

離散型要素を用いたせん断補強鉄筋を有さない 鉄筋コンクリート梁の有限要素法解析

日比野憲太¹・高木宣章²・児島孝之²

¹学生会員 工修 立命館大学大学院博士後期課程 理工学研究科総合理工学専攻
(〒525-8577 滋賀県草津市野路東1-1-1)

²正会員 工博 立命館大学教授 理工学部土木工学科 (〒525-8577 滋賀県草津市野路東1-1-1)

本研究は、筆者等が提案した離散型ひび割れおよび付着モデルを、せん断補強鉄筋を有さないRC部材の有限要素法解析に適用したものである。せん断補強鉄筋を有さないRC部材のせん断耐力は、圧縮部コンクリートのせん断耐力、骨材のかみ合わせ作用、および鉄筋のダウエル作用により負担されている。本モデルにはこれらの耐荷機構を要因ごとに検討を行った特性を導入している。さらに、解析上の各ステップあたり、部材の最大主引張応力点にひび割れモデルを一要素ずつ挿入し、逐次進展するひび割れを表現する手法を用いて解析を行った。本解析手法を用いることより、各荷重レベルでの構成材料の応力状態および負担せん断力を明らかにし、本解析手法の妥当性および問題点に関して検討を行った。

Key Words : discrete element, crack propagation, F.E.M. analysis, shear capacity

1. はじめに

鉄筋コンクリート（以後、RC）構造は、材料的にはコンクリートという骨材、セメント、水などの異なった複合構造材料から構成され、構造的にはコンクリートと鋼材という2つの異種材料から構成される複合構造となり、その複合耐力機構により様々な外力に抵抗している。このため、RC構造の挙動や破壊性状を解明するにあたっては、異種材料間の界面での応力伝達、すなわちひび割れ界面での引張軟化、骨材のかみ合わせ、および鉄筋とコンクリート間での付着、ダウエル応力の伝達を明らかにし、構造解析においてその応力伝達機構を適切に表現する解析手法を開発することが必要不可欠であると考えられる。そのため、RC建造物の各種力学的挙動解析において、このような局所的な現象を如何に解析に取り入れるかは重要な問題となる。

筆者達は、従来からの離散型要素 (discrete element)^{1) 2) 3)}とは異なった新しいタイプの離散型要素^{4) 5) 6) 7) 8)}の利用を提案してきている。従来の離散型要素の問題点は、界面で生じている表面力を単に節点間の伝達力として表現していることである。本研究では、これをコンクリートに発生したひび割れおよびコンクリートと補強材間の付着とダウエル作用に対してアイソパラメトリック接合要素として

表現している。本要素を2次以上の高次要素として用いることにより、複雑な形状のコンクリート界面を表現できると同時に界面での付着・垂直応力やダウエル応力を、その界面に分布した表面力として適切に表現することができる。また、一様分布モデル (Smeared model)^{9) 10) 11)}では把握が困難な、ひび割れ面での応力伝達やダウエル力等を適切に把握することが可能となる。離散型要素を用いる場合の最大の短所と言われるひび割れの進展経路に関しては、コンクリート要素中の最大主引張応力発生点にその主応力方向に対して直角に、自動的にひび割れモデルを挿入する再メッシュ分割プログラム^{4) 5)}を開発した。解析上の各ステップあたりに、再メッシュ分割プログラムを用いてひび割れモデルを1要素ずつ挿入し、逐次進展するひび割れを表現するひび割れ増分法を用いた解析手法の提案を行った。

本研究は、離散型ひび割れおよび付着モデルを、せん断補強鉄筋を有さないRC部材の有限要素法解析に適用したものである。本解析手法をRC部材のせん断解析に適用するため、以前提案したひび割れモデルの構成則を拡張し、ひび割れ面での骨材のかみ合わせ作用による非線形性の再検討を行った。さらに、部材に発生する複雑なせん断ひび割れを表現するため、再メッシュ分割プログラムを改良し、アイソパラメトリック三角形要素を用いたひび割れの

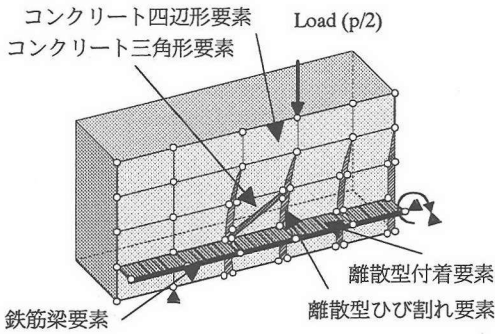


図-1 RC供試体モデル概要図

分離、連結を表現可能にした。

せん断補強鉄筋を有さないRC部材のせん断耐力は、圧縮部コンクリートのせん断耐力、ひび割れ面での骨材のかみ合わせ作用、および鉄筋のダウエル作用により負担されている。本離散型ひび割れおよび付着モデルには、これらの耐荷機構を要因ごとに検討を行った特性を導入している。せん断補強鉄筋を有さないRC梁は、せん断スパン有効高さ比（以後、 a/d ）の変化により、破壊性状も斜め引張破壊およびせん断引張・圧縮破壊と変化する。そのため、載荷条件に $a/d=3.6, 3.0, 2.0$ の3水準を選択し、実際にRC梁の載荷試験を行い、同様の条件で本解析手法を適用することより、実験結果への本解析手法の適用性に関して検討を行った。さらに、各荷重レベルでの離散型要素の負担せん断力の算出を行い、せん断補強鉄筋を有さないRC梁の各破壊モードにおける分担せん断力の相違を明らかにするとともに、本解析手法の妥当性および問題点に関する検討を行った。

2. せん断耐荷機構のモデル化

(1) 離散型要素の概要

図-1に、本研究で用いるRC供試体モデルの概要図を示す。コンクリート要素上に離散型付着要素を介して鉄筋要素を配置し、鉄筋とコンクリート界面での付着およびダウエル応力の伝達を表現している。また、部材に発生するひび割れは、再メッシュ分割を行いコンクリート要素間に離散型ひび割れ要素を挿入し、ひび割れ界面での引張軟化および骨材のかみ合わせ作用を表現している。本手法を用いることにより、各要素に作用する伝達応力が個別に確認でき、せん断耐荷機構における各要素の分担せん断力を適切に把握することが可能となる。

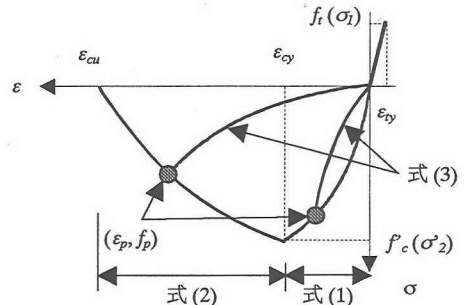


図-2 コンクリートの応力-ひずみ関係

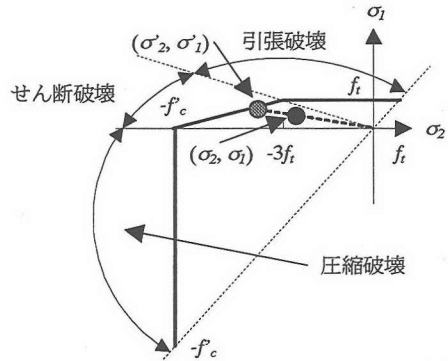


図-3 コンクリートの破壊基準

(2) 各要素の材料特性

a) コンクリート要素

2次のアイソパラメトリック四辺形要素、およびひび割れの進展経路によりアイソパラメトリック三角形要素で表現している。コンクリートは非線形として扱い、応力-ひずみ関係は図-2に示すように、圧縮域に関しては既往の2次曲線で仮定したモデルを参考として最大点までを式(1)、それ以降を式(2)で表現し、引張域に関しては引張を受けるコンクリートはかなりの高応力レベルまで弾性挙動を示すとの報告を参考として、線形弾性モデルを用いた¹²⁾。コンクリートの引張破壊は、ひび割れ要素を挿入することにより表現した。また、式(1)、式(2)には、荷重の除荷および再載荷時のパスを考慮して、式(3)に示す除荷前の最大応力 f_p 、その時点のひずみを ϵ_p とすると、 f_p を最大値とし、この点と原点を結ぶ凸型の二次曲線として簡易的に定義している。2軸応力下でのコンクリートの破壊基準は数多く提案されているが、解析プログラムへの導入の簡易さから図-3に示すMohr-Coulombの基準を選択した¹²⁾。せん断破壊の領域では、図-2の応力-ひずみ関係中のコンクリートの圧縮強度(f_c)および引張強度(f_i)の代わりに、コンクリートの主応力(σ_1, σ_2)と原点を結ぶ直線が、図-3に示すMohr-Coulombの破壊基準と交わる点から決定される $\sigma_1(=f_i)$ および $\sigma_2(=f_c)$

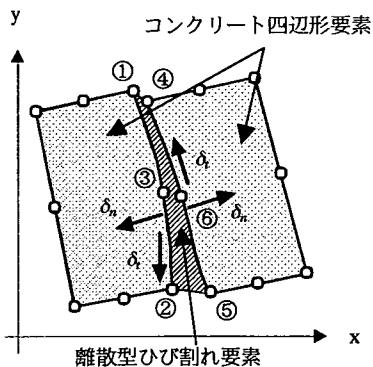


図-4 離散型ひび割れ要素

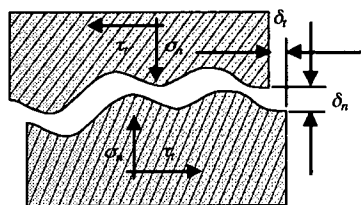


図-5 ひび割れ面での伝達応力関係

を用いた。

また、斜めひび割れ発生後にせん断圧縮破壊するRC梁を解析する場合には、斜めひび割れの開口によりひび割れに隣接したコンクリートの圧縮強度が低下する現象を考慮する必要があると考えられる。しかし、本研究では解析プログラムの簡約化のため、その考慮は行わないものとした。

$$\sigma = f_c \cdot \left(1 - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_y}\right)^2\right) \quad (1)$$

$$\sigma = f_c \cdot \left(1 - \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_y}{\varepsilon_u - \varepsilon_y}\right)^2\right) \quad (2)$$

$$\sigma = f_p \cdot \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_p}\right)^2 \quad (3)$$

ここで、 f_c はコンクリートの圧縮強度である。

b) 離散型ひび割れ要素^{4),5)}

ひび割れは、コンクリートの応力状態が引張破壊基準に達したとき発生し、その点での応力状態から定まる方向に進展するものとした。具体的には再メッシュ分割プログラムにより、節点座標を変更し隣接するコンクリート要素間にひび割れ要素を挿入する。本要素は2次のアイソパラメトリック接合要素で表現し、図-4に示すようにひび割れ面の両面の節点は左右のコンクリート要素の節点と共有している。本要素を高次のガウス積分を用いて使用することにより、曲線状のひび割れ面での複雑な応力伝達を精度良く、少ない要素分割で解析可能となる。

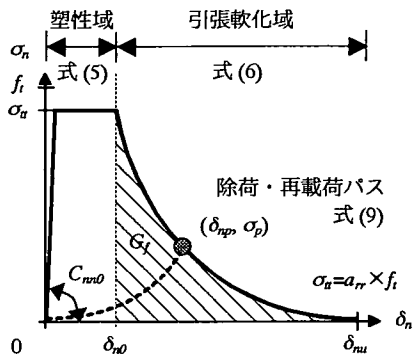


図-6 引張軟化特性

ひび割れ面ではひび割れの形成に伴って図-5に示すような応力伝達がなされる。ひび割れ面で発生する相対変位をひび割れ面に対して垂直方向に δ_n 、接線方向に δ_t で表し、ひび割れ面を介して伝達される応力を、ひび割れ面に対して垂直方向に σ_n 、接線方向に τ_t とすると、応力と相対変位を関連づけるマトリックス $[D_c]$ を用いて、式(4)の関係式が得られる。

