

# 微小ひずみ時剛性の最大ひずみレベル依存性を考慮した土と鋼の履歴モデル

熊崎 幾太郎<sup>1</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 中部電力(株) 技術開発本部 (〒459-8522 名古屋市緑区大高町字北関山20-1)

地盤材料の動的変形試験データの考察に基づき、繰返し载荷中に最新の最大ひずみが生じた瞬間毎の原点近傍の微小ひずみ時割線剛性を意味する瞬間変形係数 (Momentary Deformation Modulus, 略してMDM) という物理パラメタを定義した。そして、瞬間変形係数の最大ひずみレベルに関する変化を考慮した骨格曲線式にMasing則を適用したMDMモデルと称する履歴モデルを提案した。また、提案モデルを特徴付ける新しい履歴法則とパラメタ決定手順を提案し、従来の履歴モデルとの違いを説明した。さらに、提案モデルを急峻にひずみ軟化する非常に軟弱な地盤材料と顕著に繰返し硬化する極めて硬い構造用金属材料の要素シミュレーションに用い、提案モデルの柔軟な適用性を実験データとの対比によって実証的に示した。

**Key Words :** MDM model, strain level dependency of Momentary Deformation Modulus, hysteresis model, cyclic stress-strain model, liquefaction of ground, nonlinear earthquake response analysis

## 1. 緒言

本論の目的は、SHAKE<sup>2)</sup>を実行するのに必要な入力物理データを用いるだけで実行可能な非線形地震応答解析の高精度化のために、解析対象系の要素の繰返し応力～ひずみ関係について、新しい履歴法則に基づく履歴モデル化の方法を提案することである。それに際して、本論ではまず地盤材料の動的変形試験データの考察に基づき、繰返し载荷中に最新の最大ひずみが生じた瞬間毎の原点近傍の微小ひずみ時割線剛性を意味する瞬間変形係数という物理パラメタを定義し、その最大ひずみレベル依存性を物性として定義する。そして、この物性を考慮することで、履歴モデルにいかなる利点が生まれるかについて述べ、これを考慮したMDMモデルと称する履歴モデルを提案する<sup>3)</sup>。また、提案モデルを特徴付ける新しい履歴法則とパラメタ決定手順について記述し、従来の履歴モデルとの違いを説明する。それから、提案モデルを非常に軟弱な地盤材料と極めて硬い構造用金属材料の要素シミュレーションに用い、提案モデルの柔軟な適用性を実証的に示す。さらに、提案モデルにより、地盤材料の非線形特性の有効拘束圧依存性がどのように表現されるかについて言及する。

なお、本論では上記の如く、SHAKEを実行するのに必要な入力物理データを用いるだけで実行可能な非線

形地震応答解析の高精度化に資する履歴モデルの提案が目的になっている。従って、本論の提案モデルでは、SHAKEにおいて要求されない繰返し応力振幅比～繰返し载荷回数関係の試験データ、透水試験データ、体積変化に関する試験データのモデル化は検討対象にしていない。

## 2. 非線形材料の動的変形特性

### (1) 非線形材料の動的変形試験データ

図-1は、粘性土、シルト、砂質土、れき質土の動的変形試験(変位制御)により得られたせん断ひずみレベル $|\gamma|$ でのせん断剛性比 $G_s(|\gamma|)/G_0$ と、それに対応する履歴減衰率 $h(|\gamma|)$ との関係を表す試験データをプロットにより示したものである。同図には橋脚を模擬した中空箱形断面の薄肉鋼構造部材の圧縮-引張実験(変位制御)<sup>3)</sup>により得られた軸ひずみレベル $|\varepsilon_c|$ での剛性比 $E_s(|\varepsilon_c|)/E_0$ と、それに対応する履歴減衰率 $h(|\varepsilon_c|)$ との関係を表すデータも示してある。ここに、 $G_s(|\gamma|)$ は割線せん断剛性、 $G_0$ は初期せん断剛性を表し、 $E_s(|\varepsilon_c|)$ は割線剛性、 $E_0$ は初期剛性を表している。また、図-2に示す $G_s(|\gamma|)/G_0 \sim h(|\gamma|)$ 関係のプロットは、図-3に示す乾燥した豊浦砂(以下、乾燥砂と記す)と飽和した豊浦砂(以下、飽和砂と記す)の $G_s \sim |\gamma|$ 関

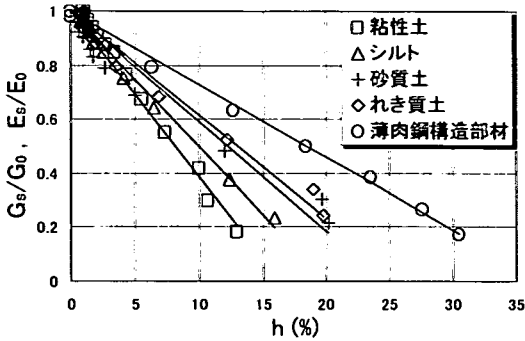


図-1 非線形材料の(せん断)剛性比と履歴減衰率の関係

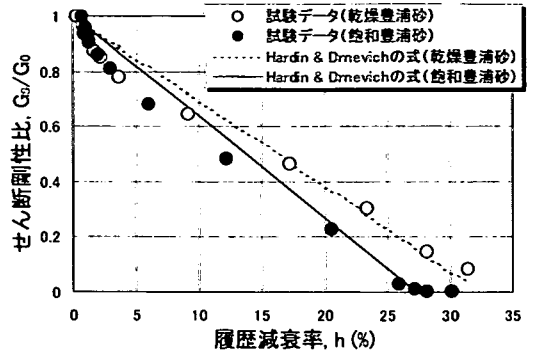


図-2 乾燥砂と飽和砂のせん断剛性比と履歴減衰率の関係

係および  $h \sim |\gamma|$  関係と同一の試験データからプロットしたものである。本論では、以上に記した地盤材料や構造材料のように、繰返し荷重下で応力とひずみの関係がヒステリシスを示す材料のことを総じて非線形材料と呼ぶ。

図-1, 2, 3に示される地盤材料の試験データはいずれも、JGS 0543-2000「土の変形特性を求めめるための中空円筒供試体による繰返しねじりせん断試験方法」<sup>1)</sup>を用いて、本研究で実施した動的変形試験により求めたものである。JGS 0543-2000の記載内容によれば、载荷の制御方法としては、荷重制御法あるいは変位制御法を用いることができる。図-1, 2, 3の試験データを求める際には、すべての供試体で有効拘束圧  $\sigma'_v$  を  $0.1(\text{MPa})$  とし、繰返し载荷はいずれも、JGS 0543-2000の付帯条項 1.3に準拠し、変位制御により各せん断ひずみレベルで一定振幅の繰返しねじり変位を与えた。ここで、変位制御により動的変形試験を行ったのは、履歴ループのピーク値が  $|\gamma|$  の増大に伴い低下する場合があるという実現象のひずみ軟化挙動に近い骨格曲線を直接捉えやすくするためである。実現象とは、例えば図-4のように、地盤地震動の鉛直アレー観測による加速度の実記録から直接求めた繰返しせん断応力  $\tau \sim$  せん断ひずみ  $\gamma$  関係のことである。図-4は、文献5)に示されている方法により、Wildlifeでアレー観測された液状化状態を含む加速度の実記録から直接求めた繰返し  $\tau \sim \gamma$  関係である。これによると、Wildlifeで地盤が液状化した場合の実記録の繰返し  $\tau \sim \gamma$  関係は、 $|\gamma|$  の増大に伴い履歴ループのピーク値が低下するひずみ軟化現象を呈している。従って、図-4の履歴ループのピーク値を結んで形成される包絡曲線すなわち骨格曲線は、大きなせん断ひずみ領域において、せん断ひずみに関するせん断応力の変化率  $\Delta\tau/\Delta\gamma$  が  $\Delta\tau/\Delta\gamma < 0$  となる状態を含んでいる。このように、地盤で実際に生ずる場合があるひずみ軟化という現象に対応する骨格曲線も物理的な意味のあるパラメータを含む履歴関数型の骨格曲線式により直接捉え

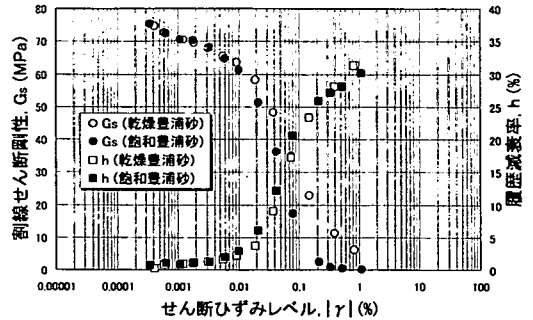


図-3 乾燥砂と飽和砂の  $G_s, h \sim |\gamma|$  関係試験データ

られる履歴モデルを提案することが本論の重要な趣旨である。従って、実地盤応答に見られるような上記の  $\Delta\tau/\Delta\gamma < 0$  という状態に対応する骨格曲線を直接捉えやすい変位制御による動的変形試験を行った。

図-3の試験データを求めた際の手順を具体的に述べれば、次の通りである。すなわち、乾燥砂の相対密度が50(%)の供試体に対し13種類のせん断ひずみレベル、飽和砂の相対密度50(%)の供試体に対し14種類のせん断ひずみレベルのそれぞれにおいて、11サイクルずつの正弦波形荷重を载荷した。そして、得られた繰返し  $\tau \sim \gamma$  関係試験データの各10サイクル目の履歴ループより算定される  $G_s$  と  $h$  の値を該当するせん断ひずみレベル  $|\gamma|$  毎にプロットした。この図に示されているように、微小ひずみ領域から0.01(%)程度のせん断ひずみレベルまでの領域においては、乾燥砂と飽和砂の間で  $G_s \sim |\gamma|$  関係に大きな差異は認められない。しかし、0.01(%)程度を超えるせん断ひずみレベルの領域においては、 $G_s \sim |\gamma|$  関係に大きな差異が生じている。

また、図-3に示される  $G_s, h \sim |\gamma|$  関係試験データおよび  $h \sim |\gamma|$  関係試験データ(以下、 $G_s, h \sim |\gamma|$  関係試験データと記す)の元である乾燥砂と飽和砂の各10サイクル目の履歴ループをそれぞれ図-5および図-6に示す。さらに、飽和砂については、小さいせん断ひずみレベルの方から昇順に数えて第12せん断ひずみレベルで11サイクルの正弦波形荷重を载荷した際に実測さ

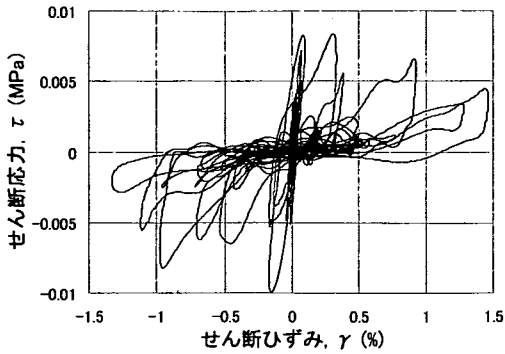


図-4 実地盤の鉛直アレー地震観測記録から直接求めた繰返し $\tau \sim \gamma$ 関係の例

れた繰返し $\tau \sim \gamma$ 関係と過剰間隙水圧比の時刻歴をそれぞれ図-7と図-8に示す。飽和砂について、第12～第14せん断ひずみレベルでは、図-6の各10サイクル目の履歴ループに該当する経過時間の区間内の過剰間隙水圧比が例えば図-8のように、液状化試験結果を整理する際の基準値である0.95以上となった。そして、これらに該当する図-6の履歴ループ、すなわち最も大きいせん断ひずみ領域の3つの履歴ループは、流動的挙動を示している。一方、第1～第11せん断ひずみレベルでは、図-6の各10サイクル目の履歴ループに該当する経過時間の区間内の過剰間隙水圧比が常に0.95未満となった。因みに、図-6の第9せん断ひずみレベルの履歴ループから第11せん断ひずみレベルの履歴ループにかけては、急峻なひずみ軟化挙動が現れている。これは、図-5の乾燥砂の供試体を用いたJGS 0543-2000による動的変形試験結果には見られない挙動である。

## (2) 動的変形試験データとHardin & Drnevichの式との対応関係

図-1に示されるような $G_s(\gamma)/G_0 \sim h(\gamma)$ 関係や $E_s(\varepsilon_s)/E_0 \sim h(\varepsilon_s)$ 関係の試験データは、材料の種類、間隙比、有効拘束圧、ひずみレベル、繰返し载荷回数に関わらず、ほぼ普遍的に共通して概ね線形的な分布形になる。そのため、種々多様な非線形材料を対象にした適用範囲の広い繰返し応力 $\sim$ ひずみ関係のモデル化方法を提案するのにおいては非常に有用な着眼点であり得る。Hardin & Drnevichは、土の動的変形特性について、このような $G_s(\gamma)/G_0$ と $h(\gamma)$ の関係傾きが $-1/h_{\max}$ で切片が1の完全な線形式、

$$\frac{G_s(\gamma)}{G_0} = -\frac{1}{h_{\max}} \cdot h(\gamma) + 1 \quad (1)$$

すなわち、

$$h(\gamma) = h_{\max} \cdot \left( 1 - \frac{G_s(\gamma)}{G_0} \right) \quad (2)$$

によって表すことを提案した<sup>6)</sup>。ここに、 $h_{\max}$ は最大履歴減衰率である。ある非線形材料について、せん断剛性比 $G_s/G_0$ と履歴減衰率 $h$ の関係が $M$ 個の点 $((G_s/G_0)_j, h_j)$  ( $j=1, 2, \dots, M$ )により与えられた時、これらの点を最小の誤差で近似する式(2)の $h_{\max}$ の値は、

$$\sum_{j=1}^M \left[ h_{\max} \cdot \left\{ 1 - \left( \frac{G_s}{G_0} \right)_j \right\} - h_j \right]^2 \rightarrow \text{minimum} \quad (3)$$

が成立するような $h_{\max}$ の値として、次式により定めることができる。

$$h_{\max} = \frac{\sum_{j=1}^M h_j - \sum_{j=1}^M \left\{ \left( \frac{G_s}{G_0} \right)_j \cdot h_j \right\}}{M - 2 \cdot \sum_{j=1}^M \left( \frac{G_s}{G_0} \right)_j + \sum_{j=1}^M \left( \frac{G_s}{G_0} \right)_j^2} \quad (4)$$

