

# 非圧縮性流体解析に基づく 粒子-流体混合系の計算法(MICS)の提案

牛島 省<sup>1</sup>・竹村 雅樹<sup>2</sup>・山田 修三<sup>3</sup>・瀬津 家久<sup>4</sup>

<sup>1</sup> 正会員 工博 京都大学大学院 助教授 社会基盤工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

<sup>2</sup> 学生員 京都大学大学院 環境地球工学専攻 修士課程

<sup>3</sup> 学生員 京都大学大学院 社会基盤工学専攻 修士課程

<sup>4</sup> フェロー会員 工博 京都大学大学院 教授 社会基盤工学専攻

後流渦などの流れ場への影響をもたらす固体粒子を含む粒子-流体混合系に対する数値解析法(MICS)を提案し、その適用性について検討を加えた。粒子近傍の流れや粒子に作用する流体力を正確に評価するため、コロケート格子配置に基づく非圧縮性流体解析法を混合系全体に適用する。密度分布や流体の連続性に対して考察を加えた高次精度の解法により、粒子に対する流体力を求める。また、他の粒子との接触力を算定するために、個別要素法モデルを利用する。既往の実験結果に基づく基礎的な検証により、抗力係数や非定常後流渦の特性などが適切に再現されることが示された。さらに、壁面近傍を落下する粒子の運動や接触移動する粒径が異なる粒子群などへ計算法を適用し、実験結果との比較を通じてその有効性を確認した。

**Key Words** : *particle-laden liquid flow, wake, incompressible flow, distinct element method, QSI scheme, collocated grid, MICS*

## 1. 緒言

固体粒子を含む水流の挙動を精度良く予測する数値解法を開発することは、水工学分野における最も重要な研究課題の一つである。実際の水理現象で扱われる粒子は、浮遊砂のように微小なスケールのものから、砂礫型土石流に見られるような巨大な粒子まで様々であり、予測手法も粒子のスケールに応じて多くの手法が検討されている<sup>1)</sup>。本報では、水理現象に広く見られる以下の特徴を有する粒子-流体混合系を対象として、数値解法の考察を行う。1) 粒子は、後流渦などにより流れ場の変調を明確に引き起こす粒径<sup>2), 3)</sup>より十分大きいスケールを有する。2) 粒子数密度が比較的高く、粒子が他の粒子や境界面から受ける影響が無視できず、またそれらとの接触作用も重要となる。

このような粒子-流体混合系では、粒子周辺に発生する流れと、粒子に作用する流体力を正確に予測することが不可欠である。また、接触を伴う粒子個々の運動を適切に再現することも必要である。これまで、固液混相流に対しては一流体・二流体モデル<sup>4)</sup>が提案されているが、分散相を連続体と仮定するこれらの手法では現象の細部を再現できないことは明らかである。また、流体中にBBO方程式<sup>5)</sup>等に従う質点モデル粒子を導入する手法が用いられるが<sup>6)</sup>、この方法では粒子周囲の流れを正確に再現することができない<sup>7)</sup>。さらに、非平衡過程に適用する場合には、モデル式の各

項の妥当性が明らかでないという問題を有する。

これらを考慮すると、本報で対象とする粒子-流体混合系に対しては、粒径より小さい計算格子を用いて、粒子が流体中に占める領域を適切に考慮した流体計算を行う必要がある。このために、粒子境界に適合する格子の利用が考えられるが<sup>8)</sup>、多数の粒子が接触して輸送される場合には格子生成や計算負荷が問題となる。これに対して、粒子形状を流体計算の際に考慮した上で、固相と液相を区別せず、混合系全体に流体解析法を適用する手法が提案されている。この種の解法として、圧縮性および非圧縮性流れに統一的に適用できるとされるCUP法<sup>9)</sup>や固液混相流の直接計算法<sup>10), 11)</sup>があり、一部に有効性が示されている。

本報では、冒頭に示した特徴を有する粒子-流体混合系に対する解法を得るため、CUP法と異なり、局所音速を用いず、コロケート格子配置に基づく高次精度の非圧縮性流体解析法<sup>12)</sup>を混合系全体に用いて粒子周辺の流れと粒子に作用する流体力を求める。さらに、粒子の接触作用を適切に再現するため、個別要素法<sup>13)</sup>のモデルを利用する。提案された非圧縮性流体解析に基づく解法であるMICS (Multiphase Incompressible flow solver with Collocated grid System) に対して、粒子に作用する流体力や非定常後流渦に関する基礎的な検証を行う。さらに、壁面近傍における粒子運動や接触移動する粒子などへ適用し、実験結果と比較して有効性を検討する。

## 2. 数値解析手法

### (1) 流体セルに対する物性値の設定

本報の数値解法では、格子点位置が空間的に固定された Euler 格子を用いる。流体計算のセル幅は粒子の粒径より小さく設定し、粒径はセル幅の数倍以上とする。このため、粒子内部に完全に包含される計算セルや粒子境界と流体部分の両方を含むセルが現れる。ここで提案する計算手法では、流体および粒子を区別せず、最初にすべての領域に対して流体計算を行い、この結果を用いて粒子に作用する流体力を求め、粒子運動の計算を行う。この流体計算の段階で、粒子を含むセルに粒子の密度等の物性値を考慮する。

このために、計算セル中に占める粒子の体積を幾何学的な関係を利用して算出する。ここでは、この計算処理を軽減するため、図-1に示すように、粒子形状をセル境界と粒子表面の交点から構成される内接多角形で近似する。2次元場で等間隔格子を用いる場合、粒子径を  $d$ 、計算セル幅を  $\Delta x$  とするとき、粒子中心がセル中心に一致する場合には、粒子面積と内接多角形面積の誤差は  $d/\Delta x = 8.0$  のとき約1%である。この誤差は、粒子境界を含む複数のセル内で加重平均して分配し、最終的に等価な面積とする。

上記のようにして求められたセル  $C$  内に占める粒子  $P_k$  の体積割合  $\alpha_k$  を用いて、次式よりセル内の物性値  $\psi$  を定める。

$$\psi = \left(1 - \sum_{P_k \in C} \alpha_k\right) \psi_f + \sum_{P_k \in C} \alpha_k \psi_{pk} \quad (1)$$

ここに、 $\psi_f$  は流体の物性値、 $\psi_{pk}$  は粒子  $P_k$  の物性値を表す。物性値は粒子ごとに異なってもよい。本報では、セル内の密度  $\rho$  と粘性係数  $\mu$  を式(1)により定める。後述するように、粒子は剛体として扱うので、粒子領域の粘性係数は0とする。

