

# 応力解放法による粘弾性岩盤の円形介在物を用いた初期応力計測理論

平島健一<sup>1</sup>・桂千代<sup>2</sup>・鈴木拓雄<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 山梨大学教授 大学院工学研究科 (〒400-8510 山梨県甲府市武田4-3-11)  
E-mail: hirasima@yamanashi.ac.jp

<sup>2</sup>山梨大学学生 大学院工学研究科 (〒400-8510 山梨県甲府市武田4-3-11)

<sup>3</sup>正会員 教修 山梨大学助手 大学院工学研究科 (〒400-8510 山梨県甲府市武田4-3-11)

本論文では、等方性弾性体に対する理論を進展させ、等方性の線形粘弾性体を対象として、オーバーコアリング径が十分に大きいと仮定することなく、実用性を考慮してSI-セルの小型化と連動してオーバーコアリング径を直径70mm程度以下の有限径とする場合の理論的厳密解を求めると共に、幾つかの数値結果を示す。ここでの取り扱いでは、岩盤を線形の粘弾性体とし、SI-セルは弾性体とした場合で作用応力は埋設SI-セルのボアホール軸とは独立に、任意の三次元初期応力が作用しているとした最も一般的な取り扱いがなされる。

**Key Words :** stress measurement , circular solid inclusion cell , viscoelastic medium , finite radius of overcoring , stress release method , correspondence principle

## 1. 緒言

岩盤を対象とした現有応力(初期応力)の計測は古くから実施され、種々の理論や計測手法が提案されてきている。その中でも、応力解放法と名付けられた測定方法は、その手法の簡便さと実施上の容易さから広範囲に利用されている。例えば、日本では電研方式<sup>1)</sup>や熊大方式<sup>2)</sup>、また海外ではCSIRO法<sup>3)</sup>などが有名である。著者らもこの方法により、直径18mm、長さ120mm程度の樹脂製の円柱状小型埋設型プローブ(Solid Inclusion Cell 以下SI-セルと称する)を開発すると共に、等質の等方性弾性体をはじめ、異方性や多孔質性、極異方性などの弾性体への適用理論を完成させてきた<sup>4)~6)</sup>。しかし、岩石などの固形物質の数多くは必ずしも弾性体と仮定できるような単純な挙動をするとは限らない。このような材料の特性を表現するためにも「時間」に関する性質を包含した解を得るため、弾性と粘性の両方の性質を兼ね備えた粘弾性体とすることにより、より一般的な解を得ることができる。本論文では、等方性弾性体に対する理論<sup>7)~10)</sup>を進展させ、等方性の線形粘弾性体を対象として、オーバーコアリング径が十分に大きいと仮定することなく、実用性を考慮してSI-セルの小型化と連動してオーバーコアリング径を直径70mm程度以下の有限径とする場合の理論的厳密解を求めると共に、幾つかの数値計算結果を示す。

ここで、岩盤を線形の粘弾性体とし、SI-セルは弾性体とした場合で、作用応力は埋設SI-セルのボアホール軸とは独立に、任意の三次元初期応力が作用しているとした最も一般的な取り扱い方法についても言及した。また実際には、著者らによる逆解析手法<sup>11)~13)</sup>を用いて計測されたひずみ値より現位置での初期応力を求めることとなる。なお、自由境界の円形または楕円形トンネルを有する粘弾性岩盤の変位解析については著者らにより発表されている<sup>14)~17)</sup>。

## 2. 有限位置でのオーバーコアリングによる初期応力の計測理論

まず最初に、線形弾性論に基づいた理論の概要を述べる。図-1(a)に示されているような無限遠から三次元の応力( $\sigma_{ij}$ )が作用している媒体に対して、SI-セルを埋設設置するために図-1(b)に示すような半径 $a$ のパイロット孔を掘削するが、これは一般的な円孔を有する媒体問題に帰着する。なお、この時のマトリクス内に生じる応力などに対する記号としては上付きの波線~を使用した。次にパイロット孔を掘削した後に、図-1(c)に示すようにSI-セルを埋設設置し、接着剤などによって孔壁と一体化させる。この段階で

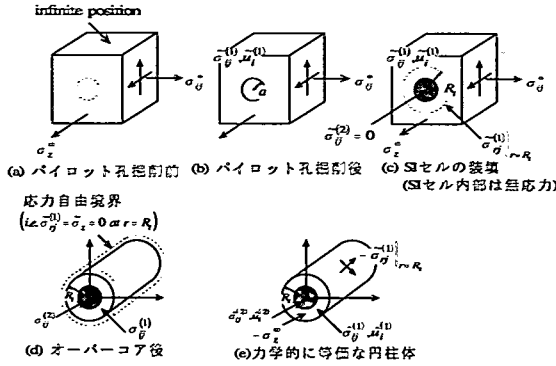


図-1 応力解放法の過程における概念図

は SI-セル内部は無応力状態である。さらに図-1(d)は、オーバーコアリングによって切り取られた SI-セルを含む円柱体であるが、この外周面では、オーバーコアリング前の応力場( $\sigma_{ij}^{(0)}$ )に相当する表面応力が解放されている。一方、図-1(e)に示すように、この表面応力と逆符号の応力( $-\sigma_{ij}^{(0)}$ )を円柱体の境界条件として与えることによって、オーバーコアリング後に生じるセル内部の応力を決定することができる。なお、この時に円柱体に生じる応力、変位を  $\hat{\sigma}_{ij}, \hat{u}_i$  とする。ここで、円柱体表面で設定する境界条件にはパイロット孔を掘削していることによる擾乱を厳密に考慮していることから、有限位置でのオーバーコアリングによる計測理論の構築が可能となる。すなわち、小口径のビットを用いた応力解放であっても、理論による解析が可能となる。

以上は応力解放法の各過程における力学状態について概説したものであるが、実際には三次元の作用応力は任意の傾きをもっていることから、本論文ではこれを面内問題 (i.e.  $\sigma_r^x, \sigma_\theta^x, \tau_{r\theta}^x$  の作用問題) と面外せん断問題 (i.e.  $\tau_{rz}^x, \tau_{\theta z}^x$  の作用問題)、さらにポアホール軸方向の直応力問題 (i.e.  $\sigma_z^x$  の作用問題) に分解して、理論解析を行う。

