

部分的な除荷・再載荷を含む履歴を表す 修正 Menegotto-Pinto モデルの提案

堺淳一¹・川島一彦²

¹正会員 博(工) Postdoctoral Researcher, Pacific Earthquake Engineering Research Center,
University of California at Berkeley (1301 South 46th Street, Richmond, CA, 94804, USA)
E-mail: sakai@peer.berkeley.edu

²フェロー会員 工博 東京工業大学大学院教授 理工学研究科土木工学専攻
(〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1)

RC 橋脚の非線形復元力特性を表すためには、コンクリートおよび鉄筋の構成則を適切に与えることが重要である。こうした解析では、軸方向鉄筋の構成則に 1970 年代に Giuffre, Menegotto, Pinto によって提案されたモデルがよく用いられるが、小さな振幅で除荷・再載荷を受けると、剛性が急に大きくなり、応力を過大評価する場合があることが指摘されている。そこで、本研究ではこの問題点に着目し、この原因を明らかにするとともに、これを修正したモデルを提案する。

Key Words: seismic design, cyclic loading, partial loading, steel, stress-strain relation, fiber element

1. はじめに

RC 橋脚の地震応答を精度よく求めるためには、軸方向鉄筋の構成則を適切にモデル化することが重要である。これに関しては、例えば、1940 年代に Ramberg and Osgood¹⁾が、1960 年代に Goldberg and Richard³⁾が、さらに 1970 年代には Giuffre and Pinto⁴⁾、Menegotto and Pinto⁵⁾、Kato et al.⁶⁾が、Bauschinger 効果を考慮した構成則を提案している。また近年では、福浦・前川⁷⁾、Balan et al.⁸⁾によって、鉄筋の履歴則の高精度化を目指したモデルも開発されている。

この中でも、Goldberg and Richard の提案式³⁾を元に、Pinto を中心とする研究グループによって開発されたモデル⁴⁾⁵⁾は、応力がひずみの関数として陽に与えられること、ひずみが反転した点から次に反転する点までをひとつの式で与えることができることから実用性に優れ、近年においても Menegotto-Pinto モデル、MP モデル、GMP モデル (以下、本論文では MP モデルと呼ぶ) として RC 構造物の地震応答解析によく用いられている。さらに、Fillippou et al.⁹⁾はくり返し履歴をうけた場合に等方ひずみ硬化が生じる特性を表現できるように、また Gomes and Appleton¹⁰⁾、白戸¹¹⁾は軸方向鉄筋の座屈後の挙動を表現できるように MP モデルを改良している。

このように MP モデルは現在でも RC 構造物の非線形解析に幅広く用いられているが、部分的な除荷・再載荷

を受けると、その直後に剛性が急に大きくなり、応力を過大評価する場合があることが指摘されている。これに対しては、これまでも Ciampi et al.¹²⁾が修正を試みたり、Ristic¹³⁾が Ciampi et al. および Fillippou et al. のそれぞれの利点を組み合わせたモデルを提案したりしている。しかし、Ciampi et al. が提案した修正を用いても、与えるひずみ履歴によっては依然として剛性と応力が急に大きくなる場合があることも指摘されている¹²⁾¹³⁾。

そこで、本論文では、MP モデルにおいて部分除荷・再載荷を受けた後に剛性が急に大きくなり、応力が過大評価されるという問題点に着目し、この原因を明らかにするとともにこれを修正したモデルを開発したので、この結果を以下に示す。

2. MP モデルとその特性

MP モデルは、Giuffre, Menegotto, Pinto によって提案されて以来、様々な研究者によって用いられてきた。その中で、鉄筋の履歴特性をよく表すように、細かな修正がいくつか加えられており、近年用いられているモデルは Giuffre, Menegotto, Pinto によって提案された原モデルとは厳密には異なっている。ここでは、現在よく使われている式⁹⁾¹¹⁾¹³⁾を MP モデルとして取り挙げることとする。図-1 に示すように MP モデルは次式によって与えられる。

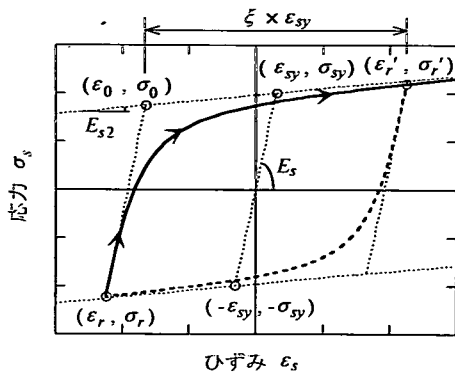


図-1 Giuffrè, Menegotto, Pinto による提案モデル

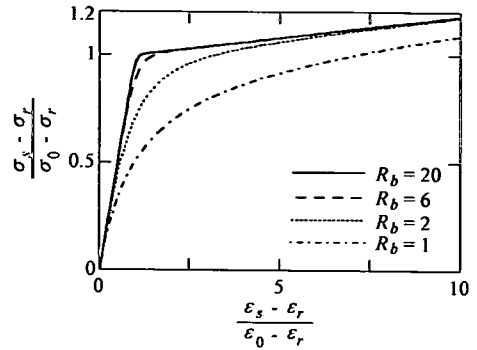


図-2 Bauschinger 効果を表すパラメータ R_b の影響

$$\tilde{\sigma} = R_s \tilde{\varepsilon} + \frac{(1 - R_s) \tilde{\varepsilon}}{(1 + \tilde{\varepsilon} R_b)^{1/R_b}} \quad (1)$$

ここで、

$$\tilde{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_r}{\varepsilon_0 - \varepsilon_r} \quad (2)$$

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma_s - \sigma_r}{\sigma_0 - \sigma_r} \quad (3)$$

$$R_s = \frac{E_{s2}}{E_s} \quad (4)$$

ここで、 R_s はひずみ硬化係数、 E_s は鉄筋の初期弾性係数、 E_{s2} は降伏後の弾性係数、 ε_r 、 σ_r はそれぞれ載荷反転点のひずみと応力である。 ε_0 、 σ_0 は、漸近線の交点であり、次式から求められる。

$$\sigma_0 = E_s(\varepsilon_0 - \varepsilon_r) + \sigma_r \quad (5)$$

$$\varepsilon_0 = \begin{cases} \frac{\sigma_{sy} - \sigma_r + E_s(\varepsilon_r - R_s \varepsilon_{sy})}{E_s(1 - R_s)} & \dot{\varepsilon}_s \geq 0 \\ \frac{-\sigma_{sy} - \sigma_r + E_s(\varepsilon_r + R_s \varepsilon_{sy})}{E_s(1 - R_s)} & \dot{\varepsilon}_s < 0 \end{cases} \quad (6)$$