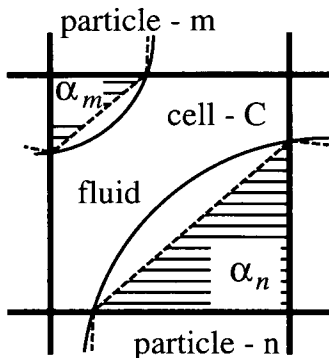


図-1 計算セル中に占める粒子面積

### (2) 密度の空間分布を有する非圧縮性流体の解法

粒子と流体を区別せず、粒子-流体混合系に対して、与えられた物性値の分布のもとで非圧縮性流体の解法を適用する。多相流場に対して同様に流体計算を用いる手法として、CUP法<sup>14)</sup>が提案されている。CUP法は、局所音速を導入することにより、圧縮および非圧縮性流体を統一的に扱う解法とされる。本報で扱う問題では、流体および粒子の比重は一定であり、体積の変化はない。このため、CUP法を適用すると局所音速を含む項に、連続性に対する誤差が集積する可能性があり、同手法の利用は適切でないと考えられる。以上の理由から、ここでは非圧縮性流体に対する解法を粒子-流体混合系全体に適用する。

密度の空間分布は存在するが、連続相と分散相の体積は不変であるため、次の連続式が成り立つ。

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

運動方程式は次式で与えられる。

$$\frac{D u_i}{D t} = F_i + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (3)$$

ここに、左辺の  $D/Dt$  はラグランジュ微分作用素、 $u_i$  および  $F_i$  は  $x_i$  方向の流速成分と体積力として作用する外力、 $\tau_{ij}$  は応力テンソルである。ニュートン流体を仮定すれば、 $\tau_{ij}$  は次のように表される。

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + \lambda \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} + \mu e_{ij} \quad (4)$$

ここに、 $p$  は圧力、 $\delta_{ij}$  はクロネッカーのデルタ、 $\lambda$  は第2粘性係数、 $e_{ij}$  は次式で与えられる変形速度テンソルである。

$$e_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (5)$$

式(2)より、式(4)右辺第2項が無視できることを考慮すれば、式(3)は次式で与えられる。

$$\frac{D u_i}{D t} = F_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (6)$$

本報では式(6)を運動方程式として用いる。連続相と分散相の密度の相違により、密度の空間的な変化が大きくなる場合があるため、ブシネス近似は用いない。なお、外力のうち、粒子に作用する浮力は後述する粒子運動の計算で考慮するため、 $F_i$  には含めない。

式(6)を直交 Euler 格子上で離散化する。変数配置はコロケート格子<sup>15)</sup>に従うものとする。最初に、セル中心における流速の推定値  $u_i^*$  を求める。推定値の計算における圧力の取り扱いには、圧力勾配を適切に評価するため CBP スキーム<sup>16)</sup>に基づくものとし、セル

中心では圧力勾配を考慮しない。簡単のため時間差分に Euler 陽解法を用いると、次式より  $u_i^*$  が得られる。

$$u_i^* = u_i^n + \left( -u_j^n \frac{\partial u_i^n}{\partial x_j} + F_i \right) \Delta t + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i^n}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^n}{\partial x_i} \right) \right] \Delta t \quad (7)$$

ここで、移流項の離散化には 5 次精度相当の QSI スキーム<sup>17)</sup>、拡散項には中央差分を用いる。

次に、 $u_i^*$  をセル境界へ空間内挿し、圧力項を考慮する。

$$\hat{u}_i = u_i^* - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^n}{\partial x_i} \Delta t \quad (8)$$

ここに、 $\hat{u}_i^*$  は  $u_i^*$  をセル境界へ空間内挿した値である。セル境界における  $n+1$  ステップの流速成分  $\hat{u}_i^{n+1}$  は式 (2) を満足する必要がある。すなわち、

$$\frac{\partial \hat{u}_i^{n+1}}{\partial x_i} = 0 \quad (9)$$

また、 $\hat{u}_i^{n+1}$  に関して次式が成り立つとする。

$$\hat{u}_i^{n+1} = \hat{u}_i^* - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_f^{n+1}}{\partial x_i} \Delta t \quad (10)$$

ここで、 $p_f^{n+1}$  は流体計算の段階で得られる圧力であり、 $p^{n+1}$  は粒子運動の計算の後に求められる。式 (8) と式 (10) より、次式が得られる。

$$\hat{u}_i^{n+1} = \hat{u}_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \Delta t \quad (11)$$

ここに、 $\phi = p_f^{n+1} - p^n$  である。式 (11) を式 (9) へ代入して次式を得る。

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{\Delta t} \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_i} \quad (12)$$

初期の CUP 法では、密度の空間的な変化が大きい場合でも、式 (12) に相当する関係式において密度の空間微分を考慮せず、左辺の微分の外に  $1/\rho$  を出す場合が見られる<sup>14)</sup>。しかし、この方法では密度の取り扱いが正確ではない。さらに、この方法を用いると、局所音速項を含まない式 (12) では、数値的な安定性の面で適切な離散化式が得られない場合がある。このため、本報では式 (12) における密度の空間微分を考慮した離散化を行う。

上記の関係式を用いて、連続性を満足する流速成分と圧力場を求める。密度の空間的な変化が大きい場において、式 (12) を離散化した  $\phi$  の連立 1 次方程式の求解を精度良く行うことが重要であるので<sup>18)</sup>、改良型の C-HSMAC 法<sup>19)</sup> を用いる。本報の基礎式に対し

ては、次の関係式を用いて反復計算の  $k$  ステップ目の計算が行われる。

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial \phi^k}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{\Delta t} \frac{\partial \hat{u}_i^k}{\partial x_i} \equiv \frac{1}{\Delta t} D^k \quad (13)$$

$$p^{k+1} = p^k + \phi^k \quad (14)$$

$$\hat{u}_i^{k+1} = \hat{u}_i^k - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \phi^k}{\partial x_i} \Delta t \quad (15)$$

$k=0$  における初期値は  $p^0 = p^n$ 、 $\hat{u}_i^0 = \hat{u}_i$  とする。最初に式 (13) を離散化した連立 1 次方程式の解  $\phi^k$  を求める。解法には Bi-CGSTAB 法を用い、残差ベクトルの内積に対するしきい値は  $\epsilon_p^k = \alpha^k \epsilon_p$  (ここに  $\alpha < 1$ ) として反復計算の進行とともに収束条件を厳しくする<sup>19)</sup>。得られた  $\phi^k$  を用いて、式 (14) により  $p^k$ 、また式 (15) により  $\hat{u}_i^k$  を更新する。次に、 $k+1$  を  $k$  として、式 (13) で定義される  $D^k$  がしきい値  $D_0$  を満足すれば計算を終了し、そうでなければ反復計算を継続する。計算終了後には、 $p^{k+1} = p_f^{n+1}$ 、 $\hat{u}_i^{k+1} = \hat{u}_i^{n+1}$  となり、すべての計算セルで連続性の誤差が  $D_0$  より小さくなる。

