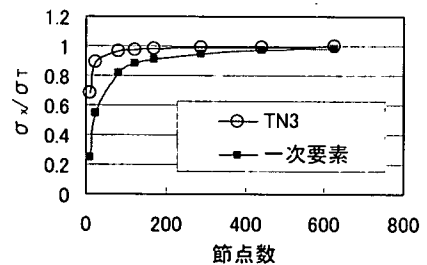


(a) H:L=1:3

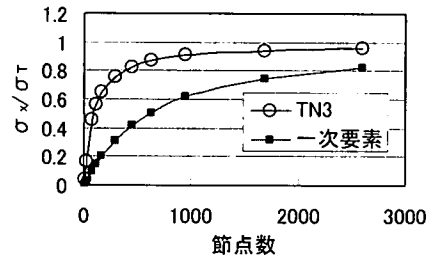


(b) H:L=1:20

図-6 自由端の鉛直変位



(a) H:L=1:3



(b) H:L=1:20

図-7 固定端上面(引張)の水平応力

積分法を使用しているため、要素内（積分点ごと）で応力やひずみの大きさが異なる。そこで今回の解析では、局所要素の物理量は要素内の積分点で求まる物理量の平均値とした。

(4) TN3要素の精度評価

本項では、(2)項で導いたTN3要素の精度評価を行う。なお、この解析では積分を3点積分とした。解析対象は図-5に示す縦横比(H/L)の異なる2種類Case1(1:3), Case2(1:20)の片持ちばりで、自由端に鉛直荷重Pを載荷した時の自由端での鉛直変位(V)と固定端での垂直応力(σ_x)を用いて節点数の違いによる精度評価を行った。なお、節点配置は格子状に配置した。また、Case2とCase1は、600節点程度まで同じ節点分布としているため、Case2はCase1に比較して要素自体も扁平な形状となっている。

図-6は自由端の鉛直変位について一次要素との比較を示し、縦軸は理論値(V_T)で除した値である。図-6より本要素は一次要素に比較し、解の収束性が良いことが確認できる。また、縦横比の大きい場合にその差は顕著である。

図-7は固定端上面（引張）の垂直応力を一次要素との比較を示し、縦軸は理論値(σ_x)で除した値である。応力についても自由端の鉛直変位の比較と同様、本要素は一次要素に比較し、解の収束性が良く、また、縦横比の大きい場合にその差は顕著である。

以上のことから本要素は、扁平な要素形状でも一次要素を使用した場合に比較して解の収束性が良いことが分かる。このことはフレッシュコンクリートの流動解析を行う上で重要である、つまり、流動が進行し、要素形状の最適化を施した後、例えば扁平（いびつ）な要素が生じた場合においても解析解の信頼性が高いことを示すものである。

3. フレッシュコンクリートの構成式

本手法では、流動開始値を超えるまではフレッシュコンクリートを非常に高い粘性流体として扱い（図-8の実線I参照）、その流動速度を非常に小さくすることで不動状態とみなした⁴⁾。一方、ある流動開始値を超えた後は、図-8に示す実線IIのように粘塑性偏差応力(τ'_{xy})と粘塑性せん断ひずみ速度(工学定義： $\dot{\gamma}_{xy}^v = 2\dot{\epsilon}_{xy}^v$)の関係を満足するような粘塑性流体として扱った。なお、図-8は、2次元単純せん断応力状態を想定している。