ここで、 $\dot{\varepsilon}_s$ はひずみ増分、 ε_{sy} 、 σ_{sy} は、それぞれ鉄筋の降伏ひずみ、降伏強度である。

式(1)中の R_b は Bauschinger 効果を表すパラメータであり、次式で与えられる。

$$R_b = R_{b0} - \frac{a_1 \xi}{a_2 + \xi} \quad (7)$$

ここで、 R_{b0} 、 a_1 、 a_2 は材料定数であり、 $R_{b0} = 20$ 、 $a_1 =$

18.5、 $a_2 = 0.15$ とされる場合が多い^{9), 11), 13)}。 ξ は一回前の載荷反転点 (ε'_r 、 σ'_r) から現在の載荷反転点 (ε_r 、 σ_r) までに生じた塑性ひずみ量を表す指標で、次式で与えられる。

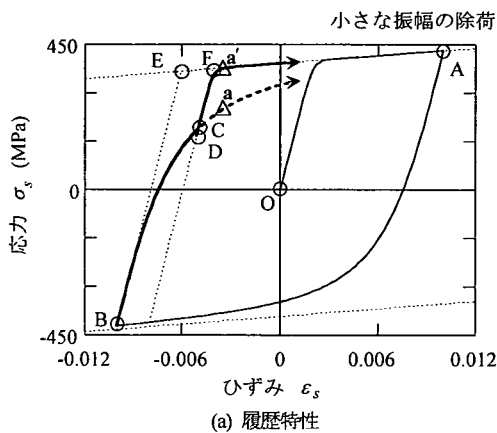
$$\xi = \frac{|\varepsilon_0 - \varepsilon'_r|}{\varepsilon_{sy}} \quad (8)$$

上式において、弾性域から載荷して降伏した後に除荷する際には、 ε'_r を次式により与える。

$$\varepsilon'_r = \begin{cases} \varepsilon_{sy} & \dot{\varepsilon}_s \geq 0 \\ -\varepsilon_{sy} & \dot{\varepsilon}_s < 0 \end{cases} \quad (9)$$

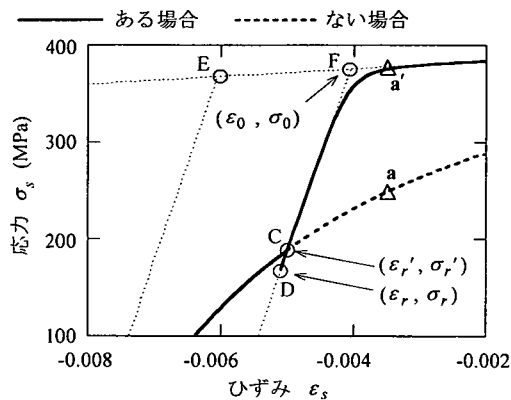
式(7)において、 R_b は鉄筋のひずみ軟化の程度を表すパラメータであり、図-2 に示すように R_b を大きくするとシャープに1次剛性から2次剛性に移行し、バイリニア型に近い履歴となり、 R_b を小さくするとはっきりした剛性変化点を持たずにゆっくりと1次剛性から2次剛性に移行するようになる。また、式(2)の分母 $\varepsilon_0 - \varepsilon_r$ も R_b を変化させたことと同様の効果を持ち、 $\varepsilon_0 - \varepsilon_r$ を小さくするとシャープに1次剛性から2次剛性に移行し、これを大きくすると1次剛性から2次剛性にゆっくり移行する。

図-3は、部分除荷した後に再載荷する履歴がMPモデルではどのように表されるかを示した結果である。図-3以降、本論文では、こうした履歴例を示す場合には、一般のRC橋脚によく用いられる鉄筋を想定して、 E_s 、 σ_{sy} 、 ε_{sy} 、 R_s 、 R_{b0} 、 a_1 、 a_2 をそれぞれ 200 GPa、400 MPa、0.002、2%、20、18.5、0.15 としている。図-3では、点O(0,0)から単調に引張ひずみを0.01(点A)まで与えた後に、圧縮ひずみが-0.01に達する段階(点B)まで除荷し、この後、さらに再除荷して、点Bから



(a) 履歴特性

図-3 小さな振幅の除荷を受けた後のMPモデルの履歴特性



(b) 小振幅の除荷・再載荷直後の履歴

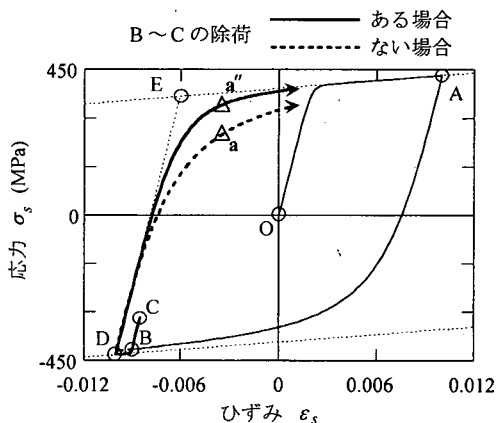


図-4 一回前の載荷反転点が部分除荷によって更新されることの影響

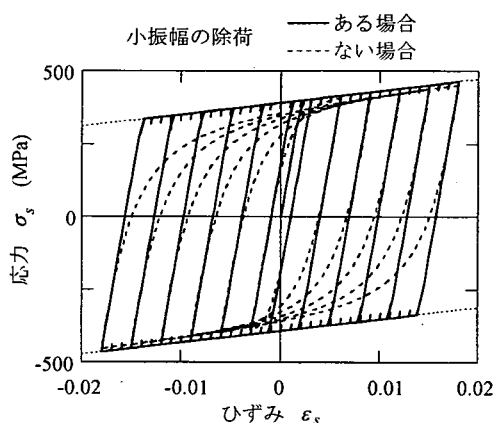


図-5 小振幅の除荷・再載荷履歴の影響

の載荷過程においてひずみが -0.005 に達した段階(点C)で降伏ひずみ (0.002) の5%に相当する 0.0001 だけひずみが減少するように再び除荷し、点Dに至った段階で再載荷した場合の履歴を示している。また、比較のために、こうした部分除荷しない場合の履歴も図中に破線で示している。点Bからの載荷過程では、一回前の載荷反転点 (ϵ_r', σ_r') 、載荷反転点 (ϵ_r, σ_r) 、漸近線の交点 (ϵ_0, σ_0) はそれぞれ点A, B, Eとなる。

鉄筋の力学的特性から考えると、点Bからの載荷過程において、上述した微小振幅による部分除荷や再載荷がその後の履歴形状に大きな影響を及ぼすとは考えにくい。したがって、部分除荷・再載荷を受けても部分除荷しない場合とほとんど同じ履歴になるべきと考えられる。

しかしながら、実際にMPモデルに基づいて履歴曲線を求めると、図-3中の実線で示すように点Dから再載荷したあと、部分除荷しない場合に比べて応力が不自然に大きくなり、シャープに1次剛性から2次剛性に移行す

る。例えば、部分除荷・再載荷後、ひずみが -0.0035 に達した段階では、部分除荷しない場合には応力が 249 MPa (図-3中の点a) であるのに対し、部分除荷した場合には 376 MPa (図中の点a') と51%も大きい。これは、部分除荷しない場合には一回前の載荷反転点 (ϵ_r', σ_r') 、載荷反転点 (ϵ_r, σ_r) 、漸近線の交点 (ϵ_0, σ_0) がそれぞれ点A, B, Eであるのに対し、点Dからの載荷過程では、これらがそれぞれ点C, D, Fへ更新されたため、式(2)の分母 $\epsilon_0 - \epsilon_r$ が 0.004 から 0.00104 へと75%減少し、式(7)による R_b が 1.84 からこの3.3倍の 5.99 へと増加した結果、図-2からも分かるように履歴曲線がシャープに1次剛性から2次剛性へ移行したためである。