セル中心における流速成分  $u_f^{n+1}$  は  $p_f^{n+1}$  を用いた PG スキーム<sup>16)</sup> に基づき、次式から求める。

$$u_f^{n+1} = u_i^* - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_f^{n+1}}{\partial x_i} \Delta t \quad (16)$$

なお、後述するように、 $n+1$  ステップの流速成分  $u_i^{n+1}$  は、粒子運動の計算を行った後に定められる。

### (3) 粒子運動の基礎式と外力およびモーメント

粒子は剛体と仮定する。本報では 2 次元場を対象とするので、簡単のため粒子形状は軸方向に単位長さを有する円柱と考える。2 次元場においては、剛体の運動の自由度は 3 であり、運動方程式は 2 方向の粒子重心点の運動量の方程式と 1 方向の重心点回りの角運動量の方程式により構成される。重心点の運動方程式には、外力として流体力と浮力に加えて、他の粒子あるいは壁面との接触力を考慮する。すなわち、

$$m \frac{\partial v_i}{\partial t} = f_i + g_i + h_i \quad (17)$$

ここに、 $m$  および  $v_i$  はそれぞれ粒子の質量と  $x_i$  方向の速度成分であり、右辺の  $f_i$ 、 $g_i$ 、 $h_i$  はそれぞれ流体力、浮力および接触力を表す。また、角運動量の方程式は次式で与えられる。

$$I \frac{\partial \omega}{\partial t} = m_f + m_c \quad (18)$$

ここに、 $I$  は粒子の慣性モーメント、 $\omega$  は角速度であり、右辺の  $m_f$  および  $m_c$  はそれぞれ流体から受けるモーメントと接触力により生ずるモーメントを表す。

粒子に作用する流体力  $f_i$  としては、質点モデルとは異なり、流体の運動方程式から導かれる力の成分を用いる。粒子  $P_k$  が、その一部を含むセル  $C$  から受ける流体力  $f_{Ci}$  は、式 (6) に基づき、次式から求められる。

$$f_{Ci} = \alpha_k \Delta V \sigma_k \left[ -u_j^n \frac{\partial u_i^n}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \mu \left( \frac{\partial u_i^n}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^n}{\partial x_i} \right) \right] \quad (19)$$

ここに、 $\Delta V$  はセルの体積 (2次元の場合は面積)、 $\sigma_k$  は粒子  $P_k$  の密度である。また、流体力はセル中心で計算される値とする。粒子  $P_k$  の一部を含む全てのセルに対して  $f_{Ci}$  を求め、その和を  $f_i$  とする。また、 $m_f$  を求める場合には、粒子境界を含むセルの  $f_{Ci}$  と粒子重心点からセル中心までの距離を用いてモーメントを計算し、その和を取る。

次に、接触力  $h_i$  は、個別要素法<sup>13)</sup> で用いられるモデルと同様に扱う。3次元接触力モデルの詳細は、例えば牛島ら<sup>20)</sup> により示されているので、ここでは2次元モデルにおける概要のみを以下に示す。図-2に示すように、粒子は、他の粒子や壁面 (以下対象物) と接触しても形状は不変で、対象物とオーバラップするものとする。粒子の重心点から接触面へ向かう単位法線ベクトルを  $\mathbf{n}$  とするとき、 $\mathbf{n}$  方向に作用する力  $F_n$  は次式で表される。

$$F_n = -[k_n dn^{\gamma_n} - \eta_n (\mathbf{v}_r \cdot \mathbf{n})] \mathbf{n} \quad (20)$$

ここに、 $k_n$ 、 $\gamma_n$  および  $\eta_n$  はモデル定数、 $dn$  は図-2に示す  $\mathbf{n}$  方向のオーバラップ深さである。また、粒子と対象物の速度ベクトルをそれぞれ  $\mathbf{v}_n$  および  $\mathbf{v}_m$  とするとき、相対速度ベクトル  $\mathbf{v}_r$  は  $\mathbf{v}_m - \mathbf{v}_n$  で与えられる。

次に、 $\mathbf{n}$  に直交し、接触面において粒子の回転の正方向に向かう単位ベクトルを  $\mathbf{t}$  とする。 $\mathbf{v}_t$  を  $\mathbf{t}$  方向の相対速度ベクトルとすると、 $\mathbf{v}_t$  は回転を考慮して次式のように表わされる。

$$\mathbf{v}_t = \left[ (\mathbf{v}_r \cdot \mathbf{t}) - \left( \frac{\omega_m d_m}{2} + \frac{\omega_n d_n}{2} \right) \right] \mathbf{t} \equiv v_t \mathbf{t} \quad (21)$$

ここに、 $\omega_m$  と  $d_m$  は対象物の角速度と粒子径である。式 (21) の  $\mathbf{v}_t$  を用いて、接触面で  $\mathbf{t}$  方向に作用する力  $F_t$  は次式で与えられる。

$$F_t = [k_t d \tau^{\gamma_t} - \eta_t v_t] \mathbf{t} \quad (22)$$

ここで、 $k_t$ 、 $\gamma_t$  および  $\eta_t$  はモデル定数である。

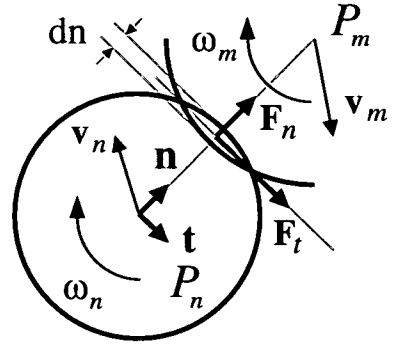


図-2 粒子接触時における変数の定義

計算された  $F_n$  と  $F_t$  の関係が、

$$F_t > \mu F_n \quad (23)$$

となる場合には、接触面で滑りが生ずると考え、

$$F_t = \mu F_n \quad (24)$$

と置き換える。ここに、 $\mu$  は摩擦係数に相当するモデル定数である。式 (22) 中の  $d\tau$  は  $\mathbf{t}$  方向の変位で次式から求められる。

$$d\tau = \int_{T_1}^{T_2} v_t dt \quad (25)$$

ここで、 $T_1$  と  $T_2$  は粒子が対象物と接触した時刻と接触が終了する時刻を表し、接触面で滑りが生じている時間を除いた積分を取る。

なお、上記のモデル係数は、粒子や壁面の弾性係数とポアソン比、また反発係数や摩擦係数等を考慮して定められる<sup>21)</sup>。ただし、これらの係数は必ずしも実際の物性値と厳密に一致させる必要はなく、粒径や計算時間きざみに応じて、現象を適切に再現する範囲内で計算上支障のない値に設定される場合も見られる<sup>22)</sup>。