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_n \\ \tau_t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{nn} & C_{nt} \\ C_{tn} & C_{tt} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_n \\ \delta_t \end{Bmatrix} = [D_c] \{\delta\} \quad (4)$$

離散型要素を用いて部材のせん断解析を行う場合、部材の中立軸を越えて発生したせん断ひび割れが、最終的に脆的なせん断すべりを起こし最大荷重に到達する。このため、筆者等が決定した離散型ひび割れ要素^{4),5)}の構成則を拡張し、ひび割れ面でのかみ合わせ作用による非線形性、および圧縮・引張域での σ_n および τ_t の相関関係を考慮した構成則の再検討を行った。

ひび割れ開口時は、 σ_n にはマトリックス $[D_c]$ 中の係数 C_{nn} に図-6に示す引張軟化特性を導入し、 σ_n に対する δ_t の影響は無いものと仮定し、 C_{nt} は0とした。本解析で用いた引張軟化曲線は、図-6に示すように塑性域、引張軟化域、および除荷・再載荷パスという3領域に分けて仮定している。塑性域はコンクリート内の応力が引張強度に到達後、破壊進行領域が形成されるが、一定の応力が保持される段階として定義している。初期勾配を $C_{nm0} = E_c t$ (E_c :コンクリートの弾性係数、 t :ひび割れ要素の初期厚さ $t=10\text{mm}$ と仮定)とし、以前のひび割れ要素の検討結果^{4),5)}から、コンクリートの引張強度を低減した応力を伝達することのできる領域を式(5)とした。また、この塑性域が終了するひび割れ幅を δ_{n0} と定義しているが、以前のひび割れ要素の検討結果^{4),5)}から $\delta_{n0} = \sigma_n / C_{nm0} + 5 \times 10^{-6} \text{mm}$ とした。引張軟化域は、比較的適合性が良いと言われている指数モデルであ

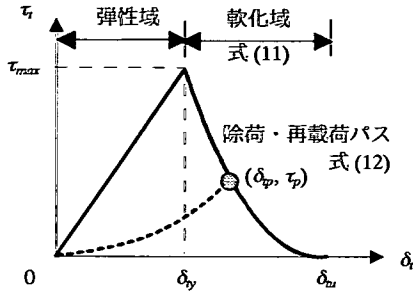


図-7 せん断応力-変位関係

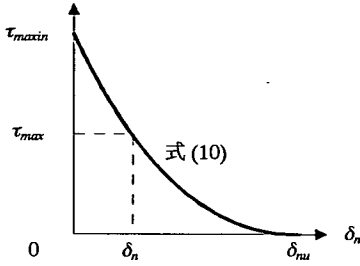


図-8 ひび割れ幅-かみ合わせ抵抗関係

る、式 (6) に示す 3 乗モデル¹³⁾を適用し、破壊エネルギー G_F は塑性域以降の引張軟化曲線で囲まれた面積として定義している。また、引張応力が伝達される最大ひび割れ幅 δ_{m0} は式 (7) としている。本解析で用いた破壊エネルギー G_F は CEB-FIP Model Code 90¹⁴⁾ で規定されている式 (8) を用いた。除荷・再載荷パスは、除荷前の最大引張応力 σ_p 、その時点のひび割れ幅を δ_p とすると、式 (9) に示す σ_p を最大値とし、この点と原点を結ぶ凹型の二次曲線として簡易的に定義している。

$$\sigma_n = a_n \times f_t \quad (5)$$

ここで、 σ_n は修正引張強度、 f_t はコンクリートの引張強度、 a_n は以前のひび割れ要素の検討結果^{4), 5)} から $a_n = 0.9$ としている。

$$\sigma = \sigma_n (1 + 0.5(\delta_n - \delta_{n0})\sigma_n / G_F)^{-3} \quad (6)$$

$$\delta_{m0} = \delta_{n0} + 7G_F / \sigma_n \quad (7)$$

$$G_F = G_{F0} (f'_c / 10)^{0.7} \quad (8)$$

ここで、 G_{F0} は骨材最大寸法から決定される定数である。

$$\sigma = \sigma_p \left(\frac{\delta_n}{\delta_p} \right)^2 \quad (9)$$

τ は、マトリックス $[D_c]$ 中の係数 C_n に図-7 に示すせん断応力-変位関係を導入し、 δ_n, δ_t 両方向の相対変位の影響を考慮し、 C_n は 0 とした。図中のひび割れ間で伝達されるせん断応力が増加する領域 (弾性域) は、最大せん断力を τ_{max} 、最大せん断力に到達するせん断変位を $\delta_y = 0.5 \times \delta_{m0}$ (δ_{m0} : 引張軟化曲線の最大ひび割れ幅 式 (7)) とする直線式と仮定

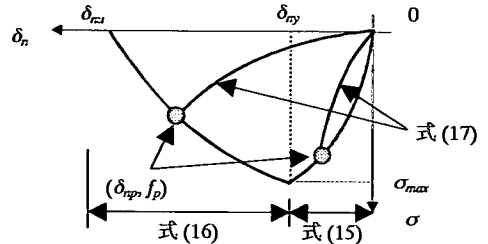


図-9 圧縮応力-相対変位関係

した。 τ_{max} は、コンクリート要素に用いた破壊基準と同様の Mohr-Coulomb の基準を参考として、 $\alpha = f_t$ 時の最大せん断力 ($\tau_{max} = 0.14 \times f'_c - \tan \phi \times f_t$, $\phi = 37^\circ$ ^{15), 16)}) と仮定している。さらに、 δ_n 方向の変位の増大による τ_{max} の低下を考慮するため、解析プログラムに導入しやすい Rots らのひび割れ開口幅に応じて伝達せん断力の大きさを変化させるモデル^{17), 18)}を参考として、図-8 に示すひび割れ幅-かみ合わせ抵抗関係 (式 (10)) を仮定して τ_{max} を算出した。せん断応力軟化領域は、式 (11) に示すようにせん断応力を伝達する最大せん断変位を δ_m とすると、この点と δ_y を結ぶ三次曲線として簡易的に定義した。また、最大せん断変位 δ_{m0} は、ひび割れ間での δ_n 方向の結合力 (σ_n) が無くなれば、 δ_t 方向の骨材間での摩擦力 (τ) も著しく小さくなると考えられるため、図-6 に示す引張軟化曲線の最大ひび割れ幅 δ_{m0} (式 (7)) と一致させている。除荷・再載荷パスは、岡村らの研究¹⁹⁾を参考とした。まず、除荷前の最大ずれ変位を δ_p とし、除荷時の δ_n での τ_{max} を式 (10) から算出する。ただし、本モデルでは簡易的に、除荷時の δ_n から τ_{max} を計算する際に、履歴パスの影響を考慮していない。次に、その τ_{max} を用いて δ_p での図-7 から算出されるせん断応力を最大せん断応力 τ_p とすると、(δ_p, τ_p) と原点を結ぶ、式 (12) に示す引張軟化特性と同様の凹型の二次曲線として簡易的に定義した。

ただし、Mode II 型のひび割れにはまだ不明な点が多く、本解析で用いた特性にも多く仮定が含まれている。これはできるだけ簡単なモデル化を行うことを目的としたものであって、今後実験的な知見が蓄積されれば当然変更させることになる。

$$\tau_{max} = \tau_{maxn} \left(\frac{\delta_n - \delta_n}{\delta_{m0}} \right)^3 \quad (10)$$

$$\tau_t = \tau_{max} \left(1 - \frac{(\delta_t - \delta_y)}{(\delta_m - \delta_y)} \right)^3 \quad (11)$$

$$\tau_t = \tau_p \left(\frac{\delta_t}{\delta_p} \right)^2 \quad (12)$$

ひび割れ閉口時は、ひび割れ要素の剛性はコンクリート要素と同様となるものとした。剛性を算出するひび割れ要素上の座標に最も近い座標を有するコ

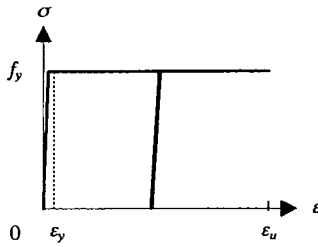


図-10 鉄筋の応力-ひずみ関係

コンクリート要素の主応力(σ_1, σ_2)と原点を結ぶ直線が、Mohr-Coulomb の破壊基準と交わる点(σ'_1, σ'_2)を算出する。コンクリート要素上で成立する主応力関係はひび割れ要素上でも成立するものと仮定し、式(13)を展開した式(14)から、ひび割れ要素の最大応力(σ_{max}, τ_{max})が得られる。この値を、図-9に示すコンクリート要素と同様の関係式(式(15), (16), (17))からなる圧縮応力-相対変位関係($\delta_{ny} = \delta_{n0}, \delta_{nu} = 500 \times \delta_{n0}, \delta_{n0} = \sigma_{max} / C_{nn0}$)の σ_{max} と図-7の τ_{max} に代入して C_{nn} と C_{τ} を算出した。

ただし、コンクリートの圧縮挙動をひび割れ幅の関数として取り扱うことは困難であり、ひび割れ要素に圧縮応力が作用する場合にはひび割れ要素の両側にあるコンクリート要素により圧縮挙動を表現するため、圧縮応力-ひび割れ幅関係の最大変位(δ_{nu})に $\delta_{nu} = 500 \times \delta_{ny}$ と大きな値を選択している。

$$\sigma'_1 = \frac{1}{2} \sigma_{max} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_{max}^2 + 4\tau_{max}^2} \quad (13)$$

$$\sigma'_2 = \frac{1}{2} \sigma_{max} - \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_{max}^2 + 4\tau_{max}^2}$$

$$\sigma_{max} = \sigma'_1 + \sigma'_2, \tau_{max} = \sqrt{-\sigma'_1 \sigma'_2} \quad (14)$$

$$\sigma = \sigma_{max} \left(1 - \left(1 - \frac{\delta_n}{\delta_{ny}}\right)^2\right) \quad (15)$$

$$\sigma = \sigma_{max} \left(1 - \left(\frac{\delta_n - \delta_{ny}}{\delta_{nu} - \delta_{ny}}\right)^2\right) \quad (16)$$

$$\sigma = f_p \left(\frac{\delta_n}{\delta_{sp}}\right)^2 \quad (17)$$

c) 鉄筋梁要素

鉄筋梁要素は、鉄筋がコンクリートから受ける付着およびダウエル力に対して抵抗するように、2次のアイソパラメトリック梁要素で表現している。鉄筋は非線形として扱い、図-10示すように応力-ひずみ関係にはバイリニアモデルを選択した。また、除荷・再載荷パスには、除荷前の最大荷重を最大点とし、初期剛性を傾きとした直線として簡易的に定義している。本解析では離散型付着要素による、鉄筋の付着およびせん断ひび割れのすべりにより発生するダウエル力の表現を目的としているため、梁要素には、断面分割法により鉄筋が受ける軸力および