図-4は、点Oから単調に引張ひずみを 0.01 (点A) まで与えた後に、圧縮ひずみを与え、圧縮ひずみが -0.009 に達した段階(点B)でいったん 0.0005 だけ引張ひずみを与え、その後、点Cから再載荷して、 -0.01 (点D) に達したところで再び載荷を反転し、その後は単調に引張

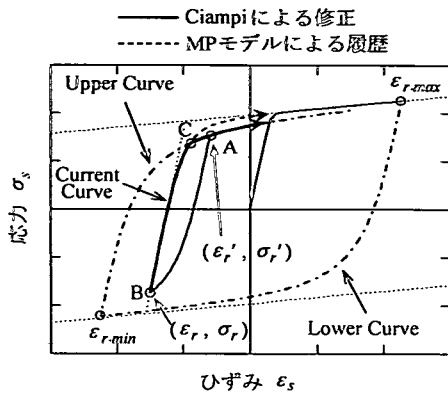


図-6 Ciampiによる修正モデル

ひずみを与えた履歴を、点B～Cの部分的な除荷・再載荷がない場合の履歴と比較した結果である。ここでも、図-3に示した例と同様に、図-4中の点B～Cの部分的な除荷・再載荷がその後の履歴に大きな影響を及ぼすとは考えにくい。点B～Cの除荷・再載荷を受けた後には、それがない場合に比べて、点Dから再除荷後の剛性が大きい。その結果、例えば、ひずみが-0.0035に達した段階では、部分除荷しない場合には応力が249 MPa (図-4中の点a) であるのに対し、部分除荷した場合には341 MPa (図中の点a') と37%大きい。これは、点Dからの履歴において、式(2)の分母 $\epsilon_0 - \epsilon_r$ は、点B～Cの除荷・再載荷の有無に関わらず同じであるが、一回前の載荷反転点 (ϵ_r', σ_r') が点B～Cの除荷・再載荷によって点Aから点Cに更新された結果、式(8)の分子 $|\epsilon_0 - \epsilon_r|$ が0.016から0.0025に小さくなり、式(7)の R_b が大きくなり求められたためである。ここでは、部分的な除荷がない場合の $R_b = 1.84$ から、点B～Cの除荷がある場合には、 $R_b = 3.48$ と約2倍に増加している。

図-5は、1サイクルごとにひずみ振幅を0.003づつ増加させた場合の履歴をMPモデルによって求めた例である。ここでは、上述の履歴特性を強調するために、ひずみが0.001増加もしくは減少する度に0.0001だけ部分除荷・再載荷させた場合の結果とこうした小振幅の部分除荷・再載荷をしない場合の履歴を比較している。これより、部分除荷・再載荷させる場合には、上述したように履歴がシャープに1次剛性から2次剛性に移行する結果、MPモデルを用いているにもかかわらず、ほぼバイリニア型の履歴となりBauschinger効果をうまく再現できないことがわかる。

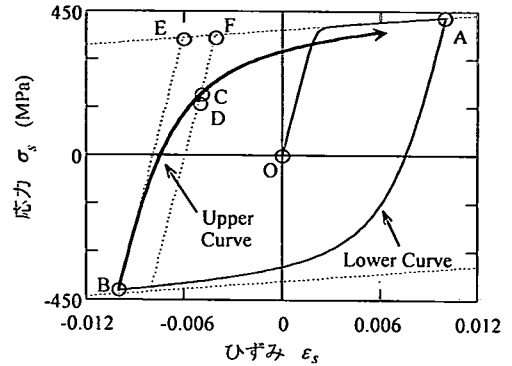


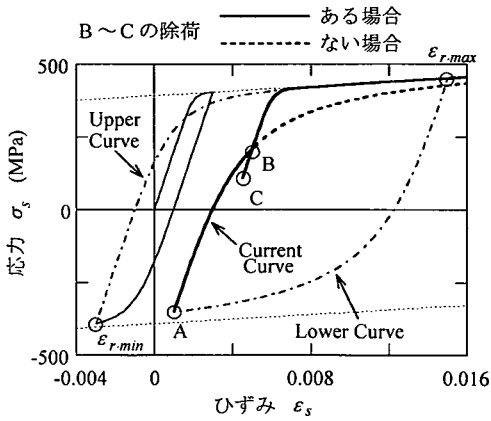
図7 図-3に示した履歴のCiampiモデルに基づく修正

3. Ciampiによる修正モデル

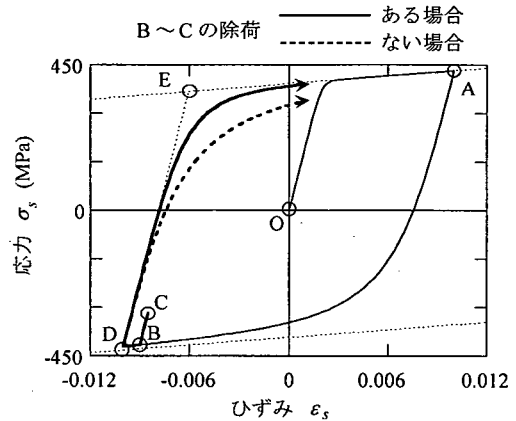
MPモデルの履歴特性を鉄筋の力学的特性に近づけるため、Ciampi et al. は、図-6に示すような履歴則を加えている¹²⁾。これは、反転点の経験最大ひずみ $\epsilon_{r,max}$ および経験最小ひずみ $\epsilon_{r,min}$ からの載荷履歴をそれぞれLower Curve, Upper Curveと定義し、部分的な除荷・再載荷後に現在の履歴(Current Curve)がLower CurveもしくはUpper Curveに達した場合には、Lower CurveもしくはUpper Curveの履歴に従うというものである。さらに、部分除荷後に再載荷する場合には、Bauschinger効果を表すパラメータ R_b を更新しないことを提案している。しかし、Ciampi et al. は部分的な除荷という表現を用いているが、部分除荷の定義を具体的に示していない。

図-6中の点Aから除荷し、点Bから再載荷した後の履歴を例に示すと、オリジナルのMPモデルでは、ひずみの増加に伴って応力が増加し続けるため、ひずみが点Cのひずみを超えたとともに履歴曲線よりも応力および剛性を過大評価する。これに対して、Ciampiの提案によれば、履歴が点Cに達した段階でその後はUpper Curveに従うため、応力および剛性が急に大きくなることはない。図-3に示した履歴を、Ciampiの修正に基づいて求めるとどのようなになるかを示した結果が図-7である。これによれば、図-7中の点Cから部分除荷し、点Dに至った段階で再載荷しても、Upper Curve(点Bからの履歴)に達した後はUpper Curveに従うため、剛性と応力が急に大きくなることはない。