#### (4) 可変時間ステップ法を用いた粒子運動の計算

上記で求められた流体力と接触力、そしてモーメントを用いて、式 (17) および式 (18) により、粒子の速度成分と角速度が計算される。簡単のため、両式を時間方向に Euler 陽解法で離散化する。これらの計算結果をさらに数値積分することにより、粒子位置と回転角が得られる。

粒子が対象物と接触する場合には、安定な計算を行うために、振動系の固有振動数を考慮して1ステップの時間増分  $\Delta t_p$  を適切に設定することが必要となる<sup>13)</sup>。本報の解析手法では、流体計算と粒子運動の計算が時刻を合わせて時間発展的に行われる。このとき、流体

計算における時間増分  $\Delta t$  と  $\Delta t_p$  が異なる場合には、計算の安定化のために、どちらか小さい方を使用せねばならない。 $\Delta t_p$  の設定基準<sup>23)</sup>によれば、 $\Delta t_p$  を  $\Delta t$  よりも数オーダー小さくする必要が生ずる場合がある。このため、次式により  $\Delta t_p$  を定める可変時間ステップ法を用いる。

$$n_{tp}\Delta t_p = \Delta t \quad (26)$$

ここに、 $n_{tp}$  は1以上の整数である。すなわち、流体計算1ステップに対して、 $n_{tp}$  ステップの粒子運動の計算が進められる。この計算過程においては、流体計算により得られた流体力は一定の値に固定しておく。この方法を用いることにより、粒子-流体系の全体の計算時間の増加を抑制することができる。

### (5) $n+1$ ステップの流速成分と圧力の計算

以上の計算により  $n+1$  ステップにおける速度成分と角速度、また粒子位置が得られる。この結果を用いて  $u_i^{n+1}$  を定める。最初に、セル  $C$  内に占める粒子  $P_k$  の体積割合  $\alpha_k$  を新しい粒子位置に基づいて計算する。次に、式(16)で得られた  $u_{fi}^{n+1}$  を用いて、式(1)と同様に、次式よりセル  $C$  の中心で定義される  $u_i^{n+1}$  を得る。

$$u_i^{n+1} = \left(1 - \sum_{P_k \in C} \alpha_k\right) u_{fi}^{n+1} + \sum_{P_k \in C} \alpha_k v_{ipk} + \sum_{P_k \in C} \alpha_k \omega_{ipk} \quad (27)$$

ここに、 $v_{ipk}$  は粒子  $P_k$  の  $x_i$  方向の速度成分、また  $\omega_{ipk}$  は粒子の角速度から計算されるセル中心における速度成分である。なお、式(27)右辺第3項では、セルに境界部分が含まれる粒子に対して総和を取る。

また、圧力に関しては、まず次式により粒子  $P_k$  の平均圧力  $p_{pk}$  を求める。

$$p_{pk} = \frac{\sum_C (\alpha_k p_f^{n+1})_C}{\sum_C (\alpha_k)_C} \quad (28)$$

ここで、 $(\alpha_k)_C$  等はセル  $C$  における値を表す。総和は計算領域全体を対象とするが、粒子ごとに粒子を含むセルの範囲を記憶させておくことで、効率的な計算を行うことができる。この  $p_{pk}$  を用いて、式(1)によりセル  $C$  における  $p^{n+1}$  を定める。すなわち、

$$p^{n+1} = \left(1 - \sum_{P_k \in C} \alpha_k\right) p_f^{n+1} + \sum_{P_k \in C} \alpha_k p_{pk} \quad (29)$$

以上より、新しい時刻の流速成分と圧力が得られるので、本章(2)で述べた非圧縮性流体の解法を再び計算領域全体に適用する。この計算手順を所定の時刻まで繰り返すことで、粒子-流体系の計算が行われる。

## 3. 計算手法の基礎的な検証

粒状体を含む流れを正確に予測するためには、非定常後流渦などの粒子周辺に発生する流れを適切に再現することが重要である。また、粒子運動を精度良く予測するためには、粒子に作用する流体力が正しく評価されねばならない。

この点に関する MICS の基礎的な検証を行うため、粒子を一様流中に固定した場合の周辺の流れと粒子に作用する力について検討を加える。図-3に計算条件を示す。上流端から流速  $U = 1.0$  (m/s) の一様流を流入させ、下流端は自由流出境界条件、側面は周期境界条件とする。計算領域の大きさは、 $L$  と  $B$  をそれぞれ 4.0m, 1.6m とする。粒子径は  $d = 0.2$  (m) とし、粒子中心を  $L_C = B/2$  の位置に固定する。粒子と流体の密度は等しく、 $1.0 \times 10^3$  kg/m<sup>3</sup> とする。流体の粘性係数を変えることにより、粒子レイノルズ数 ( $Rep = Ud/\nu$ ) を変化させた。

円柱周りに発生する流れは、 $Rep$  が 150 から 210 程度の3次元遷移レイノルズ数を越えると3次元流れへ移行するといわれる<sup>24)</sup>。本報では2次元場を対象とするため、遷移レイノルズ数を考慮して  $Rep = 200$  までの範囲を計算対象とする。また、多数の粒子を含む流れへの適用を考慮すると、少ないセル数で粒子を表現できることが望ましい。梶島ら<sup>11)</sup>は、セル幅を粒径の1/8倍程度とすることで適切な計算が可能であるとしている。このため、計算セル数は、流下方向および横断方向にそれぞれ  $160 \times 64$  とした。したがって、セル幅は 0.025m であり、粒子径はセル幅の8倍となる。

粒子に作用する流体力から抗力係数  $C_d$  を求めた。 $C_d$  と  $Rep$  との関係を図-4に示す。なお、 $Rep$  が 50 以上の条件では、非定常渦が生じ、 $C_d$  が時間的に変動したが、この場合には時間平均を取っている。図中には、円柱に対する  $C_d$  の実験結果<sup>25)</sup> と近似曲線<sup>26)</sup> を合わせて示した。この近似曲線は次式で与えられる。