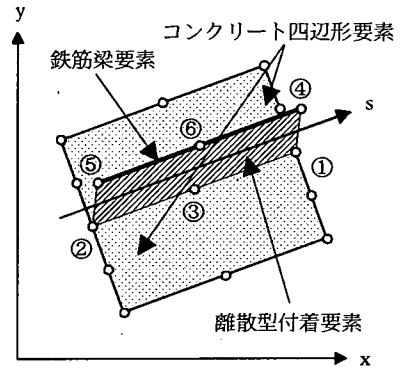


図-11 離散型付着要素

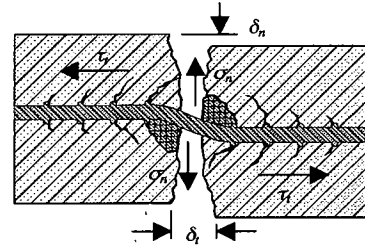


図-12 鉄筋とコンクリート間の応力伝達機構

曲げの相関関係を考慮した剛性を用いた。

d) 離散型付着要素^{(6), (7), (8)}

離散型付着要素はコンクリート要素と鉄筋梁要素間に挿入し、コンクリートから鉄筋への応力伝達を担うものとしている。本要素はコンクリート要素の一边を形成する3個の節点と鉄筋要素の3個の節点からなる2次のアイソパラメトリック接合要素で表現し、図-11に示すように付着要素の両面の節点はコンクリートおよび鉄筋梁要素の節点と共有している。本要素を高次のガウス積分を用いて使用することにより、鉄筋に沿って逐次変化する応力を精度良く少ない要素分割で解析可能となる。コンクリートと鉄筋間の界面では図-12に示すような応力伝達となされる。部材変形およびひび割れの発生に伴う局所的なコンクリートと鉄筋間の相対変位を、付着面に対して垂直方向のダウエル変位 δ_n 、接線方向の付着すべり δ_t とし、付着面を介して伝達される応力をダウエル力 σ_n 、付着応力 τ_t とすると、応力と相対変位を関連づけるマトリックス $[D_b]$ を用いて、式(18)の関係式が得られる。

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_n \\ \tau_t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{nm} & B_{nt} \\ B_{tm} & B_{tt} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_n \\ \delta_t \end{Bmatrix} = [D_b] \{\delta\} \quad (18)$$

σ_n, τ_t はマトリックス $[D_b]$ 中の係数 B_{nm}, B_{nt} に、図-13に示す適切な軟化特性を導入することによって表現した。また、 σ_n に対する δ_t および τ_t に対する δ_n の影響は解析の簡略化のため考慮しないものと仮定

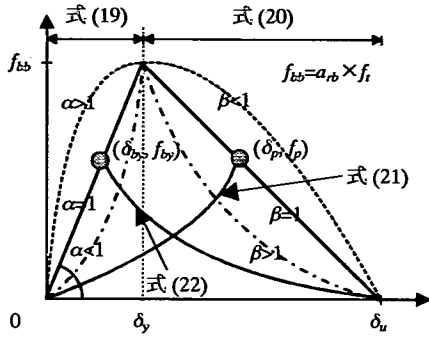


図-13 逆解析に用いる基礎式

し、 B_m, B_n は0とした。

本研究では付着応力-すべり関係およびダウエル力-変位関係を、図-13に示す基礎式に従って逆解析を行って求めている。基礎式は、最大伝達応力 (f_{bb}) までの領域を式 (19) を用いて表現し、その領域での最大伝達応力時の相対変位を δ_y とした。最大伝達応力はコンクリートの引張強度に依存する関数とし、伝達応力修正係数 a_{rb} を定義し、 $f_{bb}=a_{rb} \times f_t$ とした。 f_{bb} 以降の軟化域を式 (20) を用いて表現し、最大相対変位を δ_u としている。また、 α および β は、式 (19) および式 (20) の形状を決定するパラメータである。さらに、荷重の除荷および再載荷時のパスを考慮して、式 (21) に示す除荷前の最大伝達応力 f_p 、その時点の相対変位を δ_p とすると、 f_p を最大値とし、この点と原点を結ぶ凹型の二次曲線として簡易的に定義している。以上より、各逆解析から、 f_{bb} 、 δ_y 、 δ_u 、 α 、 β の5つのパラメータを求めることとなる。

$$f = f_{bb} \times \left(1 - \left(1 - \frac{\delta}{\delta_y} \right)^\alpha \right), \quad 0 < \delta < \delta_y \quad (19)$$

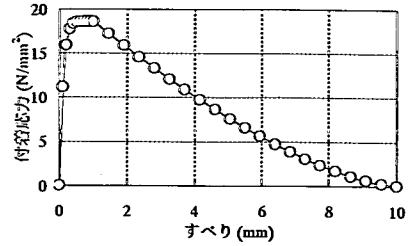
$$f = f_{bb} \times \left(1 - \frac{(\delta - \delta_y)}{(\delta_u - \delta_y)} \right)^\beta, \quad \delta_y < \delta < \delta_u \quad (20)$$

$$f = f_p \left(\frac{\delta}{\delta_p} \right)^2 \quad (21)$$

付着特性に関しては、付着要素と接続している鉄筋要素が降伏した時、もしくはコンクリート要素が鉄筋の付着作用により引張破壊基準に達した時に、局所的な付着軟化を考慮する必要がある。このため逆解析で求めた基礎式に、式 (22) に示す簡易的な付着軟化開始点 (δ_{by} , f_{by}) と原点を結ぶ凹型の2次曲線で表す付着軟化パスを導入した。

$$f = f_{by} \times \left(1 - \frac{(\delta - \delta_{by})}{(\delta_u - \delta_{by})} \right)^2 \quad (22)$$

ここで、 f_{by} および δ_{by} は、鉄筋の降伏もしくはコ



$$f_{bb}=18.6, \delta_y=1.0, \delta_u=10, \alpha=8.7, \beta=1.5$$

図-14 付着応力-すべり関係

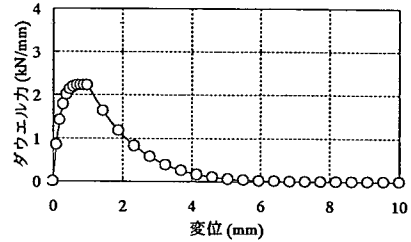


図-15 ダウエル力-変位関係 ($C_s=25.05\text{mm}$)

ンクリート要素の主引張応力がコンクリートの引張強度に達する直前の付着応力およびすべりである。

本解析に用いた付着要素特性には、図-14に示す付着応力-すべり関係、および図-15に示すダウエル力-変位関係を用いている。付着特性は、本解析で対象とした試験体と同様の圧縮強度、鉄筋径および鉄筋周辺の応力状態を有する、RILEMの基準に基づいた梁型付着試験から得られた試験結果を逆解析することにより求めている。一方、ダウエル特性は、鈴木らが行った試験結果²⁰⁾を参考とした逆解析を行い、その結果を鉄筋のかぶり厚さをパラメータとしたダウエル力-変位関係式としてまとめ、その関係式に本試験体のかぶり厚さ ($C_s=25.05\text{mm}$) を代入して決定している。

3. ひび割れの進展による再メッシュ分割および解析手法^{4),5)}

離散型ひび割れモデルを用いた解析手法で最も問題となるのは、ひび割れの進展による要素再メッシュ分割である。既往の研究では、あらかじめひび割れの進展経路を仮定してひび割れ部分に特殊要素を挿入しておく手法^{1),21)}、およびひび割れの進展経路をあらかじめ仮定せず各荷重段階でひび割れ発生条件を判定した後要素再メッシュ分割を行い、特殊要素を挿入する手法^{22),23)}が提案されている。前者は曲げひび割れのように比較的進展経路が予想し易いひび割れに関しては、適切な解析結果が得られる

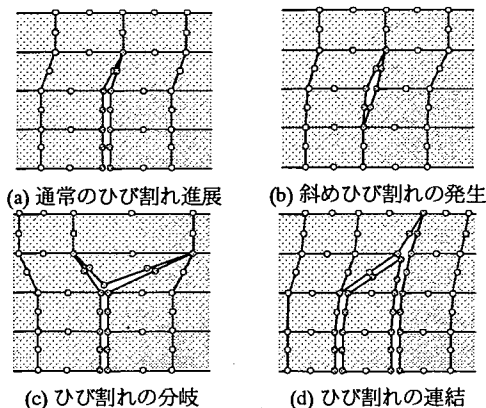


図-16 ひび割れの進展パターン

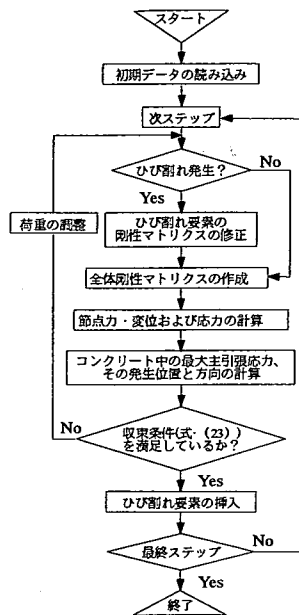


図-17 解析フロー

と考えられる。しかし、せん断ひび割れのように a/d の変化に伴い、ひび割れの発生点および進展経路が複雑に変化する場合には有効な解析手法とは言い難い。一方後者は、解析プログラムが煩雑となり容易な解析手法とは言い難いが、適切なひび割れの発生条件の選定、および複数のひび割れの分離および連結を適切に表現することが可能となれば、非常に有効で適用範囲の広い解析手法であると考えられる。そこで、本研究では後者の手法を選択し、せん断ひび割れの進展解析を試みている。

自動的に要素の再メッシュ分割を行う手法は、野口²²⁾、Wawrzynek²³⁾らによっても提案されている。野口はコンクリートに6節点線形歪三角形要素を用い、ひび割れの先端が応力の特異点になることから中間節点でひび割れの発生を判定し、その角度を考慮した再メッシュ分割手法を提案している。またWawrzynekらは、ひび割れの先端を放射線状に再メッシュ分割することにより、斜めに進展するひび割れにも対応する再メッシュ分割手法を提案している。

本解析では、コンクリート要素中の判定点(図-18)から算定される最大主引張応力 σ_1 がコンクリートの引張強度に達しているか否かを、ひび割れ発生条件としている。そして、最大主引張応力方向を考慮してコンクリート要素を変形し、ひび割れ要素を挿入する。コンクリート要素の再メッシュ分割終了後、コンクリートの幾何学的形状の変化に合わせて鉄筋および付着要素を再配置する。各解析ステップ終了時に再メッシュ分割により要素形状が変化するため、各要素のガウス点での载荷履歴は座標データとして保管し、再メッシュ分割終了後、各ガウス点の座標を計算し、最も近い履歴データをそのガウス点に与えることにより、各要素の载荷履歴パスの考慮を行っている。最大主引張応力方向によって各要素は必ずしも解析精度の良い適切な形状ではなくな

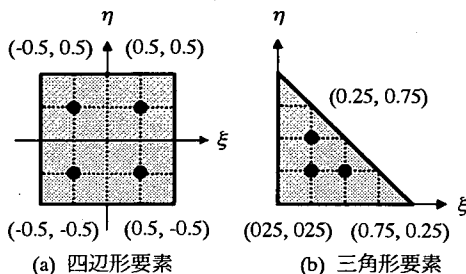
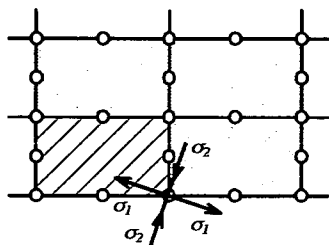