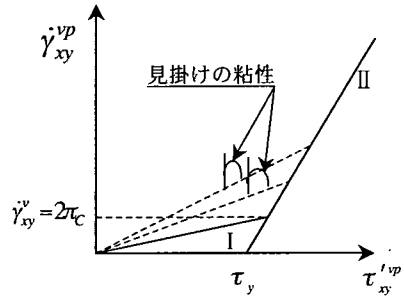


図-8 単純せん断応力時の応力-ひずみ速度関係

(1) 流動時の構成式

本手法では流動時における構成モデルとして図-9(a)に示す粘塑性モデルを仮定した。

ここで、塑性要素のひずみ速度と応力の関係は、関連流れ則に従うものとし、降伏条件としてミーゼスの降伏条件を採用した。また、粘性要素のひずみ速度と応力の関係はニュートンの粘性法則に關係付けられるものとする。流動時の構成式は次式で表される⁴⁾。

$$\tau_{ij} = -P\delta_{ij} + 2\left(\eta + \frac{\tau_y}{\sqrt{\Pi}}\right)\dot{\epsilon}_{ij}^v \quad (13)$$

ここで、 τ_{ij} は応力テンソル、 $\dot{\epsilon}_{ij}^v$ は粘塑性要素のひずみ速度テンソルである。P は静水圧、 δ_{ij} はクロネッカーデルタ、 η は塑性粘度、 τ_y は降伏値、 $\Pi = 2\dot{\epsilon}_{ij}^v \dot{\epsilon}_{ij}^v$ である。なお、演算にはアインシュタインの総和規約が適用される。この構成式は右辺第二項から理解されるように一種の材料非線形である。そのため、非線形剛性方程式の解法が必要である。本手法は非線形剛性方程式の解法として直接反復法を用いた。

(2) 不動時の構成式

ビンガムモデルは、降伏値を超えるまではひずみ速度を生じない。しかし、本手法では、ひずみ速度がゼロだと解析不可能であるため、流動開始値以下の不動状態を図-9(b)に示す高粘性の流体として扱い、その流動速度を非常に小さくすることで不動状態とみなす。その際の構成式は次式で表される⁴⁾。

$$\tau_{ij} = -P\delta_{ij} + 2\left(\eta + \frac{\tau_y}{\sqrt{\Pi_c}}\right)\dot{\epsilon}_{ij}^v \quad (14)$$

ここで、 $\dot{\epsilon}_{ij}^v$ は粘性要素のひずみ速度テンソル、 $\Pi_c = (2\tau_c)^2$

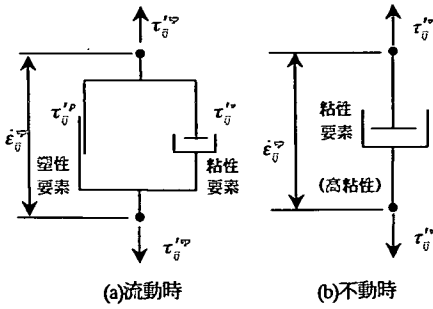


図-9 構成モデル⁴⁾

である。なお、 π_c は流動限界ひずみ速度 (図-8 参照) であり、ここでは文献 4) と同様に次式で定義した。

$$\pi_c = \frac{\beta \tau_y}{\eta} \quad (15)$$

β 値は、後で示す L 型フロー試験を対象に予備解析を行い、最も適切であった 0.1 を使用した。なお、本解析手法におけるフレッシュコンクリートの停止は、すべての節点が不動と判定された場合を示す。

4. 運動方程式の離散化

本解析手法は、フレッシュコンクリートを均質連続体とみなしている。また、今回の解析は L 型フロー試験を対象としているため、流動領域を平面ひずみ問題と仮定した。本解析で使用した基本式として平面ひずみ問題における運動方程式を仮想仕事の原理により定式化を行い、加速度項を逐次積分法である平均加速度法¹⁶⁾により離散化すると次式を得る。

$$\left\{ \frac{2}{\Delta t} [M] + [K] \right\} \{\dot{u}^{i+\Delta t}\} = [M] \left\{ \frac{2}{\Delta t} \{\dot{u}^i\} + \{\ddot{u}^i\} \right\} + \{F\} \quad (16)$$