$$C_d \approx 1 + 10.0 Rep^{-2/3} \quad (30)$$

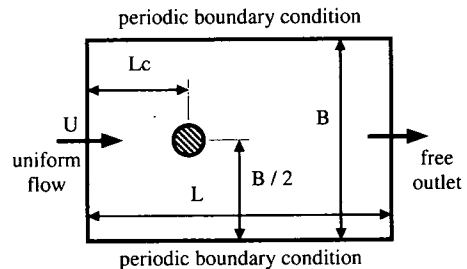


図-3 一様流中に固定された粒子回りの流れの計算条件

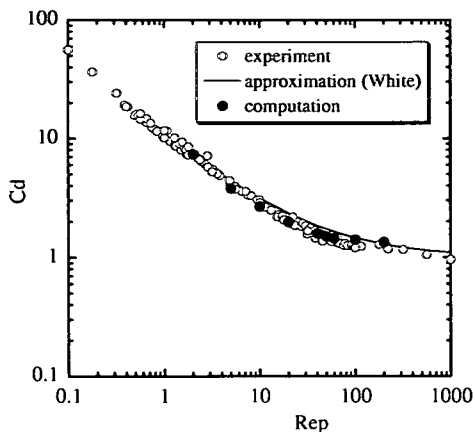


図-4  $C_d$  と  $Rep$  の関係

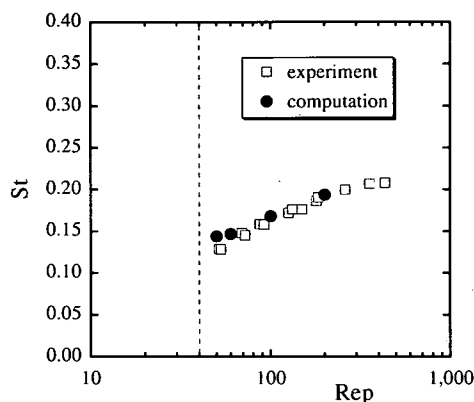


図-5  $St$  と  $Rep$  の関係

図-4に示されるように、数値計算から求められた  $C_d$  は式 (30) より若干低いが、実験結果とはほぼ一致しており、本報の数値解法で流体力が適切に評価されていることが確認された。

次に、図-5に  $Rep$  とストローハル数 ( $St = fd/U$ ) の関係を示す。ここに、 $f$  は周期渦の周波数である。 $Rep = 40$  以下では粒子の後流は定常流となったが、 $Rep = 50$  以上では周期渦が発生した。これは、既往研究における円柱背後の周期渦の発生条件<sup>27)</sup> とほぼ一致する。図-5に示されるように、ここで対象とする  $Rep$  の範囲では、 $Rep$  が増加するにつれて  $St$  は大きくなり、周期渦の周波数が高くなる。この傾向を含めて、計算結果は実験結果<sup>28)</sup> と良い一致を示している。

図-6に  $Rep = 100$  における粒子背後の各時刻の流線の分布を示す。非定常計算の初期の段階では、図-6(a)に示すように円柱背後に対称な閉じた流線が現れるが、時間の経過とともに、図-6(b)のように流速場は非対称となる。その後は、図-6(c)以降に示すように、周

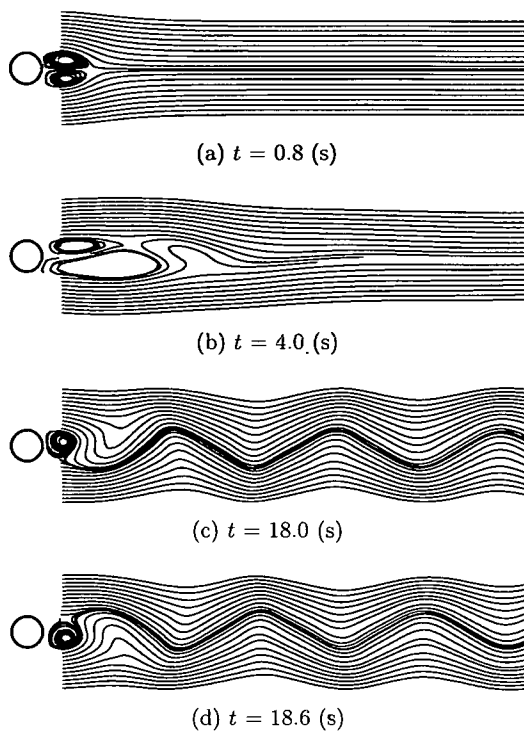


図-6 粒子背後の流線分布 ( $Rep = 100$ )

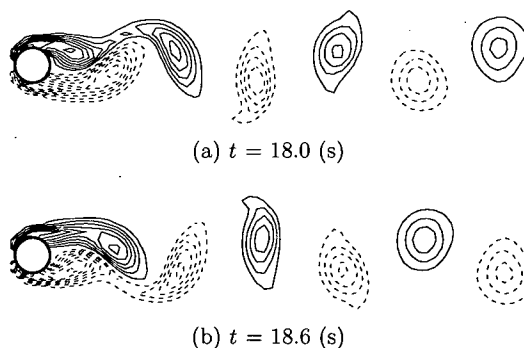


図-7 粒子背後の渦度の分布 ( $Rep = 100$ , 破線は負の値)

期的な変動を伴う後流が形成される。図-7に同様の計算結果における渦度の分布を示す。円柱背後には、逆方向に回転する渦が交互に配列したカルマン渦が形成されている。以上のように、粒子から生ずる非定常渦の特性が適切に再現されていることが示された。

#### 4. 粒子-流体混合系に対する適用性

##### (1) 容器内壁面近傍を落下する粒子の運動

粒子が境界面付近を移動する場合には、粒子周辺に生ずる流れが壁面の影響を受け、粒子の運動に影響を及ぼす場合がある。この現象に対する MICS の適用性を検討するため、鉛直壁面近傍を落下する粒子位置を計測する実験を行い、これを計算結果と比較する。

実験では、図-8 に示す水槽内で壁面から  $w$ 、底面から  $h$  の位置より粒子を自由落下させる。2次元現象を扱うため、粒子は直径  $d$  が 20mm、軸方向長さ 50mm のアクリル円柱とした。粒子の比重は約 1.2 である。実験では、粒子の挙動をビデオカメラで撮影し、画像処理を施すことで各時刻の粒子位置を計測した。撮影には、毎秒 30 フレームの画像を取得するデジタルビデオカメラを利用した。このビデオ画像を変換して各フレームの画像を JPEG のファイルとした。そして、Linux を OS とする PC 上で画像処理ライブラリ Imlib を利用した解析プログラムを作成して、JPEG の画像を  $720 \times 480$  画素の 24bit RGB データとして読み取り、適当な画像処理を施して粒子の中心点を算出した。

$H/d=7.5$ 、 $B/d=5$  の水槽を用いて、 $w/d=0.75$ 、 $h/d=5$  の位置から粒子を落下させる条件で計測を行った。投入条件の誤差などが原因で、落下する粒子が描く軌跡にはばらつきが見られたが、いずれの場合にも、図-9 に示されるように、粒子は落下の途中で壁面から遠ざかる運動を明瞭に示し、底面に到達するときの位置は  $x/d = 2 \sim 3.5$  となった。

