

捨石堰を越流・透過する流れの構造と流量解析

道奥康治¹・前野詩朗²・羽根田正則³・古澤孝明⁴

¹正会員 工博 神戸大学教授 工学部建設学科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

E-mail: michioku@kobe-u.ac.jp

²正会員 博(工) 岡山大学助教授 環境理工学部環境デザイン工学科 (〒700-8530 岡山市津島中 3-1-1)

E-mail: maeno@cc.okayama-u.ac.jp

³正会員 修(工) 阪神電気鉄道株式会社 (〒553-8553 大阪市福島区海老江 1-1-24)

⁴正会員 修(工) (株)建設技術研究所中国支社 (〒730-0013 広島市中区八丁堀 2-31)

捨石堰を越流・浸透する流れの流量を算定するために水理実験と理論解析を行った。流れを粗面開水路流と乱流多孔体流れからなる二層流と仮定し、上下層間の運動量交換を考慮して二層界面での内部抵抗を評価した。捨石堰内の運動量保存は被圧多孔体乱流として定式化された。様々な捨石粒径、間隙率、堰の高さ・長さ、水深の条件下で水理実験を実施し、水面形、捨石堰内外の流速、捨石の抵抗力など水理諸量の特性について実験と理論との良好な一致を得た。さらに関連パラメータの関数として流量の理論解が得られ、実験結果との比較・検証がなされた。本研究成果は、堰による流量・水深制御、さらに堰の破壊条件評価など実用的な構造物設計に応用することができる。

Key Words: rubble mound weir, overflow, seepage flow, water surface profile, discharge

1. 序論

(1) 研究の背景と目的

水工学が河川管理に適用されるようになった近代以前の時代から、写真-1 のような捨石堰が、農業取水堰として各地で利用されてきた。不透過堰のように流れを完全にせき止める構造物ではないが、集水機能を十分に果たしている。近年、石礫や木材など自然材料を用いた河川護岸や枠・牛や沈床などのように流れを柔に制御する透過性構造物の機能が見直されている。本研究では捨石堰についても合理的な水理設計に基づいて構築し利用することを考える。

透過性を有するため、土砂や粒子態の有機物・栄養塩などの貯水域への滞留が少なく、それらの大部分を下流へ通過させることができる。また、堰天端



写真-1 捨石堰の例 (城原川)

は空隙と凹凸に富んでいるため法面や越流部の構造設計を工夫することによって、自然石落差工 (Rough Ramp) と同様に水生昆虫・魚介類の上下流方向移動を可能にすることができる。これに対して鋼製堰・コンクリート堰やファブリ・ダムなど、通常使われる不透過性構造物では、越流部の全断面が高速に保たれ表面に足がかりのない天端構造を有するために水生動物の移動が完全に阻害されたり、物質の流下が遮断されるなど疎通障害が生ずる。このように捨石堰は水系内の物質循環や生態系バランスなど自然への負荷が少ない構造物と考えることができ

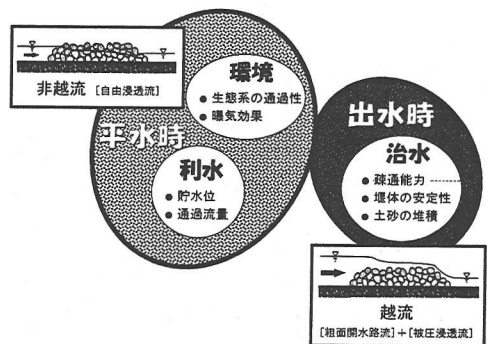


図-1 捨石堰の諸問題

る。また城原川の例に見られるように、出水によって崩れた堰を補修する共同作業を通して、地域住民の連帯感の維持やコミュニティーの一体化など、社会環境機能が捨石堰の付加価値として認められている。近年、老朽化した捨石堰の多くがメンテナンスフリーの堅固なコンクリート製・鋼製構造に改築されたため、往年の地域協同体制が失われつつある。この問題は、城原川だけではなく、兵庫県に限定しても、加古川・千種川・揖保川などほとんどの水系において流域住民や学識者などから指摘されている問題である。

写真-1のように現在もお稼働する捨石堰はあるが、河川構造物として設計され構築された実績はない。捨石堰を利用する上で河川工学的に検討すべき課題を整理すれば、図-1のようである。

第一に捨石堰は利水構造物であるため、平水時一すなわち水面が天端より低い非越流状態における貯留効果や疎通能を評価することが重要である。著者らは、多孔体乱流の抵抗則を用いて非越流時の通過流量に関する理論解を求め、「流量-水位」曲線を算出した¹⁾。さらに検討すべき平水時の重要課題としては、水質や生態系に及ぼす捨石堰の環境機能などが挙げられる。

第二に、永久構造物である不透過堰と違って出水時の部分損壊を前提とする必要があるため、越流時の流量・流体力・堰体安定性などを知る必要がある。これに関して著者らは、下流法肩部から堰が崩壊し始めることや石礫材料の破壊性状を明らかにした²⁾。

より様々な流況のもとで捨石堰による流量・水位制御を行うために、さらに破壊傾度を把握して捨石堰の補修・管理を行うために、越流時の水理特性を明らかにすることが必要である。本研究では、水理実験と理論解析に基づいて、捨石堰内外の越流・浸透流特性を明らかにするとともに、流量解析法を確立することを目的とする。

(2) 既往の関連研究

捨石堰と類似のシステムとしてロックフィルの浸透流量や安定性に関する研究は数多くなされている。ロックフィルと捨石堰との基本的な相違点は、前者が静止流体に接した多孔質流であるのに対し、後者は開水路流と多孔質流が接続した複合システムである点である。したがって、流れの解析に両システム間の接続条件が必要となる。ロックフィルダムでの浸透流解析では、上下流水位が単なる境界条件として与えられるにすぎないが、捨石堰の解析では「開水路流-多孔体」間の質量・運動量に関する連続条件

表-1 水理条件

Case	堰長さ L (cm)	堰高さ H (cm)	粒径 d_m (cm)	空隙率 n	流量 Q (l/s)	Re $\times 10^4$	F_0
1	30	10	4.1	0.38	7.47-24.1	17-54	0.11-0.22
1.9			0.33	6.23-25.0	14-58	0.09-0.22	
3		20	4.1	0.38	11.6-24.9	27-60	0.09-0.13
1.9			0.33	7.03-22.4	17-55	0.05-0.12	
5	60	10	4.1	0.38	7.18-26.5	17-62	0.10-0.13
6			1.9	0.33	6.94-25.8	16-58	0.09-0.21
7		20	4.1	0.38	18.5-26.4	42-58	0.10-0.13
8			1.9	0.33	11.1-32.0	25-70	0.07-0.14