さて、SI-セルおよび接着層は同一の物性の樹脂で養生期間が十分長い場合を想定すれば、媒体と SI-セルのみの 2 層問題とすることができる。このとき、弾性定数を  $E_k, G_k, \nu_k$  とし、複素変数  $z = x + iy = re^{i\theta}$  の解析関数  $\phi_k(z), \psi_k(z), \chi_k(z)$  を用いることにより岩盤部分としてのマトリクス(媒体)を第 1 層目 ( $k=1$ )、その内側に位置する SI-セルを第 2 層目 ( $k=2$ ) とすると、任意位置の  $r, \theta$  座標系での応力、変位の理論式は次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^{(k)} + \sigma_\theta^{(k)} &= 4 \operatorname{Re}[\phi_k'(z)], \\ \sigma_\theta^{(k)} - \sigma_r^{(k)} + 2i\tau_{r\theta}^{(k)} &= 2[\bar{z}\phi_k''(z) + \psi_k'(z)]e^{2i\theta}, \\ \tau_{rz}^{(k)} - i\tau_{\theta z}^{(k)} &= \chi_k'(z)e^{i\theta}, \\ u_r^{(k)} - iu_\theta^{(k)} &= 1/(2G_k) \left[ \kappa_k \phi_k(z) - [\bar{z}\phi_k'(z) + \psi_k'(z)] \right] e^{i\theta}, \\ u_z^{(k)} &= 1/G_k \operatorname{Re}[\chi_k(z)]. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに、上式中の係数  $\kappa_k$  は平面ひずみのとき  $\kappa_k = 3 - 4\nu_k$ 、平面応力のとき  $\kappa_k = (3 - \nu_k)/(1 + \nu_k)$  の値をとる。また、プラ

イム記号は複素変数  $z$  に関する微分を意味する。なお、以下ではマトリクス(媒体)、および第 2 層目として同心円状の SI-セル(介在物)の領域に対して、それぞれ上添字(1), (2) または下添字 1, 2 を付すものとする。

### (1) 面内問題 ( $\sigma_r^x, \sigma_\theta^x, \tau_{r\theta}^x$ の作用問題)

#### a) パイロット孔掘削

パイロット孔半径  $r=a$  に対して、十分遠方より面内の一様な応力成分  $\sigma_r^x, \sigma_\theta^x, \tau_{r\theta}^x$  が作用する場合を考える。パイロット孔掘削後のマトリクス(媒体)領域の応力関数として以下のような項を採用すればよい。

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1(z) &= A_1^{(1)}z + A_1^{(1)}z^{-1}, \\ \Psi_1(z) &= K^{(1)} \log z + B_1^{(1)}z^2 + B_1^{(1)}z^{-2}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

上式中の複素係数は無限遠方における応力条件および  $r=a$  での自由境界条件、すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \hat{\sigma}_r^{(1)} = \sigma_r^x, \hat{\tau}_{r\theta}^{(1)} = \tau_{r\theta}^x \quad \text{at } r \rightarrow \infty \\ \hat{\sigma}_r^{(1)} = \hat{\tau}_{r\theta}^{(1)} = 0 \quad \text{at } r = a \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

より定められ、パイロット孔掘削時に生じる応力状態は以下のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \hat{\sigma}_r^{(1)} &= \frac{1 - \rho_0^2}{2} (\sigma_r^x + \sigma_\theta^x) + \frac{(1 - \rho_0^2)(1 - 3\rho_0^2)}{2} (\sigma_r^x - \sigma_\theta^x) \cos 2\theta + 2\tau_{r\theta}^x \sin 2\theta, \\ \hat{\sigma}_\theta^{(1)} &= \frac{1 + \rho_0^2}{2} (\sigma_r^x + \sigma_\theta^x) - \frac{3\rho_0^2 + 1}{2} (\sigma_r^x - \sigma_\theta^x) \cos 2\theta + 2\tau_{r\theta}^x \sin 2\theta, \\ \hat{\tau}_{r\theta}^{(1)} &= \frac{(1 - \rho_0^2)(1 - 3\rho_0^2)}{2} \{ 2\tau_{r\theta}^x \cos 2\theta - (\sigma_r^x - \sigma_\theta^x) \sin 2\theta \}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここに、

$$\rho_0 = \frac{a}{r}. \quad (5)$$

#### b) 有限径のオーバーコアリング

まず第 1 層目として、有限半径の孔径 ( $r=R_1$ ) でオーバーコアリングをしたときの複素応力関数  $\phi_k(z), \psi_k(z)$  ( $k=1, 2$ ) は、以下のように定義される。

$$\left. \begin{aligned} \phi_1(z) &= a_1^{(1)}z^2 + a_1^{(1)}z + a_1^{(1)}z^{-1}, \quad \psi_1(z) = k^{(1)} \log z + b_1^{(1)}z^2 + b_1^{(1)}z^{-2}, \\ \phi_2(z) &= a_2^{(2)}z^2 + a_2^{(2)}z, \quad \psi_2(z) = b_2^{(2)}z^2. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

オーバーコアリング後のマトリクスの円柱体の外周側面 ( $r=R_1$ ) には、パイロット孔掘削時にその仮想の円周に作用していた表面応力 ( $\hat{\sigma}_\theta^{(0)}$  at  $r=R_1$ ) とは逆向きのもを作用させれば、オーバーコアによって応力解放が実施されたことを再現させることができる。

パイロット孔掘削時およびオーバーコア後のマトリクス側の合応力をそれぞれ  $\hat{P}_y^{(1)}, \hat{P}_z^{(1)}$  および  $P_y^{(1)}, P_z^{(1)}$  とおくと次式が成立する。

$$(P_y^{(1)} + iP_z^{(1)}) = -(\hat{P}_y^{(1)} + i\hat{P}_z^{(1)}) \quad \text{at } r = R_1. \quad (7)$$

また、マトリクス、SI-セルの境界 ( $r=a$ ) における完全結合条件、すなわち

$$\sigma_r^{(1)} = \sigma_r^{(2)}, \tau_{r\theta}^{(1)} = \tau_{r\theta}^{(2)}, u_r^{(1)} = u_r^{(2)}, u_\theta^{(1)} = u_\theta^{(2)} \quad \text{at } r = a. \quad (8)$$