図-1, 2に示される試験データの近似直線はいずれも、上式(4)で求められる $h_{\max}$ の値を用いた時の式(1)による直線である。しかし、図-2のように、せん断剛性比が1から0.8程度まで低下する際の挙動やせん断剛性比がほぼゼロになる際の挙動を上記のHardin & Drnevichの式では表現できない場合がある。図-3で乾燥砂と飽和砂の $G_s \sim |\gamma|$ 関係試験データに大きな差異が生じた0.01(%)程度を超えるせん断ひずみレベルの領域において、図-2のように、乾燥砂の場合は $G_s(|\gamma|)/G_0 \sim h(|\gamma|)$ 関係試験データが概ねHardin & Drnevichの式のように線形的な関係になっている。これに対し、飽和砂の場合はHardin & Drnevichの式による線形関係と、より大きく異なる結果になっている。このような差異は、飽和砂の微小ひずみ時割線せん断剛性が载荷による最新の最大せん断ひずみレベル毎に変化しており、Hardin & Drnevichの式ではこれが考慮されていないため生じたものと考えられる。

## (3) 微小ひずみ時割線せん断剛性の最大せん断ひずみレベルに関する変化

乾燥砂と飽和砂の原点近傍の微小ひずみ時割線せん断剛性が载荷により受けた最大せん断ひずみレベルに関して変化するかどうかについて、それを実証的に確かめた結果が図-9, 10, 11および図-12, 13に示される動的変形試験データである。

### a) 飽和砂の微小ひずみ時割線せん断剛性の最大せん断ひずみレベル依存性

飽和砂の原点近傍における微小ひずみ時割線せん断剛性の最大せん断ひずみレベル依存性を把握するために行った動的変形試験の結果を図-9に示す。この図には、载荷ステップの番号も記し、どのようなせん断ひずみレベルの順番で供試体に繰返し载荷を与えたの

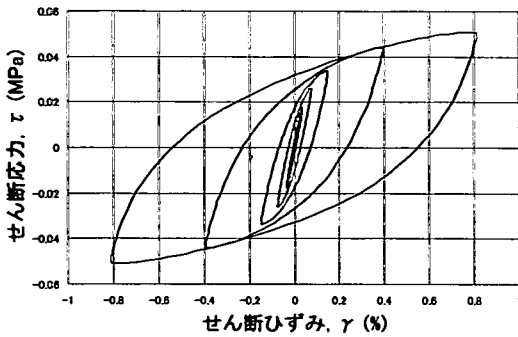


図-5 乾燥砂の $\tau \sim \gamma$ 関係試験データ

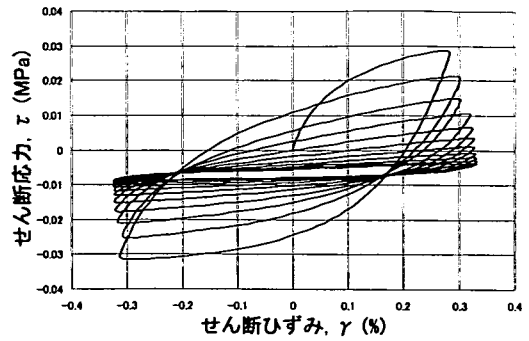


図-7 第12せん断ひずみレベルの $\tau \sim \gamma$ 関係試験データ

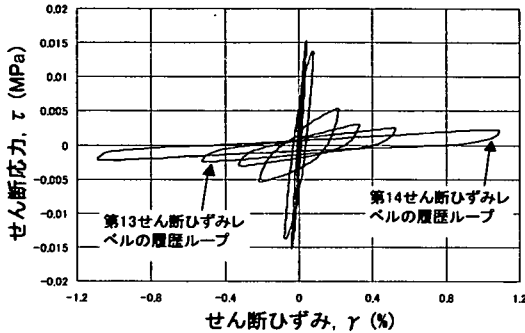


図-6 飽和砂の $\tau \sim \gamma$ 関係試験データ

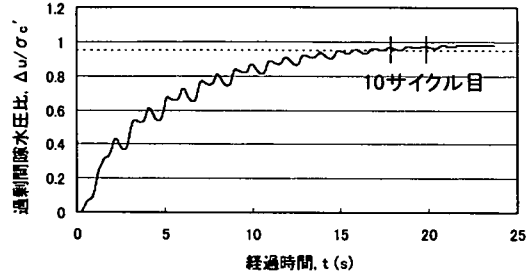


図-8 第12せん断ひずみレベルの過剰間隙水圧比の時刻歴

かが分かるようにしてある。図-9の試験データは、図-6の試験データを得るのに用いた豊浦砂の供試体と同じ条件で作成した異なる供試体を対象に、基本的にはJGS 0543-2000に準じて次の手順の動的変形試験を行うことにより求めた。

①まず、図-9中に記したステップ番号1のせん断ひずみレベルにおいて、非排水状態でねじり変位制御により正弦波形荷重を10サイクル載荷した。そして、その直後に、非排水状態のまま(過剰間隙水圧を保持したまま)ステップ2の微小せん断ひずみレベルで原点を中心に繰返し載荷して、1サイクル目の微小ひずみ時割線せん断剛性を求めた。②次に、排水して過剰間隙水圧を消散させ、また非排水状態にしてステップ3のせん断ひずみレベルで10サイクル載荷した。そして、その直後に、非排水状態のままステップ4の微小せん断ひずみレベルで原点を中心に繰返し載荷して、1サイクル目の微小ひずみ時割線せん断剛性を求めた。③以下同様のパターンにより、ステップ5→6, 7→8, 9→10という順番でそれぞれ繰返し載荷を行った。このように、供試体を受ける最大せん断ひずみレベルをステップ1, 3, 5, 7, 9という5つのステップに渡って変化させ、それぞれのせん断ひずみレベルで10サイクルの繰返し載荷が終わった直後の原点を中心とする1サイクル目の微小ひずみ時割線せん断剛性を求めた。これらの結果をまとめ、ステップ1, 3, 5, 7, 9にお

ける10サイクル目の履歴ループのせん断ひずみレベルと割線せん断剛性の関係をプロットする。また、ステップ2, 4, 6, 8, 10における1サイクル目の履歴ループの微小せん断ひずみレベルと割線せん断剛性の関係をプロットする。これにより、図-9が得られた。因みに、図-9のステップ10における1サイクル目から10サイクル目の $\tau \sim \gamma$ 関係試験データと、これに基づく1サイクル目の微小ひずみ時割線せん断剛性の算定例は、図-10に示される通りである。ステップ2, 4, 6, 8, 10は微小せん断ひずみレベルの繰返し載荷に該当するため、ステップ2, 4, 6, 8, 10の何れのステップでもそれぞれ、例えば図-10のように、1サイクル目から10サイクル目までの過程の中においては、微小ひずみ時割線せん断剛性がほぼ一定になった。④以上の結果より、各最大せん断ひずみレベルとその直後の瞬間における微小ひずみ時割線せん断剛性との関係をプロットする。すなわち、ステップ1のせん断ひずみレベルとステップ2の割線せん断剛性の関係、ステップ3のせん断ひずみレベルとステップ4の割線せん断剛性の関係、……、ステップ9のせん断ひずみレベルとステップ10の割線せん断剛性の関係をプロットすることにより、図-11が得られた。これにより、飽和砂についての微小ひずみ時割線せん断剛性の最大せん断ひずみレベル依存性が求められたことになる。

図-9から分かるように、ステップ5のせん断ひずみレベルまでならば、微小ひずみ時割線せん断剛性は、

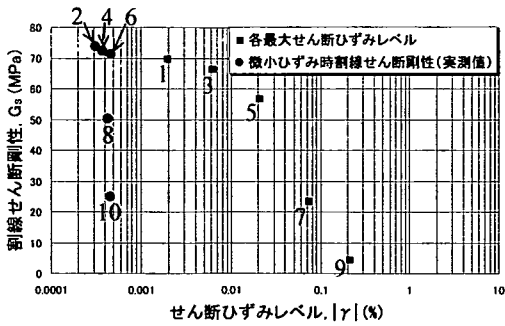


図-9 飽和砂の瞬間変形係数を求める動的変形試験の結果

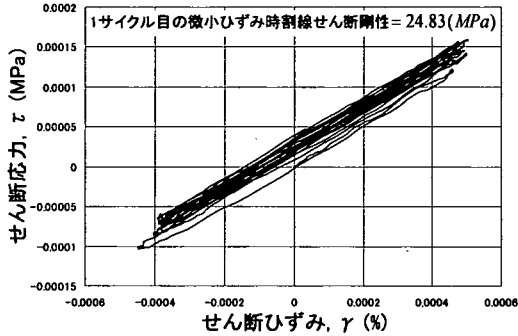


図-10 飽和砂のステップ10の $\tau \sim \gamma$ 関係試験データ

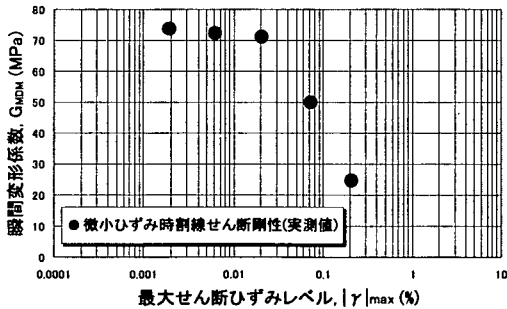


図-11 飽和砂の瞬間変形係数のひずみ依存性 (実測値)

あまり変化せず、ステップ2, 4, 6では、およそ同様の値になっている。しかし、ステップ7, 9のせん断ひずみレベルになると、微小ひずみ時割線せん断剛性はステップ8, 10の時の値へ顕著に変化しており、ステップ2, 4, 6の時のような値にはなっていない。このような現象は、“微小ひずみ時割線せん断剛性の最大せん断ひずみレベルに関する変化”を意味するものであり、図-11はこの現象を物理パラメタとして表現したものである。

なお、上記の“微小ひずみ時割線せん断剛性の最大せん断ひずみレベルに関する変化”は、主に有効応力の変化に起因するものと考えられる。つまり、例えば図-9のステップ9ではせん断ひずみレベルが大きく、高い過剰間隙水圧が発生して有効応力が非常に小さくなっており、その有効応力の状態を保ったま

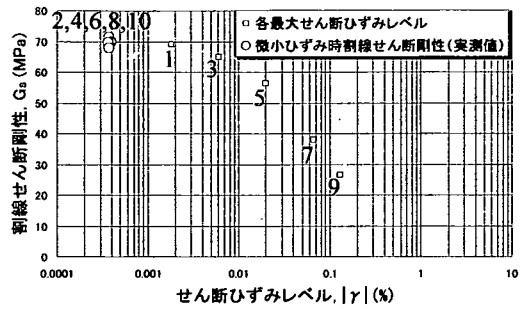


図-12 乾燥砂の瞬間変形係数を求める動的変形試験の結果

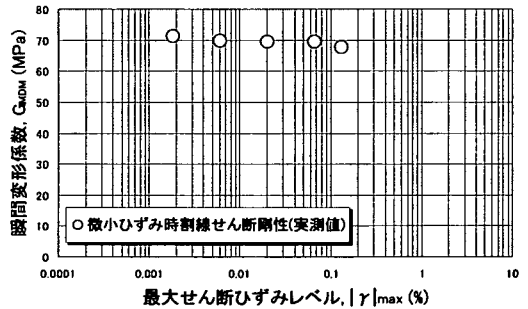


図-13 乾燥砂の瞬間変形係数のひずみ依存性 (実測値)

まステップ10における微小せん断ひずみレベルの繰返し载荷を行っている。そのため、ステップ10の微小ひずみ時割線せん断剛性が著しく小さくなったのだと考えられる。

#### b) 乾燥砂の微小ひずみ時割線せん断剛性の最大せん断ひずみレベル依存性

乾燥砂についても、図-5の試験データを得るのに用いた豊浦砂の供試体と同じ条件で作成した異なる供試体を対象に、原点近傍の微小ひずみ時割線せん断剛性の最大せん断ひずみレベル依存性を把握するための動的変形試験を行った。乾燥砂の場合には、常に排気状態で試験を行ったものの、基本的な手順は上述の飽和砂の場合における①~④と同様である。つまり、供試体を受ける最大せん断ひずみレベルをステップ1, 3, 5, 7, 9という5つのステップに渡って変化させ、それぞれのせん断ひずみレベルで10サイクルの繰返し载荷が終わった直後の原点近傍の微小ひずみ時割線せん断剛性を求めた。これにより、図-12が得られた。そして、図-12の結果より、各最大せん断ひずみレベルとその直後の瞬間における微小ひずみ時割線せん断剛性との関係を飽和砂の場合と同様にプロットすることにより、図-13が得られた。これにより、乾燥砂についての微小ひずみ時割線せん断剛性の最大せん断ひずみレベル依存性が求められたことになる。図-12から分かるように、乾燥砂の場合には、いずれのステップのせん断ひずみレベルまで荷重をかけても、微小ひずみ時割線せん断剛性は、ステップ2, 4, 6, 8, 10に

において互いに若干差異があるものの、ほぼ同様の値になっている。図-13はこの現象を物理パラメタとして表現したものである。

#### (4) 瞬間変形係数 (MDM) のひずみ依存性の定義

以上で説明したように、実験事実として、飽和砂の供試体の微小ひずみ時割線せん断剛性は、載荷により受けた最大せん断ひずみレベルに関して、図-11の如く顕著に変化する場合がある。本論では、非線形材料において、繰返し載荷中に最新の最大ひずみが生じた瞬間毎に変化する原点近傍の微小ひずみ時割線剛性のことを一言で表現して、“瞬間変形係数 (Momentary Deformation Modulus, 略してMDM)”と呼ぶ。そして、経過時間  $t$  までの最大せん断ひずみレベルを  $|\gamma(t)|_{\max}$  と表記し、この時の瞬間変形係数を  $G_{MDM}(|\gamma(t)|_{\max})$  と表記する。また、図-11および図-13のように、瞬間変形係数と最大せん断ひずみレベルとの関係を表す物性のことを“瞬間変形係数 (MDM) のひずみ依存性”と称する。本論では、このように定義した物性を考慮して、履歴モデルの提案を行う。

### 3. 既往の研究

#### (1) 既往の最も代表的な履歴モデル

最も古典的な履歴モデルとしては、1964年に発表された R-0 (Ramberg-Osgood) モデルがある<sup>7)</sup>。このモデルの繰返し応力  $\sigma \sim$  ひずみ  $\varepsilon$  関係の骨格曲線は、次式により与えられる。

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_y} = \frac{\sigma}{\sigma_y} \cdot \left( 1 + \alpha \cdot \left| \frac{\sigma}{\sigma_y} \right|^{r-1} \right) \quad (5)$$

ここに、 $\varepsilon_y$  は降伏ひずみ、 $\sigma_y$  は降伏応力、 $r$  と  $\alpha$  は曲線の形状を調節するためのパラメタであり、R-0モデルにおいてこれらはいずれも定数パラメタとされている。上式をせん断応力  $\tau \sim$  せん断ひずみ  $\gamma$  関係に適用すれば、

$$\frac{\gamma}{\gamma_y} = \frac{\tau}{\tau_y} \cdot \left( 1 + \alpha \cdot \left| \frac{\tau}{\tau_y} \right|^{r-1} \right) \quad (6)$$