(Re, F_0): 上流の等流区間での Reynolds 数, Fourde 数

が必要となる。さらにロックフィルでは、流れが堤体を越えない浸透流の場合が主な対象であり、越流量を解析対象とすることはほとんどない。

ロックフィルの流量解析例としては、Curtis と Lawson³⁾や Parkin ら⁴⁾などがある。Curtis と Lawson³⁾はダム下流端で支配断面が現われることを利用して浸透流量の解を求めている。しかし、堤体内の水面形は線形に近似されており、本研究のように水面形と流量を同時に解析するものではない。Parkin ら⁴⁾は、流量制御を目的としてロックフィル内に設置された内部余水吐(In-built spillway)において動水勾配が一定値(=0.8)をとるという仮定のもとで流量の解を得ている。

ロックフィルダムや浸透流速の大きな帯水層では多孔体乱流となるために、非線形抵抗則が様々な問題に適用されてきた⁵⁻⁹⁾。本解析においても Ward らの非線形抵抗則^{10), 11)}を用いて捨石堰の流れが解析される。

鉱滓堆積物中の伏流水は、非越流時の捨石堰の流況と類似し興味深い問題である。Hansen and Bari¹²⁾は、非線形抵抗則を用いて鉱滓伏流水の水面形解析を行った。ただし、彼らの水面形解は数値解であり理論解析に基づく厳密解¹⁾ではない。さらに、流量は条件として与えられており、浸透流量を解として求める問題ではないこと、鉱滓層を越流する場合は取り扱われていないことなどは、本研究との大きな相違点である。

2. 水理実験の方法と水理条件

実験は岡山大学環境理工学部に設置された長さ 5.0m×高さ 0.6m×幅 0.4m で勾配 $i=1/400$ の開水路で行なわれた。平均粒径が二種類 ($d_m=1.9$ cm, 4.1cm) の石礫を所定の長さ・高さの直方体に積み上げ、崩れないように補強した。流速はピトー管によって、水深はポイントゲージと画像から計測された。

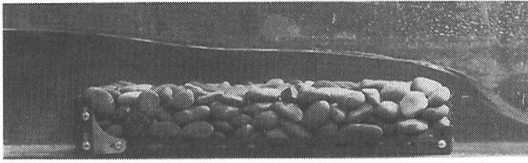
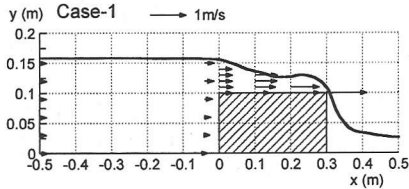
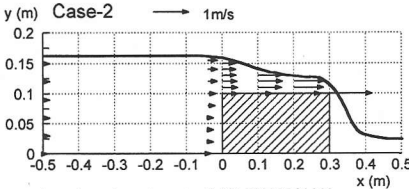


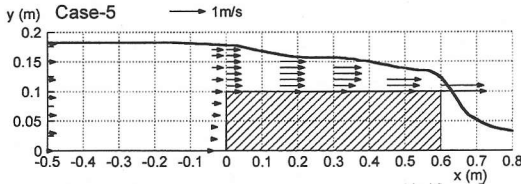
写真-2 捨石堰における越流状況
(Case-5, $Re=54,000$)



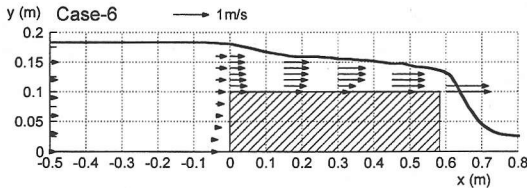
(a) Case-1 ($Q=11.9$ l/sec, $d_m=4.1$ cm, $L=30$ cm)



(b) Case-2 ($Q=11.8$ l/sec, $d_m=1.9$ cm, $L=30$ cm)



(c) Case-5 ($Q=16.8$ l/sec, $d_m=4.1$ cm, $L=60$ cm)



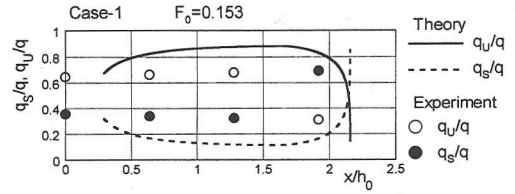
(d) Case-6 ($Q=15.3$ l/sec, $d_m=1.9$ cm, $L=60$ cm)

図-2 流速分布の例 ($W=10$ cm)

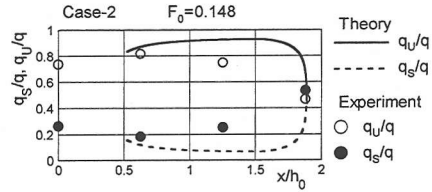
実験条件を表-1に示す。水位-流量の関係について、後述の理論解析と比較するために、各ケース毎に様々な流量と水深のもとで実験を行った。各ケースの Reynolds 数と Froude 数は表-1に示す範囲で変化している。

3. 流速分布

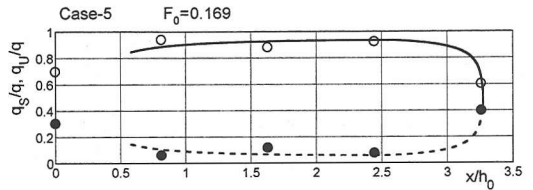
流況の一例を写真-2に示す。図-2に堰の上下流



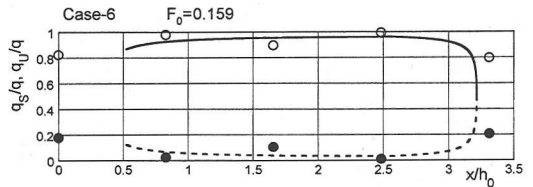
(a) Case-1 ($Q=11.9$ l/sec, $d_m=4.1$ cm, $L=30$ cm)



(b) Case-2 ($Q=11.8$ l/sec, $d_m=1.9$ cm, $L=30$ cm)



(c) Case-5 ($Q=16.8$ l/sec, $d_m=4.1$ cm, $L=60$ cm)



(d) Case-6 ($Q=15.3$ l/sec, $d_m=1.9$ cm, $L=60$ cm)

図-3 上層(開水路流)と下層(捨石堰内の多孔体流れ)の流量(q_U, q_S)/ q の流下方向変化 ($W=10$ cm)

区間における水面形と流速分布の例を示す。不透過広頂堰と同様に、堰上流端の断面においては流れの急縮によって開水路流が加速され、水面よりも堰天端付近の流速の方がやや大きい。流下とともに水深が減少し、流速は増加する。石礫粗度による壁面摩擦と「開水路流-多孔体流れ」間の運動量交換にともなう内部摩擦によって捨石堰天端の流速は水面付近よりも小さくなる。

粒径が小さい方が堰の透水性は低く、堰体内への流入量が減少する。そのため、図では視認しにくいですが、より多くの水束が堰天端へと導流され堰上流端の縮流部における加速が顕著になる。またいずれの