ここで、 $[M]$: 集中質量マトリックス、 $[K]$: 粘塑性マトリックス、 $\{\dot{u}\}$: 速度ベクトル、 $\{\ddot{u}\}$: 加速度ベクトル、 $\{F\}$: 体積力ベクトル、 t : 時間、 Δt : 時間ステップである。今回の解析では $\Delta t = 0.001 \text{ sec}$ とした。

次に粘塑性マトリックスについて述べる。本解析手法では、ペナルティ法¹⁷⁾を用いて体積一定 (非圧縮) 条件を満足させるため、応力-ひずみ速度関係は偏差応力に関する項と平均垂直応力に関する項に分け、平均垂直応力項にはペナルティ数 α を乗じた。次式に応力-ひずみ関係式を示す。

$$\{\tau\} = \begin{pmatrix} G \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \alpha \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{pmatrix} \{\dot{\epsilon}\} \quad (17)$$

$$= ([D_s] + [D_v]) \{\dot{\epsilon}\}$$

ここで、 $\{\tau\} = [\tau_x \ \tau_y \ \tau_{xy}]$ 、 $\{\dot{\epsilon}\} = [\dot{\epsilon}_x \ \dot{\epsilon}_y \ 2\dot{\epsilon}_{xy}]$ 、添え字は、転置記号である。 $[D_s]$ は偏差応力に関する応力-ひずみ速度マトリックス、 $[D_v]$ は平均垂直応力に関する応力-ひずみ速度マトリックスである。また、 G は流動時、不動時に応じた式(13)、(14)の第二項に示す $(\eta + \tau_y / \sqrt{\pi})$ 、 $(\eta + \tau_y / \sqrt{\pi_c})$ である。

本手法では、ペナルティ数 α に非常に大きな値 ($10^8 \sim 10^{10}$) を与えることで体積一定条件を満足させる。しかし、 α を大きくしていくと式(17)の平均垂直応力に関する項が偏差応力に関する項に比べて非常に大きくなり、偏差応力に関する項が無視され、体積一定条件に拘束されて要素が変形できなくなるロッキング現象が生じる。これを防ぐために偏差応力項に関しては三点積分、平均垂直応力項に関しては一点積分する選択低減積分を行った。

具体的には、粘塑性マトリックス $[K]$ も式(17)より平均垂直応力に関する項と偏差応力に関する項に分けて定式化される (式(18)参照)。式(18)の左辺第一項 (偏差応力に関する項) を三点積分、第二項 (平均垂直応力に関する項) を一点積分により面積積分を行う。

$$[K] = \int_V [B]^T [D_s] [B] dV + \int_V [B]^T [D_v] [B] dV \quad (18)$$

ここで、 $[B]$ は速度-ひずみ速度マトリックスを表す。なお、粘塑性マトリックスは解析ステップごとに作成している。

5. フレッシュコンクリートと L 型フロー試験器の接触面でのすべり条件

フレッシュコンクリートと L 型フロー試験器との接触面では、すべりが生じると考えられる。そこで本手法では、接触面のすべりを考慮した。具体的には接触面に平行な節点力が次式のすべり抵抗力 σ_s を超えると節点移動するとした⁵⁾。

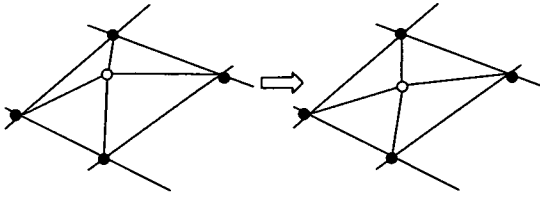


図-10 Laplacian-Smoothing

$$\sigma_h = \tau_h + \mu \cdot \sigma_n \quad (19)$$

ここで、 τ_h は付着応力、 μ は摩擦係数、 σ_n は垂直応力である。なお、今回の解析では式(19)の右辺第一項の付着応力は、第二項の摩擦係数に比較し小さいと考え省略した。摩擦係数 μ についての検討は7章で述べる。ただし、ここで説明したすべり抵抗力 σ_h の鉛直方向に関しては、水平方向に比べ無視できるほど小さいと考え、今回の解析では水平方向のみを考慮した。鉛直方向の境界条件は自由すべり条件とした。