あるいは、次式が成立することになる。

$$\left. \begin{aligned} -\left(p_y^{(1)} + ip_x^{(1)}\right) &= -\left(p_y^{(2)} + ip_x^{(2)}\right) \\ u_r^{(1)} - iu_\theta^{(1)} &= u_r^{(2)} - iu_\theta^{(2)} \end{aligned} \right\} \text{ at } r=a \quad (9)$$

これらの連立方程式を実部と虚部に分解すると、2組の実係数の連立一次方程式が得られ、それらを解くことによって未知複素係数が求まることになる。

以上によって、パイロット孔掘削時に  $r=R_1$  の位置で生じる応力と逆向きのを作用させた場合のマトリクス円柱体の応力、変位を  $\hat{\sigma}_y, \hat{u}_j$  とすれば、オーバーコアリングした際のマトリクス側 ( $k=1$ ) および SI-セル ( $k=2$ ) における応力  $\sigma_y^{(k)}$ 、変位  $u_j^{(k)}$  は以下の重ね合わせによって最終結果が求められる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_y^{(1)} &= \tilde{\sigma}_y^{(1)} + \hat{\sigma}_y^{(1)}, u_j^{(1)} = \tilde{u}_j^{(1)} + \hat{u}_j^{(1)} \\ \sigma_y^{(2)} &= \tilde{\sigma}_y^{(2)}, u_j^{(2)} = \tilde{u}_j^{(2)} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

## (2) 面外せん断問題 ( $\tau_{rz}^\infty, \tau_{rz}^0$ の作用問題)

### a) パイロット孔掘削

パイロット孔半径  $r=a$  に対して十分遠方より面外方向の様な応力成分  $\tau_{rz}^\infty, \tau_{rz}^0$  が作用する場合を考える。パイロット孔掘削後のマトリクス(媒体)の応力関数は以下の式で記述できる。

$$\Omega(z) = c_1^{(1)}z + c_1^{(1)}z^{-1} \quad (11)$$

ここに、添字(1)はマトリクスを表す。

無限遠方における応力条件および  $r=a$  での自由境界条件、すなわち

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\tau}_{rz}^{(1)} &= \tau_{rz}^\infty, \tilde{\tau}_{rz}^{(1)} = \tau_{rz}^0 \quad r \rightarrow \infty \\ \tilde{\tau}_{rz}^{(1)} &= 0 \quad r \rightarrow a \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

により、パイロット孔掘削によって生じる面外のせん断応力は以下のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\tau}_{rz}^{(1)} &= \tau_{rz}^\infty - \left(\frac{a}{r}\right) \left\{ \tau_{rz}^\infty \cos 2\theta + \tau_{rz}^0 \sin 2\theta \right\} \\ \tilde{\tau}_{rz}^{(2)} &= \tau_{rz}^\infty + \left(\frac{a}{r}\right) \left\{ \tau_{rz}^\infty \cos 2\theta - \tau_{rz}^0 \sin 2\theta \right\} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

### b) 有限径のオーバーコアリング

ここでも、対象とする問題はマトリクス(媒体)、SI-セル(介在物)の2層から構成されるものとする。第1層目のマトリクスの無限遠からの面外せん断応力  $\tau_{rz}^\infty$  および  $\tau_{rz}^0$  が作用するものとする。このとき複素応力関数  $\chi_k(z)$  ( $k=1,2$ ) は、以下のように定義できる。

$$\chi_1(z) = c_1^{(1)}z + c_1^{(1)}z^{-1}, \quad \chi_2(z) = c_1^{(2)}z \quad (14)$$

面内問題と同様に、オーバーコアリング後のマトリクス(媒体)の円柱体の外周側面 ( $r=R_1$ ) には、パイロット孔掘削時にその仮想の円周に作用していた応力 ( $\tilde{\tau}_{rz}^{(1)}$  at  $r=R_1$ ) とは逆向きのを作用させれば、応力解放が実施されたことになる。

パイロット孔掘削時およびオーバーコアリング後のマトリクス側の合応力を、それぞれ  $\tilde{p}_r^{(1)}, p_r^{(1)}$  とおくと、次式が成立する。

$$-p_r^{(1)} = \tilde{p}_r^{(1)} \text{ at } r=R_1 \quad (15)$$

また、マトリクスと SI-セルの境界 ( $r=a$ ) における完全結合条件、すなわち

$$\tau_{rz}^{(1)} = \tau_{rz}^{(2)}, u_r^{(1)} = u_r^{(2)} \text{ at } r=a \quad (16)$$

から次式が成立することになる。

$$-p_r^{(1)} = -p_r^{(2)}, u_r^{(1)} = u_r^{(2)} \text{ at } r=a \quad (17)$$

これらの式を実部と虚部に分解すると2組の実係数連立一次方程式が得られ、それを解くことによって未知複素係数が求められることになる。

以上によって、パイロット孔掘削時に生じる応力、変位 ( $\tilde{\sigma}_y, \tilde{u}_j$ ) と、パイロット孔掘削時に  $r=R_1$  で生じる応力と逆向きのを作用させた場合の円柱体の応力、変位 ( $\hat{\sigma}_y, \hat{u}_j$ ) から、オーバーコアリングした際の応力、変位  $\sigma_y^{(k)}, u_j^{(k)}$  は以下の重ね合わせによって求められることになる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_y^{(1)} &= \tilde{\sigma}_y^{(1)} + \hat{\sigma}_y^{(1)}, u_j^{(1)} = \tilde{u}_j^{(1)} + \hat{u}_j^{(1)} \\ \sigma_y^{(2)} &= \tilde{\sigma}_y^{(2)}, u_j^{(2)} = \tilde{u}_j^{(2)} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