しかし、Ciampiによるモデルでは、図-8に示すような履歴を表す場合には、オリジナルのMPモデルと同様の履歴となり、応力と剛性を過大評価する。図-8(a)は、Ciampi自身が指摘している¹²⁾ように、過去に大きな圧縮ひずみを経験している場合に、部分的な除荷・再載荷(図-8(a)中の点B～C)を受けた後に応力および剛性が

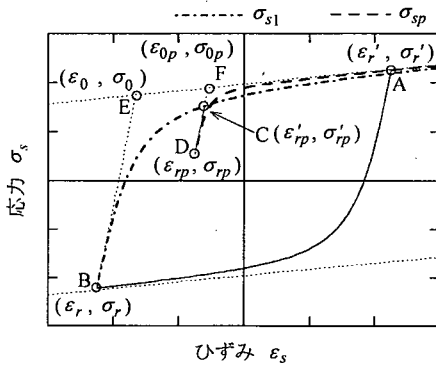


(a) 荷重反転点ひずみが経験最小ひずみと一致しない場合

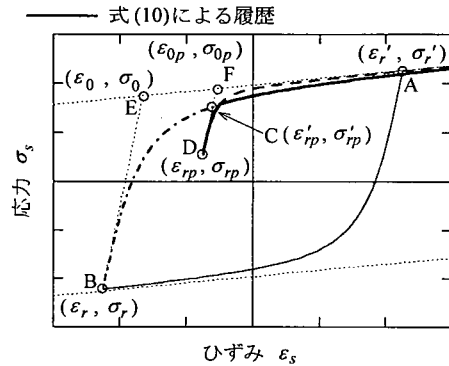


(b) 一回前の荷重反転点が部分除荷によって更新された場合

図-8 Ciampiモデルの問題点



(a) σ_{s1} , σ_{sp} の履歴



(b) 式(10)による履歴

図-9 式(10)の履歴特性 ($\dot{\epsilon}_s \geq 0$ の場合)

急に大きくなるという履歴例を示した結果である。図-8 (a)では、こうした履歴を強調するために、最初に正負両側に0.003のひずみを与えた後、引張ひずみを0.015まで与え、その後、0.001(点A)まで除荷し、さらに点Aから再荷重する過程において部分除荷・再荷重を与える場合を例として示している。点Aから荷重する過程に着目すると、この段階では反転点の経験最小ひずみは $\epsilon_{r,min} = -0.003$ であり、点Aからの荷重過程はUpper Curveに該当しない。したがって、点Aからの荷重過程において部分除荷・再荷重(点B~C)を受けると、この後は点Aからの履歴曲線に戻らず、シャープに1次剛性から2次剛性に移行する。また、図-8(b)に示すように図-4に示した履歴を、Ciampiによるモデルで求めると、オリジナルのMPモデルとほぼ同じ履歴となる。これは、オリジナルのMPモデルと同様に点B~Cの部分除荷・再荷重を受けて、一回前の荷重反転点(ϵ'_r, σ'_r)が点Aから点Cに更新され、点Dからの履歴の R_b が点B~Cの

荷重がない場合よりも大きく求められたためである。

4. 修正MPモデルの提案

こうしたMPモデルおよびCiampiによる修正モデルの問題点を改良するために、本研究では、部分除荷の定義を明確に与えた上で、図-9(b)の実線で示す履歴のように部分除荷・再荷重を受けた後も、部分除荷・再荷重を受けない場合と同じ履歴に従うというルールを加えることを提案する。すなわち、部分除荷後の応力 σ_s は、次式から求める。

・ $\dot{\epsilon}_s \geq 0$ の場合

$$\sigma_s = \begin{cases} \sigma_{s1} & \sigma_{s1} \leq \sigma_{sp} \\ \sigma_{sp} & \sigma_{s1} > \sigma_{sp} \end{cases} \quad (10)$$

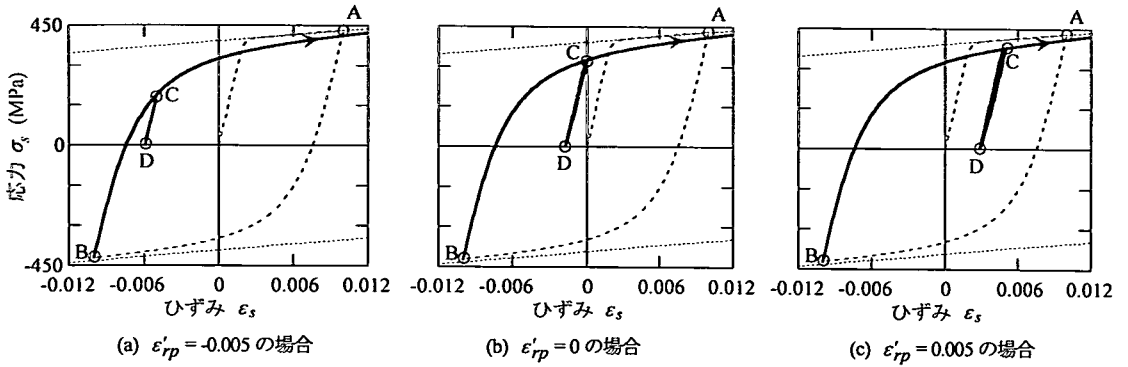


図-10 $\sigma_{rp}=0$ から引張ひずみを受ける場合の履歴

・ $\dot{\epsilon}_s < 0$ の場合

$$\sigma_s = \begin{cases} \sigma_{s1} & \sigma_{s1} \geq \sigma_{sp} \\ \sigma_{sp} & \sigma_{s1} < \sigma_{sp} \end{cases} \quad (11)$$

ここで、 σ_{s1} は、図-9中の点Bからの荷履歴上の応力であり、一回前の荷反転点 (ϵ'_r, σ'_r)、荷反転点 (ϵ_r, σ_r)、漸近線の交点 (ϵ_0, σ_0) としてそれぞれ点A, B, Eを与え、オリジナルのMPモデルを表す式(1)より得られる $\tilde{\sigma}$ を用いて、次式より σ_{s1} を求める。

$$\sigma_{s1} = \tilde{\sigma}(\sigma_0 - \sigma_r) + \sigma_r \quad (12)$$

一方、 σ_{sp} は、図-9中の点Dからの荷履歴上の応力であり、オリジナルのMPモデルを表す式(1)と同様の式から履歴を求めるが、ここでは、部分除荷後の履歴を厳密に定義するために、 σ_{sp} を以下のように与え直すものである。

$$\sigma_{sp} = \tilde{\sigma}_p(\sigma_{0p} - \sigma_{rp}) + \sigma_{rp} \quad (13)$$