6. 節点のスムージング・リメッシング

FEMをフレッシュコンクリートの流動解析に適用する上で問題となるのが変形後の要素形状である。特に変形の大きな領域では変形前に作成した要素-節点コネクティビティのままだとびつな要素形状となり、解析の破綻や計算が不安定になる⁴⁾。一方、FMMでは要素生成という人為的なプリプロセスが不要で、節点毎の局所要素生成を自動的に行う。このため解析ステップ毎に領域内部の流動節点にスムージングや各節点周りの局所要素のリメッシングを行うことで良好な要素生成が行え解析の破綻や不安定解を回避することが容易である。本解析ではスムージング手法として、Laplacian-Smoothing^{1,8)}を採用した。Laplacian-Smoothingとは、要素改良法の一つであり、要素を生成した後に施す最も効果的なスムージングである。具体的には、図-10に示すように領域内部の節点を隣接節点からなる多角形の重心に移動するという方法である。

FMMの着目節点はその周りのローカル要素群(図-1参照)の情報を持っているため、その要素群からなる多角形の重心位置に着目節点を移動することは容易であり、Laplacian-Smoothingの実装はFMMに適していると言える。

このスムージング手法には、節点の一つずつ動かす方法と全節点を一遍に移動する方法があるが、いずれの場合も全節点を数回動かすと収束する。本解析では、節点の一つずつ動かす、繰り返し回数を15回とした。

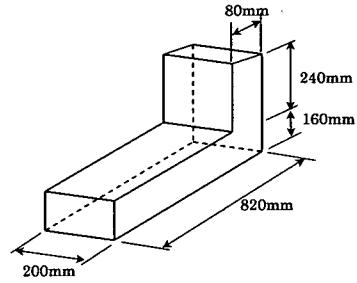


図-11 L型フロー試験

表-1 降伏値(Pa)

Case1	Case2	Case3	Case4
25	50	100	125

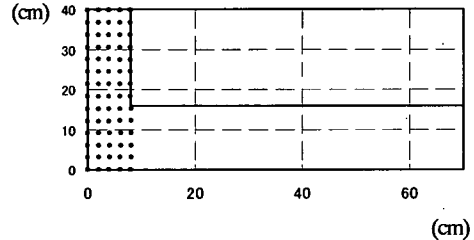


図-12 解析モデル(節点数70)

7. 数値解析例

本解析手法の妥当性を検討するために図-11に示すL型フロー試験の解析を行った。今回の解析では塑性粘度を固定(50Pa·s)し、降伏値のみを変えた表-1に示す4ケースについて検討した。解析に使用した節点配置は図-12に示すように節点数70で格子状とした。

本解析法の妥当性を検討するために、節点のスムージング・リメッシング効果、体積一定条件(ペナルティ法による)、フレッシュコンクリートとL型フロー試験器の接触面でのすべり効果、降伏値の異なる4ケースのLフロー値と変形性状等についての検討を行った。

(1) 節点のスムージング・リメッシング効果

ラグランジュ的に節点(要素)を移動させるようなFEM解析では、変形が進行してくると節点の移動に伴い要素形状がいびつになると考えられ、アダプティブ解析や節点のスムージングなどの最適化処理が必要となる。このことは、FMMに関しても同じことが言える。そこで本解析では最適化処理として変形後の流動節点に

Laplacian-Smoothing処理を施した後、さらに各節点まわりで局所要素のリメッシングを行った。

例えば、図-13はCase2(降伏値:50Pa)の0.03秒後の変形状態を示したものである。変形後のいびつな状態を明瞭にするために節点以外に局所要素群も示した。図(a)から最適化処理を行わない場合は、かなりいびつな節点分布(要素形状)となっているのが分かる。これに対して、図(b)に示すように最適化処理を行うと節点分布(要素形状)がかなり改善されているのが確認できる。なお、この解析では節点のスムージング・局所要素のリメッシング効果のみを確認するため、フレッシュコンクリートとL型フロー試験器の接触面でのすべりは考慮していない。