場合においても、堰下流端で段落ちの急変流となり、支配断面があらわれている。

4. 堰体内における流量の流下方向変化

流速分布を断面積分して、開水路区間の単位幅流量 q_U を求め、全単位幅流量 q との差から堰体内の単位幅流量 $q_S=q-q_U$ を算出する。無次元流量 $(q_U, q_S)/q$ の流下方向変化を図-3 に示す。横軸は上流側等流区間の水深 h_0 で無次元化した流下方向距離 x/h_0 である。実験値は記号で、理論解（後述）は曲線で示されている。いずれのケースにおいても捨石堰の上流端からしばらくの間では、 q_U が増加し、 q_S が減少している。これは、流れの急縮によって開水路流が加速されるために圧力が低下し、堰体内から開水路部へ水が連行されることに原因している。これより下流では、低下背水の圧力勾配によって開水路流から堰体内へ質量・運動量が供給されて（開水路の早い流れが堰体内へ取り込まれる）堰体内の流れが加速し q_S は増加する。堰の下流端では、 q_S は急増、 q_U は急減する。水理条件、堰条件が上下層流量におよぼす影響については後に考察する。

5. 理論解析

堰を完全に越流する図-4 のような流況を対象として堰区間の水面形を解析する。上流側から捨石堰にさしかかる部分では、流れが急変する。急変流区間 ΔL より下流の区間においては、上層が「透水層上の粗面開水路流」、下層が「被圧多孔体乱流」からなる漸変二層流を構成する。堰より下流は射流に保たれ、下流からの堰上げ背水はない。

(1) 急変流区間 (0-I 区間) における運動量保存式

図-4 の 0-I 区間における断面急変を、堰高さに相当する W の部分が急縮して単断面から複断面へ移行する図-5 のような開水路によって近似する。非越流時の流量解析においても、開水路から間隙率 n の捨石多孔質体への流入を、幅 B_0 から B_1 へ急縮するヘルシヨウ流れで近似し、良好な解析結果を得ている¹⁾。

水位が高い洪水時の複断面河川を考えると、一般に、下層の断面平均流速は上層のそれよりも大きい。しかし、ここで対象とする捨石堰越流では、堰高さに比べて開水路流の水深が小さく、上層水深の小さな複断面流れに相当する。この場合、下層よりも上層が高速になる状況が生じる。また、単断面区間の

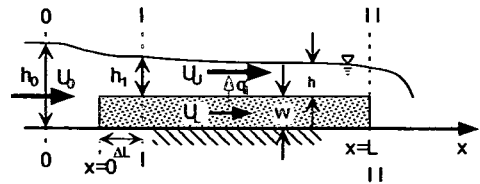


図-4 流れの模式図

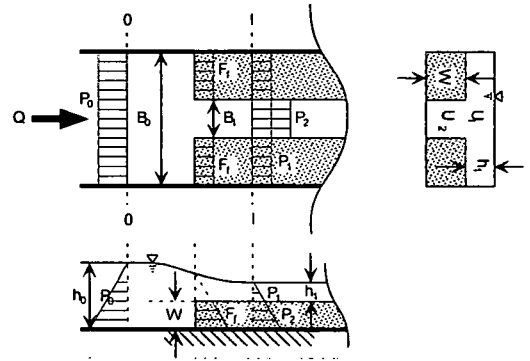


図-5 堰上流端における運動量の保存

慣性力を保持しながら急に複断面部へ流入するため、急縮後に上層が下層より加速されると考えられる。以上のような推測と根拠に基づいて「単断面→複断面」の急変流アナロジーを捨石堰上流区間に適用する。ただし、水理条件によってこれとは異なる流況も生じ得るので、運動量に対する若干の補正も必要となる。

なお、このような急変流モデルにおいては、多孔体の間隙率 n と複断面における「全幅—低水路幅」の比 λ は、 $n=(B_1/B_0)^{3/2} \equiv \lambda^{3/2}$ によって関連づけられる。

図-5 を参考にして、0-I 間での連続式、運動量保存式は以下ようになる。

$$Q=U_0 B_0 h_0=U_1 B_0 h_1+U_2 B_1 W \quad (1)$$

$$\begin{aligned} (\rho \delta_1 U_1^2 B_0 h_1 + \rho \delta_2 U_2^2 B_1 W) - \rho \delta_0 U_0^2 B_0 h_0 \\ = P_0 - P_1 - P_2 - F_f \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 U_1 は上層（開水路部）の平均流速、 U_2 は下層の捨石堰体をヘルシヨウモデルで近似した場合の実流速、 δ は各区間における流速補正係数、 W は堰の高さ、 g は重力加速度である。

P_i ($i=0,1,2$)、 F_f は図-5 中に示す各断面での水圧と反力であり静水圧を仮定して以下のようにおく。

$$P_0 = \frac{1}{2} \rho g B_0 h_0^2, \quad P_1 = \frac{1}{2} \rho g B_0 h_1^2$$

$$P_2 = \frac{1}{2} \rho g B_1 \{ (h_1 + W)^2 - h_1^2 \}$$

$$F_f = \frac{1}{2} \rho g (B_0 - B_1) \{ h_0^2 - (h_0 - W)^2 \}$$

堰上流端の断面では $U_1 = U'_2$ と考えられるが、断面 I においては ΔL だけ流下する間に堰体内の流速が低減していると考えられる。ここでは、速度比係数 ϕ を用いて以下の関係を仮定する。

$$U'_2 = \phi U_1 \quad (3)$$

以上を式(1), (2)に代入して整理すると次式を得る。

$$F_0^2 = \frac{\{ (1-w)^2 - \gamma_1^2 \} + 2\lambda w \{ 1 - (\gamma_1 + w) \}}{2 \left\{ \frac{\delta_1 \gamma_1 + \delta_2 \phi^2 \lambda w}{(\gamma_1 + \phi \lambda w)^2} - 1 \right\}} \quad (4)$$

ここで、 $F_0 = U_0 / \sqrt{g h_0} = Q / B_0 \sqrt{g h_0^3}$ はフルード数（無次元流量）、 $\gamma_1 = h_1 / h_0$ は断面 0-I 間の水深比、 $w = W / h_0$ は無次元堰高さである。

式(4)は、ある無次元流量 F_0 と堰条件 (λ, w) のもとで、0-I 断面間の水深比 $\gamma_1 = h_1 / h_0$ の解を与える。

式(4)に含まれる運動量補正係数 (δ_1, δ_2) については、式(4)が実験値と適合する値として $\delta_1 = \delta_2 = 1.3$ を用いる。速度比係数 ϕ に関しては流速計測に基づき、実験値での平均値

$$\phi = 0.35 \quad (5)$$

を採用する。本実験において、 ϕ は 0.28~0.38 の範囲でばらついていた。

漸変流区間の水面形解析には断面 I における境界条件が必要であり、そのために急変流区間の長さ (0-I 区間長) ΔL を求める。水面形がなめらかに変化する部分を漸変流とみなしてその上流端を判読し、 ΔL を求める。 ΔL と水理量との関係を解析的に求めることは困難であるため、ここでは、関連水理量に関する次元解析を行い、次の経験式を得た。

$$\Delta L / h_0 = 0.27 F_0^{0.49} (d_m / h_0)^{-0.34} w^{-1.52} \quad (6)$$

式(4), (6)を用いて水理諸量より $\Delta L / h_0$ と γ_1 を算定し、その推定結果を実験値とともに図-6, 7 に示す。図-7 においては式(4)が実験値よりやや過小に評価され