## (3) 軸方向の直応力問題 ( $\sigma_z^\infty$ の作用問題)

図-1(a)のようにボアホール軸方向から直応力  $\sigma_z^\infty$  が作用する場合を対象とする。この問題の考え方は次のような手

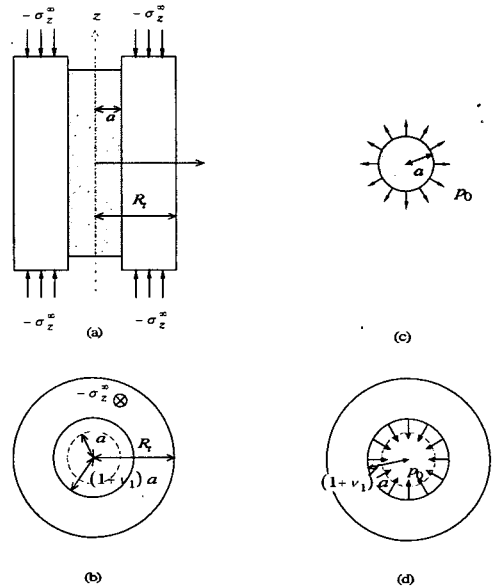


図2 有限径のマトリクスと SI-セル介在物との相互関係

順で解析する必要がある。すなわち、パイロットホール内に埋設した SI-セルの軸方向に直な面には $\sigma_z^*$  は作用せず、マトリクス(媒体側)にのみ、 $-\sigma_z^*$  が存在する場合を取り扱う必要がある。

孔軸方向の力のつり合いから次式が成立する。

$$-\sigma_z^* \cdot \pi(R^2 - a^2) = \hat{\sigma}_z^{(i)} \cdot \pi(R^2 - a^2) + \hat{\sigma}_z^{(e)} \cdot \pi a^2. \quad (19)$$

ただし、 $-\sigma_z^*$  の作用によって発生するマトリクスおよび SI-セル内の軸応力 $\hat{\sigma}_z^{(i)}, \hat{\sigma}_z^{(e)}$  は $r, \theta$  に無関係に一定であると仮定した。上式を変形して次式を得る。

$$\hat{\sigma}_z^{(i)} = -\sigma_z^* - \frac{1}{\rho_i^2 - 1} \hat{\sigma}_z^{(e)}. \quad (20)$$

ここに、

$$\rho_i = \frac{R_i}{a}. \quad (21)$$

一般にマトリクスと SI-セルのポアソン比が異なるものとすれば、上記のマトリクスと SI-セルの相互作用によって、 $r = a$  の接合境界において半径方向に一樣な静水圧的な圧力 $p_0$  が発生することになる。

このときのマトリクス内の面内応力は次式のように得られる。

$$\left. \begin{aligned} \hat{\sigma}_r^{(i)} &= \frac{1}{\rho_i^2 - 1} p_0 \left( 1 - \frac{R_i^2}{r^2} \cos 2\theta \right), \\ \hat{\sigma}_\theta^{(i)} &= \frac{1}{\rho_i^2 - 1} p_0 \left( 1 + \frac{R_i^2}{r^2} \cos 2\theta \right), \\ \hat{\sigma}_z^{(i)} &= \hat{\sigma}_y^{(i)} = -p_0. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

また、各領域における孔軸方向のひずみを求め、それを積分して変位 $\hat{u}_z^{(k)}$  ( $k=1, 2$ ) が次のように得られる。

$$\left. \begin{aligned} \hat{u}_z^{(i)} &= \frac{z}{E_1} \left\{ \hat{\sigma}_z^{(i)} - \nu_1 \frac{2}{\rho_i^2 - 1} p_0 \right\}, \\ \hat{u}_z^{(e)} &= \frac{z}{E_2} \left\{ \hat{\sigma}_z^{(e)} + 2\nu_2 p_0 \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

ここで、孔軸方向変位の連続条件すなわち次式が成立する。

$$\hat{u}_z^{(i)} - \hat{u}_z^{(e)} = 0. \quad (24)$$

この連続条件は半径方向に関係なく成立する。このことから、次式が得られる。

$$\frac{z}{E_1} \left\{ \hat{\sigma}_z^{(i)} - \nu_1 \frac{2}{\rho_i^2 - 1} p_0 \right\} - \frac{z}{E_2} \left\{ \hat{\sigma}_z^{(e)} + 2\nu_2 p_0 \right\} = 0 \quad (25)$$

また、上述の場合と同様に面内ひずみを極座標に変換し、それを積分すると、以下のように変位が求められる。

$$\left. \begin{aligned} E_1 \frac{\hat{u}_r^{(i)}}{r} &= -\nu_1 \hat{\sigma}_z^{(i)} + \frac{1}{\rho_i^2 - 1} \left\{ \left( 1 + \frac{R_i^2}{r^2} \right) - \nu_1 \left( 1 - \frac{R_i^2}{r^2} \right) \right\} p_0, \\ E_2 \frac{\hat{u}_r^{(e)}}{r} &= -\nu_2 \hat{\sigma}_z^{(e)} - (1 - \nu_2) p_0. \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

ここで、面内変位の連続条件として次式が成立する。

$$\hat{u}_r^{(i)} - \hat{u}_r^{(e)} = 0 \quad \text{at } r = a. \quad (27)$$

上式より、次式が得られる。

$$\frac{r}{E_1} \left[ -\nu_1 \hat{\sigma}_z^{(i)} + \frac{1}{\rho_i^2 - 1} \left\{ \left( 1 + \rho_i^2 \right) - \nu_1 \left( 1 - \rho_i^2 \right) \right\} p_0 \right] + \frac{r}{E_2} \left[ \nu_2 \hat{\sigma}_z^{(e)} + (1 - \nu_2) p_0 \right] = 0. \quad (28)$$

式(20)、(25)および(28)の連立一次方程式を解くことによって、 $p_0, \hat{\sigma}_z^{(i)}, \hat{\sigma}_z^{(e)}$  が求められることになる。

この連成作用による複素応力関数は次式のように与えることができる。

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1(z) &= \bar{a}_1^{(i)} z, \quad \varphi_2(z) = \bar{a}_1^{(e)} z, \\ \psi_1(z) &= \bar{k}^{(i)} \log z, \quad \psi_2(z) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \bar{a}_1^{(i)} &= \frac{a^2 p_0}{2(R_i^2 - a^2)}, \quad \bar{a}_1^{(e)} = -\frac{p_0}{2}, \\ \bar{k}^{(i)} &= -\frac{a^2 R_i^2}{2(R_i^2 - a^2)}, \quad \bar{k}^{(e)} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