(2) ペナルティ法による体積一定条件

本手法はペナルティ法を用いて体積一定条件を満足させている。しかし、ペナルティ数 α の値によっては、その条件が満足されない場合がある。そこで表-1のCase2の条件を用いたL型フロー試験を対象に α を各々 10^4 , 10^6 , 10^8 , 10^{10} の4ケースで解析を行い、体積一定条件が満足されているかどうか検討した。

検討は、 $\alpha = 10^{10}$ を使用した解析で流動が停止した時間(流動開始2秒後)で行った。図-14に体積減少率を示す。

図-14より、 $\alpha = 10^8$ 以上の場合は体積減少率3%以下と小さく、体積一定条件がほぼ保たれていると判断した。以降の解析では $\alpha = 10^{10}$ を用いた。なお、この解析でもフレッシュコンクリートとL型フロー試験器の接触面でのすべりは考慮していない。

(3) フレッシュコンクリートとL型フロー試験器の接触面でのすべり効果

本解析法では、フレッシュコンクリートとL型フロー試験器の接触面でのすべりを考慮している。そこで、本項では、式(19)のすべり抵抗力の摩擦係数 μ が解析結果(Lフロー値, Lフロー速度)に与える影響について検討する。検討は、Case3の材料特性を用い μ を0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5およびすべりなしの6ケースで行った。

図-15に摩擦係数とLフロー値の関係を示す。比較のために宮本・山本¹⁹⁾の行った実験値の近似値も同時に示した。

図-15から、すべりを考慮しない場合とすべりを考慮する場合ではL型フロー値に差が生じることが分かる。また、 μ 値によるLフロー値の違いはさほど確認できないが、 μ の値が大きくなるに従い、Lフロー値は小さくなる傾向にあることが分かる。また、 μ 値の大きさが