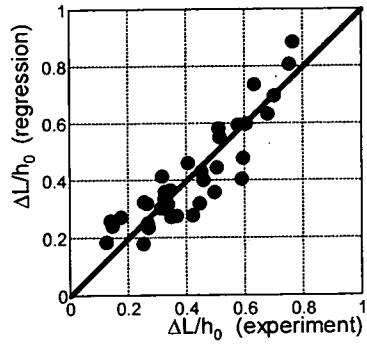


図-6 急変流区間長 $\Delta L / h_0$ の実験値と回帰式(6)との比較

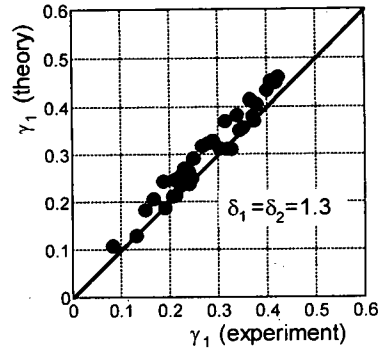


図-7 断面 0-I 間の水深比 γ_1 に関する実験値と理論解、式(4)との比較

ている。その原因の一つとしては、捨石堰上流付近の流れを単断面から複断面へ遷移する開水路急変流によって近似したことが考えられる。しかし同図に見られるように、急変部における水深変化が概ね推定されていると判断されるので、以降の水面形・流量の解析では式(4), (6)を適用する。

(2) 漸変流区間 (I-II 区間) のモデル化

図-4 より、上下層の連続式は以下のものである。

$$\frac{d}{dx} (U_U h) = q_i = -\frac{d}{dx} (U_L n W) = -\frac{d}{dx} (U_S W) \quad (7)$$

ここで、 U_U は上層の平均流速、 U_L は下層 (堰体内) の実流速、 $U_S (=nU_L)$ は下層の見かけ流速、 h は上層の水深、 n は多孔体の間隙率である。 q_i は堰天端界面を通過する交換速度であり、堰体から開水路流に向かう輸送の場合を正とする。単位幅流量 q は次式であらわされる。

$$q = q_U + q_S = U_U h + U_S W \quad (8)$$

上層の運動方程式は次のように記述される。

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{U_U^2}{2g} \right) + \frac{dh}{dx} - i + \frac{\tau_w P}{\rho g A} + E \frac{q_i}{gh} (U_U - U_S) = 0 \quad (9)$$

(I) (II) (III) (IV) (V)

ここで、 τ_w は開水路の壁面摩擦力、 A は断面積、 P は潤辺長である。また、 E は上下層界面における運動量の交換効率をあらわす係数で、一般には $E \leq 1$ と考えられる。本解析では、上下層内で流速分布がほぼ一様と考え $|E|=1$ とする。また、常に $U_U > U_S$ であることから応力の作用方向を考慮して、

$$q_i > 0 \text{ の時, } E=1, \quad q_i < 0 \text{ の時, } E=-1 \quad (10)$$

とおく。

式(9)において、流れの抵抗力は、①捨石粗度と水路側壁による壁面摩擦（第(IV)項）と②上下層界面での運動量交換にともなう内部せん断力（第(V)項）からなる。

まず、①の堰天端での抵抗力は側壁摩擦より相当大きく、（水路幅/水深）比も大きいので、第(IV)項については水路側壁の影響を無視して摩擦損失係数 f により次式で近似する。

$$\frac{\tau_w P}{\rho g A} \cong \frac{f U_U^2}{2gh} \quad (11)$$

本来、粗面乱流の f は相当粗度高さと水深の比の関数として表わされる。しかし、後述のように全抵抗に占める壁面摩擦の影響が小さく水面形の解に対する f の影響が小さいことから、ここでは透水性粗面の流れに対して得られた清水¹⁴⁾の結果を参照して、本実験の水理条件にほぼ対応する一定値 $f=0.03$ を近似的に用いる。

次に、②の堰天端での運動量交換にともなう抵抗力は、式(9)の第(V)項であらわされる。例えば、堰体内の遅い流れ（見かけの流速が U_S ）が、それより早い速度 U_U を有する開水路流へ q_i の速度で連行される時、 $\rho q_i (U_U - U_S)$ の運動量欠損に相当する内部せん断力が発生し、流れの抵抗力として作用する。

下層堰体内に対しては同じだけの運動量 $\rho q_i (U_U - U_S)$ が供給されて流れを駆動する。捨石多孔体内の流水抵抗力は非越流型流れの解析に適用された抵抗則¹⁾によってあらわされる。以上より下層の運動量

方程式は次式のようにあらわされる。

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{U_L^2}{2g} \right) + \frac{dh}{dx} - i - E \frac{q_i}{gW} (U_U - U_S) + C_1 U_S + C_2 U_S^2 = 0$$

(I) (II) (III) (IV) (V)

(12)

上式の第(IV)項が開水路流との運動量交換、第(V)項が多孔体の流水抵抗力である。 C_1, C_2 は次式のように与えられる。

$$C_1 = \frac{\nu}{gK}, \quad C_2 = \frac{c}{g\sqrt{K}} \quad (13)$$

ここで、 ν は動粘性係数である。第(IV)₁項は層流抵抗力で Darcy 則に一致する。第(IV)₂項は乱流抵抗力である。 K は長さの二乗の次元を有する多孔体の透水性に関する係数であり、平均粒径 d_m の関数として次式であらわされる。

$$\sqrt{K} = e \cdot d_m \quad (14)$$

また、式(13)中の c は平均粒径 d_m や間隙率 n などの関数として次式のようにあらわされる。

$$c = f \cdot \left(\frac{d_m}{\sqrt{K/n}} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (15)$$

$$(e, f) = (0.0196, 41.0) \quad (16)$$

(3) 水面形方程式

式(12)に見かけ流速 U_S と実流速 U_L の関係、 $U_L = nU_S$ を代入し、 U_S に関する次式を得る。

$$\frac{dU_S}{dx} = \frac{i - C_1 U_S - C_2 U_S^2 - \frac{dh}{dx}}{\frac{U_S}{gn^2} + \frac{E\{q - U_S(W+h)\}}{gh}} \quad (17)$$

次に、式(7)、(8)から得られる関係

$$U_U = \frac{q - U_S W}{h}, \quad q_i = -\frac{d}{dx} (U_S W) \quad (18)$$

と式(17)を式(9)へ代入すれば水面勾配(dh/dx)に関する次式を得る。

$$\frac{dh}{dx} = \left[\frac{W\{(1+E)q - (1+E)U_s W - EU_s h\}(i - C_1 U_s - C_2 U_s^2)}{(U_s h^2)/n^2 + E\{qh - U_s h(W+h)\}} + i - \frac{f(q - U_s W)^2}{8gh^3} \right] \sqrt{\left[1 - \frac{(q - U_s W)^2}{gh^3} \right]} + W \frac{(1+E)q - (1+E)U_s W - EU_s h}{(U_s h^2)/n^2 + E\{qh - U_s h(W+h)\}} \quad (19)$$