一方、数値解析では、水槽内の領域を計算対象として、これを  $80 \times 120$  の等しい計算セルに分割した。セル幅は 1.25mm であり、粒子径はセル幅の 16 倍に相当する。上記の実験と同様の条件で粒子を水中で落下させる計算を行った。動粘性係数は、水の物性値とほぼ一致するよう  $1.0 \text{ mm}^2/\text{s}$  とした。可変時間ステップ法における  $n_{tp}$  の値は本報の計算では全て 100 としている。図-9 に示すように、粒子が壁面から離れる特性は適切に再現されており、実験結果とも概ね一致する。

上記のような壁面近傍の粒子の運動特性に関して考察を加えるため、数値計算で得られた粒子に作用する  $x$  方向の流体力を図-10 に示した。図-10 では、粒子中心が  $y/d$  の高さにあるときの  $x$  方向の各流体力が示されており、図中の  $F_{cx}$ 、 $F_{px}$  および  $F_{dx}$  は、それぞれ (19) 右辺 [ ] 内の各項から計算された流体力を表す。これらの流体力は水中の粒子に作用する重力  $(\rho_p - \rho_f)\Delta V_p g$  が正規化されている。ここに、 $\Delta V_p$  は粒子体積である。図-10 より、 $y/d = 3.0$  付近で流体の圧力が  $x$  方向に強く作用しており、これが粒子を壁面から遠ざける効果をもたらすと考えられる。また、実

験結果では明確ではないが、計算では  $y/d = 1.0$  付近で  $-x$  方向に圧力が作用しており、これが  $x$  方向の粒子運動の抵抗となって、粒子は壁面から遠ざかる運動を停止し、再び鉛直下方へ向かう運動を示す。

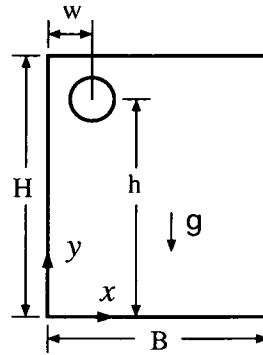


図-8 壁面近傍を落下する粒子

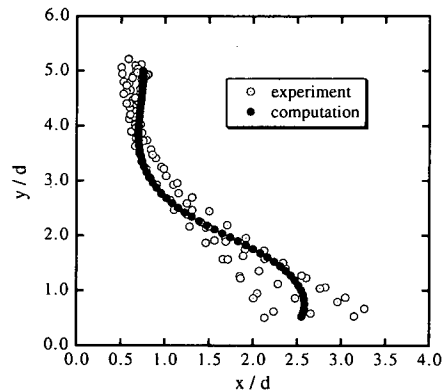


図-9 落下過程における粒子の中心位置

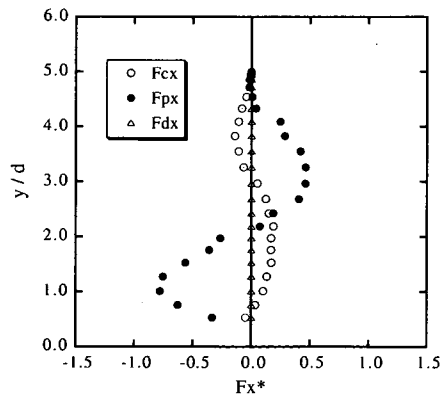


図-10 粒子に作用する  $x$  方向の流体力

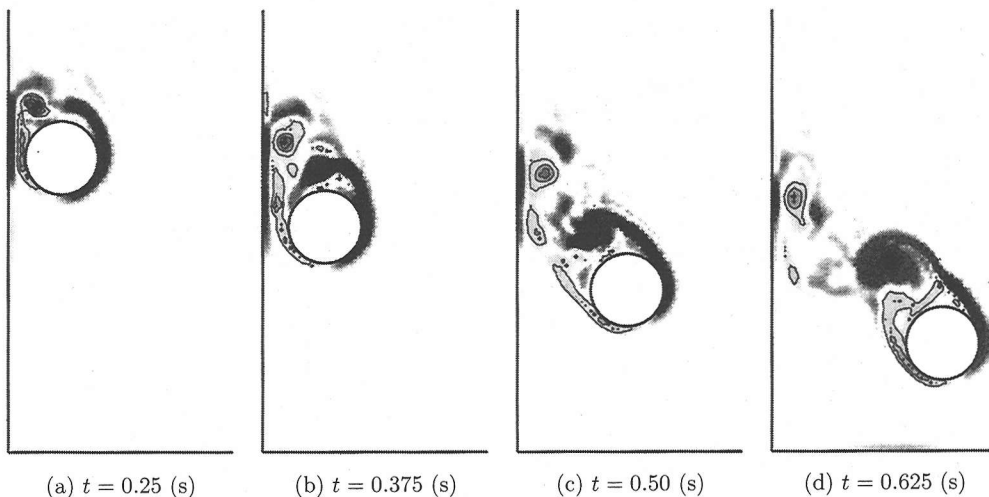


図-11 壁面近傍を落下する粒子の計算結果 (濃淡および等高線は渦度を表す。等高線間隔は  $40 \text{ s}^{-1}$ , 破線は負の値。)

粒子周辺に生ずる渦度分布を図-11に示す。落下開始直後には粒子背後に一对の渦が形成されるが、粒子と壁面間で加速された流れのために壁面側の渦は粒子から離脱する。このため、反対側の低圧渦のみが残り、これにより  $x$  方向へ向かう圧力が生ずる。その結果、粒子は壁面から離れる方向へ移動する。粒子がさらに落下すると、壁面の影響が弱まり、粒子の壁面側にも再び渦が発達する。右下方へ向かう粒子の背後に生ずるこれらの渦は、 $-x$  方向の圧力をもたらす。このため、粒子の  $x$  方向の運動は弱まり、鉛直下方へ向かうものへと変化する。

上記の過程を確認するにはより詳細な計測が必要であるが、MICSにより、壁面近傍における粒子後流渦の離脱とそれに伴う流体力の変化、またそれらが反映された粒子運動が妥当に再現されたと考えられる。

## (2) 接触移動する粒子の運動と周囲の流れ

粒径の異なる複数の粒子が接触移動する場合の計算を行い、MICSの有効性を検討する。

図-12に示す水で満たされた矩形容器の底面を水平面から  $\theta$  だけ傾けて、内部に置いた粒子を  $x=0$  の側面へ移動させる実験を行った。ここでは、直径が10mmと20mmの2種類のアクリル円柱(以下、小粒子と大粒子)をそれぞれ3本ずつ用いた。軸方向長さはいずれも50mmである。小粒子を粒子群の移動方向の先頭に置いた場合、 $\theta$ が大きくなると後続の大粒子が小粒子を乗り越えて  $x=0$  の側面側へ移動する傾向が観察された。これは、球形の粒子を用いた3次元実験でも確認されている現象であり<sup>29)</sup>、壁面近傍に生ずる粒子の分級堆積の素過程に相当すると考えられる。