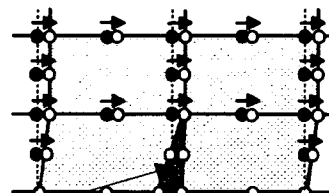
図-18 コンクリート要素内の主応力判定点

るが、高次のアイソパラメトリック要素を高次のガウス積分点(コンクリート:2次の四辺形要素(ガウス点:3×3=9)・2次の三角形要素(ガウス点:6)、ひび割れ・付着要素:2次の線要素(ガウス点:5)、鉄筋要素:2次の梁要素(ガウス点:7))で数値積分を行うことにより、少ない要素分割で高精度の解析結果が得られる手法を用いて対応している。また、本研究で開発した再メッシュ分割プログラムは、コンクリート要素の端点で最大8方向にひび割れの進展を可能にし、図-16に示すように通常の曲げひび割れに加え、アイソパラメトリック三角形要素を用いたひび割れの分離・連結および、部材内に発生する斜めひび割れの発生を許容できるものとしている。

本研究は図-17に示すフローに従って、解析手法および要素再メッシュ分割プログラムを開発した。以下に本解析手法の流れ、およびひび割れ要素の挿入手順を示す。

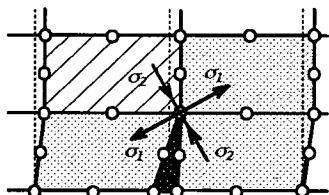


(a) 最大主引張応力が斜線部要素の下縁に発生

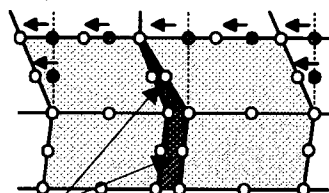


離散型ひび割れ要素

(b) 最大主引張応力に対して直角にひび割れ要素を挿入要素の変形と節点の移動



(c) 最大主引張応力の選択



離散型ひび割れ要素

(d) 次のひび割れ要素の挿入によるひび割れの進展

図-19 離散型ひび割れ要素の進展

- ① 任意の荷重で解析を行い、コンクリート要素中の全ての応力算出点から応力状態が引張破壊基準に最も近い点を選択する。この時、コンクリート要素内の判定点は図-18 に示すようにアイソパラメトリック四辺形要素で $2 \times 2 = 4$ 点、アイソパラメトリック三角形要素で 3 点とする。また簡易的に、一度ひび割れ要素の挿入点として選択された判定点が、次ステップ以降に前回挿入したひび割れ要素と同方向に新たにひび割れ要素を挿入させるような主引張応力方向を示す場合には、判定点から除外するものとした。
- ② ①で選択された最大主引張応力発生点が、コン

クリートの引張強度に達するように荷重の再調整を行い、再び解析を行う。

- ③ ①～②を、式 (23) に示す収束条件を満たすまで直接繰り返し法による収束計算を行い、最終的にそのステップでの最大主引張応力発生点が決定する。しかし、曲げひび割れの定常域からせん断ひび割れの発生域に移行する時など、荷重が著しく前ステップより大きくなる場合には解析精度が低下する可能性が考えられるため、その荷重の半分まで 3 回の変位増分に分けて解析を行い、次の解析ステップに移行するものとした。一例として、4 章のせん断補強鉄筋を有さない RC 梁の解析（供試体寸法: $150 \times 240 \times 2,000 \text{mm}$ ）では、荷重で 15kN 、変位で 2mm 以上を判定基準としている。

$$(p_n - p_{n-1}) / p_n \leq er \quad (23)$$

ここで、 p_n は載荷荷重、 n は収束計算回数、 er は収束係数である。ただし、本解析では $er = 1 \times 10^{-2}$ ($n < 10$)、 $er = 5 \times 10^{-2}$ ($n > 10$) としている。

- ④ ③で決定した最大主引張応力発生点に最も近い節点を探し、ひび割れの進展パターンを最大主引張応力方向および周辺に発生したひび割れ状況から判定する。

- ⑤ 図-19 に示すように、ひび割れの発生パターンと最大主引張応力 σ_1 の方向を考慮してコンクリート要素の節点を調整し、コンクリート要素間にひび割れ要素を一要素挿入する。そして、周辺コンクリート要素のサイズが、現ステップより前に挿入したひび割れ要素の節点を移動させずに、できるだけ均等になるように節点の調整を行う。ただし、前ステップでひび割れが発生している節点に関しては、上方方向に進展するひび割れと連結する場合には調整を行うが、下方方向に進展するひび割れと連結する場合は新たに進展するひび割れの先端を前ステップでのひび割れの節点と一致させるものとしている。

以上の①～⑤の過程が解析上での 1 ステップとなり、このステップを繰り返すことにより部材に進展するひび割れの解析が可能となる。さらに本解析では、1 ステップ当たりにはひび割れ要素を一要素ずつ進展させるひび割れ増分法に基づいて、コンクリート要素中の最大主引張応力点がコンクリートの引張破壊基準に達するように、荷重の増減を調整して解析を進めている。このため、本解析手法を無筋コンクリートの曲げ解析に適用した場合、通常の変位制御法では確認が困難なスナップバックを表現することも可能となった⁴⁾⁵⁾。

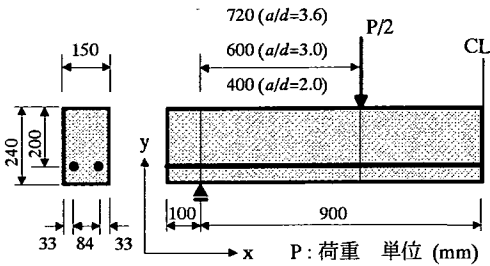


図-20 供試体概要図

表-1 コンクリートの力学的特性

| f_c (N/mm^2) | E (N/mm^2) | f_t (N/mm^2) | f_b (N/mm^2) |
|-----------------------|---------------------|-----------------------|-----------------------|
| 26.7 | 35500 | 2.88 | 5.05 |

表-2 鉄筋(D16)の力学的特性

| 公称直径 (mm) | 周長 (mm) | 公称断面積 (mm^2) | f_y (N/mm^2) | f_u (N/mm^2) | E (N/mm^2) |
|--------------|------------|---------------------|-----------------------|-----------------------|---------------------|
| 15.9 | 50 | 198.6 | 396 | 601 | 206000 |

表-3 R C梁のせん断試験結果

| a/d | F_{t1} 発生荷重 (kN) | S_{t2} 発生荷重 (kN) | せん断破壊荷重 (kN) | 破壊形式 |
|-------|--------------------|--------------------|--------------|-------|
| 2.0 | 34.3 | 73.5 | 95.7 | せん断引張 |
| 3.0 | 29.4 | 71.1 | 88.2 | せん断引張 |
| 3.6 | 22.1 | 68.6 | 71.1 | 斜め引張 |

*1:曲げひび割れ, *2:せん断ひび割れ

4. せん断補強鉄筋を有さない R C 梁の有限要素法解析

(1) 解析概要

解析結果を実験結果と比較することにより、本解析手法の妥当性および問題点の検討を行うため、先だって R C 梁の荷重試験を行った。せん断補強鉄筋を有さない R C 梁は a/d の変化により、破壊性状は斜め引張破壊およびせん断引張・圧縮破壊と変化する。そのため、荷重条件に $a/d=3.6, 3.0, 2.0$ の 3 水準を選択し、斜め引張破壊およびせん断引張・圧縮破壊となる試験データを得ることを目的としている。

コンクリートの目標圧縮強度は普通強度レベルを対象として $24N/mm^2$ とした。図-20 に示すように供試体寸法は $150 \times 240 \times 2,000(mm)$ で、軸方向鉄筋に D16(SD345)を有効高さ 200mm の位置に 2 本配置した。供試体は打設 2 日後に脱型し、2 週間散水養生した後に、荷重試験日まで気中養生した。荷重試験は、支持スパン 1,800mm の対称 2 点集中荷重で行い、油圧式荷重試験器 (容量:200kN) を使用した。試験体にはスパン中央部のたわみを測定するため、供試体中央部にダイヤルゲージ式変位計 (感度 $1/1000, 30mm$) を取り付けた。

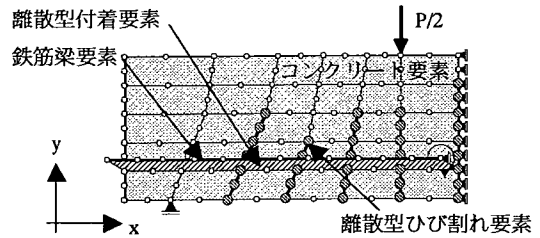


図-21 要素分割図

荷重試験時 (材齢 28 日) のコンクリートの力学的特性を表-1 に、鉄筋の力学的特性を表-2 示す。また、せん断試験結果を表-3 に示す。

図-21 に、本解析で用いた要素分割図を示す。要素数を少なくするため、対称性を考慮して試験供試体の 1/2 モデルについての解析を行った。境界条件として、コンクリート中央部を x 軸方向、支点を y 軸方向、鉄筋は中央部を x 軸および回転角方向に固定した。本解析では、ひび割れ要素の挿入時に再メッシュ分割により要素分割が変化するため、荷重点は要素節点とは一致しない。このため、荷重は仮想仕事の原理を用いて等価節点力として与えている。

(2) ひび割れ進展時の要素分割依存性

本研究では、R C 部材の主たる破壊の原因となるせん断ひび割れの進展をモデル化するため、解析上の各ステップでひび割れ要素を 1 要素ずつ挿入するひび割れ増分法を用いて解析を行っている。このため、解析モデル中に発生するひび割れ数およびその進展経路は、要素分割数に依存することとなる。

要素分割数を多くした場合、発生するひび割れを忠実に再現することは可能となると考えられるが、ひび割れ発生以降の梁の変形・強度に影響を及ぼすひび割れの本数はそれ程多くないことは従来の実験結果から明らかである。本解析手法がひび割れ要素を順次増加させる手法に基づいているために、計算による時間、計算機的能力等を考慮して、従来の実験結果を精度良く解析できる範囲で粗い分割での解析を試みた。その上で、ひび割れの進展経路に関する要素分割依存性の検討を行うため、 $10 \times 6, 13 \times 8$ 、および 16×10 分割した供試体モデルを用いて解析を行った。

図-22 に $a/d=3.6$ の供試体モデルに関する解析結果から得られる各要素分割での荷重-変位関係、図-23(a), (b), (c) に各要素分割での最大荷重時 (図-22 における $\circ, \triangle, \diamond$) でのひび割れ進展図を示す。ただし、本解析はひび割れ増分法により解析を進めているため、ひび割れの発生条件によっては荷

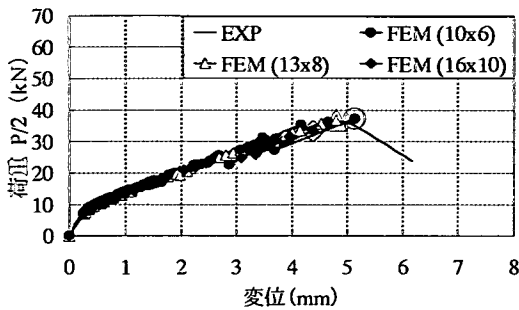
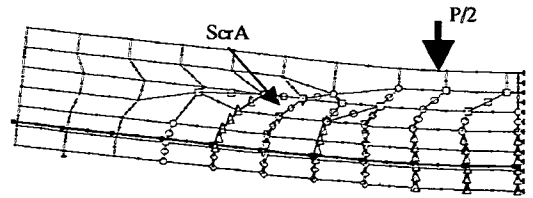


図-22 各要素分割での荷重-変位関係 ($a/d=3.6$)