先の流量解析¹⁾と同様にして、各項を以下の代表水理量によって無次元化する。

$$[\text{長さ}] L_0 = h_0, \quad [\text{速度}] U_0 = q/h_0 \quad (20)$$

式(17), 式(19)はそれぞれ次のように無次元化される。

$$\frac{du_s}{d\xi} = \frac{i - \frac{F_0^2}{kRe} u_s - \frac{cF_0^2}{\sqrt{k}} u_s^2 - \frac{d\eta}{d\xi}}{F_0^2 \left[\frac{u_s}{n^2} + \frac{E\{1 - u_s(w+\eta)\}}{\eta} \right]} \quad (21)$$

$$\frac{d\eta}{d\xi} = \left[\frac{w\{(1+E) - (1+E)u_s w - Eu_s \eta\} \left(i - \frac{F_0^2}{kRe} u_s - \frac{cF_0^2}{\sqrt{k}} u_s^2 \right)}{(u_s \eta^2)/n^2 + E\{\eta - u_s \eta(w+\eta)\}} + i - \frac{f}{8} F_0^2 \frac{(1 - u_s w)^2}{\eta^3} \right] \sqrt{\left[1 - F_0^2 \frac{(1 - u_s w)^2}{\eta^3} \right]} + \frac{w\{(1+E) - (1+E)w - Eu_s \eta\}}{(u_s \eta^2)/n^2 + E\{\eta - u_s \eta(w+\eta)\}} \quad (22)$$

ここで、

$$k = K/h_0^2 = e^2 (d_m/h_0)^2,$$

$$u_s = U_s/U_0: \text{堰多孔体内の無次元流速,}$$

$$\eta = h/h_0: \text{無次元水深,}$$

$$\xi = x/h_0: \text{無次元距離 (水平座標),}$$

$$w = W/h_0: \text{無次元堰高さ,}$$

$$Re = q/v: \text{Reynolds 数}$$

である。

(4) 水面形の解析

5.(1)で論じた急変流解析より、漸変流の上流端(1断面)における境界条件は次式で与えられる。

$$\xi = \Delta L/h_0 \text{ において } \eta = \eta_1 = h_1/h_0 \quad (23)$$

所定の水理条件 (F_0, Re)と堰の諸元 ($w, n, d_m/h_0$)を与えれば式(23)の諸量が定まり、この境界条件の下で式(21),(22)を連立積分することによって水面形の解が得られる。

(5) 流量の解析

写真-2 や図-2 から明らかなように堰下流端においては支配断面が現れ、微分方程式(22)の特異点条件が適用される。すなわち、

$$\xi = L/h_0 \text{ において } 1 - F_0^2 \frac{(1 - u_s w)^2}{\eta^3} + \frac{w\{(1+E) - (1+E)w - Eu_s \eta\}}{(u_s \eta^2)/n^2 + E\{\eta - u_s \eta(w+\eta)\}} = 0 \quad (24)$$

である。

無次元流量すなわち Froude 数 F_0 は、水面形の解が堰下流端において式(24)を満足するという条件から決定される。

(6) 計算手順

以上の解析に基づけば、水面形と流量の解は図-8のような流れに沿って算定される。

6. 水面形、上下層流量の解 (漸変流区間)

I-II 区間の水面形の解を実験値とともに図-9 に示す。漸変流方程式に基づくため、当然のことながら堰下流端段落ち部の水位低下を再現することはできない。しかし、ほぼ全区間の水面形は再現され、方程式系と流れのモデル化が妥当であることが検証される。

図-3 に併記した曲線は漸変流区間の無次元上下層流量(q_u, q_s)/ q の理論解である。4. で示したような q_u と q_s の流下方向変化特性が本理論によって良好に再現されている。また、実験からは確認できなかった堰下流端での堰体内の流量 q_s の急増傾向が理論によって再現されている。この箇所における q_s の増加傾向は堰体材料に作用する流体力の急増へと反映されるため、捨石堰が下流端から崩壊しやすい

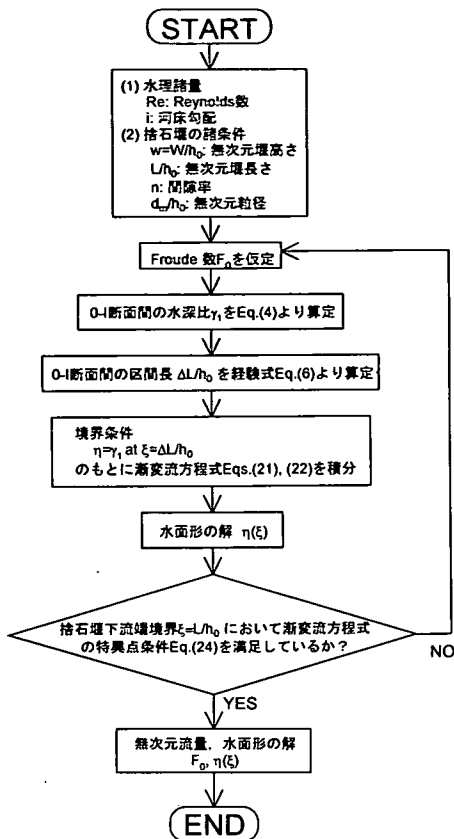


図-8 水面形・流量解析の流れ

いという先の報告内容¹³⁾と良く対応している。堰体内の流体力に関しては各成分の大きさも含めて後節でさらに考察する。

(q_u, q_s)におよぼす堰諸元の影響を見ると、堰長 L が大きいほど、また粒径 d_m が小さいほど q_s/q は小さくなる。また、図には示されていないが、堰高さ W が小さいほど q_s/q は小さい。

7. 流量の理論解

図-8 から算定される無次元流量 F_0 の理論解と実験値を比較し、本理論の妥当性を以下に検証する。

(1) 無次元堰高さ $w(=W/h_0)$ と無次元流量 F_0 の関係

図-10 に様々な無次元堰長さ L/h_0 と無次元粒径 d_m/h_0 に対する F_0 と w との関係を示す。堰高さ w の増加にともない流量 F_0 は減少する。パラメータ条件を限定すると Data point 数が少なくなるため、実験値だけから傾向を読みとることは難しいが、理論値と合わせて考えれば、無次元堰長さ L/h_0 が大き