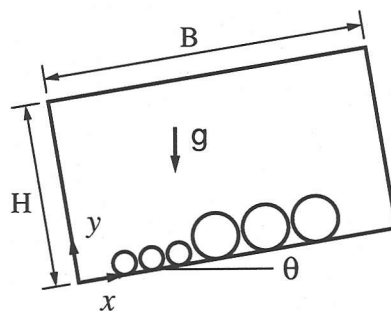


図-12 接触移動する粒子群

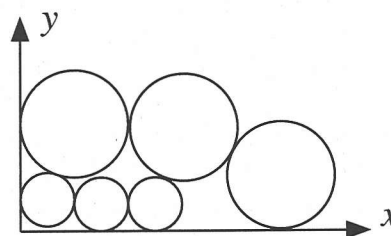


図-13 実験により得られた粒子の堆積状況

図-13に、実験において、 $\theta$ を約40度とした条件で得られた粒子の堆積状況を示す。ここでは、前節の実験と同様にして粒子の画像を処理し、各粒子の中心位置を計測した。移動する粒子の先頭付近に位置する小粒径粒子が壁面に衝突して停止すると、後続する大粒径粒子が順にこれを乗り越えて移動し、最終的に大粒子2つが小粒子の上に停止する状況となる。



次に、数値計算では、 $H/d=7.5$ ,  $B/d=5$ の領域を対象として、これを  $120 \times 80$  の等しい計算セルに分割した。セル幅は  $1.25\text{mm}$  であり、小粒子と大粒子の粒径は、それぞれセル幅の 8 倍と 16 倍に相当する。流体の動粘性係数は  $1.0\text{mm}^2/\text{s}$  とした。また、個別要素法モデルで用いられる係数値は、 $\mu = 0.4$ 、また  $k_n = k_t = 1.0 \times 10^5$  (N/m) とし、 $\eta_n$  と  $\eta_t$  は佐伯ら<sup>30)</sup> の関係式を用いて定めた。

上記の実験と同様に粒子を配列し、粒子群が停止するまでの計算を行った。計算で得られた粒子の移動状況と、周囲の流体中の渦度の分布を図-14 に示す。移動開始後、粒子表面付近には境界層が発達し、渦度分布が生ずる。粒子が側壁面あるいは他の粒子に接触して速度が急激に低下すると、粒子周辺の渦は粒子から離れて流体中に放出される。図-14(c) から図-14(d) に見られるように、粒子から離脱した複数の流体渦の一部は合体して 1 つの渦になるなど、複雑な流況が発生している。粒子の移動が停止した時点では、図-14(e) に示されるように、小粒子の上に大粒子が堆積した状態となる。この結果は、図-13 に示した実験結果とほぼ一致しており、簡単な適用例ではあるが、粒子が接触移動する場合にも本解析手法により妥当な結果が得られることが示された。

なお、粒子周辺の流れに関しては、高速撮影による画像処理など精緻な計測法による実験結果との比較が今後必要であるが、質点モデルや二流体モデルなどの既往の計算手法と異なり、MICS では後流渦の挙動などの詳細な予測が可能である。

## 5. 結言

本報では、後流渦などを伴う固体粒子を含んだ粒子-流体混合系を対象として、粒子周辺の流動場と粒子運動を精度良く予測するための計算手法 (MICS) を提案した。コロケート格子配置に基づく非圧縮性流体解析法において、QSI スキームなどの高次精度の解法を用いた手法を混合系全体に適用して粒子に作用する流体力を求めるものとした。また、個別要素法モデルを利用しているため、粒子に作用する接触力を扱うことが可能である。粒子運動に関する計算結果は流動場に反映され、連続相と分散相の相互作用が適切に考慮された現象予測が可能である。

既往の実験結果を用いた基礎的な検証により、粒子に対する抗力係数や非定常後流渦の変動特性などが適切に再現されることが示された。さらに、壁面近傍を落下する粒子や接触移動する粒径が異なる粒子群などへ MICS を適用し、実験結果との比較を通じてその有効性を確認した。

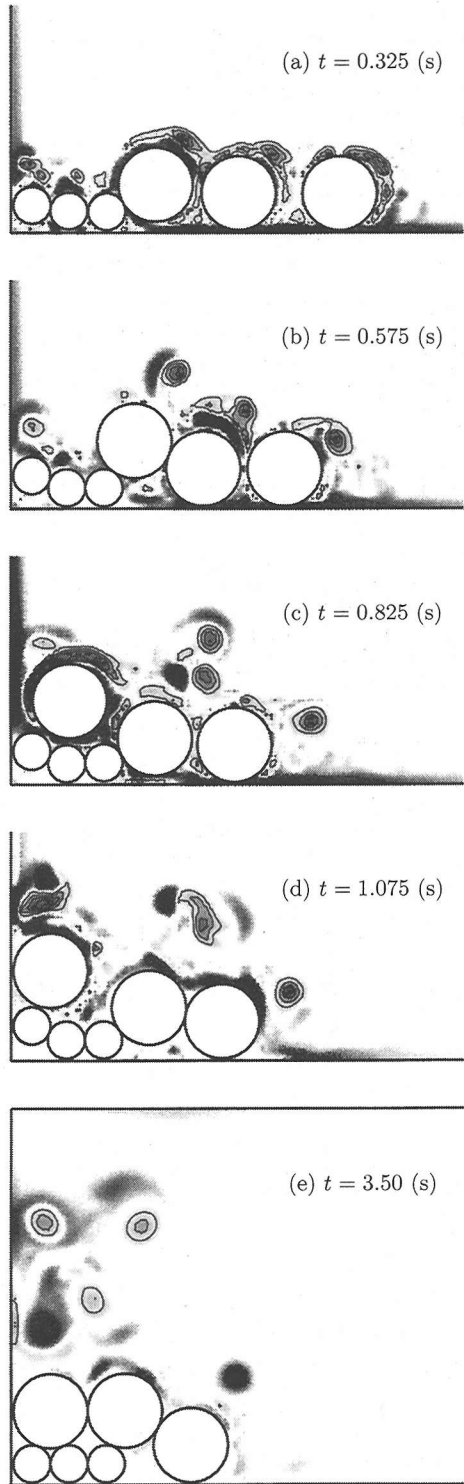


図-14 接触移動する粒子群の解析結果 (濃淡は渦度を表す。等高線間隔は  $20\text{ s}^{-1}$ 。破線は負の値。)