したがって、マトリクスと SI-セルの両領域での応力、変位等が求められることになる。

### 3. 等方性粘弾性問題への拡張

線形弾性体における釣合式、幾何式は、線形粘弾性体にも適用できる。これに対して、構成式は弾性体の場合には Hooke の法則が成立するのに対し、粘弾性体の場合には各種の線形粘弾性モデルによって異なった時間依存の応力-ひずみ関係式が成立することになる<sup>18)</sup>。

ここで、線形弾性体に対する構成式は応力成分を $\tau_{ij}$  として、それらを偏差成分 $s_{ij}$  と体積成分 $s$  に分解し、またひずみ成分 $\epsilon_{ij}$  についても同様に偏差成分 $e_{ij}$  と体積成分 $e$  に分解するものとすれば、弾性定数 $G, \lambda, K_0$  を用いて次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} \tau_{ij} &= 2G(s) \epsilon_{ij} + 3\lambda(s) \delta_{ij} e, \\ s_{ij} &= 2G(s) e_{ij}, \quad \sigma = 3K_0(s) e. \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

ここに、

$$G = \frac{E}{2(1-\nu)}, \quad \lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad K_0 = \frac{E}{3(1-2\nu)}. \quad (32)$$

また、粘弾性体に対する構成式は一般に次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} P_1(D)P_2(D)\tau_{ij} &= Q_1(D)P_2(D)\epsilon_{ij} + \frac{1}{3}\delta_{ij}[P_1(D)Q_2(D) - Q_1(D)P_2(D)]e, \\ P_1(D)s_{ij} &= Q_1(D)e_{ij}, \quad P_2(D)\sigma = Q_2(D)e. \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

ここに、 $D$  は $\partial/\partial t$  なる微分演算子であり、 $P_1(D), Q_1(D)$  は各種の粘弾性モデルにより異なった表示式となる。ここで、オーバーコリング後の円柱体の外部(媒体側)は線形粘弾性体とし、内部(介在物側)は弾性体であるとした場合の解析解を提示する。

介在物側の弾性定数としてせん断弾性係数を $G_1$ 、ポアソン比を $\nu_1$  とする。したがって、弾性係数 $E_1$  はそれ

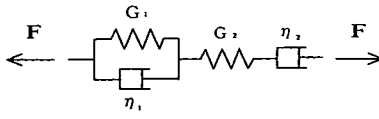


図-3 Burgers Model

らを用いて  $E_r = 2(1 + \nu_r)G_r$  として求められる。

媒体側を粘弾性体としてモデル化するに際して、できるだけ一般的なものを対象とし、応力のうちの偏差成分に関しては Burgers モデル、また体積成分に関しては Elastic モデルとした Burgers-Elastic モデルとする場合、 $P_k(D), Q_k(D)$  ( $k=1,2$ ) は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} P_1(D) &= \tau_M^t \tau_M^2 D^2 + \left( \tau_M^t + \tau_M^2 + \frac{\eta_1^2}{G_M^t} \right) D + 1, \\ Q_1(D) &= \tau_M^t \eta_1^2 D^2 + \eta_1^2 D, \\ P_2(D) &= 1, Q_2(D) = 3K_0. \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

$$\text{ここに, } \tau_M^t = \frac{\mu_M^t}{G_M^t} \quad (k=1,2). \quad (35)$$

同様に、線形弾性体に対する構成式に対し偏差成分と体積成分に分解し、さらに時刻  $t=0$  において全ての零条件を満足するものと仮定し、Laplace 変換を実行すれば、次式ようになる。

$$\left. \begin{aligned} P_1(s)P_2(s)\tilde{\tau}_{ij} &= Q_1(s)P_2(s)\tilde{\varepsilon}_{ij} + \frac{1}{3}\delta_{ij}[P_1(s)Q_2(s) - Q_1(s)P_2(s)]\tilde{\varepsilon}, \\ P_1(s)\tilde{\varepsilon}_{ij} &= Q_1(s)\tilde{\varepsilon}_{ij}, \quad P_2(s)\tilde{\sigma} = Q_2(s)\tilde{\varepsilon}. \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

ここに、上付きの $\sim$  (ティルダ) は Laplace 変換後の関数であることを意味する。例えば、 $\tilde{\tau}_{ij}(s)$  は  $\tau_{ij}(t)$  を Laplace 変換したものであり、次式で定義される。

$$\tilde{\tau}_{ij}(s) = \int_0^\infty e^{-st} \cdot \tau_{ij}(t) dt. \quad (37)$$

したがって、式(36)は弾性係数  $G, \lambda, K_0$  および Laplace 変換式を用いて、次式のように式(31)と同形式に表すことができる。

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\tau}_{ij} &= 2\tilde{G}(s)\tilde{\varepsilon}_{ij} + 3\tilde{\lambda}(s)\tilde{\varepsilon}_{ij}\tilde{\varepsilon}, \\ \tilde{\varepsilon}_{ij} &= 2\tilde{G}(s)\tilde{\varepsilon}_{ij}, \quad \tilde{\sigma} = 3\tilde{K}_0(s)\tilde{\varepsilon}. \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

ここに、

$$\tilde{G}(s) = \frac{Q_1(s)}{P_1(s)}, \quad \tilde{K}_0(s) = \frac{Q_2(s)}{3P_2(s)}, \quad \tilde{\lambda}(s) = \tilde{K}_0(s) - \frac{2}{3}\tilde{G}(s). \quad (39)$$

同様に、 $\tilde{E}(s), \tilde{\nu}(s)$  を Laplace 変換したものは次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \tilde{E}(s) &= \frac{3Q_1(s)Q_2(s)}{2P_1(s)Q_2(s) + P_2(s)Q_1(s)} = \frac{9K_0Q_1(s)}{6KP_1(s) + Q_1(s)}, \\ \tilde{\nu}(s) &= \frac{P_1(s)Q_2(s) - Q_1(s)P_2(s)}{2P_1(s)Q_2(s) + P_2(s)Q_1(s)}. \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

ここで、線形粘弾性体に対する対応原理<sup>20)</sup>によって、前

節で示した弾性体問題に対する解析解が、対象とする粘弾性体における Laplace 変換解となる。

なお、媒体(粘弾性体)に作用する外周応力 ( $\tilde{\sigma}_r, \tilde{\tau}_{r\theta}, \tilde{\tau}_{rz}$  および  $\tilde{\sigma}_z$  at  $r=R_r$ ) は、基準時刻 ( $t=0$ ) で作用するステップ型荷重を仮定する。