ここで、

$$\tilde{\sigma}_p = R_s \tilde{\epsilon}_p + \frac{(1 - R_s) \tilde{\epsilon}_p}{(1 + \tilde{\epsilon}_p R_{bp})^{1/R_{bp}}} \quad (14)$$

$$\tilde{\epsilon}_p = \frac{\epsilon_s - \epsilon_{rp}}{\epsilon_{0p} - \epsilon_{rp}} \quad (15)$$

$$R_{bp} = R_{b0} - \frac{a_1 \xi_p}{a_2 + \xi_p} \quad (16)$$

$$\xi_p = \frac{|\epsilon_{0p} - \epsilon'_{rp}|}{\epsilon_{sy}} \quad (17)$$

ここで、 $(\epsilon'_{rp}, \sigma'_{rp})$ 、 $(\epsilon_{rp}, \sigma_{rp})$ 、 $(\epsilon_{0p}, \sigma_{0p})$ は、それぞれ部分除荷後の荷履歴における一回前の荷反転

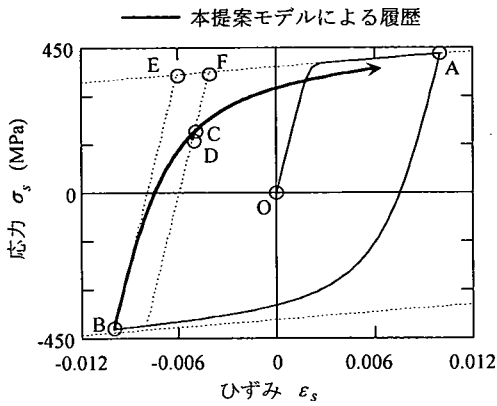
点 (図-9中の点C)、荷反転点 (点D)、漸近線の交点 (点F) である。

ここで、部分除荷をどのように定義するかが重要である。これには、いろいろな条件を与えることが可能であるが、MPモデルがそのモデル化の容易さから幅広く使われていることから、モデルを複雑にすることは避けることを原則に、以下の条件を満たす場合を部分除荷と定義する。

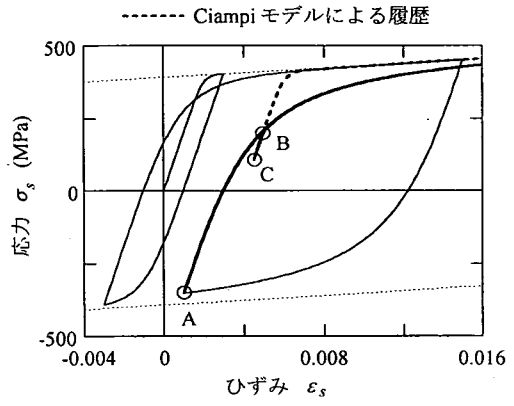
$$\begin{cases} \sigma_{rp} \geq 0 & \dot{\epsilon}_s \geq 0 \\ \sigma_{rp} \leq 0 & \dot{\epsilon}_s < 0 \end{cases} \quad (18)$$

ここで、式(18)による部分除荷の定義の妥当性を評価するために、式(18)によって定義された部分除荷が部分除荷・再荷後の履歴にどのような影響を与えるかを調べることにする。式(18)に基づけば、 $\sigma_{rp}=0$ に相当する点まで除荷後、再荷する場合に部分除荷のひずみ振幅が最大となり、部分除荷・再荷後の履歴に最も大きな影響を与えると考えられるため、ここではこうした履歴を例として取り挙げる。図-10は、図-3に示した点Bからの荷過程から部分除荷 (点C~D) し、 $\sigma_{rp}=0$ の点 (点D) から再荷した例を示した結果である。ここで、除荷点 (一回前の荷反転点) Cのひずみ ϵ'_{rp} は、-0.005, 0, 0.005としている。図-10によれば、点Cから点Dまでのひずみ振幅は、 $\epsilon'_{rp} = -0.005, 0, 0.005$ とした場合に対して、それぞれ0.00094, 0.00174, 0.00217である。

除荷のひずみ振幅が0.00094と鉄筋の降伏ひずみ ϵ_{sy} (= 0.002) に比べて小さい図-10(a)のような場合には、鉄筋は弾性的な挙動を示し、こうしたレベルの振幅の部分除荷・再荷を受けてもその後の鉄筋の非線形履歴に与える影響は小さいと考えられる。一方、 $\epsilon'_{rp} = 0.005$ の場合 (図-10(c)) のように部分除荷のひずみ振幅が0.00217と鉄筋の降伏ひずみ ϵ_{sy} よりわずかに大きくなる場合もある。この場合には図-10(c)か

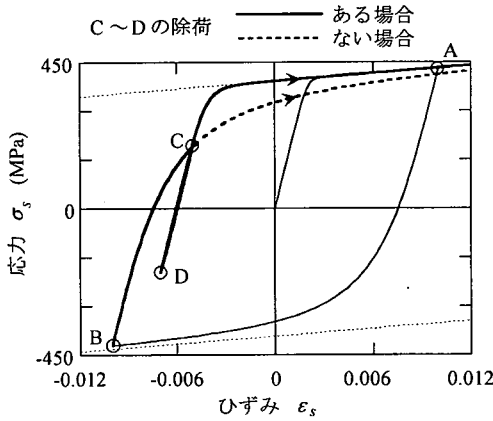


(a) 図-3 に示した履歴の場合

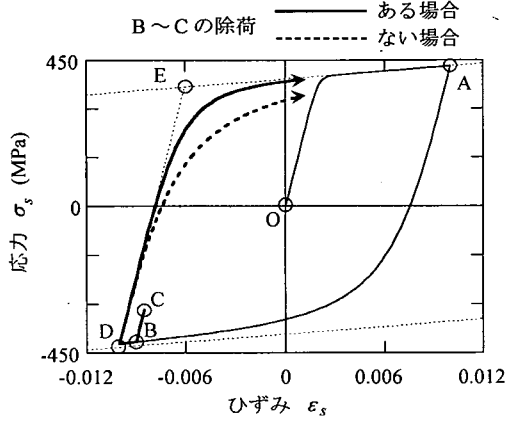


(b) 図-8 (a) に示した履歴の場合

図-11 式(10)による履歴



(a) $\sigma_{rp} < 0$ から引張ひずみを受ける場合



(b) 一回前の載荷反転点が部分除荷によって更新された場合

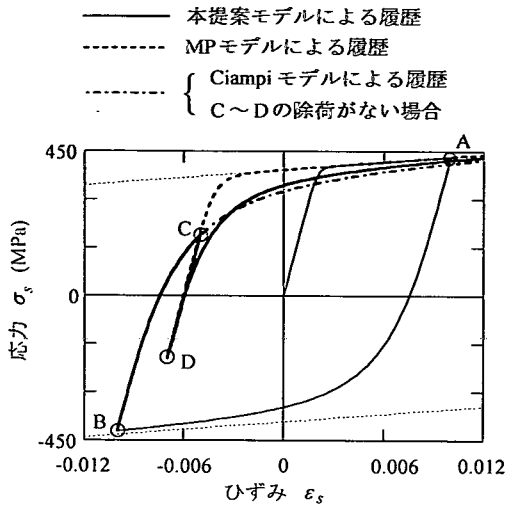
図-12 式(10)による履歴の問題点

らも分かるように鉄筋は点Cからの除荷過程において軟化し始めるが、このような場合にも軟化の程度はごくわずかであり、再載荷後の鉄筋の非線形履歴に与える影響は小さいと考えられる。以上より、式(18)の部分除荷の定義に基づけば、部分除荷した後に再載荷して、もとの履歴曲線に達した後は、その履歴曲線に従うため、部分的な除荷・再載荷を含む鉄筋の応力～ひずみ履歴を表すうえで、本提案モデルは妥当である。