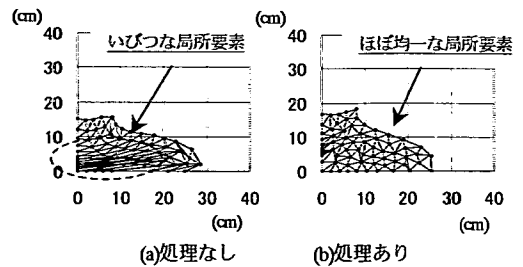


図-13 スムージング・リメッシングの効果

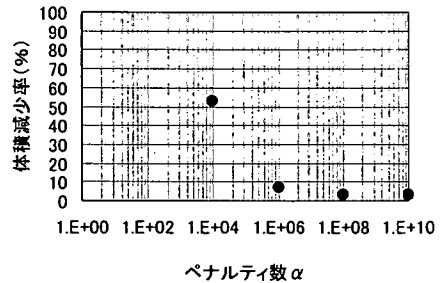


図-14 体積一定条件の検討

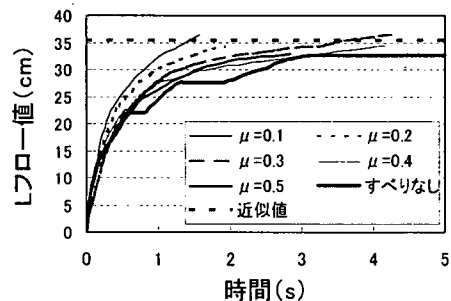


図-15 摩擦係数の影響

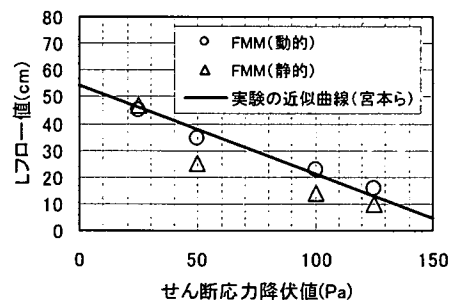
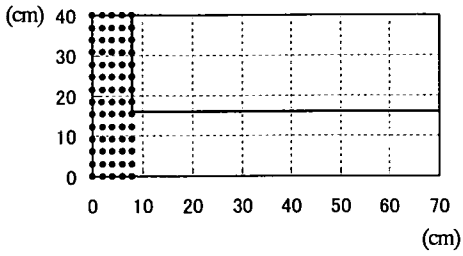
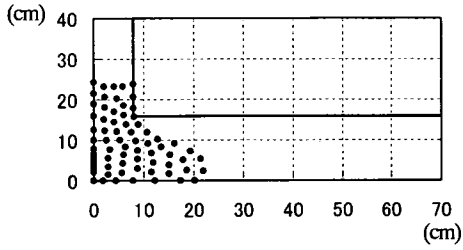


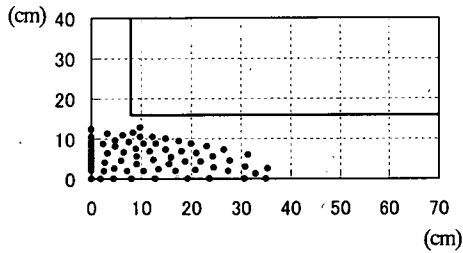
図-16 降伏値とLフロー値の関係



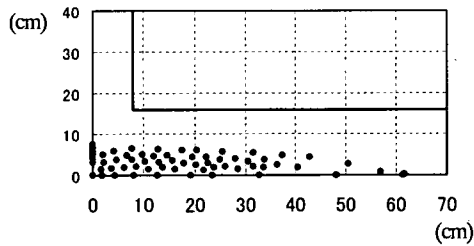
(a) 0.0s



(b) 0.2s

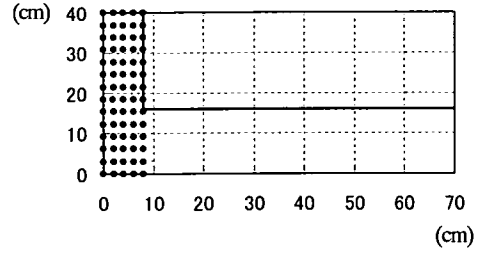


(c) 0.7s

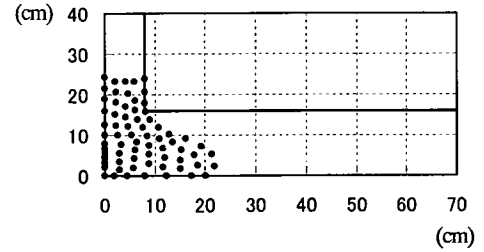


(d) 7.0s

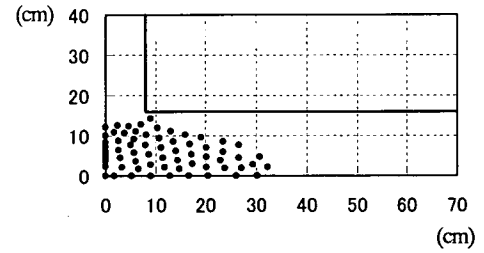
図-17 変形挙動 (Case1)



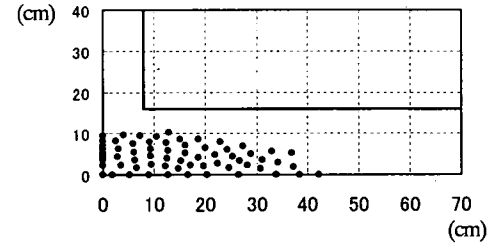
(a) 0.0s



(b) 0.2s



(c) 0.7s



(d) 4.7s

図-18 変形挙動 (Case4)