#### 4. 数値計算例

前節の結果をもとに数値計算例を示す。ここでは、偏差成分に対し Burgers モデルを、体積成分に対し Elastic モデルを採用した、いわゆる Burgers-Elastic モデルで計算した。粘弾性媒体の材料定数は Goodman の著書<sup>20)</sup>で採用されている岩塩を対象とする。この場合、Burgers モデルに対し、次のような値をとることになる。

$$\left. \begin{aligned} G_1 &= 2.07 \text{ GPa}, \quad G_2 = 6.90 \text{ GPa}, \\ \eta_1 &= 4.83 \times 10^3 \text{ GPa} \cdot \text{min}, \quad \eta_2 = 5.73 \times 10^5 \text{ GPa} \cdot \text{min}, \\ K &= 5.75 \text{ GPa}. \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

なお、ここでマトリクス(媒体)が弾性体である場合には、 $G_2$  をせん断弾性係数とすればよく、このときの  $G_2$  を  $G_M$  と書き換えるものとする。

以下では一般的には三次元応力問題を第2章に示したように、面内問題、面外せん断問題および面外直応力問題の三つに分割した計算例を示し、最後にそれらを適切に重ね合わせた一般的な三次元問題について示す。なお、ここでは平面応力として計算した。

##### (1) 面内問題 ( $\sigma_r^e, \sigma_\theta^e, \tau_{r\theta}^e$ の作用問題)

オーバーコアの半径  $R_c$  と SI-セルの半径  $a$  の比として  $R_c/a = 3.0$  にとり、 $G_r/G_M = 0.1$  とした場合の SI-セル内とマトリクス(媒体)内の  $\sigma_r^e$  の作用下における最大せん断応力  $\tau_{\max}$  の分布図を図-4 に示す。ここに、 $G_r$  は SI-セルのせん断弾性係数であり、また媒体、SI-セル内のポアソン比は  $\nu_M = \nu_r = 0.25$  とした。この図より SI-セル内の応力は、オーバーコアリング径の比  $R_c/a (=3.0)$  が有限であるため、SI-セル内で一定ではなく変化した分布図となっていることが示されている。なお、 $R_c/a$  が無限大となる場合には Eshelby の定理により、SI-セル内の応力は座標位置に関係なく一定となる。

これをもとに、 $\sigma_r^e$  の作用問題はこの結果を  $90^\circ$  回転したものであり、また  $\tau_{r\theta}^e$  の作用問題は  $\sigma_r^e = -\sigma_\theta^e$  において重ね合わせれば、 $x$  軸より  $45^\circ$  傾斜した座標面に働くせん断応力の作用問題の結果が得られることになる。なお、この結果から、0 Day から 1 Day までの変化が顕著にみうけられるが、これらは粘性係数  $\eta$  の値によるためである。また以下の数値計算例においても同様のことがいえる。

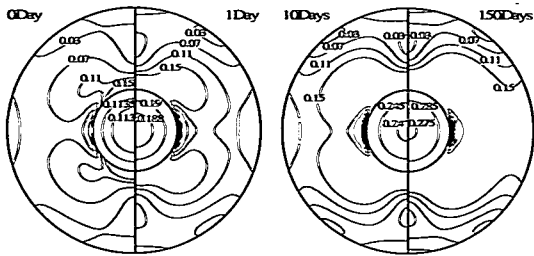


図-4  $\sigma_z^0$  の作用下での  $t=0\sim 150$  (Day) における  $\tau_{max}/\sigma_z^0$  分布の変化 ( $G_i/G_M = 0.1$ )

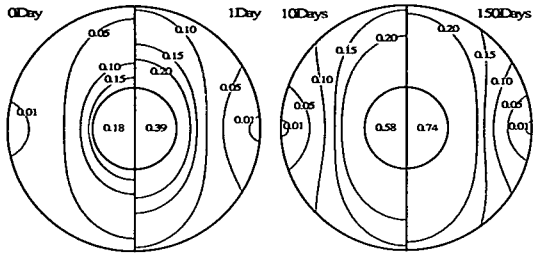


図-5  $\tau_{zr}^0$  の作用下での  $t=0\sim 150$  (Day) における  $\tau_{max}/\tau_{zr}^0$  分布の変化 ( $G_i/G_M = 0.1$ )

(2) 面外せん断問題 ( $\tau_{zr}^0, \tau_{rz}^0$  の作用問題)

面内問題と同様に、SI-セル内とマトリクス(媒体)内の  $\tau_{zr}^0$  の作用下における最大せん断応力  $\tau_{max}$  の分布図を図-5に示す。

この場合の SI-セル内の応力は(1)で述べた面内問題とは異なって有限径のオーバーコアリング径によって変化せず、一定である。ただし、その一定値は時間に伴って変動するような結果が得られる。

また、介在物内の一定応力条件下における時間変化を  $G_i/G_M$  をパラメータにとって描いたものを図-6に示す。さらに、オーバーコアの半径  $R_i$  の変化によって SI-セル内の最大せん断応力  $\tau_{max}$  が時間経過によって変化する状態を図-7に示す。図-7 から、オーバーコアリング後の経過時間によっても異なるが、 $R_i/a$  が 6 付近よりも大きい値になると、 $R_i/a$  の値にかかわらず任意時間において  $R_i/a$  の影響はほとんどないと考えられる。

(3) 軸方向の直応力問題 ( $\sigma_z^0$  の作用問題)

オーバーコアリング径の比として  $R_i/a = 3.0$  をとり、 $G_i/G_M = 0.1$  とした場合の介在物内において軸方向に働く応力の時間変化を  $G_i/G_M$  をパラメータにとって描いたものを図-8に示す。なお、ここでのマトリクス(媒体)および SI-セル内のポアソン比はそれぞれ  $\nu_1 = 0.25, \nu_2 = 0.35$  とする。この場合、介在物内の応力場は一様である。