である。上式は例えば、 $\tau_y = G_0 \cdot \gamma_y$  とおくことにより、次式の形で用いられることもある<sup>8)</sup>。

$$\gamma = \frac{\tau}{G_0} \cdot \left( 1 + \alpha \cdot \left| \frac{\tau}{G_0 \cdot \gamma_y} \right|^{r-1} \right) \quad (7)$$

要するに、R-0モデルの骨格曲線式の一般形は次式により表せる。

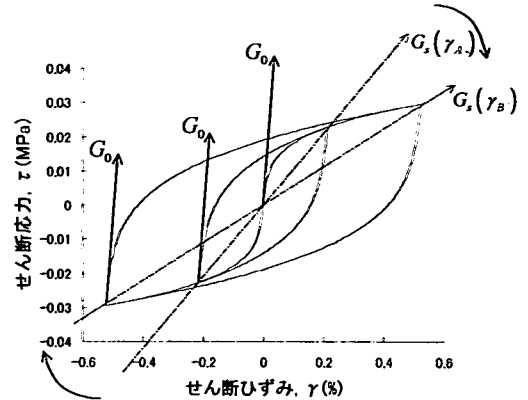


図-14  $G_{MDM} = G_0$  一定の骨格曲線式に Masing 則を適用した履歴モデル (例えば、修正 R-0 モデル)

$$\gamma = A \cdot \tau \cdot \left( 1 + B \cdot |\tau|^C \right) \quad (8)$$

R-0モデルは一般に、上式で  $A, B, C$  という3種類の定数をパラメタとする繰返し  $\tau \sim \gamma$  関係の骨格曲線式と、これに Masing 則を適用した履歴曲線式を用いるという履歴モデルである。ここで、Masing 則とは、文献9)で述べられているように、 $x$  と  $y$  がひずみや応力を表す変数である骨格曲線式が一般に、

$$y = f(x) \quad (9)$$

という関数  $f$  によって表されるとした時、除荷点  $(x, y_c)$  を始点とする履歴曲線式が式(9)と同じ関数  $f$  により、

$$\frac{y - y_c}{2} = f\left(\frac{x - x_c}{2}\right) \quad (10)$$

という形で表されるという法則のことである。

その後、このR-0モデルの実用性を高めるために、例えば大崎等は1978年に、R-0モデルの定数パラメタ  $A, B, C$  の部分について、実用的な設定方法を提案した。これは、破壊時のせん断ひずみ  $\gamma_r$  とせん断強度  $S_u$  の値が与えられると、R-0モデルが  $(\gamma_r, S_u)$  という点を通るようにパラメタ設定できる方法である<sup>10)</sup>。これとは別に、龍岡等も1978年に、R-0モデルの定数パラメタ  $A, B, C$  の部分について、実用的な設定方法を提案した。これは、 $G_s$  が  $G_0$  の(1/2)倍になる時のせん断ひずみ  $\gamma_r$  の値が与えられると、R-0モデルによる  $G_s \sim |\gamma|$  関係曲線が  $(\gamma_r, G_0/2)$  という点を通るようにパラメタ設定できる方法である<sup>11)</sup>。このパラメタ設定方法を用いる場合でも、骨格曲線式の一般形は式(8)の形に帰着するため、結局表現される骨格曲線や履歴曲線の形状はR-0モデルと全く同じである。ただし、このパラメタ設定方法を用いる場合のR-0モデルは、修正R-

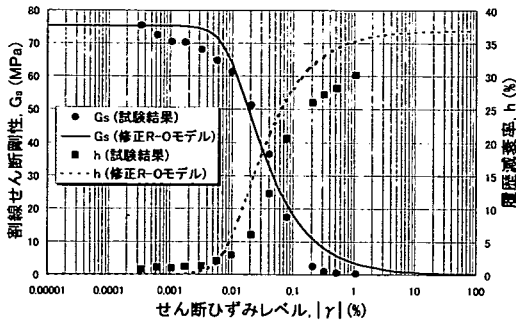


図-15 修正R-0モデルによる飽和砂の剛性フィッティング

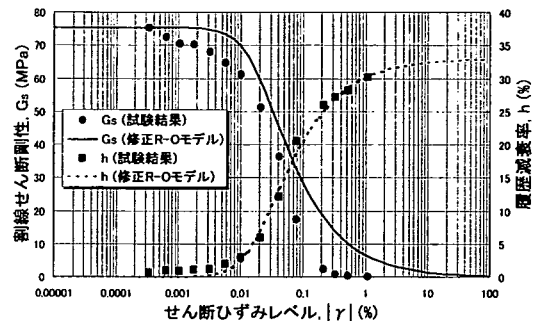


図-17 修正R-0モデルによる飽和砂の減衰フィッティング

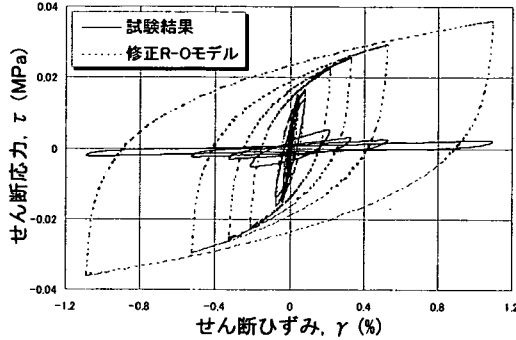


図-16 修正R-0モデルによる飽和砂の要素シミュレーション

0モデルと称されている。

また、1978年には修正H-Dモデルと称される履歴モデルも発表されている<sup>12), 13)</sup>。これは1972年に発表された次式(11)の形の関数であるH-D (Hardin-Drnevich)モデル<sup>6)</sup>を繰返し $\tau \sim \gamma$ 関係の骨格曲線式とし、これにMasing則を適用した履歴曲線式を用いるという履歴モデルである。なお、土の応力 $\sim$ ひずみ関係に対する式(11)の原形の適用については、Kondnerによる1963年の発表が最初である<sup>14)</sup>。

$$\tau = \frac{\gamma}{\frac{1}{G_0} + \left| \frac{\gamma}{\tau_{\max}} \right|} \quad (11)$$

上式において、 $\gamma \rightarrow \infty$ の時の $\tau$ である $\tau_{\max}$ を $\tau_{\max} = G_0 \cdot \gamma_r$ とおくことにすれば、上式は次式と同等である。

$$\tau = \left( \frac{G_0}{1 + |\gamma/\gamma_r|} \right) \cdot \gamma \quad (12)$$

ここに、 $\gamma_r$ はH-Dモデルを骨格曲線式とした場合の $G_s$ が $G_0$ の(1/2)倍になる時のせん断ひずみレベルに該当している。つまり、H-Dモデルを骨格曲線式とした場合の $G_s \sim |\gamma|$ 関係曲線は、修正R-0モデルと同様に、 $(\gamma_r, G_0/2)$ という点を通る。

## (2) 履歴モデルにおける一つ目の課題

第2章において定義した $G_{MDM}$ というパラメタは、実測の動的変形試験データから物理パラメタとして定める場合、試験で計測可能な限り微小なせん断ひずみレベルでの割線せん断剛性、例えば図-9および図-12の場合ならば、図中に示したステップ番号の2, 4, 6, 8, 10における割線せん断剛性として求められる。ここで、文献15)によれば、「微小ひずみ時せん断剛性は、 $|\gamma|$ が非常に小さいときの割線せん断剛性であり、実用上は $|\gamma| = 10^{-4}(\%)$ のときの割線せん断剛性と考えてよい」と述べられている。従って、本論においても、履歴モデルの骨格曲線式では、 $G_{MDM}$ を実用上は微小ひずみ時せん断剛性と考えて用いる。以降の記述は、すべてこの考えに基づいて行う。

修正R-0モデルおよび修正H-Dモデルが提案されて以後、これらのモデルが地盤の非線形地震応答解析手法に組み込める最も代表的な履歴モデルとして用いられて来た。これらの履歴モデルは、図-14に示されるように、骨格曲線式において $G_{MDM} = G_0$ 一定であり、この骨格曲線式にMasing則を適用した履歴曲線式を用いているという特徴を有する。従って、図-14のように、 $|\gamma|_A$ から $|\gamma|_B$ へのせん断ひずみレベルの増分に関して、 $G_s(|\gamma|_A)$ から $G_s(|\gamma|_B)$ への回転率が大きい状態をできるだけ表現しようとする、 $h(|\gamma|_B)$ の履歴ループが大きくふくらみ、履歴減衰率を実測値よりも大きく評価する可能性がある。このことが解決すべき一つ目の課題としてあった。因みに、図-14に示される履歴ループは、図-3, 6の飽和砂の動的変形試験データにおける第11せん断ひずみレベル $|\gamma|_A = 0.22(\%)$ と第13せん断ひずみレベル $|\gamma|_B = 0.53(\%)$ の $\tau \sim \gamma$ 関係試験データを修正R-0モデルによりシミュレートした結果である。具体的には、図-3の飽和砂の $G_s \sim |\gamma|$ 関係試験データを最小の誤差で再現するように修正R-0モデルのパラメタを決定すると、 $\gamma_r = 0.03(\%)$ 、 $h_{\max} = 37(\%)$ 、 $G_0 = 75.36(\text{MPa})$ になる。そして、これらのパラメタの値を用いた修正R-0モデルによる $G_s$ 、 $h \sim |\gamma|$ 関係式

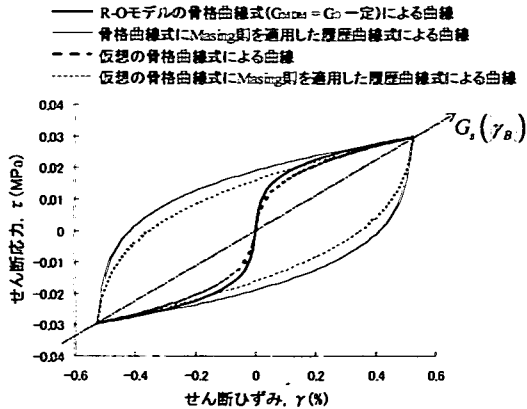


図-18 吉田等の方法の説明図

験データの再現状況は図-15の通りになる。さらに、図-15の状況と対応する $\tau \sim \gamma$ 関係試験データの修正R-0モデルによる再現状況は図-16の通りになる。つまり、図-14の履歴ループは、図-15および図-16に示される結果の中で、 $|\gamma_A| = 0.22(\%)$ と $|\gamma_B| = 0.53(\%)$ の時の修正R-0モデルによる履歴ループを示したものである。一方、図-3の飽和砂の $h \sim |\gamma|$ 関係試験データを最小の誤差で再現するように修正R-0モデルのパラメタを決定すると、 $\gamma_r = 0.06(\%)$ 、 $h_{max} = 33(\%)$ 、 $G_0 = 75.36(\text{MPa})$ になる。そして、これらのパラメタの値を用いた修正R-0モデルによる $G_s$ 、 $h \sim |\gamma|$ 関係試験データの再現状況は図-17の通りになる。ここで実例によって示されているように、骨格曲線式において $G_{MDM} = G_0$ 一定であり、この骨格曲線式にMasing則を適用した履歴曲線式を用いる履歴モデルでは、 $G_s$ の誤差を小さくすると $h$ の誤差が大きくなり、 $h$ の誤差を小さくすると $G_s$ の誤差が大きくなるという関係になる場合がある。つまり、 $G_s$ の誤差と $h$ の誤差の両方を同時に小さくすることはできない場合がある。なお、 $G_s \sim |\gamma|$ 関係試験データを最小の誤差で再現するとは、 $G_s$ 、 $h \sim |\gamma|$ 関係試験データが $M$ 個のせん断ひずみレベル $|\gamma_{e|j}|$  ( $j=1, 2, \dots, M$ )上に与えられているものとし、これらを $G_s(|\gamma_{e|j}|)_{\text{experiment}}$ 、 $h(|\gamma_{e|j}|)_{\text{experiment}}$ と表記し、モデルの出力を $G_s(|\gamma_{e|j}|)$ 、 $h(|\gamma_{e|j}|)$ と表記した時、

$$\sum_{j=1}^M \{G_s(|\gamma_{e|j}|) - G_s(|\gamma_{e|j}|)_{\text{experiment}}\}^2 \rightarrow \text{minimum} \quad (13)$$

が成立するという意味である。また、 $h \sim |\gamma|$ 関係試験データを最小の誤差で再現するとは、

$$\sum_{j=1}^M \{h(|\gamma_{e|j}|) - h(|\gamma_{e|j}|)_{\text{experiment}}\}^2 \rightarrow \text{minimum} \quad (14)$$

が成立するという意味である。

上述の一つ目の課題の解決を図った代表的な事例としては、吉田等による方法がある。吉田等は、繰返し

$\tau \sim \gamma$ 関係の骨格曲線については、パラメタ $r$ 、 $\alpha$ 、 $\gamma_r$ 、 $G_0$ から成る式(7)のR-0モデル<sup>8)</sup>の骨格曲線式で、図-14と同様に $G_{MDM} = G_0$ 一定としてそのまま用いた。それとは独立に、履歴曲線については、骨格曲線式のパラメタ $r$ 、 $\alpha$ 、 $\gamma_r$ 、 $G_0$ とは別のパラメタ $r_h$ 、 $\alpha_h$ あるいは $G_{0h}$ 、 $\alpha_h$ を有する仮想の骨格曲線式にMasing則を適用した履歴曲線式を用いた。そして、仮想の骨格曲線式にMasing則を適用した履歴曲線式による履歴減衰率が試験データの履歴減衰率と一致するように、履歴曲線式のパラメタ $r_h$ と $\alpha_h$ あるいは除荷時せん断剛性 $G_{0h}$ と $\alpha_h$ を決めながら履歴曲線を描くという方法を1984年および1985年に発表した<sup>16)</sup>、<sup>17)</sup>。図-18の履歴ループはこの方法により、図-3、6の飽和砂の動的変形試験データにおける第1、3せん断ひずみレベル $|\gamma_B| = 0.53(\%)$ の $\tau \sim \gamma$ 関係試験データをシミュレートした結果である。この時、骨格曲線式のパラメタの値は式(13)が成立するように決定して、 $r = 3.78$ 、 $\alpha = 6.85$ 、 $\gamma_r = 0.0003$ 、 $G_0 = 75.36(\text{MPa})$ である。また、仮想の骨格曲線式にMasing則を適用した履歴曲線式のパラメタの値は、このせん断ひずみレベルの試験データの履歴減衰率と一致するように設定して、 $r_h = 2.83$ 、 $\alpha_h = 8.39$ 、 $\gamma_r = 0.0003$ 、 $G_0 = 75.36(\text{MPa})$ である<sup>17)</sup>。この場合には、6種類のパラメタを用いていることになる。図-18の骨格曲線式による曲線は、図-14の骨格曲線と同じままであるが、仮想の骨格曲線式にMasing則を適用した履歴曲線式による履歴ループは、図-14に比べ、ふくらみが抑えられているのが分かる。この場合、非線形地震応答解析で時々刻々変化させる局所せん断剛性の算定のために実際に用いられるのは、図-18の $r$ 、 $\alpha$ を有する骨格曲線式による曲線と、仮想の骨格曲線式にMasing則を適用した $r_h$ 、 $\alpha_h$ を有する履歴曲線式による曲線ということになる。つまり、この方法は骨格曲線式と履歴曲線式に別々のパラメタの値を与えて試験データの再現精度向上を図ったものである。