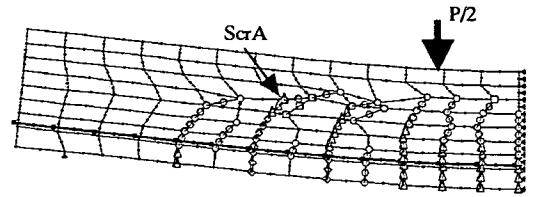
重および変位が低下する現象が生じる。このため、図-22 に示す荷重-変位関係は比較を簡約化するため最大荷重までとしている。また、図-23 以降に示すひび割れ進展図中のひび割れ要素の節点は、その部分でのひび割れ幅を示している。

図-22 に示す各要素分割での荷重-変位関係を比較すると、変位 0.5mm 程度の曲げひび割れ発生荷重までを示す第一勾配では、全てのシリーズではほぼ同様の軌跡を描いている。また、第一勾配から最大荷重までを示す第二勾配では、各シリーズでひび割れの進展に伴う荷重の減少する変位が異なるものの、ほぼ同様の勾配で荷重および変位が増大している。さらに、各シリーズの解析結果から得られた最大荷重(10×6 : $p/2=37.3\text{kN}$, 13×8 : $p/2=36.9\text{kN}$, 16×10 : $p/2=33.2\text{kN}$)の差も小さく、ほぼ妥当な解析精度であると考えられる。

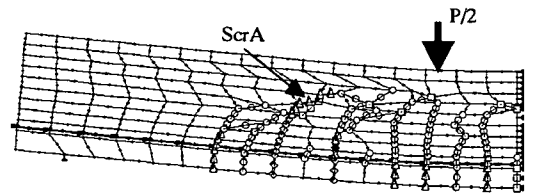
全てのシリーズが、曲げせん断ひび割れ(図-23中の ScrA)の途中から支点方向に発生する斜めひび割れの発生とともに急激に部材耐力を失い(斜め引張破壊)、破壊の原因となる斜めひび割れも各解析モデル中のほぼ同様の位置に発生している。図-23(a)に示す 10×6 分割のような要素分割が粗い場合には、全てのひび割れ幅が開き、梁の変形および強度に影響を及ぼすひび割れのみを表していると考えられる。しかし、図-23(c)に示す 16×10 分割のような要素分割が細かい場合には、ひび割れ幅が開く部分と開かない部分が確認でき、梁の変形および強度に影響を及ぼすひび割れのみならず、ひび割れ間に生じる二次的なひび割れやひび割れ間隔をある程度推定可能であると考えられる。しかし、部材高さ方向の要素分割数が少なくなるにつれ、曲げせん断ひび割れの傾斜位置は高く、傾斜角度は鋭角になる傾向が確認できる。これは本解析では、1つのひび割れ要素の進展長さをコンクリート要素の一辺の長さとして定義しているためである。



(a) 最大荷重時 $p/2=37.3\text{kN}$, deflection = 5.14mm (10x6)



(b) 最大荷重時 $p/2=36.9\text{kN}$, deflection = 4.80mm (13x8)



(c) 最大荷重時 $p/2=33.2\text{kN}$, deflection = 4.39mm (16x10)

○ : $\delta_s < 0.1(\text{mm})$, $\delta_t < 0.1(\text{mm})$, △ : $\delta_s > 0.1(\text{mm})$, $\delta_t < 0.1(\text{mm})$
 ▽ : $\delta_s < 0.1(\text{mm})$, $\delta_t > 0.1(\text{mm})$, ◇ : $\delta_s > 0.1(\text{mm})$, $\delta_t > 0.1(\text{mm})$
 □ : $\delta_s < 0.1(\text{mm})$, $\delta_t < 0.1(\text{mm})$

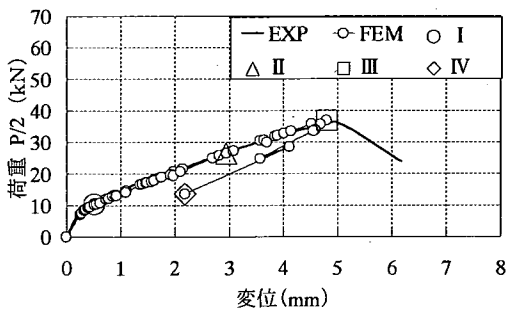
図-23 各要素分割でのひび割れ進展図 ($a/d=3.6$)

以上の解析結果から、要素分割数が粗い場合にはひび割れの進展経路に要素分割依存性があるものの、要素分割数をある程度細かくすることによりひび割れの進展経路への依存性は解消され、最終的に破壊の原因となる斜めひび割れ発生位置を推定可能であることが確認された。よって、以下の解析では、適度な解析時間で適切な解析結果を有することができた 13×8 分割を全ての a/d に関して用いることとした。

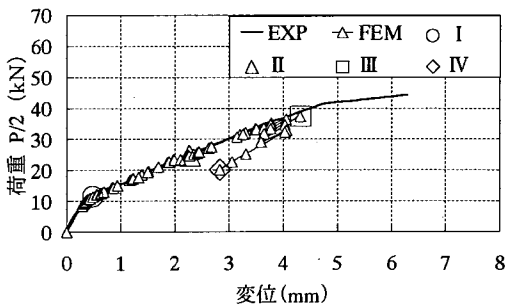
(3) 解析結果およびその考察

a) 荷重-変位関係およびひび割れの進展

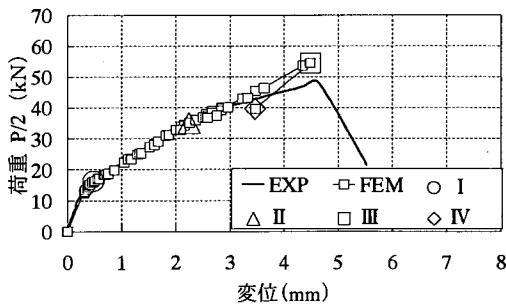
本解析手法から得られた解析結果と実験結果との整合性を確認するため、解析および実験結果から得られた各 a/d ($a/d=3.6, 3.0, 2.0$)における荷重-変位関係を図-24(a), (b), (c)に、実験結果から得られたひび割れ進展図を図-25(a), (b), (c)に、各荷重-変位関係中に示した I~IV の各荷重レベルでの解析結果から得られるひび割れ進展図を図-26(a), (b), (c)に示す。ここで、図-25 の各供試体中に示す点線は軸方向鉄筋の位置を示している。



(a) $a/d=3.6$



(b) $a/d=3.0$



(c) $a/d=2.0$

図-24 荷重-変位関係

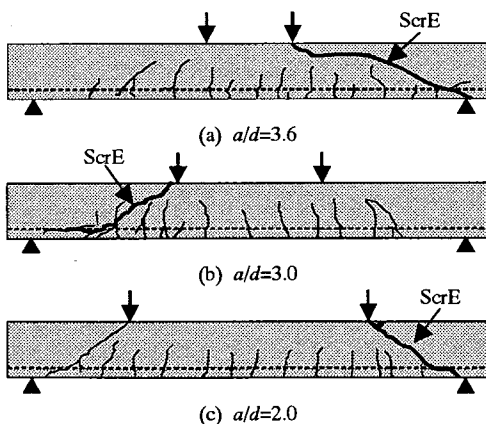
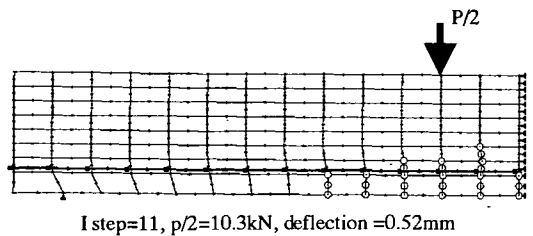
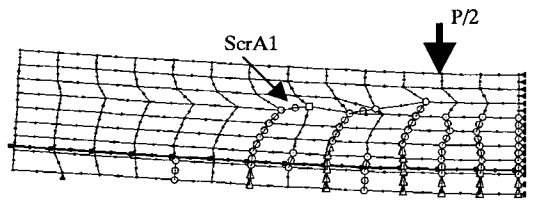


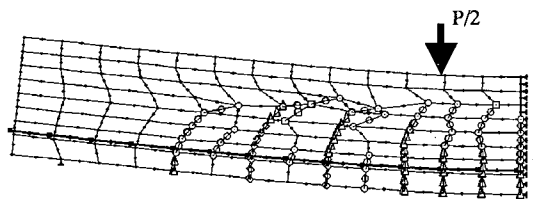
図-25 ひび割れ進展図 (実験結果)



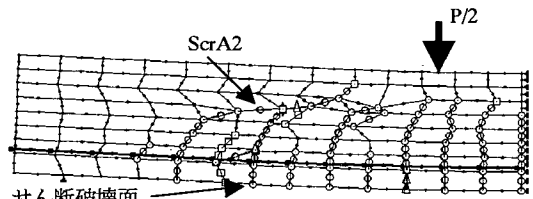
I step=11, $p/2=10.3\text{kN}$, deflection = 0.52mm



II step=38, $p/2=26.5\text{kN}$, deflection = 2.95mm



III step=49, $p/2=36.9\text{kN}$, deflection = 4.80mm



IV step=55, $p/2=13.6\text{kN}$, deflection = 2.19mm

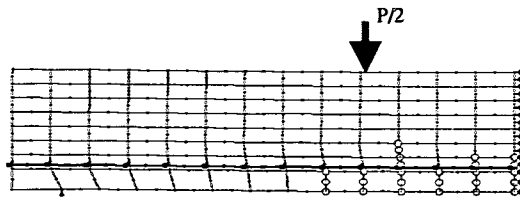
○ : $\delta_s < 0.1(\text{mm})$, $\delta_t < 0.1(\text{mm})$, △ : $\delta_s > 0.1(\text{mm})$, $\delta_t < 0.1(\text{mm})$
 ▼ : $\delta_s < 0.1(\text{mm})$, $\delta_t > 0.1(\text{mm})$, ◇ : $\delta_s > 0.1(\text{mm})$, $\delta_t > 0.1(\text{mm})$
 □ : $\delta_s < 0.1(\text{mm})$, $\delta_t < 0.1(\text{mm})$

図-26(a) ひび割れ進展図 ($a/d=3.6$)

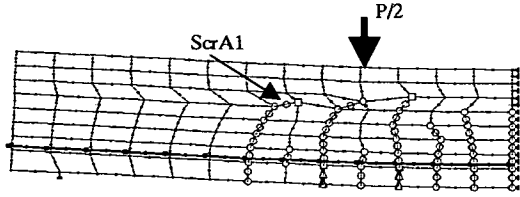
a/d に関わらず全てのシリーズで、荷重レベル I に示す変位 0.5mm 程度までの第一勾配では、適切に実験結果を追随している。また、曲げスパンおよびその周辺で、部材軸に対して垂直に曲げひび割れが進展している。

荷重レベル I ~ II に示す第二勾配では、ひび割れ増分法において曲げひび割れの進展が鈍くなる曲げの定常域からせん断ひび割れ発生までの著しい荷重の増大が、各解析ステップの間隔から確認できる。また、せん断スパン内での中立軸付近で、せん断力の影響により载荷点方向に傾斜した曲げせん断ひび割れ (図-26 中の ScrA1) が発生している。

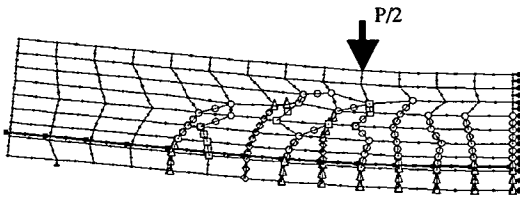
荷重レベル II を越えた段階から、 a/d の影響により各シリーズでの破壊モードが異なっている。 $a/d=3.6$ では、斜めひび割れ発生後に急激に耐力を