Lフローカーブの傾きに影響を与えることも確認できる。つまり、フロー速度に関しても影響するということである。以上の結果を参考に以降の解析ではLフロー値が実験値に最も近く、フロー速度が中間的な値を示した $\mu = 0.3$ を用いた。

(4) 降伏値の異なる4ケースのLフロー値と変形性状

以上の検討結果を考慮に入れ、表-1の降伏値の異なる4ケースの解析を行った。

図-16に降伏値とLフロー値の関係を示す。この図には動的釣合い式を用いた解析結果（動的）と静的釣合い式を用いた（静的）⁹⁾を示した。また、比較のために宮

本・山本¹⁹⁾の行った実験値の近似曲線も同時に示した。

図-16より本手法における両解析結果は降伏値が小さくなるにつれてLフロー値が大きくなり、実験値の近似曲線に近い値を示した。また、本結果は、慣性項を考慮に入れることで文献⁹⁾の結果と比べ実験値とより良い近似を示した。

図-17, 18にそれぞれ最もLフロー値の大きなCase1と最もLフロー値の小さなCase4の変形進行状況を示した。両図よりフレッシュコンクリートは開口部より膨らみ出し、時間と共に流動する様子がシミュレートできているのが確認できる。

8. まとめ

本研究では、メッシュレス法的一种であるFMMをフレッシュコンクリートの流動解析に適用し、L型フロー試験を対象にその妥当性を検討した。結果をまとめると以下のように本解析手法の有用性が示された。

- (1) 従来のFMMは、局所要素生成の制約により局所要素として一次要素のみが使用され、解析精度に問題があった。そこで本研究では、6節点三角形アイソパラメトリック要素の辺上の中間節点の自由度を頂点の回転自由度に変換した面内回転自由度を有する3節点三角形要素を使用することで解析精度の問題を解決した。
- (2) FEMにおいては、要素形状が解析精度に大きな影響を与える。従って、FEMによるフレッシュコンクリートの流動解析を行う際には、変形の大きな領域でいびつな要素形状による不都合を生じる可能性がある。一方、要素生成などのプリプロセスの不要なFMMでは、解析ステップ毎に領域内流動節点のスムージングとその後のリメッシングにより安定な解析を行うことができる。
- (3) 本手法で用いたペナルティ法では、ペナルティ数 $\alpha = 10^{10}$ を使用することで体積一定条件をほぼ満足できていることを確認した。
- (4) フレッシュコンクリートと試験器との接触面で生じるすべり抵抗力について検討した結果、摩擦係数 μ の違いが、Lフロー値とフロー速度に影響を与えることが解析結果より分かった。また、今回の解析では、摩擦係数 $\mu = 0.3$ を使用することにより実験結果と良好な一致を示した。
- (5) L型フロー試験を対象として降伏値の異なる4ケース（塑性粘度一定）について解析を行い、静的解析と動的解析より得られたLフロー値について実験結果