吉田等と同様の方法を用いて上述の一つ目の課題の解決を図った履歴モデルとしては、西村等と坂下等によってそれぞれ発表された事例がある。西村等は、1991年に澁谷等が発表した次式(15)により表される関数(GHEモデル)<sup>18)</sup>を $G_{MDM} = G_0$ 一定の骨格曲線式として用いた。それとは独立に、履歴曲線に対しては文献16)のように、骨格曲線式とは別のパラメタの値を与えるという履歴モデルを1999年に発表した<sup>19)</sup>。

$$\tau = \left( \frac{G_0}{1/C_1 + (1/C_2) \cdot |\gamma/\gamma_r|} \right) \cdot \gamma \quad (15)$$

ここに、 $C_1(|\gamma/\gamma_r|)$ 、 $C_2(|\gamma/\gamma_r|)$ は補正係数を表す。上式は、式(11)のH-Dモデルを拡張した形になっている。



また、坂下等は、式(11)のH-Dモデルを拡張した形の次式(16)により表される $G_{MDM} = G_0$ 一定の骨格曲線式を用いた。それとは独立に、履歴曲線に対しては文献16)のように、骨格曲線式とは別のパラメタの値を与えるという履歴モデルを1999年に発表した<sup>20)</sup>。

$$\tau = \left( \frac{G_0}{1 + |\gamma/\gamma_r|^p} \right) \cdot \gamma, \quad \delta = A \cdot \log_{10} |\gamma| + B \quad (16)$$

ここに、 $A, B$ は定数パラメタである。

以上のように、一つ目の課題の解決が図られている履歴モデルがいくつか提案されてきた。文献16), 17), 19), 20)で提案されたこれらの履歴モデルや修正R-0モデル、修正H-Dモデル等、骨格曲線式が指数関数タイプや双曲線関数タイプである従来の履歴モデルの利点を三つ挙げれば、次のようなものがある。すなわち、①骨格曲線式に物理的な意味のあるパラメタが含まれているため、パラメタの値により骨格曲線に関する物理的な意味をある程度解釈することができる。②実務においては、入力地震動レベルがとても大きい場合、解析領域が与えられた $G_s, h \sim |\gamma|$ 関係試験データのせん断ひずみレベル範囲を超える大きなせん断ひずみレベル領域に渡る場合がある。そのように $G_s \sim |\gamma|$ 関係試験データの無いせん断ひずみレベル領域においても、せん断ひずみレベルの増加に対する $G_s$ の低下曲線を例えば図-15のように、無理なくならぬかに外挿可能になっている。③地盤材料の $G_s/G_0, h \sim |\gamma|$ 関係曲線は、有効拘束圧に依存して変化する場合がある。そのような $G_s/G_0, h \sim |\gamma|$ 関係曲線の有効拘束圧依存性を $\gamma_r$ の有効拘束圧依存性の考慮により、容易に表現可能である。

しかし、骨格曲線式が指数関数タイプや双曲線関数タイプの従来の履歴モデルでは、上記のような利点があるものの、前述の図-4の実現象に見られるような $\Delta\tau/\Delta\gamma < 0$ となる状態の骨格曲線およびそれに相当する $G_s \sim |\gamma|$ 関係曲線を再現できない。 $G_{MDM} = G_0$ 一定の骨格曲線式を用いた履歴モデルで起こるこの問題の実例は、図-15, 16において示した。

### (3) 履歴モデルにおける二つ目の課題

$\Delta\tau/\Delta\gamma < 0$ という状態の骨格曲線も表現可能な履歴モデルとしては、吉田等によって提案された事例がある。吉田等は地盤材料の動的変形試験により得られる離散点の割線せん断剛性の試験データそのものを履歴モデルにおける骨格曲線上の離散点に置き換えた。すなわち、 $G_s \sim |\gamma|$ 関係試験データが $M$ 個のせん断ひずみレベル $|\gamma_{e_j}|$  ( $j=1, 2, \dots, M$ )上に与えられているものとし、これらを $G_s(|\gamma_{e_j}|)_{\text{experiment}}$ と表記すれば、動的変形試験時のせん断応力 $\tau_{e_j}$ は、

$$\tau_{e_j} = G_s(|\gamma_{e_j}|)_{\text{experiment}} \cdot |\gamma_{e_j}| \quad (17)$$

により求められる。つまり、吉田等は試験データそのものに該当する点 $(|\gamma_{e_j}|, \tau_{e_j})$  ( $j=1, 2, \dots, M$ )の各2点間を直線やスプライン曲線により結んで形成される全体の曲線を骨格曲線と見なした。それとは独立に、履歴曲線に対しては文献16), 17)と同じ考え方で、骨格曲線式とは別のパラメタの値を与えるという履歴モデルを1990年に発表した<sup>21)</sup>。しかし、この履歴モデルにおいては試験データそのものの各2点間を結ぶ部分直線式やスプライン曲線式が骨格曲線に用いられ、物理的な意味のあるパラメタを含む骨格曲線式が用いられていない。そのため、骨格曲線が形成される際の物理的な意味の解釈と $G_s, h \sim |\gamma|$ 関係試験データの無い外挿領域の解析について、骨格曲線式が指数関数タイプや双曲線関数タイプの従来の履歴モデルが有する前述の利点①, ②が活かされていない。

そこで、本論の提案モデルにおいては、骨格曲線式が $\Delta\tau/\Delta\gamma < 0$ という状態も表現可能であり、かつ物理的な意味のあるパラメタを含む骨格曲線式の利点①, ②, ③がそのまま活かされるようにすることを二つ目の課題とする。そして、前述の一つ目の課題、およびここに記述した二つ目の課題の両方を同時に解決可能な繰返し $\tau \sim \gamma$ 関係の新しいモデル化方法を提案する。

## 4. 新しい履歴モデル化方法の提案

第2章に実験事実として示された通り、地盤材料の動的変形試験結果における $G_{MDM}(|\gamma(t)|_{\text{max}})$ は $|\gamma(t)|_{\text{max}}$ に関して変化している。よって、本論では、 $G_s$ を一般に次のような $\gamma$ と $G_{MDM}$ の関数によって表すというモデル化方法を提案する。

$$G_s = G_s(\gamma, G_{MDM}) \quad (18)$$

この場合、 $G_s$ の全微分 $dG_s(\gamma, G_{MDM})$ は、

$$dG_s = \frac{\partial G_s}{\partial \gamma} d\gamma + \frac{\partial G_s}{\partial G_{MDM}} dG_{MDM} \quad (19)$$

である。第3章に述べた既往の履歴モデルでは骨格曲線式において、式(19)の第1項のみが考慮されていた。これに対し、提案モデルでは式(19)の第2項も考慮した骨格曲線式の定式化を行う。そして、式(19)の第2項の影響が比較的小さい乾燥砂の場合のもとより、飽和砂のようにひずみレベルが大きくなると、式(19)における第2項の実測値の大きさが無視し得ない状態になる場合の $G_s, h \sim |\gamma|$ 関係試験データも高精度に再現可能な適用対象となるようにする。

## (1) 新しい履歴法則の提案

ランダムな繰返し荷重下の非線形材料の経過時間  $t$  におけるせん断ひずみを  $\gamma(t)$  と表記し、非線形材料が経過時間  $t$  までに受けた荷重により生じた最大せん断ひずみレベルを  $|\gamma(t)|_{\max}$  と表記して、以下に提案モデルの履歴法則を説明する。

$t=0$ ,  $|\gamma(t)|_{\max}=0$  における初期載荷時は骨格曲線式で  $G_{MDM}(|\gamma(t)|_{\max})=G_0$  の状態にあるとおく。それ以降は、現時点を  $t$ , 解析時間刻み  $\Delta t$  だけ前の時点  $t-\Delta t$  と表したとき、

$$|\gamma(t)| \geq |\gamma(t-\Delta t)|_{\max} \quad (20)$$

が成立した瞬間毎に、 $|\gamma(t)|$  を経過時間  $t$  における最大せん断ひずみレベル  $|\gamma(t)|_{\max}$  とする。そして、提案モデルの骨格曲線式と履歴曲線式の  $G_{MDM}(\gamma(t))$  は経過時間  $t$  での最大せん断ひずみレベル  $|\gamma(t)|_{\max}$  に対応して次式(21)~(24)により求められる  $G_{MDM}$  の値とする。つまり、せん断ひずみのランダム波形の時刻歴が非線形材料に対する入力としてかけられた際に、式(20)が成立している間は、次式(21)~(24)により、逐次 ( $\Delta t$  毎に)  $G_{MDM}(\gamma(t))$  の値を更新しながら提案モデルの骨格曲線式を用いて繰返し  $\tau \sim \gamma$  関係の骨格曲線を描く。また、式(20)が成立していない間は、 $G_{MDM}(\gamma(t))$  の値を更新しないで(一定として)提案モデルの履歴曲線式を用い、繰返し  $\tau \sim \gamma$  関係の履歴曲線を生成する。因みに、次に示す式では、提案モデルの後述するパラメタ決定手順に基づいて求められる瞬間変形係数のひずみ依存性が  $N$  個のせん断ひずみレベル  $|\gamma|_k$  ( $k=1, 2, \dots, N$ ) 上の瞬間変形係数  $G_{MDM}(|\gamma|_k)$  として与えられているものとする。

$$G_{MDM}(\gamma(t)) = G_{MDM}(|\gamma|_1) \quad \text{for } |\gamma(t)|_{\max} < |\gamma|_1 \quad (21)$$

$$G_{MDM}(\gamma(t)) = \frac{G_{MDM}(|\gamma|_{k+1}) - G_{MDM}(|\gamma|_k)}{\log_{10}(|\gamma|_{k+1}) - \log_{10}(|\gamma|_k)} \times \{ \log_{10}(|\gamma(t)|_{\max}) - \log_{10}(|\gamma|_k) \} + G_{MDM}(|\gamma|_k) \quad (k=1, 2, \dots, N-1)$$

$$\text{for } |\gamma|_1 \leq |\gamma(t)|_{\max} < |\gamma|_N \quad (22)$$

$$G_{MDM}(\gamma(t)) = G_{MDM}(|\gamma|_N) \quad \text{for } |\gamma(t)|_{\max} \geq |\gamma|_N \quad (23)$$

ここに、 $G_{MDM}(|\gamma|_k)$  と  $G_{MDM}(|\gamma|_{k+1})$  はそれぞれせん断ひずみレベルの小さい方から数えて  $k$  個目のせん断ひずみレベル  $|\gamma|_k$  と  $k+1$  個目のせん断ひずみレベル  $|\gamma|_{k+1}$  に対応する瞬間変形係数であり、式(22)は次の関係のもとで用いる。

$$|\gamma|_k \leq |\gamma(t)|_{\max} < |\gamma|_{k+1} \quad (24)$$

上述の如く、せん断ひずみの任意波形の入力に対し、式(20)が成立した瞬間毎に、式(21)~(24)を用い、逐次  $G_{MDM}$  の値を更新しながら骨格曲線を描いて行く。また、式(20)が成立せず  $G_{MDM}$  の値を更新しない間は、Masing則のもとで骨格曲線式と常に同じパラメタの値を有する履歴曲線式による曲線を次のように描いて行く。すなわち、 $\tau-\gamma$  直交座標系において、右上側除荷点および左下側除荷点の位置をそれぞれせん断ひずみの値でメモリしながら、各除荷点が始点の履歴曲線式による曲線を生成して行く。そして、右上側および左下側でメモリしてある除荷点の位置よりもそれぞれ内側のせん断ひずみで除荷された時点においては、その除荷点の位置を追加でメモリしながら、各除荷点が始点の履歴曲線式による曲線を生成する。一方、非線形材料が右上側および左下側でそれぞれメモリしてある除荷点の位置と同一かあるいはより外側のせん断ひずみを受けた時点で、その除荷点の位置を表すせん断ひずみのメモリをクリアする。その時、クリアしたメモリの位置の反対側において現在の履歴ループより外側にメモリしてある除荷点が存在するならば、それを始点とする履歴曲線式(式の形は常に同一)へ乗り移り、存在しないならば骨格曲線式(式の形は常に同一)へ乗り移って  $\tau \sim \gamma$  関係曲線を生成して行く。

なお、上述のように、 $|\gamma(t)|_{\max}$  の値が変化しない間に複数回除荷された場合は、 $G_{MDM}(|\gamma(t)|_{\max})$  の値は更新しないで、各除荷点が始点の履歴曲線式による曲線を生成して行く。ゆえに、以上に述べた本論の提案モデルの履歴法則による繰返し  $\tau \sim \gamma$  関係では、ランダム波形外力が入力された場合においても、必ず閉じた履歴ループとなる。

## (2) 一般モデル

提案モデルでは一般に、繰返し  $\tau \sim \gamma$  関係の骨格曲線式を

$$\gamma = f(\tau, G_{MDM}(|\gamma(t)|_{\max})) \quad (25)$$

という関数  $f$  によって表す。また、提案モデルの履歴曲線式は、式(25)により表される提案モデルの骨格曲線式にMasing則を適用した次式により表す。

$$\frac{\gamma - \gamma_0}{2} = f\left(\frac{\tau - \tau_0}{2}, G_{MDM}(|\gamma(t)|_{\max})\right) \quad (26)$$

あるいは、提案モデルの骨格曲線式を一般に、

$$\tau = g(\gamma, G_{MDM}(|\gamma(t)|_{\max})) \quad (27)$$

という関数  $g$  によって表すならば、提案モデルの履歴曲線式は上式にMasing則を適用した次式により表す。

$$\frac{\tau - \tau_0}{2} = g\left(\frac{\gamma - \gamma_0}{2}, G_{MDM}(|\gamma(t)|_{\max})\right) \quad (28)$$

ここに、 $\gamma_0$  と  $\tau_0$  はそれぞれ除荷点のせん断ひずみとせん断応力を表す。上記の骨格曲線式は、前述の提案モデルの履歴法則において説明したように、式(20)が成立している経過時間の区間において用い、式(21)～(24)により、 $G_{MDM}(|\gamma(t)|_{\max})$  というパラメタの値を逐次 ( $\Delta t$  毎に) 更新しながら骨格曲線を描くのに用いる。このように、骨格曲線式の  $G_{MDM}(|\gamma(t)|_{\max})$  の値を連続的に更新しながら骨格曲線を描くというモデル化方法は、従来の履歴モデルにおいては提案されていない。このモデル化方法により、提案モデルでは、仮定の骨格曲線式を考えず、実際の骨格曲線式およびそれと常に同じパラメタの値の履歴曲線式を考えるだけで、後述の要素シミュレーションにおいて示す通り、繰返し  $\tau \sim \gamma$  関係の柔軟な表現が可能になった。ここで、提案モデルの骨格曲線式において、 $G_{MDM}(|\gamma(t)|_{\max})$  を導入したことは、第2章に実験事実が示された“微小ひずみ時割線せん断剛性の最大せん断ひずみレベルに関する変化”を考慮したことに対応する。これについては次節において詳しく説明する。以上で説明したように、骨格曲線式で瞬間変形係数(MDM)を連続的に更新しながら骨格曲線を描き、その骨格曲線式にMasing則を適用した履歴曲線式を用いるという履歴モデルを本論では“MDMモデル”と称する。