## 参考文献

- 1) 芦田和男, 江頭進治, 佐々木幹夫, 清水義彦, 関根正人, 玉井昌宏, 藤田正治, 宮本邦明, 森明巨: 固液混相流における支配方程式の構造について, 水工学論文集, Vol. 38, pp. 563-570, 1994.
- 2) Gore, R. A. and Crowe, C. T.: Effect of particle size on modulating turbulent intensity, *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 15, No. 2, pp. 279-285, 1989.
- 3) 牛島省, 長谷直子, 榑津家久: 相対速度を有する大粒径粒子を含む鉛直上昇噴流の乱流特性, 日本機械学会論文集 (B編), Vol. 69, No. 679, pp. 652-657, 2003.
- 4) 森岡茂樹: 混相流体の力学, 朝倉書店, 1991.
- 5) Hinze, J. O.: *Turbulence*, McGraw-Hill, 1975.
- 6) Elghobashi, S. and Truesdell, G. C.: Direct simulation of particle dispersion in a decaying isotropic turbulence, *J. Fluid Mech.*, Vol. 242, pp. 655-700, 1992.
- 7) Kenning, V. M. and Crowe, C. T.: On the effect of particles on carrier phase turbulence in gas-particle flows, *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 23, No. 2, pp. 403-408, 1997.
- 8) Hu, J. J.: Direct simulation of flows of solid-liquid mixtures, *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 22, No. 2, pp. 335-352, 1996.
- 9) Xiao, F., Yabe, T., Ito, T. and Tajima, M.: An algorithm for simulating solid objects suspended in stratified flow, *Computer Physics Communications*, Vol. 102, pp. 147-160, 1997.
- 10) 瀧口智志, 梶島岳夫, 三宅裕: 固体粒子と乱流の相互作用の数値計算法, 機械学会論文集 B編, Vol. 64, No. 625, pp. 2804-2810, 1998.
- 11) 梶島岳夫, 瀧口智志, 浜崎洋至, 三宅裕: 渦放出を伴う粒子を含む鉛直平行平板間乱流の構造, 機械学会論文集 B編, Vol. 66, No. 647, pp. 1734-1741, 2000.
- 12) 牛島省, 榑津家久: 移動一般座標系を用いたコロケート格子による自由水面流れの数値解析手法, 土木学会論文集, No. 698/II-58, pp. 11-19, 2002.
- 13) Cundall, P. A. and Strack, O. D. L.: A discrete numerical model for granular assemblies, *Geotechnique*, Vol. 29, No. 1, pp. 47-65, 1979.
- 14) Yabe, T. and Wang, P. Y.: Unified numerical procedure for compressible and incompressible fluid, *J. Physical Soc. Japan*, Vol. 60, No. 7, pp. 2105-2108, 1991.
- 15) Rhie, C. M. and Chow, W. L.: Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation, *AIAA Journal*, Vol. 21, pp. 1525-1532, 1983.
- 16) 牛島省, 竹村雅樹, 榑津家久: コロケート格子配置を用いた MAC 系解法の計算スキームに関する考察, 土木学会論文集, No. 719/II-61, pp. 11-19, 2002.
- 17) 牛島省, 榑津家久, 山上路生, 坂根由季子: 局所 5 次スプライン内挿法 (QSI 法) を利用したコロケート格子による流体解析手法, 土木学会論文集, No. 691/II-57, pp. 73-83, 2001.
- 18) 功刀資彰: 自由界面を含む多相流の直接数値解析法, 日本機械学会論文集 B編, Vol. 63, No. 609, pp. 1576-1584, 1997.
- 19) 牛島省, 奥山洋平, 竹村雅樹, 榑津家久: 3 次元一般座標系における圧力場の並列計算法の提案, 水工学論文集, Vol. 47, pp. 385-390, 2003.
- 20) 牛島省, 田中伸和, 米山望: 3 次元複雑形状領域内における固気混相流中の固体粒子のラグランジュ的解析法, 水工学論文集, 第 43 巻, pp. 515-520, 1999.
- 21) 田中敏嗣, 石田俊也, 辻裕: 水平管内粒状体プラグ流の直接数値シミュレーション (付着力がない場合), 日本機械学会論文集 (B編), Vol. 57, No. 534, pp. 456-463, 1991.
- 22) 粉体工学会編: 粉体シミュレーション入門, 産業図書, 1998.
- 23) 川口寿裕, 田中敏嗣, 辻裕: 離散要素法による流動層の数値シミュレーション (噴流層の場合), 日本機械学会論文集 (B編), Vol. 58, No. 551, pp. 2119-2125, 1992.
- 24) 宮内敏雄, 平田徹, 店橋護: 低レイノルズ数におけるカルマン渦放出の DNS, 第 9 回数値流体シンポジウム講演論文集, pp. 165-166, 1995.
- 25) Tritton, D. J.: Experiments on the flow past a circular cylinder at low Reynolds numbers, *J. Fluid Mech.*, Vol. 6, pp. 547-567, 1959.
- 26) White, F. M.: *Viscous fluid flow*, McGraw-Hill, 1991.
- 27) Nishioka, M., Iida, S. and Ichikawa, Y.: An experimental study of the shedding frequency of vortices behind a cylinder at low Reynolds numbers, *J. Fluid Mech.*, Vol. 89, pp. 49-60, 1978.
- 28) Kovaszny, L. S. G.: Hot-wire investigation of the wake behind cylinders at low Reynolds numbers, *Proc. Royal Soc. London*, Vol. A198, pp. 174-190, 1948.
- 29) 牛島省, 山田修三, 竹村雅樹, 榑津家久: 急勾配ダクトのステップ前面に生ずる混合粒径粒子の分級堆積過程に関する考察, 水工学論文集, Vol. 47, pp. 565-570, 2003.
- 30) 佐伯暢人, 皆川利宣, 高野英資: 粒状体の振動輸送に関する研究, 日本機械学会論文集 (C編), Vol. 63, No. 615, pp. 3817-3823, 1997.

(2003.1.14 受付)

## COMPUTATIONAL METHOD FOR MULTIPHASE INCOMPRESSIBLE FLOWS (MICS) AND ITS APPLICABILITY TO PARTICLE-LADEN LIQUID FLOWS

Satoru USHIJIMA, Masaki TAKEMURA, Syuuzou YAMADA and Iehisa NEZU

A computational method for multiphase incompressible flows (MICS) has been proposed. The MICS is based on the CFD method for incompressible flows, in which the treatment for density and mass conservation has been improved in the collocated grid. The external forces for the particles are evaluated from the results of the fluid computations and a model of the distinct element method (DEM). It was shown that the particle drag coefficients and wake flows are successfully predicted with MICS. The MICS was applied to a falling particle near a side wall and non-uniform particles moving on the inclined bottom surface. As a result, it was demonstrated that MICS is effective to predict the particle-laden flows.