と比較した。その結果、両解析結果とも実験値との対応は良く、特に、慣性項を考慮することで静的解析に比べ実験値とより良い近似を示した。

謝辞：本研究は、平成13年度科学研究助成金（課題番号：13355005、研究代表者：関東康裕豊橋技術科学大学助教授）の助成を受けた。また、研究を行うにあたり、琉球大学大城武名誉教授に有益なご意見を賜りました。ここに記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 森博嗣, 谷川恭雄：フレッシュコンクリートの流動解析技術の現状、コンクリート工学, Vol.32, No.12, pp.30-40, 1994.12.
- 2) 山田義智, 大城武, 榊田佳寛：フレッシュコンクリート流動解析へのMAC法の適用、コンクリート工学年次論文報告集, Vol.20, No.1, pp.131-136, 1998.
- 3) 小門武, 細田尚, 宮川豊章：数値流体解析による高流動コンクリートのレオロジー定数評価法に関する研究、土木学会論文集, No.648/V-47, pp.109-125, 2000.5.
- 4) 山田義智, 桃原陸, 大城武：有限要素法によるフレッシュコンクリートの粘塑性流動解析、コンクリート工学年次論文報告集, Vol.23, No.2, pp.253-258, 2001.
- 5) 森博嗣, 谷川恭雄：粘塑性有限要素法によるフレッシュコンクリートの流動解析、日本建築学会構造系論文集, No.374, pp.1-9, 1987.4.
- 6) 谷川恭雄, 森博嗣, ほか：サスペンション要素法解析によるフレッシュコンクリートの流動シミュレーション方法、材料, Vol.38, No.431, pp.26-31, 1989.
- 7) 鍋田克巳, 町田篤彦, ほか：個別要素法を用いたフレッシュコンクリートの流動シミュレーション、コンクリート工学年次論文報告集, Vol.16, No.1, pp.479-484, 1994.
- 8) 山田知典：フリーメッシュ法の並列化、東京大学修士論文, 1997.
- 9) 富山潤, 山田義智, 伊良波繁雄, 矢川元基：フリーメッシュ法によるフレッシュコンクリートの粘塑性流動解析、コンクリート工学年次論文集, Vol.24, No.1, pp.861-866, 2002.
- 10) 安和守史, 伊良波繁雄, 富山潤, 矢川元基：改良アイソパラメトリック要素を用いた高精度フリーメッシュ法の二次元応力解析への適用に関する研究、コンクリート工学年次論文集, Vol.23, No.3, pp.1-6, 2001.
- 11) 山田義智, 大城武：フレッシュコンクリートの粘塑性構成式とその流動特性に関する解析的検討、コンクリート工学年次論文集, Vol.24, No.1, pp.855-861, 2002.
- 12) 関東康裕：混合法による高精度フリーメッシュ法、日本計算工學論文集, No.2000036, 2000.
- 13) 顧文煒, 矢川元基：フリーメッシュ混合法による3次元応

- 力解析, 日本機化学会論文集 (A 編), Vol.67, No.663, pp.1718-1723, 2001.
- 14) 鷲津久一郎: 有限要素法の基礎と応用シリーズ3 エネルギー原理入門, 培風館, pp.65-71, 1980.
- 15) 富山潤: コンクリートの引張破壊挙動に関する解析的研究, 琉球大学博士論文, pp.45-47, 2000.
- 16) 川井忠彦, 神谷紀生, 竹内則雄: 計算力学入門—科学技術計算の初歩—, 森北出版株式会社, pp.166-167, 1995.
- 17) 社団法人日本塑性加工学会: 非線形有限要素法—線形弾性解析から塑性加工解析まで—, コロナ社, p.67, 1996.1.
- 18) Babuska, M, and Aziz, A.; On the angle condition in the finite element method, SIAM J. Numerical Analysis 13, pp.214-227, 1976.
- 19) 宮本欣明, 山本康弘: J型フロー試験による高流動コンクリートの流動特性・調合に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, No.547, pp.9-15, 2001.9.

(2002. 11. 5 受付)

STUDY ON APPLICATION OF FREE MESH METHOD TO FLOW ANALYSIS OF FRESH CONCRETE

Jun TOMIYAMA, Shigeo IRAHA, Yoshitomo YAMADA, Hitoshi MATUBARA
and Genki YAGAWA

This paper presents an application of Free Mesh Method (FMM) to the flow analysis of fresh concrete. FMM, which is a kind of meshless method, is suitable for distributed parallel processing, adaptive analysis and moving boundary problems because it is performing the calculation from the local mesh generation to the construction of the global matrix on a node-by-node basis. In this study, flow behavior of fresh concrete has been assumed viscoplastic fluid, and the constitutive law of fresh concrete is given as the Bingam-model. As the numerical examples, the L-type flow test has been simulated by this method, and the analytical results are in good agreement with the experimental ones.