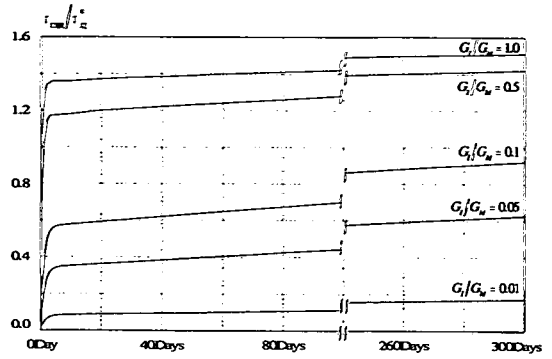


図-6 介在物内の  $\tau_{max}/\tau_{zr}^0$  の時間変化

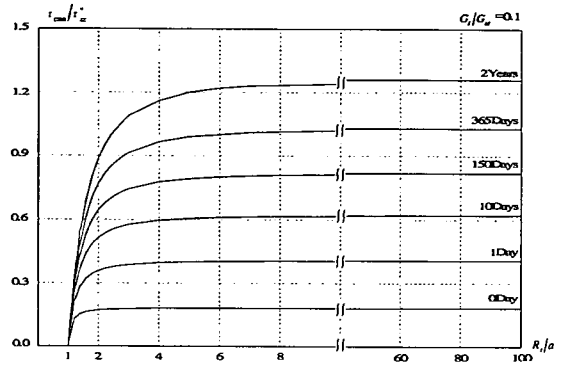


図-7  $\tau_{zr}^0$  が作用した場合の最大せん断応力の時間変化挙動

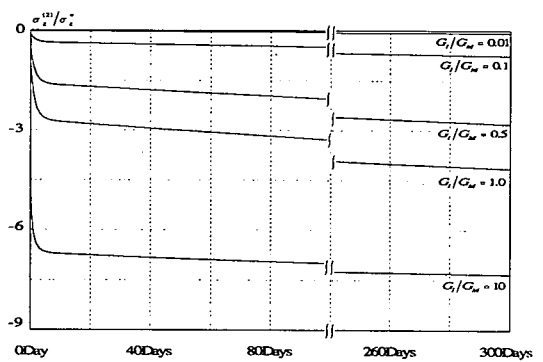


図-8 介在物内の軸方向応力の時間変化

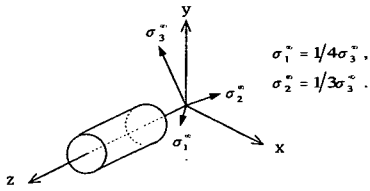
(4) 一般的な三次元荷重の作用問題

十分遠方より図-9のような三次元荷重が作用する場合を考える。

このとき、主応力  $\sigma_1^0, \sigma_2^0, \sigma_3^0$  の方向から  $x, y, z$  座標系における作用応力を計算すると式(42)のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^0/\sigma_3^0 &= 0.39, \sigma_y^0/\sigma_3^0 = 0.81, \sigma_z^0/\sigma_3^0 = 0.38, \\ \tau_{xy}^0/\sigma_3^0 &= 0.20, \tau_{yz}^0/\sigma_3^0 = 0.25, \tau_{zx}^0/\sigma_3^0 = 0.05. \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

前項までと同様、オーバーコアリング径の比として  $R_i/a = 3.0$  をとり、 $G_i/G_M = 0.1$  とし、SI-セル内とマトリクス(媒体)内の面内の最大せん断応力  $\tau_{max}$  の分布図の一



	$\sigma_1^x$	$\sigma_2^y$	$\sigma_3^z$
x	64° 14'	32° 43'	71° 15'
y	119° 37'	94° 20'	30° 00'
z	41° 09'	122° 22'	67° 27'

図-9 主応力方向とパイロット孔の概略図

例(0Day, 150Days)を図-10に、また面内と同様に、面外の最大せん断応力  $\tau_{max}$  の分布図の一例を図-11に示す。ただし、面内応力は面内問題と軸方向の直応力問題を重ね合わせたものとする。

SI-セルの中心位置( $r=0$ )における応力は粘弾性効果によって次のように変化する。

<0Day>

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x/\sigma_3^z &= -0.119, \sigma_y/\sigma_3^z = -0.216, \sigma_z/\sigma_3^z = -0.046, \\ \tau_{xy}/\sigma_3^z &= -0.046, \tau_{xz}/\sigma_3^z = -0.010, \tau_{yz}/\sigma_3^z = -0.045. \end{aligned} \right\} (43)$$

<1Day>

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x/\sigma_3^z &= -0.189, \sigma_y/\sigma_3^z = -0.351, \sigma_z/\sigma_3^z = -0.087, \\ \tau_{xy}/\sigma_3^z &= -0.077, \tau_{xz}/\sigma_3^z = -0.021, \tau_{yz}/\sigma_3^z = -0.098. \end{aligned} \right\} (44)$$

<150Days>

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x/\sigma_3^z &= -0.304, \sigma_y/\sigma_3^z = -0.545, \sigma_z/\sigma_3^z = -0.217, \\ \tau_{xy}/\sigma_3^z &= -0.115, \tau_{xz}/\sigma_3^z = -0.041, \tau_{yz}/\sigma_3^z = -0.189. \end{aligned} \right\} (45)$$

この結果から、オーバーコアリングすることによって介在物内には式(42)とはほぼ逆符号となっており、この結果は2章で述べた理論と一致することがわかる。また、時間経過に伴って最初の段階( $t=0\text{Day}$ → $t=1\text{Day}$ )で、ある程度の変動が生じ、その後の150Daysまでの変動はそれほど大きくはない結果となっている。これは粘性係数  $\eta$  によるものと前節でも述べた。例えば、式(43)~(45)のような時間差による応力値の変化がわかれば、オーバーコアリング後のSI-セルによる測定値から、それに対応する任意時間経過後の現位置での応力状態がわかる。

## 5. 結 言

本論文では、埋設型計測装置(SI-セル)を用いて厳密な測定理論の確立と時間依存挙動の解明を目的として、対象岩盤を粘弾性と仮定した場合について検討した。す

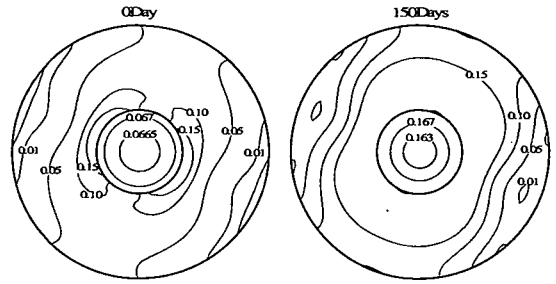


図-10 三次元荷重が作用した場合(図-9参照)の面内の  $\tau_{max}/\sigma_3$  分布の一例( $G_i/G_M = 0.1$ )