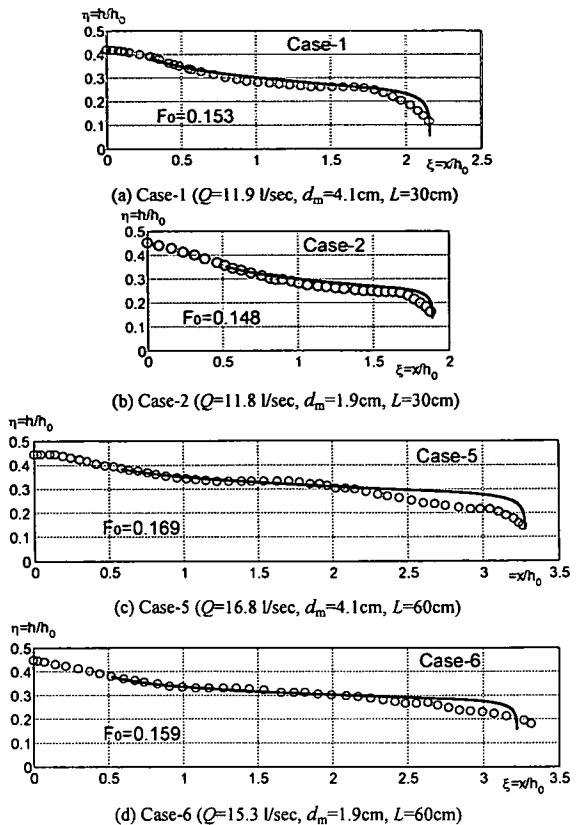


図-9 水面形の理論解(実線)と実験値(白丸)の比較

いほど、また無次元粒径 d_m/h_0 が大きいほど F_0 は増加する。理論値は実験値の傾向を良好に再現している。

(2) Reynolds 数と無次元流量 F_0 との関係

様々な無次元堰高さ w 、堰長さ L/h_0 に対して Re と F_0 との関係を図-11 に示す。本研究では、多くのケースの実験を行ったが、上述のように無次元パラメータ ($w, L/h_0, d_m/h_0$) を特定するとケース数は非常に限定される。しかも実験における w は現象に応じて変化する量であり、あらかじめ決められた値をとるものではない。したがって、実験値に関しては w の分布範囲毎に記号を区別して (Re, F_0) 平面上にプロットしている。同図においては、 w の範囲毎の実験値といくつかの w に対する理論曲線とのプロット位置の対応関係から「理論-実験」間の適合性を判断することになる。プロットされた実験値の各記号は、いずれの ($L/h_0, d_m/h_0$) に対しても w 毎の理論曲線とよく対応しており、両者の適合度は良好であると判断される。

以上のような Data point 数の制約のために F_0 の

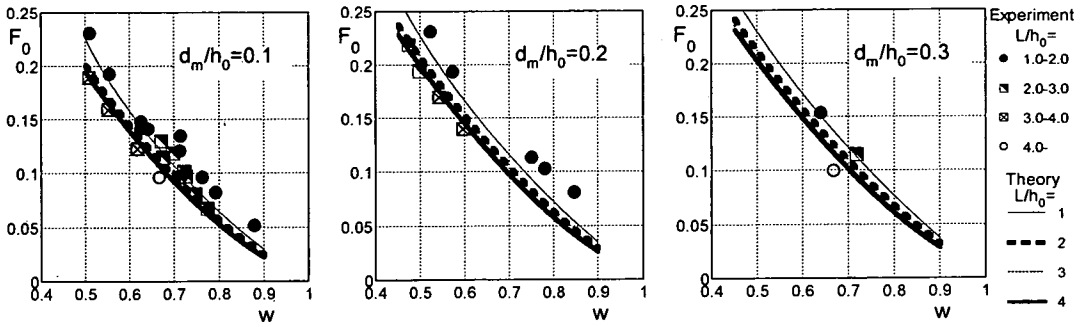


図-10 無次元流量 F_0 と無次元堰高さ $w (=W/h_0)$ の関係

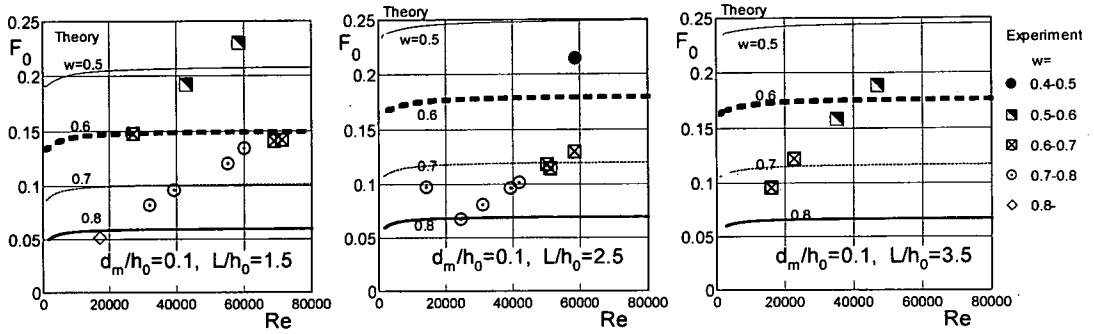


図-11 無次元流量 F_0 と Reynolds 数 Re の関係

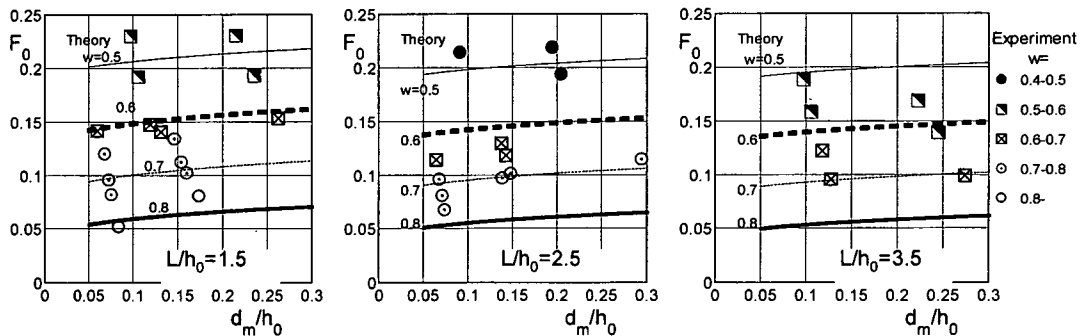


図-12 無次元流量 F_0 と無次元粒径 d_m/h_0 の関係

Re への依存性を実験データだけから判断することは困難である。そこで、主に理論曲線からこれを判断すると、 Re がおおよそ 20,000 以上の範囲では流量におよぼす Reynolds 数の影響がほとんどなくなることがわかる。したがって、堰体内の層流抵抗(式(12)(V)の第一項、あるいは式(21), (22)の Re を含む項)の影響は、 $Re > 20,000$ においてほとんど無視でき、流体抵抗力の大部分が乱流成分からなることが確認される。

(3) 無次元粒径 d_m/h_0 と無次元流量 F_0 との関係

様々な無次元堰高さ w 、堰長さ L/h_0 に対する d_m/h_0 と F_0 との関係を図-12 に示す。実験値は図-11 と同じ形式で表記されている。 d_m/h_0 にもなる F_0 の微増傾向が理論曲線から確認され、数少ないデータ数ながら実験値もこの傾向をほぼ支持している。同図から、無次元粒径 d_m/h_0 とともに堰体への透過流量が増加し全流量の増加に寄与していることが確認される。