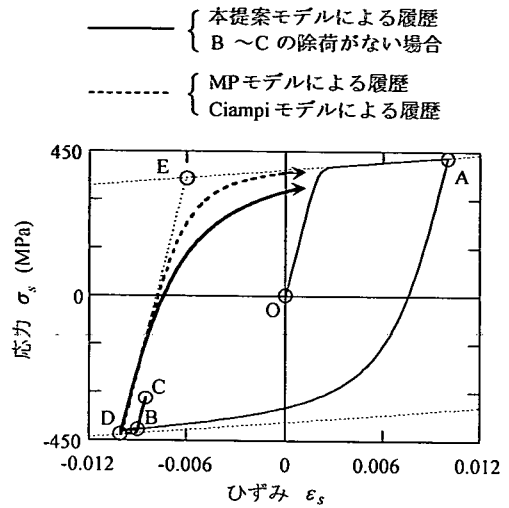
以上の提案をもとに、図-3 および図-8 (a) に示した履歴を求め直した結果が図-11 である。ここでは比較のため、Ciampi による修正モデルによる履歴もあわせて示している。図-11 (a) によれば、本提案モデルは、Ciampi による修正モデルと同様に、部分除荷後に剛性を過大評価することはなく、Bauschinger 効果をうまく表せている。一方、図-11 (b) の例のように、過去に大きな圧縮ひずみを経験している場合には、Ciampi のモデルでは点Bから

部分除荷した後に点Cから再び引張ひずみを与えると、応力と剛性を過大評価するという欠点があるが、本提案に従えば、部分除荷・再載荷後も応力や剛性が急に大きくなることはなく、Bauschinger 効果をうまく表せている。

しかし、たとえ上述の修正を用いても、式(18)の条件を満たさない場合および図-4 に示した履歴のように載荷が反転する直前に部分的な除荷・再載荷を受けた場合には、図-12 に示すようにオリジナルのMPモデルとほぼ同じ履歴となり、Bauschinger 効果をうまく表せない。図-12 (a) は点C ($\epsilon_s = -0.005$) から0.002だけ除荷した後に再載荷した場合の履歴を例に示した結果である。この場合には $\sigma_{rp} = -195$ MPa であるため、点Dからの載荷履歴が点Bからの履歴曲線に達しても、点Bからの履歴曲線に従わない。また、図-12 (b) に示した例において、点Dからの履歴の剛性が大きくなるのは、一回前の載荷反転点 (ϵ'_r, σ'_r) が点Aから点Cに更新されたためであ



(a) 図-12(a)に示した履歴の場合



(b) 図-12(b)に示した履歴の場合

図-13 式(19)を用いて R_b を求めた場合の履歴

る。

まず、図-12(a)において Bauschinger 効果をうまく表せないのは、点Dからひずみが増加する過程では、点Bからひずみが増加する過程に比べて、式(2)の分母 $\epsilon_0 - \epsilon_r$ が小さいこと、式(7)による R_b が大きいことが原因である。点Dからひずみが増加する過程における $\epsilon_0 - \epsilon_r$ は0.0028と、点Bからの履歴の $\epsilon_0 - \epsilon_r = 0.0039$ に比べて、約30%減少したに過ぎないが、 R_b は点Dからひずみが増加する過程では $R_b = 6.31$ と、点Bからひずみが増加する過程の $R_b = 1.84$ の3.4倍も大きい。これは、0.0161であった式(8)の分子 $|\epsilon_0 - \epsilon_r|$ が、点Dからの履歴では、 $|\epsilon_0 - \epsilon_r| = 0.0009$ とその約5%にまで減少したためである。また、図-12(b)中の点Dからの履歴では、式(2)の分母 $\epsilon_0 - \epsilon_r$ は同じであるが、前述したように式(8)の分子 $|\epsilon_0 - \epsilon_r|$ が0.016から0.0025に小さくなり、式(7)の R_b が大きく求められたことが原因である。

そこで、ここでは、式(2)の分母 $\epsilon_0 - \epsilon_r$ の与え方は変えずに、 R_b 、 R_{bp} を求める際に与える ξ 、 ξ_p を式(8)や(17)のように一回前の荷重反転点のひずみ ϵ_r をもとに求めるのではなく、次式のように経験最大(最小)ひずみ ϵ_m に基づき与えることを提案する。

$$\xi = \frac{|\epsilon_0 - \epsilon_m|}{\epsilon_{sy}}; \quad \xi_p = \frac{|\epsilon_{0p} - \epsilon_m|}{\epsilon_{sy}} \quad (19)$$

ここで、

$$\epsilon_m = \begin{cases} \epsilon_{max} & \dot{\epsilon}_s \geq 0 \\ \epsilon_{min} & \dot{\epsilon}_s < 0 \end{cases} \quad (20)$$

ここで、弾性域から荷重する場合には、 ϵ_m を以下のよう
に与える。

$$\epsilon_m = \begin{cases} \epsilon_{sy} & \dot{\epsilon}_s \geq 0 \\ -\epsilon_{sy} & \dot{\epsilon}_s < 0 \end{cases} \quad (21)$$

図-13は、式(19)による ξ を用いて R_b を求めた場合に、図-12に示した履歴がどのようなかを示した結果である。ここには比較のために、オリジナルのMPモデルによる履歴、Ciampiの修正モデルによる履歴もあわせて示している。これによれば、 ξ を式(19)のように与えれば、図-13(a)中の点Dからの履歴の R_b は1.88となり、点Bからの履歴の $R_b = 1.84$ とおおむね等しいため、除荷・再荷後に点Bからの履歴曲線に戻らない場合にも、応力や剛性が急に大きくなることはなく、除荷・再荷しない場合の履歴とほぼ同様の履歴を描くことができる。同様に、図-13(b)中の点Dからの履歴は、式(19)を用いれば一回前の荷重反転点の情報とは無関係に求められるので、点B~Cの部分的な除荷の影響を受けずに、こうした除荷がない場合と同じ履歴になる。

また、 ξ_p を式(17)ではなく式(19)により与えると、式(18)の定義に基づく部分除荷の後に、どのような履歴を描くかを図-10(c)に示した履歴をもとに示した結果が図-14である。図-10(c)によれば、式(17)で ξ_p を与えた場合には、点Cから部分除荷後に点Dにおいて再荷すると、ひずみの増加に伴って応力はシャープに増加し、点Bからの荷重曲線に達した後は、この履歴曲線に従ったが、 ξ_p を式(19)により与えると、図-14から分かるよ