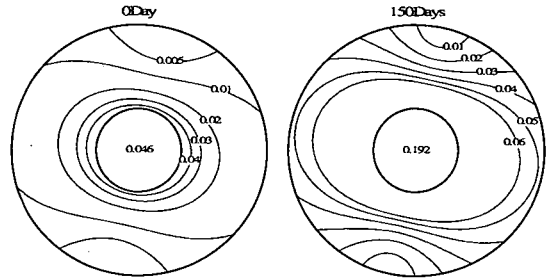


図-11 三次元荷重が作用した場合(図8参照)の面外の  $\tau_{max}/\sigma_3$  分布の一例( $G_i/G_M = 0.1$ )

なわち、パイロット孔内に埋設設置された弾性体の円柱状計測装置を同心円状に応力解放し、得られたコアを用いて時間経過に伴う応力変化から対象媒体(岩盤)の三次元応力を測定するための基礎理論を構築した。ここでは粘弾性モデルとしてBurgers-Elasticモデルを採用したが、これはより一般的な解を求めるのに適しているためである。

第2章では、パイロット孔に比較して十分遠方から作用する三次元応力を解析上分離可能な面内、面外せん断荷重および軸方向の直応力問題に区分し、時間経過に伴う応力の変化を有限のオーバーコアリング径を考慮した数値例を示した。

## 参考文献

- 1) 土木学会編:初期地圧測定法の現状と課題, 土木学会, pp.3-45, 1992.
- 2) Sugawara, K. and Obara, Y.: Measuring rock stress, Case examples of rock engineering in Japan, Comprehensive Rock Engineering, Pergamon Press, Vol.3, pp.533-552, 1993.
- 3) Woronicki, G.: CSIRO Triaxial stress measurement cell, Comprehensive Rock Engineering, Pergamon Press, Vol.3, pp.329-394, 1993.
- 4) 平島健一, 浜野浩幹:異方性弾性地山内の応力測定理論に関する二, 三の再考察, 土木学会論文集, No.382/III-7, pp.141-147, 1987.

- 5) 平島健一, 浜野浩幹: 測定用の円柱状埋設物による異方性弾性地山の初期(変動)応力の解析理論, 土木学会論文集, No.406/III-11, pp.175-184, 1989.
- 6) 市川晃央, 平島健一, 木村清和: 準三次元荷重下における多孔質弾性岩盤内の弾性覆工を有する円形トンネルの力学解析, 日本機械学会論文集(A編), Vol.67, pp.1854-1861, 2001.
- 7) 市川晃央, 遠藤洋, 平島健一, 萩原利男: 層状性円形介在物を有する多孔質弾性体の準三次元解析, 材料(掲載決定).
- 8) 中山岳彦, 平島健一, 鈴木拓雄, 吉野昇: 極異方性弾性体の幾つかの基本解の誘導および解析, 材料(掲載決定).
- 9) 平島健一, 佐久間彰三, 菊地慎二, 松田武: 円形状埋設型計測装置を用いた地山応力測定結果に及ぼす接着層, すべりおよびオーバーコアリング径の影響の理論解析, 土木学会論文集, No.424/III-14, pp.207-216, 1990.
- 10) 菊地慎二, 佐久間彰三, 平島健一, 松田武: 三次元地山応力測定のための中空埋設計測装置の理論解析, 土木学会論文集, No.430/III-15, pp.143-152, 1991.
- 11) 柴田善央, 平島健一, 壁谷聡浩: 準三次元地山荷重下での任意形状トンネルを有する粘弾性地山の変位解析および逆解析, 日本材料学会論文集, Vol.45, No.8, pp.876-881, Aug.1996.
- 12) 柴田善央, 平島健一: 円形・だ円形トンネルを有する粘弾性岩盤の逆解析: 日本材料学会論文集, Vol.44, No.504, pp.1183-1188, Sep.1995.
- 13) 平島健一, 川上哲太郎, 藤原紀夫, 力間俊行: 弾性歳密解に基づく段階掘削を考慮した素掘任意形状トンネル問題の順解析および逆解析, 土木学会論文集, No.439/III-7, pp.17-26, 1991.
- 14) 平島健一, 川上哲太郎, 藤原紀夫, 山下幸夫: 弾性歳密解に基づく円形・楕円形トンネルを有する等方性および異方性岩盤の逆解析, 土木学会論文集, No.439/III-17, pp.1-8, 1991.
- 15) 平島健一, 川上哲太郎, 藤原紀夫, 山下幸夫: 面外せん断荷重下の等方性・異方性弾性岩盤内の素掘りトンネル掘削問題に関する順解析および逆解析, 土木学会論文集, No.436/III-16, pp.37-45, 1991.
- 16) 平島健一, 熊谷博夫, 桜井英行, 柴田善央: 二次元面内荷重下での円形・楕円形トンネルを有する粘弾性岩盤の変位解析, 土木学会論文集, No.475/III-24, pp.29-37, 1993.
- 17) 平島健一, 熊谷博夫, 三谷泰浩, 柴田善央: 面外せん断荷重下での円形・楕円形トンネルを有する粘弾性岩盤の変位解析, 土木学会論文集, No.475/III-24, pp.143-146, 1993.
- 18) フリュージェ W.: 粘弾性学, 培風館, pp.4-38, 1973.
- 19) Goodman.R.E.: Introduction to Rock Mechanics Second Ed., pp.52, 1989.

(2002. 10. 15 受付)

## THEORY OF MEASUREMENT OF INITIAL STRESSES BY USE OF CIRCULAR INCLUSION-CELL IN VISCOELASTIC ROCK DUE TO STRESS RELEASE METHOD.

Ken-ichi HIRASHIMA, Chiyo KATSURA and Takuo SUZUKI

Theoretical method of initial stress in viscoelastic rock is described by use of circular solid inclusion cell (SI-cell) due to stress release technique.

Using of the complex variable method and the correspondence principle between elasticity and viscoelasticity, three-dimensional stresses of rock are obtained by SI-cell with a finite radius of overcoring technique. Several examples are shown by graphycal representation and numeral results.