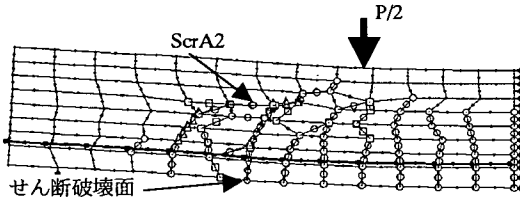
I step=11, $p/2=11.5\text{kN}$, deflection =0.49mm



II step=36, $p/2=24.7\text{kN}$, deflection =2.28mm



III step=55, $p/2=37.4\text{kN}$, deflection =4.32mm



IV step=62, $p/2=20.2\text{kN}$, deflection=2.83mm

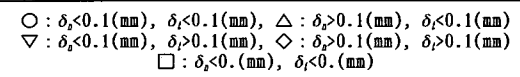
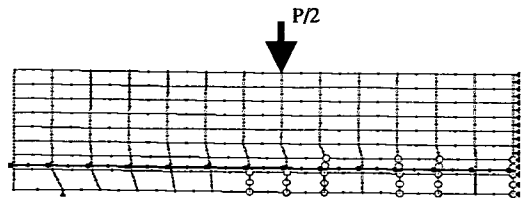
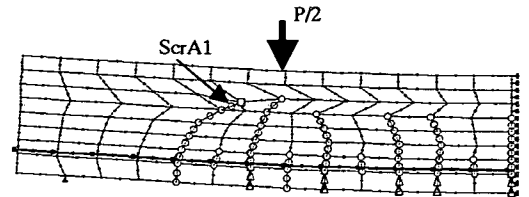


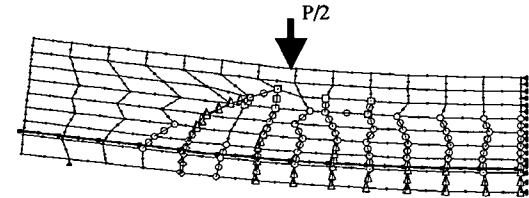
図-26(b) ひび割れ進展図 ($a/d=3.0$)



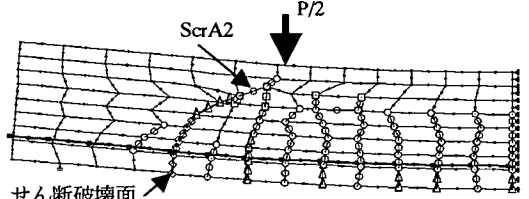
I step=11, $p/2=16.1\text{kN}$, deflection =0.49mm



II step=38, $p/2=35.0\text{kN}$, deflection =2.25mm



III step=57, $p/2=54.4\text{kN}$, deflection =4.49mm



IV step=58, $p/2=39.6\text{kN}$, deflection=3.47mm

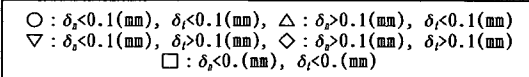


図-26(c) ひび割れ進展図 ($a/d=2.0$)

失うことから、実験結果と同様に斜め引張破壊していると予想される。解析結果は、最大荷重を示す荷重レベルIIIまで適切に実験結果を追従し、実験結果の最大耐力を適切に推定している。さらに、荷重レベルIIIを越えた後に急激に部材耐力を失い、荷重レベルIVの段階で最もせん断すべりの大きい曲げせん断ひび割れ(図-26(a)中の ScrA1)の途中から、支点側の曲げせん断ひび割れの先端につながる斜めひび割れ(図-26(a)中の ScrA2)が発生した後、収束計算が困難となり解析を終了している。 $a/d=3.0$ では、斜めひび割れ発生後に急激に耐力を失うことから、実験結果でのせん断引張破壊とは異なり、斜め引張破壊していると予想される。そのため実験結果と比較して、解析結果の最大荷重が小さくなって

ると考えられる。解析結果は、荷重レベルIIIに至る前に部材剛性が低下し最大耐力に達した。最大耐力以降は $a/d=3.6$ と同様に、荷重レベルIVの段階で最もせん断すべりの大きい曲げせん断ひび割れ(図-26(b)中の ScrA1)の途中から、支点側の曲げせん断ひび割れの先端につながる斜めひび割れ(図-26(b)中の ScrA2)が発生した後、収束計算が困難となり解析を終了している。 $a/d=2.0$ では、荷重レベルIIを越えた後、実験結果は第三勾配に到達しているのに対して、解析結果は第二勾配の剛性を保ったまま荷重レベルIIIに示す最大荷重に到達している。その後、解析モデルは荷重点付近のコンクリート要素の圧縮破壊により耐力を失い荷重レベルIVに示す段階に移行した。これは、実験結果では第三勾配に到達

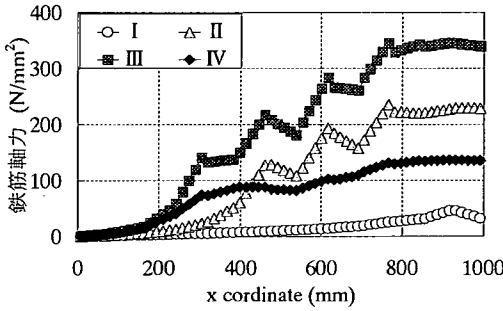


図-27(a) 鉄筋軸力分布 ($a/d=3.6$)

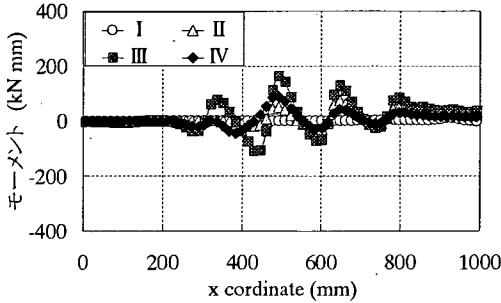


図-27(c) 鉄筋モーメント分布 ($a/d=3.6$)

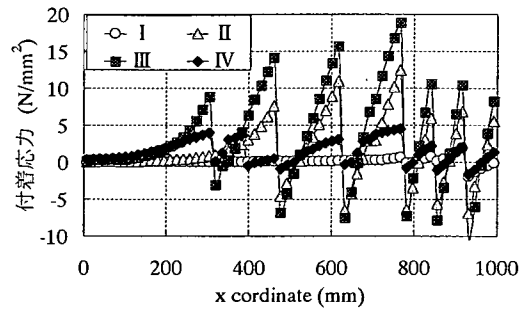


図-27(b) 付着応力分布 ($a/d=3.6$)

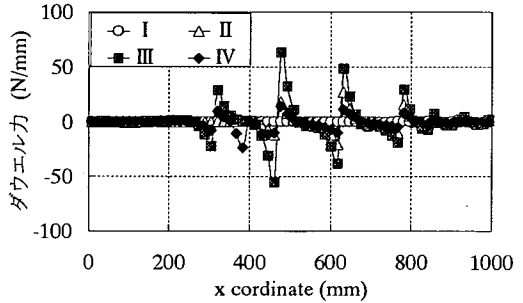


図-27(d) ダウエル力分布 ($a/d=3.6$)

した後に軸方向鉄筋に沿ったダウエルひび割れの発生 (図-25(c)中の ScrE) によりせん断引張破壊しているのに対し、解析結果ではせん断圧縮破壊を推定していることを示している。

図-25 に示す実験結果から得られたひび割れ進展図を、図-26 に示す解析結果と比較する。全てのシリーズで、実験結果に比べ解析結果から得られたひび割れ進展図の方がひび割れの進展位置が高い。これは、解析結果から得られるひび割れ進展図は仮想ひび割れの進展を示しているからである。最終的な破壊の原因となったひび割れの発生位置を比較すると、 $a/d=3.6$ では実験結果で確認された斜めひび割れ (図-25(a)中の ScrE) の中立軸付近の形状を、ある程度解析結果 (図-26(a)中の ScrA2) でも推定できている。また、 $a/d=3.0$ では実験結果で確認された軸方向鉄筋上に沿ったダウエルひび割れは表現できていないものの、斜めひび割れ (図-25(b)中の ScrE) の形状をある程度解析結果 (図-26(b)中の Scr2) も推定できている。また、 $a/d=2.0$ でも実験結果で確認された軸方向鉄筋上に沿ったダウエルひび割れは表現できていないものの、曲げせん断ひび割れが載荷点に向かって傾斜する傾向 (図-25(c)中の ScrE) を解析結果 (図-26(c)中の ScrA2) からある程度推定できている。

b) 各離散型要素の内部応力分布

本解析で用いた各離散型要素が、各荷重レベルで適切な挙動を示しているかどうかを確認するため、解析結果から得られた各 a/d ($a/d=3.6, 2.0$)での供試体モデル中の軸方向鉄筋軸力、付着応力および鉄筋曲げモーメント、ダウエル力分布を図-27, 28(a), (b), (c), (d)に示す。また、図中に示す各荷重レベル I ~ IVは、図-24 に示す荷重-変位関係の各荷重レベルに対応している。

荷重レベル I の段階では、全てのシリーズで曲げひび割れのひび割れ幅が小さく、ひび割れ部分での局所的な鉄筋軸力の増大が微少なながら確認できる。一方、付着応力はひび割れ開口幅に比例し、ひび割れを挟んだ部分の両側で増大している。また、この荷重レベルでは、部材の変形は曲げが卓越するため、鉄筋曲げモーメントおよびダウエル力の顕著な増大は確認できない。

荷重レベル II の段階では、曲げひび割れの定常域を超え部材に曲げせん断ひび割れが生じている段階である。この荷重レベルでは、全てのシリーズで部材のたわみにより曲げひび割れのひび割れ幅が増大し、ひび割れ間でのコンクリートの引張応力も消失する。このため、ひび割れ位置での局所的な鉄筋軸力の増大、およびひび割れを挟んだ部分の両側で局所的な付着応力の増大が確認できる。さらに、せん

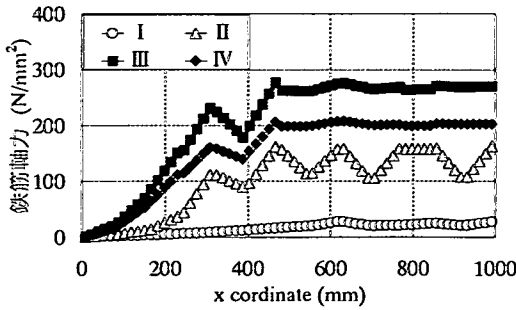


図-28(a) 鉄筋軸力分布 ($a/d=2.0$)

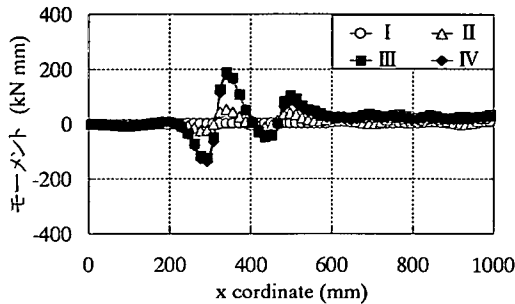


図-28(c) 鉄筋モーメント分布 ($a/d=2.0$)

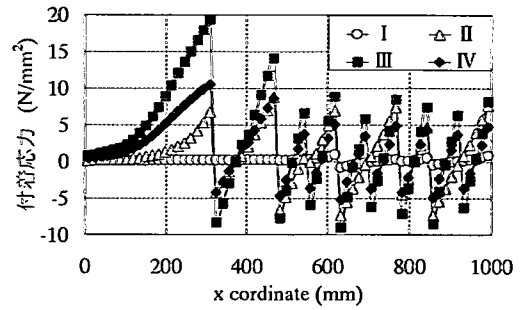


図-28(b) 付着応力分布 ($a/d=2.0$)