### (3) MDM モデルの具体的な定式化

式(25)、(26)あるいは式(27)、(28)により表される提案の一般モデルを具体的な定式によって以下に記述する。ここでは、MDMモデルの式(25)における関数  $f$  の具体式として式(8)により表されるR-0モデルの骨格曲線式の関数形を適用した場合について記述する。

式(8)より、R-0モデルの骨格曲線上では、

$$\frac{\tau}{\gamma} = \frac{1}{A \cdot (1 + B \cdot |\tau|^c)} \quad (29)$$

という関係がある。また、一般に割線せん断剛性  $G_s$  の定義より、骨格曲線上では、

$$\frac{\tau}{\gamma} = G_s(|\gamma|) \quad (30)$$

である。従って、式(29)の右辺と式(30)の右辺は骨格曲線上において等しいことになるので、R-0モデルの骨格曲線式では、

$$\frac{1}{A \cdot (1 + B \cdot |\tau|^c)} = G_s(|\gamma|) \quad (31)$$

という関係が成立している。また、 $\tau = 0$  の時、 $G_s(|\gamma|) = G_{MDM}(|\gamma(t)|_{\max})$  であるから、式(31)より、

$$A = \frac{1}{G_{MDM}(|\gamma(t)|_{\max})} \quad (32)$$

である。つまり、MDMモデルにおけるパラメタ  $A$  は  $|\gamma(t)|_{\max}$  に依存して変化するものになる。よって、R-0モデルを拡張したMDMモデルの骨格曲線式は、式(8)の  $A$  に上式を代入して、

$$\gamma = \frac{1}{\left\{ \frac{G_{MDM}(|\gamma(t)|_{\max})}{1 + B \cdot |\tau|^c} \right\}} \cdot \tau \quad (33)$$

になる。前述のMDMモデルの履歴法則より、MDMモデルの骨格曲線が描かれている間は、式(20)が常に成立し、式(21)～(24)により逐次  $G_{MDM}$  の値を更新している。従って、この骨格曲線式による骨格曲線を図示すると、例えば図-19のようになる。この図に示されるように、MDMモデルでは最新の最大せん断ひずみレベルが  $|\gamma_0|$ 、 $|\gamma_1|$ 、 $|\gamma_2|$ 、 $|\gamma_3|$  というように変化すると、 $\Delta t$  毎の瞬間変形係数がそれぞれ一定の時の骨格曲線式を逐次乗り換えながら、一本の骨格曲線を描いて行く。そのため、一般にR-0モデルの骨格曲線式とMDMモデルの骨格曲線式は互いに異なる骨格曲線の形状を描くことになる。このことを理解しやすくするために、図-19には  $G_{MDM}(|\gamma_0|)$ 、 $G_{MDM}(|\gamma_1|)$ 、 $G_{MDM}(|\gamma_2|)$ 、 $G_{MDM}(|\gamma_3|)$  の勾配方向を表すイメージの矢印を付記してある。

また、これと表裏一体の関係にあるMDMモデルの割線せん断剛性  $G_s$  のせん断ひずみレベル  $|\gamma|$  に対する依存性曲線は式(30)、(33)より、

$$\frac{G_s(\gamma)}{G_{MDM}(|\gamma(t)|_{\max})} = \frac{1}{1 + B \cdot |G_s(\gamma) \cdot \gamma|^c} \quad (34)$$

という方程式により求められる。従って、今、図-20のような履歴法則の説明用の入力せん断ひずみ波形を考えた場合、式(34)によるMDMモデルの  $G_s \sim |\gamma|$  関係曲線は、図-21のようになっている。この図に示されるように、MDMモデルでは微小ひずみ時の  $\Delta t$  毎の  $G_{MDM}$  がそれぞれ一定である時の  $G_s \sim |\gamma|$  関係曲線を逐次乗り換えながら、最大せん断ひずみレベルの逐次更新過程における一本の  $G_s \sim |\gamma|$  関係曲線を描いて行く。このことを理解しやすくするために、図-21にも、

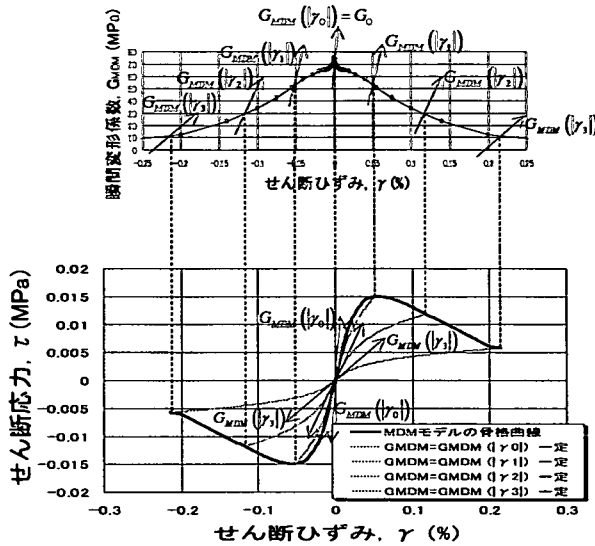


図-19 MDMモデルによる骨格曲線の表現

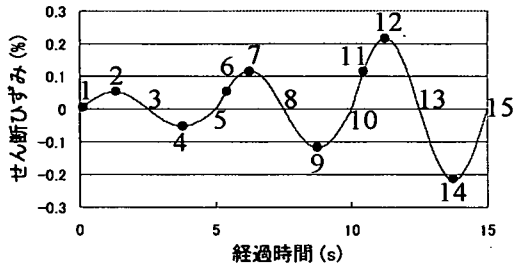


図-20 履歴法則の説明用の入力せん断ひずみ波形

$G_{MDM}(\gamma_0)$ ,  $G_{MDM}(\gamma_1)$ ,  $G_{MDM}(\gamma_2)$ ,  $G_{MDM}(\gamma_3)$  の勾配方向を表すイメージの矢印を付記してある。一方、最新の最大せん断ひずみレベルが変化していない過程においては、それまでに受けた最新の最大せん断ひずみレベルが  $|\gamma_1|$ ,  $|\gamma_2|$ ,  $|\gamma_3|$  というように変化して来たのに応じて、 $G_0$  とは異なる微小ひずみ時の  $G_{MDM}(\gamma_1)$ ,  $G_{MDM}(\gamma_2)$ ,  $G_{MDM}(\gamma_3)$  のところとそれぞれつながる  $G_s \sim |\gamma|$  関係曲線上をたどることになる。これにより、地盤材料が受けた最新の最大せん断ひずみレベルに応じて、その非線形特性が変化することを表現している。これは、第2章の図-9において説明した物理現象と対応するものである。因みに、図-20の入力せん断ひずみ波形を考えた場合、修正R-0モデルの  $G_s \sim |\gamma|$  関係曲線は図-22のようになっている。この図のように、修正R-0モデルでは地盤材料が繰返し载荷中に受けた最大せん断ひずみレベルに関わらず、微小ひずみ時の  $G_{MDM}$  は常に  $G_0$  と同じになることを仮定している。この点が図-9に示されるような実際の土の挙動と大きく異なる場合がある。なお、図-19と図-21に示される瞬間変形係数のひずみ依存性曲線、すなわち  $G_{MDM} \sim |\gamma|$  関係曲線は、一見異なる形状に見えるかも

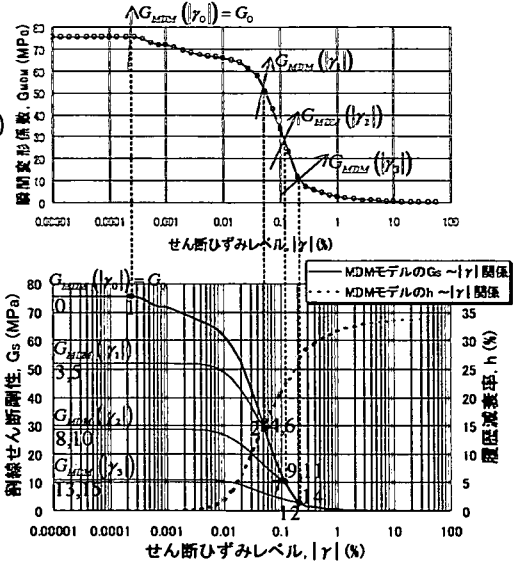


図-21 MDMモデルによる  $G_s$ ,  $h \sim |\gamma|$  関係の表現

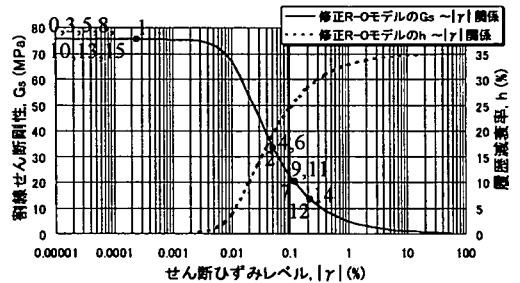


図-22 修正R-0モデルによる  $G_s$ ,  $h \sim |\gamma|$  関係の表現

しれないが、横軸をそれぞれ正規軸と常用対数軸により表してあるだけで、図化のもとになっている  $G_{MDM} \sim |\gamma|$  関係のデジタルデータは同一のものである。

次に、MDMモデルの履歴曲線式は、式(33)で表されるMDMモデルの骨格曲線式にMasing則を適用することによって得られる。すなわち、式(33)で  $\gamma$  を  $(\gamma - \tau_s)/2$  とおき、 $\tau$  を  $(\tau - \tau_s)/2$  とおくことにより、履歴曲線式は次式になる。

$$\gamma = \tau_s + \frac{1}{\left\{ \frac{G_{MDM}(\gamma(t)_{max})}{1 + B \cdot (|\tau - \tau_s|/2)^C} \right\}} \cdot (\tau - \tau_s) \quad (35)$$

この履歴曲線式による履歴曲線を図示すると、例えば図-23のようになる。この図のように、最新の最大せん断ひずみレベルが  $|\gamma_1|$ ,  $|\gamma_2|$ ,  $|\gamma_3|$  というように変化すると、微小ひずみ時の  $G_{MDM}$  が  $G_{MDM}(\gamma_1)$ ,  $G_{MDM}(\gamma_2)$ ,  $G_{MDM}(\gamma_3)$  である時点の骨格曲線式と同じパラメタの値を有する履歴曲線式による曲線を生成する。これは、図-21で  $G_{MDM}(\gamma_1)$ ,  $G_{MDM}(\gamma_2)$ ,  $G_{MDM}(\gamma_3)$  をそれぞれ一定とした時の  $G_s$ ,  $h \sim |\gamma|$  関係曲線に該当する履

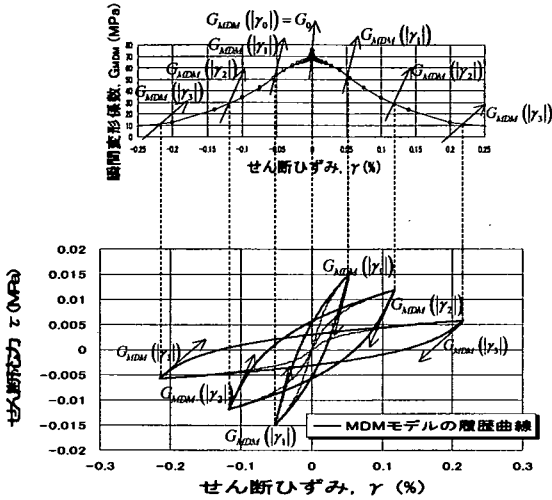


図-23 MDMモデルによる履歴曲線の表現

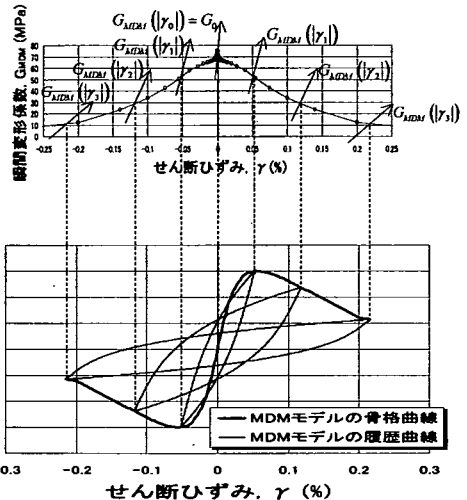


図-24 MDMモデルの骨格曲線と履歴曲線

履歴曲線を生成することに対応している。このことを理解しやすくするために、図-23にも $G_{MDM}(\gamma_1)$ 、 $G_{MDM}(\gamma_2)$ 、 $G_{MDM}(\gamma_3)$ の勾配方向を表すイメージの矢印を付記してある。ここで、式(33)によって描かれた骨格曲線である図-19と式(35)によって描かれた履歴曲線である図-23をまとめて示すと、図-24の通りになる。このように、MDMモデルでは、瞬間瞬間においてはMasing則が常に成立しながら、全体挙動としてMasing則が成立していない状態を表現できるようになっている。また、前述のMDMモデルの履歴法則より、式(35)によって履歴曲線が描かれている間は、 $|\gamma(t)|_{\max}$ の値が変化しない経過時間の区間に該当する。よって、この区間では式(35)において、 $G_{MDM}(|\gamma(t)|_{\max})$ が一定であるとして扱えるため、パラメタ $B$ 、 $C$ については、以下に記述するように、例えば龍岡等が提案したパラメタ設定法を用いることができる<sup>1)</sup>。

$\gamma_0 > 0$ 、 $\tau_0 > 0$ の時、骨格曲線上の除荷点 $(-\gamma_0, -\tau_0)$ と $(\gamma_0, \tau_0)$ を頂点とする履歴ループの履歴減衰率 $h(\gamma_0)$ は、次の履歴減衰率の定義式により求められる。

$$h(\gamma_0) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{\Delta W}{W} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{\int_{-\gamma_0}^{\gamma_0} \tau d\gamma + \int_{\gamma_0}^{-\gamma_0} \tau d\gamma}{\{\tau_0 - (-\tau_0)\} \cdot \{\gamma_0 - (-\gamma_0)\}} / 4 \quad (36)$$