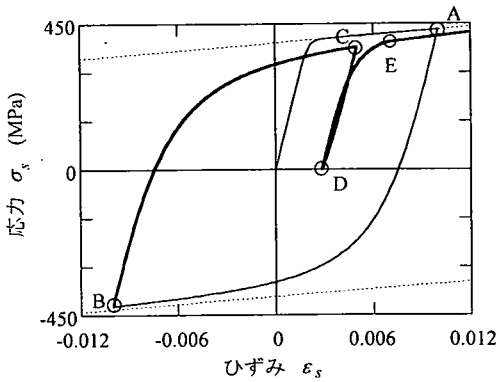


図-14 図-10 (c)に示した履歴を式(19)による ξ_p を用いて求めた場合の履歴

うに、点Dにおいて再載荷後、履歴曲線ははっきりした剛性変化点をもたずにゆっくりと2次剛性に移行していく。そして点Eにおいて点Bからの履歴曲線に達するため、この後は点Bからの履歴曲線に従う。この際、図-10 (c)のように剛性は急変せず、なめらかに点Bからの履歴曲線に移行し、Bauschinger効果を表すことができる。

5. ファイバー解析への適用

本提案モデルの有効性を示すために、図-15 に示す断面が400 mm×400 mm、せん断文間比3.75の矩形RC橋脚模型が、圧縮軸力3 MPaの一定軸力下で正負くり返し載荷を受けた場合の実験結果¹⁴⁾をファイバー解析によりシミュレートした。橋脚模型のコンクリート強度は22.9 MPaであり、軸方向鉄筋には降伏強度374 MPaのD13が用いられている。

この橋脚模型の塑性ヒンジ区間(基部~200 mm)をファイバー要素によってモデル化した。コンクリートの応力~ひずみの履歴には、包絡線にHoshikuma et al.による提案モデル¹⁵⁾、除荷・再載荷履歴に塚らによる提案モデル¹⁶⁾を用いた。軸方向鉄筋の応力~ひずみ関係には、本モデルのほか、比較のためにオリジナルのMPモデル、Ciampiによる修正モデルも用いた。ひずみ硬化の影響を取り入れるために、鉄筋の降伏後の弾性係数は初期弾性係数の2%とし、 R_{b0} 、 a_1 、 a_2 には、それぞれ20、18.5、0.15を与えた。塑性ヒンジ区間以外の橋脚模型の曲げ剛性には降伏剛性を用いた。

解析対象としたRC橋脚模型には、同一変位振幅におけるくり返し回数を3回として、一定振幅変位漸増方式により変位制御で荷重が与えられており、解析では実験

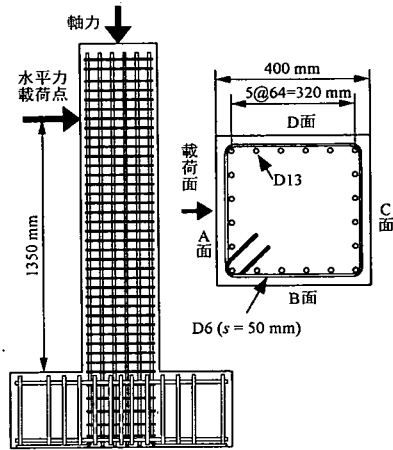
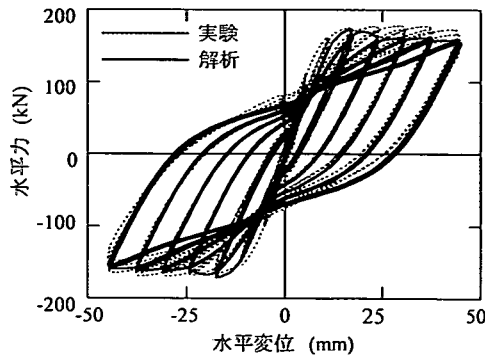


図-15 解析対象としたRC橋脚模型¹⁴⁾

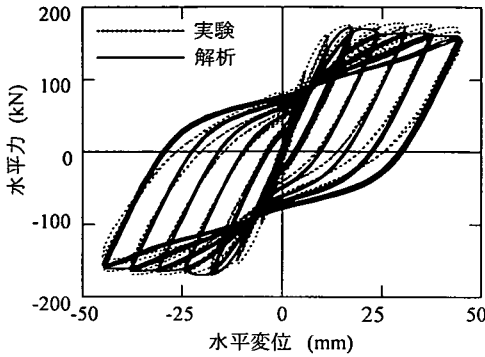
で得られた水平変位を強制変位として水平力載荷点に与えた。基準変位はドリフト=0.5% (=6.75 mm)であり、この整数倍の変位をドリフトが3.5%に達する段階まで与えた。

図-16は、本提案モデル、オリジナルのMPモデル、Ciampiによる修正モデルを用いた場合に、RC橋脚模型の水平力~水平変位がどのように再現できるかを示した結果である。これによれば、水平力~水平変位履歴の包絡線はいずれのモデルを用いた場合にも大差はないが、除荷・再載荷の履歴に着目すると、特に第2、4象限に相当する履歴において、本モデルを用いる場合に最も精度よく実験結果を再現できていることが分かる。これに対して、オリジナルのMPモデルを用いた場合には、第2、4象限において、水平力~水平変位履歴の除荷曲線の剛性が軟化する点をうまく再現できていない。Ciampiモデルを用いると、本提案モデルを用いた場合とおおむね同じ精度で履歴を求められるが、ドリフト3%の負側(図中の点A)から除荷する履歴上で水平力が0に達する付近では、水平力を過大評価し実験結果をうまく表せない。

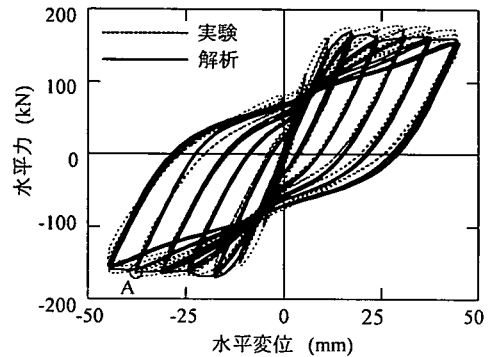
これは、図-17に示す鉄筋の履歴曲線からも分かるように、オリジナルのMPモデルを用いた場合には、部分的な除荷・再載荷によって鉄筋の剛性が急に大きくなって、鉄筋の履歴がバイリニア型に近くなるために、また、Ciampiモデルを用いた場合には、特にドリフト3%の負側から除荷する際の履歴(図中の点Aからの履歴)に顕著であるが、図-8 (b)に示した現象と同様の現象が生じて剛性と応力を過大評価したために、いずれの場合も解析精度が低下したのに対し、本モデルを用いる場合にはそういったことが起きずに、Bauschinger効果をうまく再現できるためである。