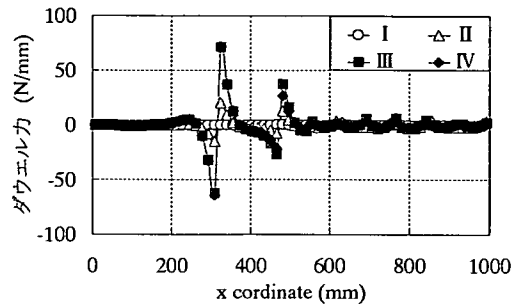


図-28(d) ダウエル力分布 ($a/d=2.0$)

断スパン内の曲げせん断ひび割れのすべりにより、鉄筋曲げモーメントおよびダウエル力が局所的に増大している。

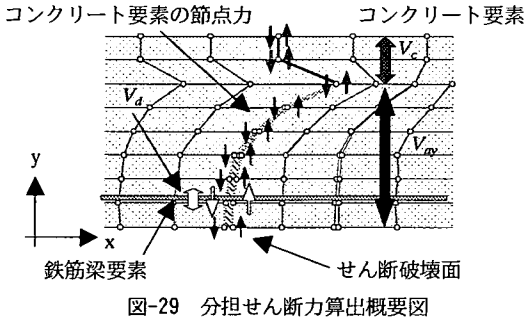
荷重レベルⅢおよびⅣの段階では、 a/d の変化によるせん断破壊モードの差異により、各応力分布に変化が現れる。 $a/d=3.6$ は斜め引張破壊するため、ビームアクションの影響が梁の耐荷機構に大きく影響し、荷重レベルⅢまでせん断ひび割れのみならず曲げひび割れ幅も開き続けていることが、図-26(a)からも確認できる。そのため、荷重の増大に比例して鉄筋軸力および付着応力は増大し、最終的にせん断破壊する斜めひび割れ周辺の広い領域で鉄筋曲げモーメントおよびダウエル力が増大している。一方、 $a/d=2.0$ は実験結果と破壊モードが異なりせん断圧縮破壊しており、荷重レベルⅢ付近では梁の耐荷機構にアーチアクションが大きく影響することにより、最終的にせん断破壊する曲げせん断ひび割れ部分(図-26(c)中の ScrA2)にせん断すべりが集中していることが、図-26(c)からも確認できる。このため、その部分で局所的に鉄筋曲げモーメントおよびダウエル力が増大していると考えられる。

$a/d=2.0$ の解析結果の破壊モードが、実験結果の破壊モードと異なる原因として、支点付近に発生する軸方向鉄筋に沿った割裂ひび割れを再メッシュ分割プログラムに考慮していないこと、および図-15

に示すダウエル特性が実験を行った RC 梁が有するダウエル耐力より強く、適切に軸方向鉄筋に沿った割裂ひび割れによるダウエル力の消失を表現できていないことが挙げられる。特に本特性の決定に用いた供試体の載荷方法はダウエル作用による割裂ひび割れが生じにくく、その耐力を大きく見積もっていると考えられる。よって、RC 梁の形状および応力状態に近い供試体を用いたダウエル特性の再検討が必要であると考えられる。

c) 各離散型要素の分担せん断力

本解析に用いた離散型ひび割れおよび付着要素には、各々の耐荷機構を要因ごとに検討を行った特性を導入している。そこで、各荷重レベルで各離散型要素が受け持つ分担せん断力を明らかにするため、圧縮部コンクリートのせん断耐力(V_c)、ひび割れ面での骨材のかみ合わせ作用(V_m)、および鉄筋のダウエル作用(V_d)を、図-29 に示す分担せん断力の算定概要図に示すように、各離散型要素の受け持つ応力に対応した左右のコンクリート要素の節点力の y 方向成分の平均値から換算した。ただし、計算の簡約化のため、この3つの成分を足しあわせると作用せん断力 V と一致することを確認した上で、 V_c は V から V_d および V_m を差し引くことにより算出した。 $a/d=3.6, 3.0, 2.0$ の各シリーズの分担せん断力-変位関係を、図-30(a), (b), (c)に示す。また、分担せん断

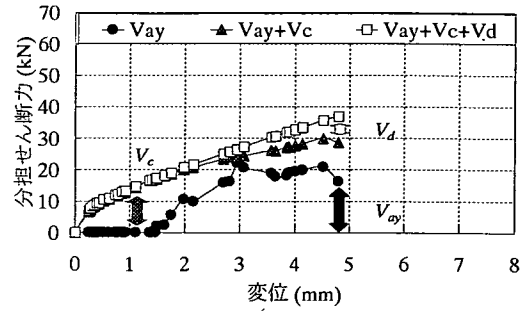


力は、図-26 のひび割れ進展図に示すせん断破壊面から算出している。ここで、せん断破壊面とは破壊の原因となったせん断ひび割れ面を示しており、図-26 に示す変形図において過大なせん断すべりを生じたひび割れ部分を示し、図-27, 28(c) に示す鉄筋モーメント分布図中の最大モーメント発生点とする。さらに、本解析はひび割れ増分法により解析を進めているため、最大荷重後に荷重および変位が低下する現象が生じる。よって、図-30 は、把握を簡約化するため最大荷重までの変位の増加部分での分担せん断力-変位関係を示している。

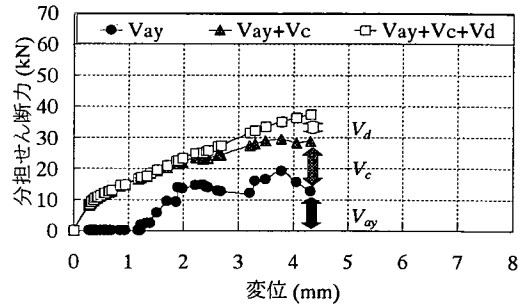
変位 1.2mm 程度までの曲げひび割れ進展領域では、全てのシリーズで圧縮部コンクリートのせん断耐力によりせん断力が負担されている。この領域では部材の曲げ変形が卓越するため、 V_{ay} および V_d が作用しないためである。

この領域を越えると、破壊モードの違いによるせん断耐荷機構の変化が確認できる。 $a/d=3.6$ での変位 3.2mm、 $a/d=3.0$ での変位 2.8mm 程度までの曲げの定常域および曲げせん断ひび割れ発生域では、徐々に曲げせん断ひび割れが解析モデル上面に進展し、その進展に比例して V_c が減少し V_{ay} が増加していく傾向が確認できる。そして、斜め引張破壊する $a/d=3.6$ では V_{ay} によるせん断耐荷力が顕著となり、同時に V_d が増加しながら最大耐力に到達する。同じく解析上では斜め引張破壊した $a/d=3.0$ では $a/d=3.6$ と同様に V_{ay} によるせん断耐荷力が顕著となり、同時に V_d が増加しながら最大耐力に到達する。一方、解析上ではせん断圧縮破壊した $a/d=2.0$ では変位 1.8mm 程度までは V_{ay} が増加するが、その後 V_{ay} は低下し、変位の増大とともに V_c および V_d が急激に増加しながら最大耐力に到達している。

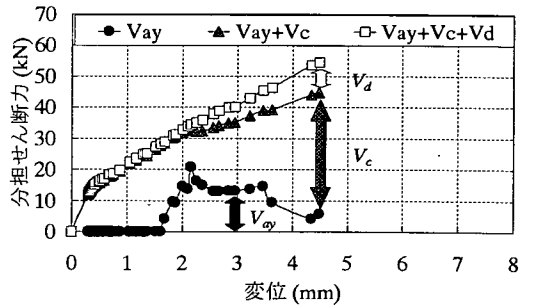
以上の解析結果から、 V_{ay} の増加が小さくなった後の V_c および V_d の増大率が小さければ斜め引張破壊するのに対して、増加率が大きい場合にはせん断圧縮破壊に移行し、せん断破壊モードの推移に V_c お



(a) $a/d=3.6$



(b) $a/d=3.0$



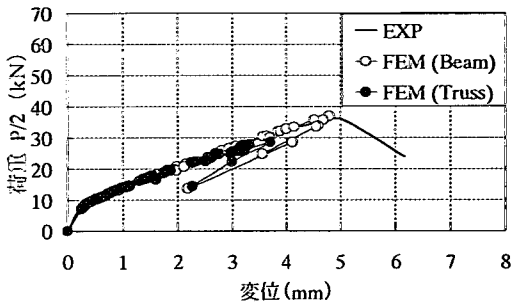
(c) $a/d=2.0$

図-30 分担せん断力-変位関係

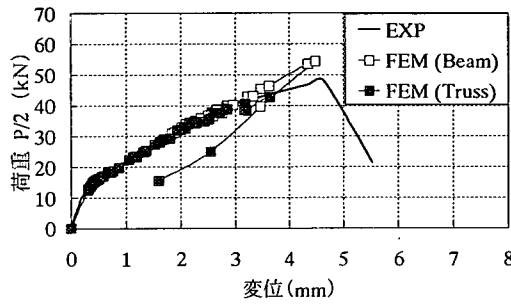
よび V_d の増大率が大きく影響を与えていることが確認できる。

(4) 軸方向鉄筋のダウエル作用

本解析では、鉄筋に軸力および曲げ剛性を有する梁要素および鉄筋とコンクリート間には鉄筋のダウエル特性を有する付着要素を用いて、軸方向鉄筋のダウエル作用を考慮している。本解析手法におけるダウエル作用のモデル化の妥当性を確認するため、比較用に鉄筋に曲げ剛性を有さない線要素およびダウエル特性を有さない付着要素を用いた解析を行った。図-31(a), (b)に、 $a/d=3.6$ および 2.0 の各シリーズに関する、ダウエル特性の考慮の有無に関する解



(a) $a/d=3.6$



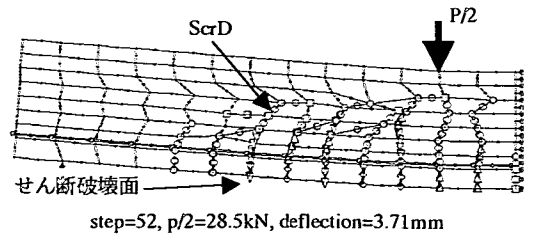
(b) $a/d=2.0$

図-31 ダウエル特性の考慮の有無による
荷重-変位関係

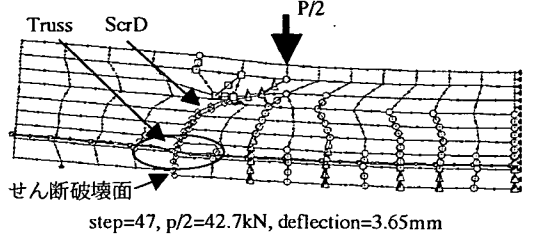
析および実験結果から得られる荷重-変位関係(ダウエル考慮有り:Beam, 考慮無し:Truss)を示す。さらに, 図-32(a), (b)に, ダウエル特性を考慮しない場合での最大荷重時のひび割れ進展図, 図-33(a), (b)に, 図-32(a), (b)に示すせん断破壊面で各離散型要素により負担される分担せん断力-変位関係を示す。