式(35)による履歴ループを考え、式(36)の $h(\gamma_0)$ を具体的に求めて式展開する。さらに、 $\gamma_0 \rightarrow \infty$ の時、非線形材料は完全に剛性を失って $G_s(\gamma_0)$ が0になるものとし、この時の最大履歴減衰率を $h_{\max}$ と表せば、式(33)、(34)、(35)の定数パラメタ $C$ の設定は、

$$C = \frac{2 \cdot \pi \cdot h_{\max}}{2 \cdot \pi \cdot h} \quad (37)$$

という方程式で行えることになる。そして、履歴減衰率 $h$ のせん断ひずみレベル $|\gamma|$ に対する依存性曲線は、

$$h(\gamma) = h_{\max} \cdot \left( 1 - \frac{G_s(|\gamma|)}{G_{MDM}(|\gamma(t)|_{\max})} \right) \quad (38)$$

という方程式により求められることになる。因みに、特殊な場合として、上式(38)において $G_{MDM} = G_0$ 一定であるとすれば、この式はHardin & Drnevichの式に一致することになる。一方、式(33)、(34)、(35)に含まれるパラメタ $B$ の設定は、式(34)で $G_s(|\gamma|)/G_{MDM}(|\gamma(t)|_{\max}) = 1/2$ の時のせん断ひずみレベルを $\gamma_r$ とすることにより、

$$B = \left( \frac{2}{\gamma_r \cdot G_{MDM}(|\gamma(t)|_{\max})} \right)^C \quad (39)$$

という方程式で行えることになる。このように、MDMモデルではパラメタ $B$ が $G_{MDM}(|\gamma(t)|_{\max})$ を含むので、これが $|\gamma(t)|_{\max}$ に依存して変化する。

上述のMDMモデルの定式を用いる場合、要素シミュレーションや非線形地震応答解析の実行前に決定しておくパラメタは、 $\gamma_r$ および $h_{\max}$ と、せん断ひずみレベルに依存して変化する $G_{MDM}$ の3種類である。なお、以上にR-0モデルを拡張したMDMモデルの具体的な定式化例について示したが、このMDMモデルの定式における特殊な場合として、 $G_{MDM}(|\gamma(t)|_{\max})$ を含むすべての式で $G_{MDM} = G_0$ 一定とおいた場合、これらの定式は修正R-0モデルと一致することになる。

#### (4) $G_{MDM}(|\gamma|)$ の簡易な求め方

$G_{MDM}(|\gamma|)$ の求め方としては、第2章の(3)節で述べたように、供試体に与えた各最大せん断ひずみレベル

と、その直後の瞬間における微小ひずみ時割線せん断剛性との関係を動的変形試験データから直接求めるという方法もある。これは、 $G_{MDM}(\gamma)$  を物理パラメタとして求める方法である。しかし、 $G_{MDM}(\gamma)$  を物理パラメタとして図-11, 13のように求めるための図-9, 12に示されるような試験データが無い場合もある。そこで、SHAKEにおいて用いられるのと同様の $G_s, h \sim |\gamma|$ 関係試験データしかない場合における $G_{MDM}(\gamma)$ の簡易な決定方法について以下に述べる。それには、Hardin & Drnevichの式の拡張形である式(38)に注目する。この式は、 $G_s(\gamma)$ ,  $h(\gamma)$ と $G_{MDM}(\gamma)$ との密接な関係を表しており、 $G_s(\gamma)$ と $h(\gamma)$ の値がこの式に与えられると、従属的に $G_{MDM}(\gamma)$ の値が決まる。すなわち式(38)は、 $G_{MDM}(\gamma)$ が $G_s(\gamma)$ と $h(\gamma)$ の両方に対して従属なパラメタであると見なせることを表している。ゆえに、 $G_{MDM}(\gamma)$ は、試験データの $G_s(\gamma)_{\text{experiment}}$ ,  $h(\gamma)_{\text{experiment}}$ が与えられた時、これらに対して従属に、次式を満足するパラメタであるとして簡易に求められる。

$$h(\gamma)_{\text{experiment}} \equiv h_{\max} \cdot \left( 1 - \frac{G_s(\gamma)_{\text{experiment}}}{G_{MDM}(\gamma)} \right) \quad (40)$$

すなわち、

$$G_{MDM}(\gamma) = \frac{h_{\max} \cdot G_s(\gamma)_{\text{experiment}}}{h_{\max} - h(\gamma)_{\text{experiment}}} \quad (41)$$

式(41)により求められる $G_{MDM}(\gamma)$ を用いれば、線形式であるHardin & Drnevichの式では再現されなかった図-2の非線形な $G_s(\gamma)/G_0 \sim h(\gamma)$ 関係の試験データが式(38)により再現されることになる。

ここで、地盤の非線形地震応答解析においては、式(41)の $G_s(\gamma)_{\text{experiment}}$ は通常、初期せん断剛性 $G_0$ とせん断剛性比 $(G_s(\gamma)/G_0)_{\text{experiment}}$ に分離して与えられる。そのため、MDMモデルを地盤材料の履歴モデルとして組み込んだ非線形地震応答解析の物性データ入力部では、式(41)を変形した次式(42)により $G_{MDM}(\gamma)/G_0$ を求めておき、これに $G_0$ を乗じて $G_{MDM}(\gamma)$ を算定し、解析に用いるという方法が実用的である。

$$G_{MDM}(\gamma)/G_0 = \frac{h_{\max} \cdot (G_s(\gamma)/G_0)_{\text{experiment}}}{h_{\max} - h(\gamma)_{\text{experiment}}} \quad (42)$$

#### (5) MDMモデルのパラメタ決定手順の提案

$G_s, h \sim |\gamma|$ 関係試験データが $M$ 個のせん断ひずみレベル $|\gamma_e|_j$  ( $j=1, 2, \dots, M$ )上に与えられているものとし、これらを $G_s(\gamma_e|_j)_{\text{experiment}}$ ,  $h(\gamma_e|_j)_{\text{experiment}}$ と表記して、以下にMDMモデルのパラメタ決定手順を提案する。

①まず、 $h(\gamma_e|_j)_{\text{experiment}}$ のデータのみ注目する。そして、初めは $|\gamma_e|_j$ に関わらず常に $G_{MDM}(|\gamma_e|_j) = G_0$ とする条件下で、式(34), (37), (38), (39)によるモデルの $h \sim |\gamma|$ 関係が試験データの $h(\gamma_e|_j)_{\text{experiment}}$ を最小の誤差で再現するように、すなわち式(14)が成立するように $\gamma_r, h_{\max}$ の値を求める。そして、このパラメタの値の時、モデルにより試験データと同一の $M$ 個のせん断ひずみレベル $|\gamma_e|_j$ 上に生成できる $h(\gamma_e|_j)$ のデータを改めて $h(\gamma_e|_j)_{\text{experiment}}$ のデータとみなす。これは、ばらつきがある $h \sim |\gamma|$ 関係試験データへも対応可能にするためである。②次に、 $G_s(\gamma_e|_j)_{\text{experiment}}$ と①でばらつきをおさめた $h(\gamma_e|_j)_{\text{experiment}}$ の $M$ 組のデータ、および①で決定した $h_{\max}$ の値を式(41)へ代入することにより、 $G_{MDM}(|\gamma_e|_j)$ すなわち瞬間変形係数のひずみ依存性を求める。③今度は、 $G_s(\gamma_e|_j)_{\text{experiment}}$ のデータのみ注目する。そして、①で決定した $h_{\max}$ の値と②で求めた $G_{MDM}(|\gamma_e|_j)$ の値を用いながら、式(34), (37), (39)によるモデルの $G_s \sim |\gamma|$ 関係が試験データの $G_s(\gamma_e|_j)_{\text{experiment}}$ を最小の誤差で再現するように、すなわち式(13)が成立するように $\gamma_r$ の値を求める。

以上に述べた手順の①で決定される $h_{\max}$ の値、②で求められる $G_{MDM}(|\gamma_e|_j)$ の値、③で決定される $\gamma_r$ の値をMDMモデルにおいて用いる。そうすれば、式(34), (37), (38), (39)により、MDMモデルの $G_s, h \sim |\gamma|$ 関係曲線を描くことができる。そして、第4章の(1)節で提案した履歴法則と式(33), (35), (37), (39)により、任意のせん断ひずみ時刻歴波形外力下において、MDMモデルの繰返し $\tau \sim \gamma$ 関係曲線を生成できる。

なお、MDMモデルにより、 $G_s, h \sim |\gamma|$ 関係曲線を描く時などには、 $|\gamma_e|_j$  ( $j=1, 2, \dots, M$ )以外のせん断ひずみレベルのポイントでも $G_{MDM}(\gamma)$ の値が必要になる場合がある。任意の $|\gamma|$ における $G_{MDM}(\gamma)$ が必要な時は、上述のパラメタ決定手順による $M$ 個の $G_{MDM}(|\gamma_e|_j)$ のデータを用い、次式(43)~(46)により、内挿および外挿して求められる。これにより、MDMモデルでは、例えば後で示す図-27等のように、 $G_s, h \sim |\gamma|$ 関係試験データのない大きなせん断ひずみレベルの領域でも、せん断ひずみレベルの増加に対する $G_s$ の低下曲線を無理なくならぬ外挿可能である。

$$G_{MDM}(\gamma) = G_{MDM}(|\gamma_e|_1) \quad \text{for } |\gamma| < |\gamma_e|_1 \quad (43)$$

$$G_{MDM}(\gamma) = \frac{G_{MDM}(|\gamma_e|_{j+1}) - G_{MDM}(|\gamma_e|_j)}{\log_{10}(|\gamma_e|_{j+1}) - \log_{10}(|\gamma_e|_j)} \times \left\{ \log_{10}(|\gamma|) - \log_{10}(|\gamma_e|_j) \right\} + G_{MDM}(|\gamma_e|_j) \quad (j=1, 2, \dots, M-1)$$

$$\text{for } |\gamma_{e|j}| \leq |\gamma| < |\gamma_{e|M}| \quad (44)$$

$$G_{MDM}(\gamma) = G_{MDM}(|\gamma_{e|M}|) \quad \text{for } |\gamma| \geq |\gamma_{e|M}| \quad (45)$$

ここに、式(44)は次の関係のもとで用いる。

$$|\gamma_{e|j}| \leq |\gamma| < |\gamma_{e|j+1}| \quad (46)$$

## 5. MDM モデルによる乾燥砂と飽和砂の要素シミュレーション

乾燥砂と飽和砂の図-3に示される  $G_s$ ,  $h \sim |\gamma|$  関係試験データと、それらの元である乾燥砂と飽和砂の図-5および図-6に示される  $\tau \sim \gamma$  関係試験データを対象に、修正R-0モデルとMDMモデルによる要素シミュレーションを行った結果について以下に述べる。

### (1) 乾燥砂の要素シミュレーション結果

図-25は、図-3の乾燥砂の  $G_s$ ,  $h \sim |\gamma|$  関係試験データと修正R-0モデルによる  $G_s$ ,  $h \sim |\gamma|$  関係曲線を比較した結果であり、この時のパラメータは  $\gamma_r = 0.07(\%)$ ,  $h_{\max} = 30.5(\%)$ ,  $G_0 = 74.70(\text{MPa})$  である。また、図-26はそれに対応する乾燥砂の  $\tau \sim \gamma$  関係試験データの要素シミュレーション結果である。要素シミュレーションでは、まず各せん断ひずみレベルにおいて、動的変形試験時の正弦波形せん断ひずみ時刻歴を外力としてモデルに入力し、モデルによる繰返し  $\tau \sim \gamma$  関係を求めた。そして、モデルによる各10サイクル目の  $\tau \sim \gamma$  関係曲線を取り出し、すべてのせん断ひずみレベルで動的変形試験結果と比較した。図-13に示される通り、乾燥砂の瞬間変形係数はせん断ひずみレベルの増大に対して大きくは変化していないため、瞬間変形係数のひずみ依存性を考慮していない修正R-0モデルの場合でも概ね良好な要素シミュレーション結果が得られている。

一方、図-27はMDMモデルによる乾燥砂の  $G_s$ ,  $h \sim |\gamma|$  関係試験データの再現結果であり、この時、前述のパラメータ決定手順に基づくパラメータは  $\gamma_r = 0.08(\%)$ ,  $h_{\max} = 35(\%)$ , および図-28に示される  $G_{MDM}(|\gamma|)$  である。また、図-29はそれに対応する乾燥砂の  $\tau \sim \gamma$  関係試験データの要素シミュレーション結果である。図-13, 28のように、乾燥砂の瞬間変形係数の変化は飽和砂の場合よりも小さいが、それでもこれを考慮することにより、図-29の如く要素シミュレーション結果がより良好になる。

### (2) 飽和砂の要素シミュレーション結果

図-3, 6の飽和砂の動的変形試験データを対象とし

て、修正R-0モデルにより要素シミュレーションした結果は、すでに第3章の(2)節において示した。一方、図-3の飽和砂の  $G_s$ ,  $h \sim |\gamma|$  関係試験データを対象として、前述のパラメータ決定手順に基づき、MDMモデルのパラメータを決めると、MDMモデルによる  $G_s$ ,  $h \sim |\gamma|$  関係試験データの再現結果は、図-30の通りになる。この時のMDMモデルのパラメータは、 $\gamma_r = 0.06(\%)$ ,  $h_{\max} = 33(\%)$ , および図-31に示される  $G_{MDM}(|\gamma|)$  である。そして、このパラメータの値を用いたMDMモデルによる  $\tau \sim \gamma$  関係試験データの要素シミュレーション結果は、図-32の通りになる。この図に示されるように、MDMモデルは試験データの極度の剛性低下率、急峻なひずみ軟化挙動や液状化時の流動的挙動を再現し得ている。また、図-28, 31に示される通り、第4章の(5)節において提案したMDMモデルのパラメータ決定手順に基づく  $G_{MDM} \sim |\gamma|$  関係曲線は、瞬間変形係数のひずみ依存性の実測値とよく対応している。このように、提案したパラメータ決定手順によれば、SHAKEにおいて用いられるのと同様の  $G_s$ ,  $h \sim |\gamma|$  関係試験データしか用いない場合にも、実測値と良好に対応する  $G_{MDM}(|\gamma|)$  の値を求めることができている。よって、提案したパラメータ決定手順は合理的な方法であるものと考えられる。

ここで、例えば図-7のように、大きなせん断ひずみレベルにおいては履歴ループが繰返し載荷回数に依存して変化する場合がある。本論の提案モデルでは、簡単のため、同じせん断ひずみレベルにおける繰返し載荷回数の違いを直接表現するモデル化は検討対象にしていない。従って、SHAKEで用いられるような図-3における飽和砂の各10サイクル目の  $G_s$ ,  $h \sim |\gamma|$  関係試験データを対象として提案モデルのパラメータを決定した場合には、次のようになる。すなわち、今、経過時間ゼロでせん断ひずみレベルゼロの状態から始めて徐々にせん断ひずみ振幅が大きくなり、図-7の10サイクル目の履歴ループと同じせん断ひずみレベルに初めて到達した状態を考える。そして、この状態に続けて、図-7の10サイクル目に該当する履歴ループと完全に同じせん断ひずみレベルの一定せん断ひずみ振幅の繰返し波形入力が提案モデルに与えられたとする。このような人工的なパターンが入力が与えられた場合、本論の提案モデルは、図-7の10サイクル目の  $\tau \sim \gamma$  関係に該当する履歴ループを繰返し描くことになる。ただし、自然の地震波のようにランダムせん断ひずみ波形の入力を考えた場合、今、図-7の10サイクル目に対応するせん断ひずみレベルよりも大きなせん断ひずみレベルの入力が提案モデルに与えられ、 $G_{MDM}$  が提案モデルの履歴法則に従って、別の値へ更新された状態とする。そして、この状態に続いて図-