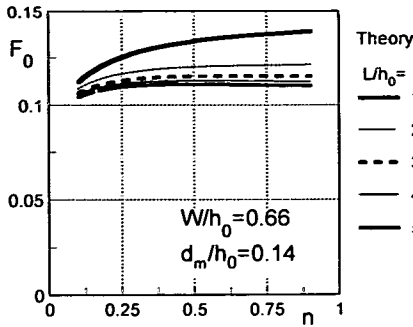


図-13 無次元流量 F_0 と間隙率 n の関係

(4) 間隙率 n と無次元流量 F_0 との関係

実験では自然石を用いたために、粒径にともなう間隙率はそれほど顕著に変化しなかった(表-1 参照)。しかし、実際には石礫の他に各種コンクリートブロックやジオテキスタイルなど、様々な間隙率を持つ透過性材料を用いる可能性がある。そこで、間隙率が無次元流量におよぼす影響を理論値から検証する。

図-13 はいくつかの堰長さ L/h_0 に対して示した間隙率 n と F_0 との関係である。 n が大きいほど流量は増加し、その傾向は堰が短いほど顕著である。すなわち、 L/h_0 が小さくなるほど全流量に占める透過流量の割合が増加するため、間隙率の影響がより大きくなる。逆に、 L/h_0 が大きくなるほど全流量は越流量に支配されるようになり、間隙率の影響は小さくなる。したがって、間隙率を規定する堰材料の種類や積み方の影響は、短い堰ほどあるいは水深が大きい堰ほど顕著にあらわれる。

(5) 流量の理論値と実験値との比較(まとめ)

各種パラメータを固定すると実験値が少なくなり、理論と実験との適合度を定量的に把握することが難しい。図-14 には全ての実験ケースに対して、理論値と実験値との相関関係を示した。理論流量はやや小さめの値を示しているが、両者の一致度は広範な流量条件に対して良好であり、本理論解析の妥当性が改めて確認される。理論解に含まれるいくつかの不確定因子—流速補正係数(δ_1, δ_2)、速度比係数 ϕ 、摩擦損失係数 f などを微調整すれば、理論値の適合性が向上するが、本質的な議論ではないためここでは行わない。

8. 流れの抵抗成分

理論解に基づいて上下層の運動量方程式に含まれ

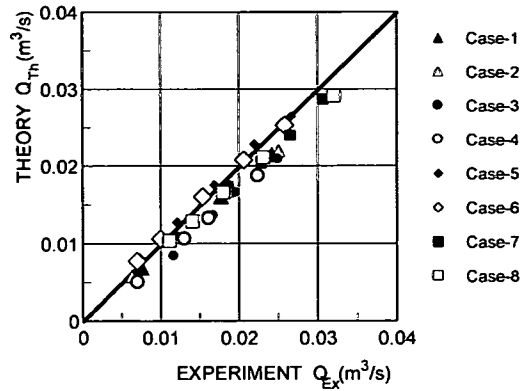


図-14 流量の実験値 Q_{EX} と理論値 Q_{TH} との整合性

各種抵抗成分の流れへの寄与を調べる。先の代表量を用いて式(9),(12)を無次元化するとそれぞれ以下のようなになる。

[上層(開水路流)の無次元運動量方程式]

$$F_0^2 u_U \frac{du_U}{d\xi} + \frac{d\eta}{d\xi} - i + \frac{f}{8} F_0^2 \frac{u_U^2}{\eta} - E \frac{F_0^2}{\eta} \frac{du_S}{d\xi} (u_U - u_S) = 0$$

(I) (II) (III) (IV) (V)

(25)

[下層(多孔体流れ)の無次元運動量方程式]

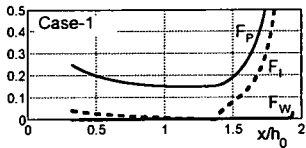
$$\frac{F_0^2}{n^2} u_S \frac{du_S}{d\xi} + \frac{d\eta}{d\xi} - i + E \frac{F_0^2}{w} \frac{du_S}{d\xi} (u_U - u_S) + \frac{F_0^2}{k \text{Re}} u_S + \frac{c F_0^2}{\sqrt{k}} u_S^2 = 0$$

(I) (II) (III) (IV) (V)

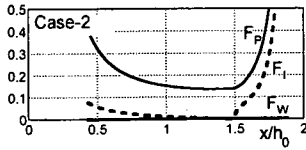
(26)

ここで、 $u_U = U_U(h_0/q)$ は開水路部における無次元流速である。

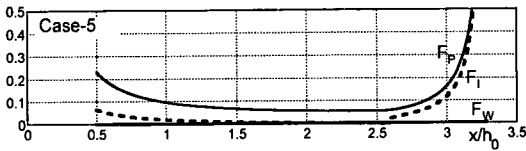
式(25)の第(V)項と式(26)の第(IV)項は上下層界面における運動量交換(内部せん断抵抗力)に相当し、上下層間の力学的な連続性を保証する。抵抗項の大きさを比較する上で両者が等しくなるように式(26)に $W/h(=w/\eta)$ を乗じて、以下のように各抵抗項を算出する。



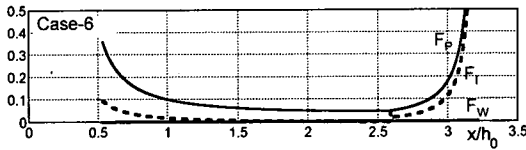
(a) Case-1 ($Q=11.9$ l/sec, $d_m=4.1$ cm, $L=30$ cm)



(b) Case-2 ($Q=11.8$ l/sec, $d_m=1.9$ cm, $L=30$ cm)



(c) Case-5 ($Q=16.8$ l/sec, $d_m=4.1$ cm, $L=60$ cm)



(d) Case-6 ($Q=15.3$ l/sec, $d_m=1.9$ cm, $L=60$ cm)

図-15 壁面せん断力 F_W , 内部せん断力 F_I , 堰体内抵抗力 F_P の流下方向変化

・ 壁面摩擦力 F_W :

$$F_W = \frac{f}{8} F_0^2 \frac{u_U^2}{\eta} \quad (27)$$

・ 上下層界面での内部せん断力 F_I :

$$F_I = E \frac{F_0^2}{\eta} \frac{du_s}{d\xi} (u_U - u_s) \quad (28)$$

・ 堰体内の流水抵抗力 (層流抵抗 + 乱流抵抗) F_P :

$$F_P = \left(\frac{F_0^2}{k Re} u_s + \frac{c F_0^2}{\sqrt{k}} u_s^2 \right) \frac{w}{\eta} \quad (29)$$