図-31 に示す荷重-変位関係を比較すると, a/d に関わらず曲げひび割れが進展する第一勾配および第二勾配の曲げの定常域までの領域では, 部材の曲げ変形が顕著となるため, ダウエル特性の有無による差異は確認できない。しかし, 曲げの定常域を越え部材に曲げせん断ひび割れが生じる領域に到達すると, ダウエル特性を考慮しないシリーズでは, せん断スパン内の曲げせん断ひび割れのすべり(図-32中のScrD)により生じる鉄筋曲げモーメントおよびダウエル力によるせん断抵抗を有さないため, ダウエル特性を考慮したシリーズと比較して部材剛性が低く, 低い荷重レベルで最大荷重に到達しており, ダウエル特性の考慮の有無が適切に解析結果に反映している。

$a/d=3.6$ はダウエル特性の有無に関わらず, 斜めひび割れ発生後に急激に耐力を失うことから, 実験結果と同様に斜め引張破壊していると予想される。



(a) $a/d=3.6$, 最大荷重時



(b) $a/d=2.0$, 最大荷重時

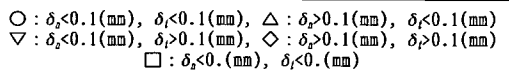
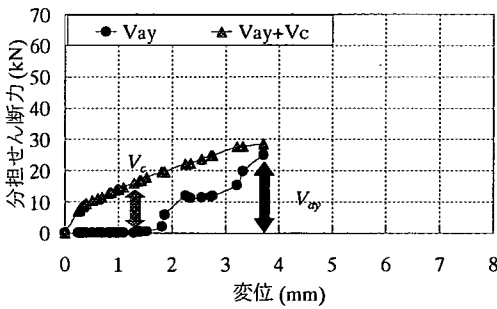


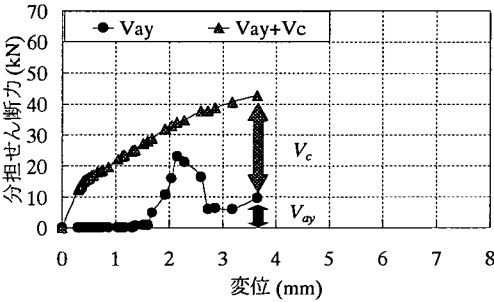
図-32 ダウエル特性を考慮しない場合での
ひび割れ進展図

しかし, 図-26 に示すダウエル特性の影響を考慮した場合のひび割れ進展図と図-32 に示す考慮していない場合のひび割れ進展図を比較すると, ダウエル特性の影響を考慮した場合はせん断破壊面のみに過大なせん断すべりが生じているのに対して, 考慮していない場合はせん断スパン周辺に広くせん断すべりを生じた曲げせん断ひび割れが確認できる。一方, $a/d=2.0$ はダウエル特性の有無に関わらず, せん断破壊面で過大なせん断すべりが生じている。しかし, ダウエル特性の影響を考慮した場合は最終的に載荷点付近のコンクリートが圧縮破壊したのに対して, 考慮していない場合にはせん断破壊面を横切る軸方向鉄筋が折れ曲がり変形(図-32(b)中のTruss)していることが確認できる。これは軸方向鉄筋を表現している線要素に曲げ剛性, 付着要素にダウエル特性を考慮していないためであると考えられる。

図-33 に示すダウエル作用を考慮しないシリーズの分担せん断力-変位関係を, 図-30 に示すダウエル作用を考慮したシリーズの解析結果と比較する。 $a/d=3.6$ および 2.0 ともに, $V_c + V_{dp}$ はダウエル作用を考慮しないシリーズの破壊時の変位($a/d=3.6$: $d=3.8\text{mm}$, $a/d=2.0$: $d=3.6\text{mm}$)まで, ダウエル作用を考慮したシリーズの軌跡を追従していることが確認できる。しかし, ひび割れの進展が進み V_{dp} による負担せん断率が大きくなる変位($a/d=3.6$: $d=2.1\text{mm}$, $a/d=2.0$: $d=2.5\text{mm}$)以降は, V_c および V_{dp} の比率はダ



(a) $a/d=3.6$



(b) $a/d=2.0$

図-33 ダウエル特性を考慮しない場合での
分担せん断力-変位関係

ウエル特性の考慮の有無により異なっている。これはダウエル特性の考慮の有無により、ひび割れ面でのせん断すべりが異なること、および梁の剛性の違いによりひび割れ要素の進展経路が異なるためであると考えられる。よって、ダウエル作用の考慮による V_d が、適切に最終的な部材のせん断耐力の一要因として反映していることが確認できた。

以上の解析結果から、斜めひび割れ発生後もせん断抵抗を有するせん断引張・圧縮破壊するRC梁を解析する場合には、軸方向鉄筋を梁要素およびダウエル特性を有する付着リンク要素を用いて表現することにより、その破壊モードをある程度表現可能であることが確認できた。しかし、本解析で付着要素に用いたダウエル特性では、実験結果と破壊モードおよび最大耐力を適切に推定することはできなかった。今後より適切なダウエル特性を表現する再メッシュ分割プログラムの開発、およびその特性を明らかにする必要があると考えられる。

5. 結論

本研究では、その要素特性および解析手法の決定に、様々な解析上の仮定および適用範囲が限定され

た逆解析を用いている。その解析結果から得られた結論を以下に示す。

- (1) 各種せん断耐荷機構を考慮した特性を有する離散型ひび割れおよび付着要素を、せん断補強鉄筋を有さないRC梁に適用し解析を行うことにより、せん断破壊するRC部材の破壊性状および部材のせん断耐荷機構をシミュレートすることが可能となった。
- (2) 再メッシュ分割プログラムを開発し、ひび割れ増分法を用いて解析を行うことにより、各荷重レベルでのひび割れの進展、および最終的な破壊モードの推定が可能となった。また、変位増分法では確認できないスナップバックの表現を可能とした。
- (3) 各離散型要素に生じる応力を算出することにより、各荷重レベルでの各構成要素の応力分布、および最終的な破壊時までの応力の推移が明らかとなった。
- (4) 各離散型要素の負担せん断力を算出することにより、各荷重レベルでのせん断耐荷機構の要因ごとの負担せん断力を把握することが可能となった。また、その結果から各破壊モードにおけるせん断耐荷機構の差異が明らかとなった。

謝辞：本研究は科学研究費補助金「離散型要素を用いたFEMによる鉄筋コンクリート構造の非線形解析プログラムの開発（課題番号：12650464）」（代表：児島孝之）の一環として行ったものである。

参考文献

- 1) Ngo, D. and Scordelis, A. C. : Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams, ACI Journal, No.64, pp. 152-163, 1967.
- 2) Nilson, A. R. : Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete by the Finite Element Method, ACI journal, No.65, pp. 757-766, 1968.
- 3) Scordelis, A. C. : Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures (survey paper), Proc. Spec. Conf. Finite Element Method Civ. Eng., Montreal, pp. 71-113, 1972.
- 4) 松尾真紀, 日比野憲太, 高木宣章, 児島孝之 : コンクリートのひび割れを表現する離散モデルとその基本特性, 土木学会論文集, No.556/V-48, pp. 1-11, 2000.8.
- 5) 日比野憲太, 児島孝之, 高木宣章, 松尾真紀 : ひび割れ要素を用いたコンクリートの曲げひび割れの進

- 展に関する有限要素法解析, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.21, No.3, pp. 61-66, 1999.6.
- 6) 松尾真紀, 二羽淳一郎, 児島孝之: コンクリートと連続繊維補強材間の付着要素の定式化, 土木学会論文集, No.711/V-56, pp. 147-159, 2002.8.
 - 7) Kojima, T., Takagi, N. and Hibino, K.: Development of a Discrete Bond Linkage Element Between Concrete and Reinforcing Bar, 2001 Second International Conference on Engineering Materials, Vol. 1, pp. 315-326, 2001.8.
 - 8) 鶴橋宏昌, 児島孝之, 高木宣章, 日比野憲太: 有限要素法による鉄筋のダウエル作用のモデル化, 土木学会第 55 回年次学術講演会講演概要集, 第 5 部, pp. 1046-1047, 2000.9.
 - 9) Bazant, Z. P. and Oh, B. H.: Crack Band Theory for Fracture of Concrete, Materials and Structures, Vol.16, No.13, pp. 155-177, 1983.
 - 10) Cervenka, V. and Gerstle, K. H.: Inelastic Analysis of Reinforced Concrete Panels: Theory, Publ. Int. Assoc. Bridge Struct. Eng., Vol.31-2, pp. 31-45, 1971.
 - 11) Cervenka, V. and Gerstle, K. H.: Inelastic Analysis Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Panels: Experimental Verification and Applications, Publ. Int. Assoc. Bridge Struct. Eng., Vol.32-2, pp. 25-39, 1972.
 - 12) 例えば, Chen, W. F.: PLASTICITY IN REINFORCED CONCRETE, McGraw-Hill Book Company, 1982.
 - 13) 破壊力学の応用研究委員会報告書, 日本コンクリート工学協会, 1993.10.
 - 14) CEB-FIP: CEB-FIP Model Code 1990
 - 15) Saito, S. and Hikosaka, H.: Numerical analyses of models, J. of Materials, Conc. Struct. Pavement, JSCE, V-44, pp. 289-303, 1999.
 - 16) 札立重好, 藤井真二郎, 斉藤成彦, 檜貝勇: せん断力を受ける R C パネルの R B S M 解析, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.23, No.3, pp. 1021-1026, 2001.8.
 - 17) Rots, J. G., Nauta, P., Kusters, G. M. A. and Blaauwendraad, J.: Smearred Crack Approach and Fracture Localization in Concrete, HERON, Vol.30, No.1, 1985.
 - 18) 渡辺忠明, 松岡茂, 武田康司: 破壊力学に基づく R C 部材のせん断耐力の研究, 土木学会論文集, No.592/V-39, pp. 25-36, 1998.5.
 - 19) 岡村甫, 前川宏一: 鉄筋コンクリートの非線形解析と構成則, 技報出版, 1991.
 - 20) 鈴木基行, 中村泰介, 堀内信, 尾坂芳夫: 軸方向鉄筋のダウエル作用に及ぼす引張力の影響に関する実験的研究, 土木学会論文集, No.426/V-14, pp. 159-166, 1991.2.
 - 21) 二羽淳一郎: 非線形ロッド要素を用いたコンクリートはりの曲げ強度寸法効果解析, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.15, No.2, pp. 75-80, 1993.
 - 22) 野口博: 有限要素法による鉄筋コンクリートの非線形解析 (第 4 報: コンクリートのひび割れの発生と進展), 日本建築学会論文報告集, V-262, pp. 43-52, 1977.
 - 23) Wawrzynek, P. A. and Ingraffea, A. R.: Interactive Finite Element Analysis of Fracture Processes, An Integrated Approach, Theoretical and Applied Fracture Mechanics, V-8, pp. 137-150, 1987.

(2002.3.25 受付)

FINITE ELEMENT ANALYSIS ON THE SHEAR BEHAVIORS OF REINFORCED CONCRETE BEAMS WITHOUT SHEAR REINFORCEMENT BY THE USE OF DISCRETE ELEMENT

Kenta HIBINO, Nobuaki TAKAGI and Takayuki KOJIMA

In this study, the FEM analysis using discrete crack and bond linkage elements is developed to apply to the reinforced concrete beam without shear reinforcement subjected to bending and shear, and the analytical study was carried out on the occurrence of flexural and diagonal cracks, their developments and the shear bearing capacity of the beam. In this analysis, the characteristics of crack and bond elements are determined individually by plain concrete test and bond test respectively. By using this FEM analysis, it is possible to represent the development of flexural crack and diagonal crack, and the decrease of stiffness of beam after cracking. It is also possible to clarify the shear bearing mechanism of reinforced concrete beam without shear reinforcement by using this FEM analysis.