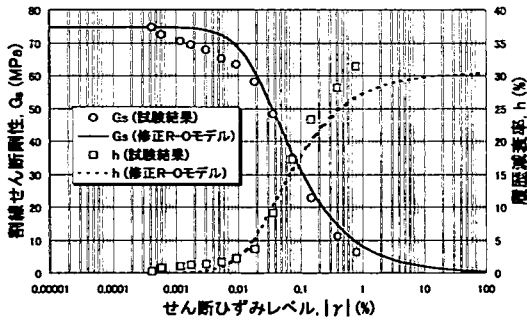


図-25 修正R-Oモデルによる乾燥砂の $G_s$ ,  $h \sim |\gamma|$ 関係

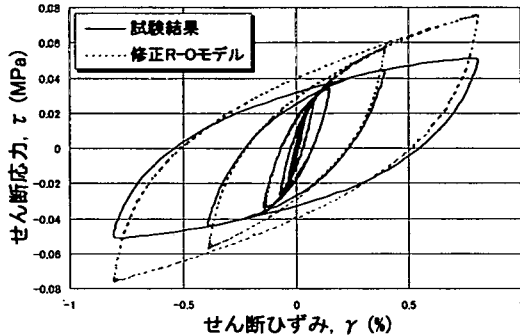


図-26 修正R-Oモデルによる乾燥砂の要素シミュレーション

7の10サイクル目に該当する履歴ループと同じせん断ひずみレベルの入力が提案モデルに与えられると、図-21から分かるように、提案モデルは、図-7における10サイクル目以外の繰返し載荷回数 $n$ の $\tau \sim \gamma$ 関係に相当するような曲線を描くことになる。

## 6. MDM モデルによる構造用金属材料の要素シミュレーション

ここまでは、繰返し軟化する軟弱な地盤材料に対するMDMモデルの適用について述べてきたが、MDMモデルは顕著に繰返し硬化する硬い構造用金属材料へも適用性のある履歴モデルである。以下に、MDMモデルを構造用金属材料へ適用した事例について述べる。

### (1) 要素シミュレーション対象

要素シミュレーションの対象としたのは、鋼材等によって求められた構造用金属材料の繰返し圧縮～引張実験データである<sup>22)</sup>。対象の供試体は、SUS304の中実丸棒の試験片であり、実験においてはひずみ制御により繰返し載荷が行われた。実験結果である繰返し応力 $\sigma \sim$ 軸ひずみ $\epsilon_a$ 関係データを図-33に示す。文献22)によれば、ここにおいて要素シミュレーション対象としている供試体の繰返し $\sigma \sim \epsilon_a$ 関係の応力応答は、漸増載荷時よりも大きくなり、この繰返し $\sigma \sim \epsilon_a$ 関係実

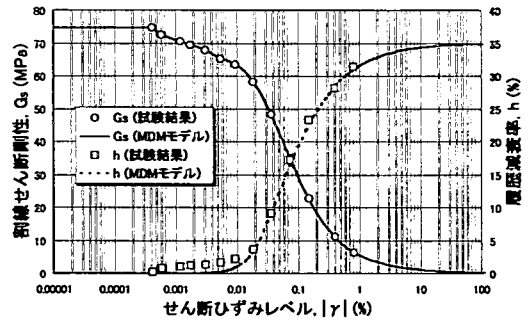


図-27 MDMモデルによる乾燥砂の $G_s$ ,  $h \sim |\gamma|$ 関係

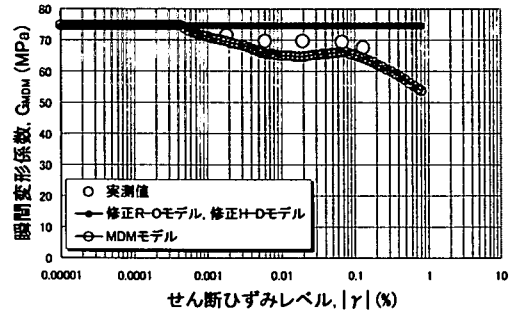


図-28 MDMモデルによる乾燥砂の $G_{MDM} \sim |\gamma|$ 関係

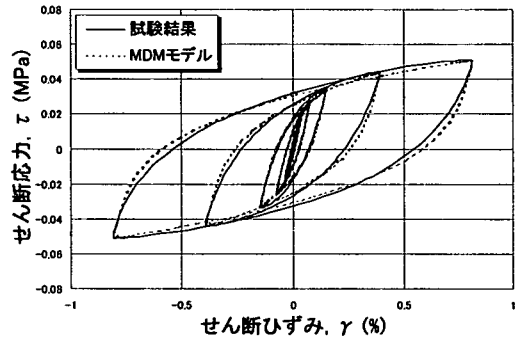


図-29 MDMモデルによる乾燥砂の要素シミュレーション

験データは繰返し硬化挙動を含んでいるものと報告されている。

### (2) 要素シミュレーション結果

参考のため、まず修正R-Oモデルによる要素シミュレーション結果を示す。図-33の繰返し $\sigma \sim \epsilon_a$ 関係実験データの各履歴ループから割線剛性 $E_s$ および履歴減衰率 $h$ を算定し、軸ひずみレベル $|\epsilon_a|$ との関係を求めると、図-34中のプロットの通りになる。これを再現するように修正R-Oモデルのパラメタを決定すれば、 $\epsilon_r = 0.42(\%)$ ,  $h_{max} = 51(\%)$ ,  $E_0 = 135500(MPa)$ となる。これらのパラメタの値を用いた時の修正R-Oモデルによる $E_s$ ,  $h \sim |\epsilon_a|$ 関係曲線を $E_s$ ,  $h \sim |\epsilon_a|$ 関係実験データと比較した結果を図-34に示す。また、これに対応する繰返し $\sigma \sim \epsilon_a$ 関係実験データの要素シミュ



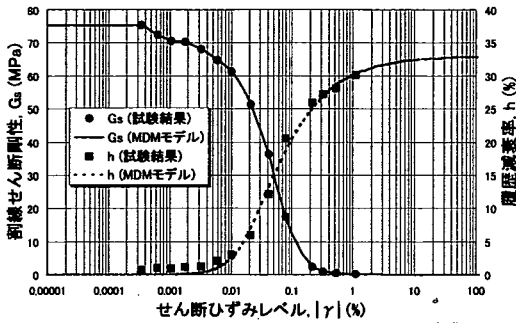


図-30 MDMモデルによる飽和砂の $G_s$ ,  $h \sim |\gamma|$ 関係

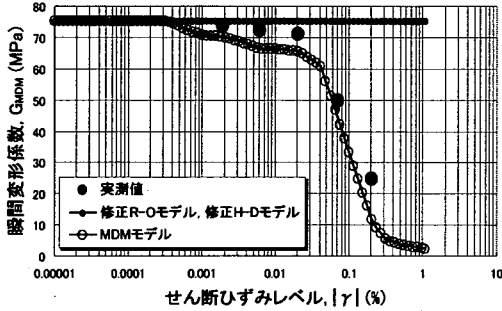


図-31 MDMモデルによる飽和砂の $G_{MDM} \sim |\gamma|$ 関係

レーション結果を図-35に示す。繰返し硬化挙動を含むこの実験データの場合、修正R-0モデルは最大応力を実測よりも小さめに評価する結果になっている。

次に、MDMモデルによる要素シミュレーション結果を示す。図-36中のプロットにより示される $E_s$ ,  $h \sim |\epsilon_a|$ 関係実験データに対し、前述のパラメタ決定手順に基づきMDMモデルのパラメタを決定すると、MDMモデルによる $E_s$ ,  $h \sim |\epsilon_a|$ 関係実験データの再現結果が同図の通りになる。そして、これに対応するMDMモデルのパラメタは、 $\epsilon_r = 0.30(\%)$ ,  $h_{max} = 48(\%)$ 、および図-37に示される $E_{MDM}(\epsilon_a)$ である。図-37では、軸ひずみレベルの大きい領域におけるMDMモデルの瞬間変形係数が軸ひずみレベルの増分に関して上昇する傾向を示している。またこの時、MDMモデルによる繰返し $\sigma \sim \epsilon_a$ 関係実験データの要素シミュレーション結果は、図-38に示す通りになる。MDMモデルはこの結果に示されるように、繰返し硬化時の履歴ループのピーク値も含め、より正確に繰返し $\sigma \sim \epsilon_a$ 関係実験データを再現し得ているのが分かる。

## 7. MDMモデルによる非線形特性の有効拘束圧依存性の設定方法

地震時地盤応答記録の高精度な再現シミュレーションのためには、履歴モデルにより、地盤材料の非線形特性の有効拘束圧に対する依存性がいかに表現される

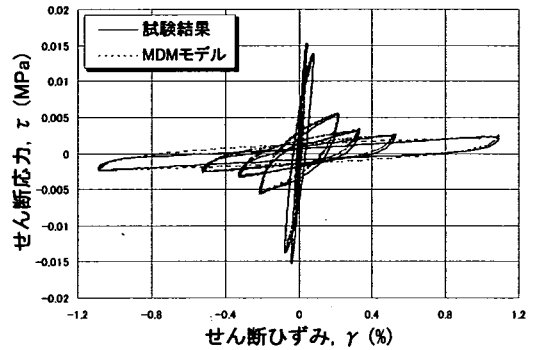


図-32 MDMモデルによる飽和砂の要素シミュレーション

かということも重要である。そこで、MDMモデルの場合に、地盤材料の非線形特性の有効拘束圧依存性がどのように表現されるかについて、図-3の飽和砂の試験データを対象にした場合を例として以下に説明する。

まず、図-3の飽和砂の試験データにおいて、割線せん断剛性が正規化された値により与えられた場合、飽和砂の $G_s/G_0$ ,  $h \sim |\gamma|$ 関係試験データは、図-39の○というマークにより示される。この動的変形試験時の有効拘束圧は、 $\sigma'_c \text{ experiment} = 0.1(\text{MPa})$ であった。これに対して決定されるMDMモデルのパラメタは、図-30, 31のところで説明したのと同様に、 $\gamma_r = 0.06(\%)$ ,  $h_{max} = 33(\%)$ 、および図-40に示される $G_{MDM}(|\gamma|)/G_0$ となる。ただし、瞬間変形係数の算定には式(42)を用いた。ここで、上記の $\gamma_r = 0.06(\%)$ を次式(47)の $\gamma_r \text{ experiment}$ とみなす。そして、これをもとにして式(47)により、 $\gamma_r$ の有効拘束圧依存性を例えば $p = 0.5$ として考慮すると<sup>23)</sup>、MDMモデルによる $\sigma'_c = 0.01(\text{MPa})$ および $\sigma'_c = 1.0(\text{MPa})$ のときの $G_s/G_{MDM}$ ,  $h \sim |\gamma|$ 関係曲線が図-39のように求められる。

$$\gamma_r = \gamma_r \text{ experiment} \cdot \left( \frac{\sigma'_c}{\sigma'_c \text{ experiment}} \right)^p \quad (47)$$

ここに、 $\sigma'_c \text{ experiment}$ は地盤材料の動的変形試験の際、供試体に与えられていた有効拘束圧を表し、 $\gamma_r \text{ experiment}$ はその試験により得られた $G_s/G_0$ ,  $h \sim |\gamma|$ 関係試験データを再現するように決定したMDMモデルの $\gamma_r$ を表す。また、 $p$ は有効拘束圧依存の程度を表す定数パラメタである。

次に、初期せん断剛性 $G_0$ の有効拘束圧依存性を考慮する。これについても式(47)と類似の形で、

$$G_0 = G_0 \text{ experiment} \cdot \left( \frac{\sigma'_c}{\sigma'_c \text{ experiment}} \right)^p \quad (48)$$

によって考慮する<sup>24)</sup>。図-3の飽和砂の動的変形試験時には、有効拘束圧が $\sigma'_c \text{ experiment} = 0.1(\text{MPa})$ で、初期

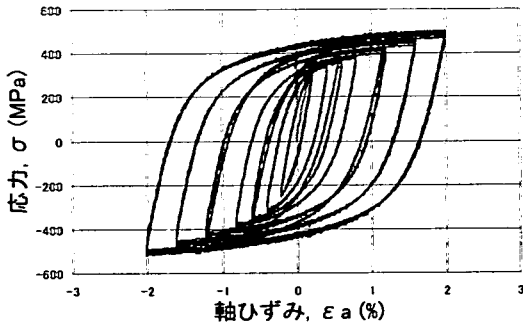


図-33 SUS304の繰返し $\sigma \sim \varepsilon_a$ 関係実験データ

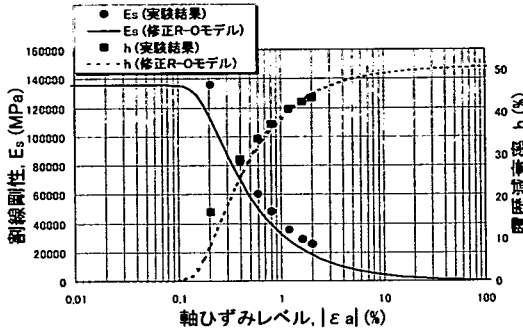


図-34 修正R-OモデルによるSUS304の $E_s, h \sim |\varepsilon_a|$ 関係

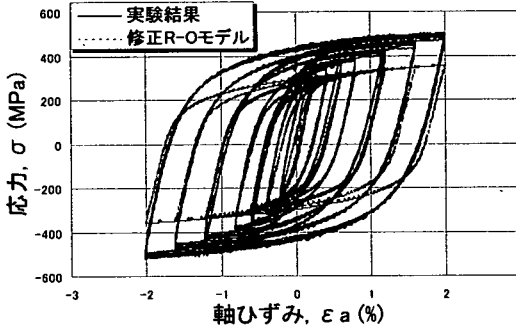


図-35 修正R-OモデルによるSUS304の要素シミュレーション

せん断剛性が  $G_0 \text{ experiment} = 75.36 \text{ (MPa)}$  であった。従って、上式(48)を用い、 $\sigma'_c = 0.01 \text{ (MPa)}$  および  $\sigma'_c = 1.0 \text{ (MPa)}$  における  $G_0$  の値を例えば  $p = 0.5$  で外挿して求め、図-39の該当する有効拘束圧の曲線データにかけると、図-41が得られる。すなわち、図-41はMDMモデルにおいて、 $\gamma_r$  と  $G_0$  の両者の有効拘束圧依存性を考慮した場合の結果である。