理論解より得られる抵抗成分の流下方向変化を

図-15 に示す。捨石堰の上流から下流に至るまで、壁面摩擦力 F_W の影響は小さく、抵抗力の大部分は界面での内部せん断力 F_I (上下層の運動量交換) と多孔体の抵抗力 F_P からなる。上流側ではいずれの抵抗項も小さい。しかし、堰下流端付近で (F_I, F_P) がともに急増する。特に、 F_P は捨石材料に作用する流体力であり、図-15 の結果は捨石堰が下流端から崩壊し始めるという先の実験結果を裏付けている。

9. 結論

自然石により構築された捨石堰の越流・透過流量に関して水理実験と理論解析を実施した。本研究の主な成果は以下のようである。

- ・ 捨石堰の上流端付近では縮流効果によって開水路流が流下方向に加速される。そのため、堰体内からの連行加入によって、開水路流の流量が増加し、逆に、堰体内の透過流量は減少する。堰体内の流水断面は一定なので、透過流量の減少は透過流の減速を意味する。

- ・ 堰の下流区間では流下とともに水面が低下し、開水路部から堰体内に向かう質量・運動量が輸送されるため、開水路流量は減少し堰体内の流量が増加する。堰下流端では段落流れとなり支配断面があらわれる。

- ・ 捨石堰上流端の急変流区間に対しては運動量保存則を用いて流れの流下方向変化を評価した。急変流区間の長さは関連水理量に関する経験式によって記述され、急変流区間の流れの遷移が再現された。

- ・ 捨石堰の漸変流区間に対しては、開水路流と乱流多孔体流からなる二層流を仮定し、上下流間の運動量交換を考慮した水面形方程式を誘導した。様々な水理条件に対して、水面形や上下層流量の流下方向変化を算定し、理論解は実験値と良好な一致を得た。

- ・ 水面形方程式の特異点条件から支配断面における流量と限界水深の関係が理論的に求められた。支配断面は堰下流端にあらわれることから、この限界条件と水面形の解を用いれば流量と堰長との関係が理論的に得られる。以上のようにして、堰の諸元 (高さ、長さ、間隙率、粒径など) と流量の関係をあらわす理論解が得られ、実験によって検証された。

- ・ 無次元粒径 d_m/h_0 、間隙率 n のそれぞれが大きいくほど、また無次元堰長さ L/h_0 が小さいほど無次元流量 F_0 は増加する。これらの傾向は実験値と理論値で良好に一致した。

- ・ Reynolds 数の増加とともに無次元流量 F_0 は増加するが、 $Re=20,000$ 以上になると F_0 は Re にほとんど

ど依存しない。

・捨石堰天端での壁面摩擦力が流れに及ぼす影響は小さく、流水抵抗の大部分は上下層界面での内部せん断力と堰体内の抵抗力からなる。特に、堰体内抵抗力は堰構成材料に対する流体力として作用し、堰下流端で急増する。これによって、捨石堰が下流端から崩壊することが理論的に証明された。

謝辞：本研究は平成 12,13 年度文部省科学研究費補助金、基盤研究(C)(2)（代表：道奥康治、課題番号：12650513）、平成 14,15 年度文部省科学研究費補助金、基盤研究(B)(1)（代表：道奥康治、課題番号：40127303）の援助のもとに実施された。水理実験に際しては、当時岡山大学大学院学生であった大西利典・森永智両氏、神戸大学工学部学生であった山澤澄志氏のご協力を得た。以上に対し謝意を表する。

参考文献

- 1) 道奥康治, 前野詩朗, 古澤孝明, 羽根田正則: 捨石堰の「水位-流量」特性を規定する水理量, 水工学論文集, 第 46 巻, pp. 487-492, 2002.
- 2) 前野詩朗, 道奥康治, 森永智, 大西利典: 自然石を用いた堰の水理特性, 水工学論文集, 第 46 巻, pp.493-498, 2002.
- 3) Curtis, R.P., and Lawson, J.D.: Flow over and through rockfill banks, *J. Hydr. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, Vol.93, No.5, pp.1-21, 1967.
- 4) Parkin, A.K., Trollope, D.H., and Lawson, J.D.: Rockfill structures subject to water flow, *J. Soil Mech. Foundation Div.*, ASCE, Vol.92, No.6, pp.135-151, 1966.
- 5) Volker, R.E.: Nonlinear flow in porous media by finite elements, *J. Hydr. Div.*, ASCE, Vol.95, No.6, pp.2093-2114, 1969.
- 6) Volker, R.E.: Solutions for unconfined non-Darcy seepage, *J. Irrig. Drainage Div.*, ASCE, Vol.101, No.1, pp.53-65, 1975.
- 7) Basak, P.: Steady-non-Darcian seepage through embankments, *J. Irrig. Drainage Div.*, ASCE, Vol.102, No.4, pp.435-443, 1976.
- 8) Basak, P.: Non-Darcy flow and its implications to seepage problems, *J. Irrig. Drainage Div.*, ASCE, Vol.103, No.4, pp.459-473, 1977.
- 9) Trussell, R.R., and Chang, M.: Review of flow through porous media as applied to head loss in water filters, *J. Environ. Engrg.*, ASCE, Vol.125, No.11, pp.998-1006, 1999.
- 10) Ward, J. C.: Turbulent flows in porous media, *J. Hydraulic Engrg.*, ASCE, Vol.90, No.5, pp.1-12, 1964.
- 11) Ahmed, N., and Sunada, D.K.: Nonlinear flow in porous media, *J. Hydr. Div.*, ASCE, Vol.95, No.6, pp.1847-1857, 1969.
- 12) Hansen, D. and Bari, R.: Uncertainty in water surface profile of buried stream flowing under coarse material, *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, Vol.128, No.8, pp.761-773, 2002.
- 13) 前野詩朗, 道奥康治, 大西利典, 森永智: 捨石堰の破壊時の水理特性, 応用力学論文集, Vol.5, pp.657-664, 2002.
- 14) 清水義彦: 種々の河床粗度形態を有する開水路流れの構造に関する研究, 京都大学学位論文, 1992.

(2003. 2.6 受付)

ANALYSIS ON DISCHARGE OVER AND THROUGH A RUBBLE-MOUND WEIR

Kohji MICHIOKU, Shiro MAENO, Masanori HANEDA and Takaaki FURUSAWA

In order to compute discharge over and through a rubble mound weir, a one-dimensional analysis and a laboratory experiment were carried out. Assuming a two-layer flow consisting of an open-channel flow over the weir and a turbulent seepage flow in the weir, one-dimensional momentum principle and continuity equation were formulated. In the analysis, interaction between the open channel flow and the seepage flow was taken into consideration and the shear stress at the two-layer interface was successfully evaluated. Under various conditions of weir length and height, porosity, rubble diameter and water depth, the analysis well reproduces longitudinal profiles of water surface and flow velocities over and inside the weir. The analysis also provides a solution of discharge as a function of relating hydraulic parameters such as weir's dimension, rubble's properties, and water depth at the upstream side. The solution was well correlated with the experimental data. The present study could be applied to practical use for making design of structure, discharge control, assessment of criteria of structure failure against flow.