一方、図-41に表されている  $G_s, h \sim |\gamma|$  関係の有効拘束圧依存性に従い、図-42はMDMモデルの骨格曲線の有効拘束圧に応じた変化を説明したものである。つまり、図-42は、それぞれの有効拘束圧に対するMDMモデルのパラメタの値を用い、第4章の(1)節で提案した履歴法則と式(33), (37), (39)により骨格曲線を描いた結果である。この時、MDMモデルにおいて、図-

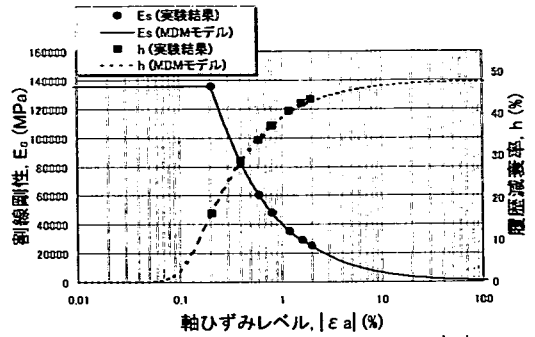


図-36 MDMモデルによるSUS304の $E_s, h \sim |\varepsilon_a|$ 関係

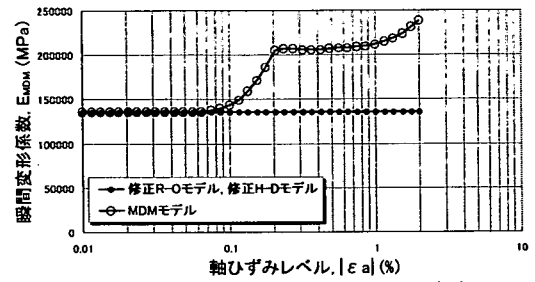


図-37 MDMモデルによるSUS304の $E_{MDM} \sim |\varepsilon_a|$ 関係

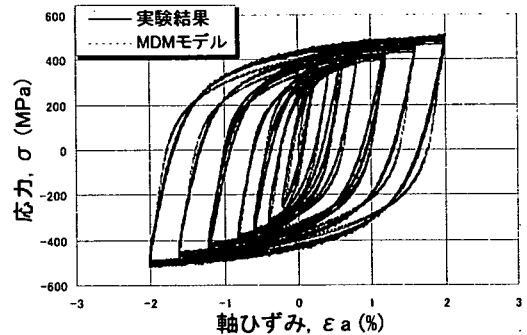


図-38 MDMモデルによるSUS304の要素シミュレーション

41に示される  $G_s \sim |\gamma|$  関係曲線の有効拘束圧依存性と図-42に示される骨格曲線の有効拘束圧依存性は一對一の関係で整合している。

## 8. 結論

(1) 本論で対象にした地盤材料の動的変形試験データによれば、実験事実として、地盤材料が载荷により受けた最新の最大せん断ひずみレベルが大きくなると、原点近傍の微小ひずみ時割線せん断剛性は、その最大せん断ひずみレベルに関して変化する場合がある。本論では、この現象を瞬間変形係数というパラメタによって骨格曲線式の中で考慮し、このパラメタを連続的に更新しながら骨格曲線を描くという新しいモデル化方法を提案した。ここで、瞬間変形係数のひ

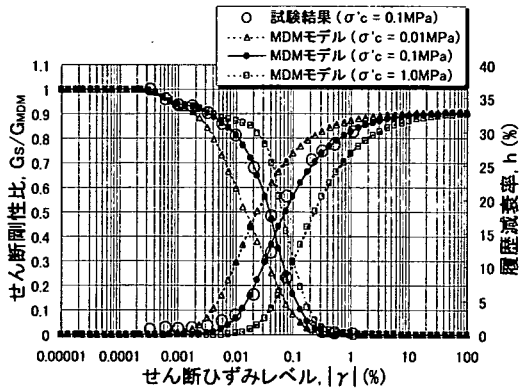


図-39  $G_s/G_{MDM}$ ,  $h \sim |\gamma|$  関係の有効拘束圧依存性

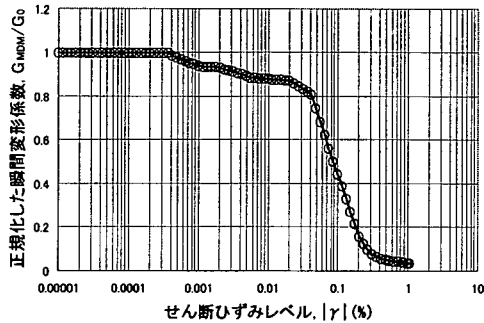


図-40 MDM モデルによる飽和砂の  $G_{MDM}/G_0 \sim |\gamma|$  関係

ずみ依存性は、本論に記述した方法により、動的変形試験データから物理パラメータとして直接求めることも可能である。しかし、本論において提案したMDMモデルのパラメータ決定手順を用いれば、簡易に瞬間変形係数のひずみ依存性が求められる。これにより、SHAKEで解析を行う時のように、入力動的物性データとして、割線せん断剛性と履歴減衰率のひずみ依存性試験データしか与えられない場合でも、MDMモデルによる解析を実行できる。

(2)本論で対象にした材料の要素シミュレーション結果によれば、MDMモデルは、急峻なひずみ軟化を呈する軟弱な地盤材料と顕著に繰返し硬化する構造用金属材料の両方の繰返し応力～ひずみ関係を再現シミュレーション可能である。これは、瞬間変形係数を逐次更新しながら骨格曲線を描くというモデル化方法に基づき、瞬間瞬間においてはMasing則が常に成立しながら、全体挙動としてMasing則が成立していない状態を表現可能な履歴法則を用いていることによる。つまり、従来の履歴モデルでは、骨格曲線式と履歴曲線式で別々のパラメータの値を用いて、繰返し応力～ひずみ関係試験データの再現精度を向上させようとしていた。これに対し、MDMモデルでは、Masing則のもとにおいて、骨格曲線式と履歴曲線式で常に同じパラメータの値を用いながら、繰返し応力～ひず

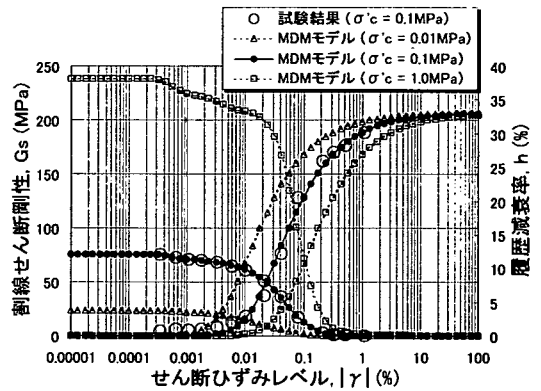


図-41  $G_s$ ,  $h \sim |\gamma|$  関係の有効拘束圧依存性

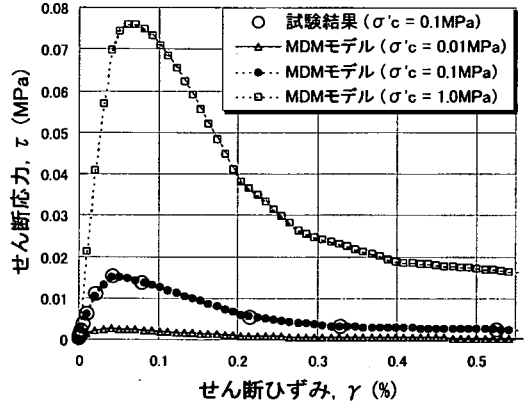


図-42 MDM モデルによる骨格曲線の有効拘束圧依存性

み関係の再現精度向上が可能な方法を実現した。

(3)本論で提案したMDMモデルは、以下の5つの条件を同時に満足可能な履歴モデルである。すなわち、①骨格曲線式が物理的な意味のあるパラメータから成り、パラメータの値により骨格曲線に関する物理的な意味をある程度解釈可能である。②骨格曲線がせん断ひずみの増分に関して負の勾配になる状態も表現可能である。③割線せん断剛性のひずみ依存性試験データと履歴減衰率のひずみ依存性試験データを両方同時に忠実に再現可能である。④割線せん断剛性と履歴減衰率のひずみ依存性試験データの無い大きなせん断ひずみレベルの領域でも、せん断ひずみレベルの増加に対する割線せん断剛性の低下曲線を無理なくならぬに外挿可能である。⑤せん断剛性比と履歴減衰率のひずみ依存性曲線の有効拘束圧依存性を容易に表現可能である。

#### 参考文献

- 1) Schnabel, P. B., Lysmer, J. and Seed, H. B.: SHAKE, a computer program for earthquake response analysis of horizontally layered sites, EERC 72-12, UC Berkeley, Calif., 1972.
- 2) Kumazaki, I.: Hysteresis model considering shear strain de-

- pendency of fractal dimension and Momentary Deformation Modulus, *Chaos in Dynamic Deformation Properties of Non-linear Elements and Prediction of their Constitutive Relations*, Doctoral Dissertation, Kyoto University, Chapter 7, 1998.
- 3) 森 忠彦: 繰返し変形履歴を受ける薄板集成部材の簡易解析法, 修士論文(京都大学), 1991.
  - 4) 地盤工学会「土質試験の方法と解説」改訂編集委員会編: 土質試験の方法と解説 - 第一回改訂版 -, (社)地盤工学会, pp. 678-685, 2000.
  - 5) Zeghal, M. and Elgamal, A. W.: Analysis of site liquefaction using earthquake records, *J. Geotech. Eng.*, Vol. 120, No. 6, ASCE, pp. 996-1017, 1994.
  - 6) Hardin, B. O. and Drnevich, V. P.: Shear modulus and damping in soils, design equations and curves, *J. Soil Mech. Foundations Div., Proc. ASCE*, Vol. 98, No. SM7, pp. 667-692, 1972.
  - 7) Jennings, P. C.: Periodic response of a general yielding structure, *J. Eng. Mech. Div., Proc. ASCE*, Vol. 90, No. EM2, pp. 131-166, 1964.
  - 8) Idriss, I. M., Dobry, R. and Singh, R. D.: Nonlinear behavior of soft clays during cyclic loading, *J. Geotech. Eng. Div., Proc. ASCE*, Vol. 104, No. GT12, pp. 1427-1447, 1978.
  - 9) 大崎 順彦: 建築振動理論, 彰国社, pp. 373-374, 1996.
  - 10) 大崎 順彦, 原 昭夫, 清田 芳治: 地盤振動解析のための土の動力学モデルの提案と解析例, 第5回日本地震工学シンポジウム, pp. 697-704, 1978.
  - 11) 龍岡 文夫, 福島 伸二: 砂のランダム繰返し入力に対する応力~歪関係のモデル化について(1), 生産研究, Vol. 30, No. 9, pp. 26-29, 1978.
  - 12) 国生 剛治, 桜井 彰雄: MODIFIED HARDIN-DRNEVICHモデルについて, 土木学会第33回年次学術講演会講演概要集, III-64, pp. 116-117, 1978.
  - 13) 龍岡 文夫, 福島 伸二: 砂のランダム繰返し入力に対する応力~歪関係のモデル化について(2), 生産研究, Vol. 30, No. 10, pp. 9-12, 1978.
  - 14) Kondner, R. L.: Hyperbolic stress-strain response, cohesive soils, *J. Soil Mech. Foundations Div., Proc. ASCE*, No. SM1, pp. 115-143, 1963.
  - 15) 足立 紀尚, 龍岡 文夫: 土の力学(III) - 圧密・せん断・動的解析 -, 新体系土木工学 18, 技報堂出版, pp. 219, 1981.
  - 16) 吉田 望, 辻野 修一: 地盤の非線形地震応答解析に関する研究 その4. 新しい履歴法則の提案, 佐藤工業(株)技術研究所報, No. 11, pp. 61-68, 1984.
  - 17) Ishihara, K., Yoshida, N. and Tsujino, S.: Modelling of stress-strain relations of soils, *Proc. Fifth Int. Conf. on Numerical Methods in Geomech.*, pp. 373-380, 1985.
  - 18) 澁谷 啓, 龍岡 文夫, 安部 文洋, 金 有性, 朴 春植: 地盤材料の広い範囲のひずみでの応力・ひずみ関係, 第26回土質工学研究発表会発表講演集, pp. 533-536, 1991.
  - 19) 西村 昭彦, 室野 剛隆, 木幡 行宏: 1次元地盤応答解析のための土の非線形モデルとその有効性 —モデルの提案—, 第34回地盤工学研究発表会発表講演集, pp. 1951-1952, 1999.
  - 20) 坂下 克之, 岡本 晋, 福島 研一, 志田 智之, 立石 章: 模型砂地盤の強震時非線形挙動解析, 第25回地震工学研究発表会講演論文集, pp. 301-304, 1999.
  - 21) 吉田 望, 辻野 修一, 石原 研而: 地盤の1次元非線形解析に用いる土のせん断応力-せん断ひずみ関係のモデル化, 日本建築学会大会学術講演概要集, pp. 1639-1640, 1990.
  - 22) 國枝 達郎, 渡邊 英一, 古田 均, 杉浦 邦征, 宇都宮 智昭: 構造用金属材料の繰返し応力-ひずみ関係に関する基礎的研究, 土木学会第49回年次学術講演会講演概要集, I-26, pp. 52-53, 1994.
  - 23) 足立 紀尚, 龍岡 文夫: 土の力学(III) - 圧密・せん断・動的解析 -, 新体系土木工学 18, 技報堂出版, pp. 238-240, 1981.
  - 24) 足立 紀尚, 龍岡 文夫: 土の力学(III) - 圧密・せん断・動的解析 -, 新体系土木工学 18, 技報堂出版, pp. 220-223, 1981.

(2001. 12. 10 受付)

## A HYSTERESIS MODEL OF SOIL AND STEEL CONSIDERING MAXIMUM STRAIN LEVEL DEPENDENCY OF STIFFNESS AT VERY SMALL STRAIN

Ikutaro KUMAZAKI

On the basis of consideration on dynamic deformation test data of geomaterial, the author defined a physical parameter, namely, Momentary Deformation Modulus abbreviated as MDM that means the secant stiffness at very small strain near the origin in the every moment the latest maximum strain comes out under cyclic loading. Then, the author proposed a cyclic stress-strain model named MDM model that uses a skeleton function considering the maximum strain dependent change of the Momentary Deformation Modulus, applying the Masing law to the skeleton function. Besides, the author proposed a new hysteresis law and a determination procedure of parameters of the proposed model, and made the difference clear between the past hysteresis models and the proposed model. Furthermore, the author showed the flexible applicability of the proposed model by means of evidence that it could simulate the real stress-strain relationships of the quite soft soil and the extremely hard steel.