(a) 本提案モデルを用いた場合

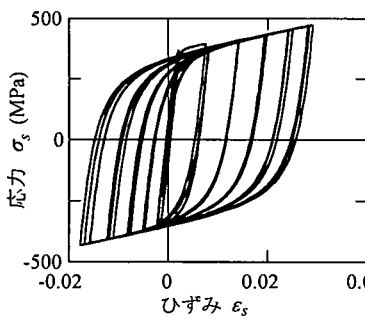


(b) MP モデルを用いた場合

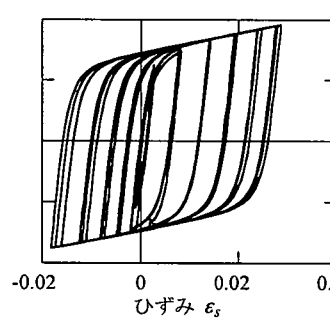


(c) Ciampi モデルを用いた場合

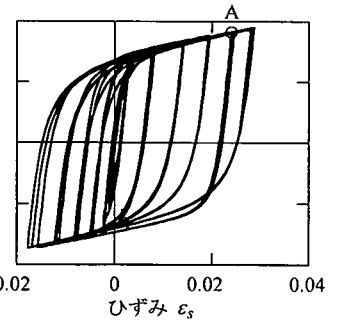
図-16 ファイバー解析によるRC橋脚模型の水平力～水平変位履歴



(a) 本提案モデルを用いた場合



(b) MP モデルを用いた場合



(c) Ciampi モデルを用いた場合

図-17 C面側最外縁鉄筋の応力～ひずみ履歴

6. 結論

本論文では、RC 構造物の非線形解析において軸方向鉄筋の構成則としてよく用いられる Giuffre, Menegotto, Pinto によって提案されたモデルを用いると、部分的な除荷・再載荷を与えた場合に応力や剛性が過大評価される場合があることから、この原因を明らかにするとともにこれに対する修正モデルを提案した。本研究で得られた結論をまとめると以下ようになる。

- (1) MP モデルによる履歴は、Bauschinger 効果を表すパラメータ R_b を大きくしたり、また、式(2)の分母 $\varepsilon_0 - \varepsilon_r$ を小さくすると、シャープに1次剛性から2次剛性に移行する。部分的な除荷・再載荷を与えると、 R_b が大きくなり $\varepsilon_0 - \varepsilon_r$ が小さくなるため、バイリニア型の履歴に近い履歴となる。すなわち、この場合には Bauschinger 効果をうまく再現できない。
- (2) 部分除荷を式(18)のように定義し、この条件を満たす場合には、部分除荷・再載荷後の履歴を式(10)、(11)から

求めること、また、 ξ を式(19)のように与えることを提案する。本提案モデルに基づく履歴では、部分的な除荷・再載荷後に応力や剛性が急に大きくなることはなくなり、Bauschinger 効果をよく表すことができる。

(3) 正負くり返し載荷を受けた RC 橋脚模型の水平力～水平変位の履歴を、本提案モデルを用いたファイバー解析から求めると、オリジナルの MP モデルや Ciampi によるモデルを用いる場合よりも、実験結果を精度良く再現できる。

謝辞：本研究に際して、(株)長大の矢部正明、高橋雅裕の両氏および日本電子計算(株)の井上洋氏に貴重なご意見を頂きました。ここに記して、厚く御礼申し上げます。

参考文献

- 1) Ramberg, W. and Osgood, W.: Description on Stress-Strain Curves by Three Parameters, *Technical Note No. 902*, National Advisory Committee for Aeronautics, 1943.
- 2) Park, R. and Paulay, T.: *Reinforced Concrete Structures*, John Wiley & Sons, Inc., 1975.
- 3) Goldberg, J. E. and Richard, R. M.: Analysis of Nonlinear Structures, *J. Struct. Div.*, ASCE, Vol. 89, No. ST4, pp. 333-351, 1963.
- 4) Giuffrè, A. and Pinto, P. E.: Il Comportamento Del Cemento Armato Per Sollecitazioni Cicliche di Forte Intensità, *Giornale del Genio Civile*, Fascicolo 5, Istituto di Tecnica Delle Costruzioni, Facoltà Di Architettura, Università Degli Studi di Roma, 1970.
- 5) Menegotto, M. and Pinto, P. E.: Method of Analysis for Cyclically Loaded R.C. Plane Frames Including Changes in Geometry and Non-Elastic Behavior of Elements under Combined Normal Force and Bending, *Proc. of IABSE Symposium on Resistance and Ultimate Deformability of Structures Acted on by Well Defined Repeated Loads*, pp15-22, 1973.
- 6) Kato, B., Akiyama, H. and Yamanouchi, Y.: Predictable Properties of Material under Incremental Cyclic Loading, *Proc. of IABSE Symposium on Resistance and Ultimate Deformability of*

Structures Acted on by Well Defined Repeated Loads, pp.119-124, 1973.

- 7) 福浦尚之, 前川宏一: RC 非線形解析に用いる鉄筋の繰返し履歴モデル, 土木学会論文集, No. 564/V-35, pp. 291-295, 1997.
- 8) Balan, T. A., Filippou, F. C. and Popov, E. P.: Hysteretic Model of Ordinary and High-Strength Reinforcing Steel, *J. Struct. Engrg*, ASCE, Vol. 124, No. 3, pp. 288-297, 1998.
- 9) Filippou, F. C., Popov, E. P. and Bertero, V. V.: Effects of Bond Deterioration on Hysteretic Behavior of Reinforced Concrete Joints, *Report No. UCB/EERC-83/19*, Earthquake Engineering Research Center, University of California at Berkeley, 1983.
- 10) Gomes, A. and Appleton, J.: Nonlinear Cyclic Stress-Strain Relationship of Reinforcing Bars Including Buckling, *Engineering Structures*, Vol. 19, No. 10, pp. 822-826, 1997.
- 11) 白戸真大, 木村嘉富, 福井次郎, 高橋雅裕: 杭基礎のポストピーク挙動に関する一数值解析, 構造工学論文集, Vol. 45A, pp. 1387-1398, 1999.
- 12) Ciampi, V., Eligehausen, R. Bertero, V. V. and Popov, E. P.: Analytical Model for Concrete Anchorages of Reinforcing Bars under Generalized Excitations, *Report No. UCB/EERC-82/23*, Earthquake Engineering Research Center, University of California at Berkeley, 1982.
- 13) Ristić, D.: Nonlinear Behavior and Stress-Strain Based Modeling of Reinforced Concrete Structure under Earthquake Induced Bending and Varying Axial Loads, School of Engineering, Kyoto University, 1988.
- 14) 堺淳一, 川島一彦: 引張力を含む変動軸力が RC 橋脚の変形性能に及ぼす影響, 構造工学論文集, Vol. 48A, pp. 735-746, 2002.
- 15) Hoshikuma, J., Kawashima, K., Nagaya, K. and Taylor, A. W.: Stress-Strain Model for Confined Reinforced Concrete in Bridge Piers, *J. Struct. Engrg*, ASCE, Vol. 123, No. 5, pp. 624-633, 1997.
- 16) 堺淳一, 川島一彦, 庄司学: 横拘束されたコンクリートの除荷および再載荷過程における応力度～ひずみ関係の定式化, 土木学会論文集, No.654/I-52, pp. 297-316, 2000.

(2002. 7. 5 受付)

MODIFICATION OF THE GIUFFRÈ, MENEGOTTO AND PINTO MODEL FOR UNLOADING AND RELOADING PATHS WITH SMALL STRAIN VARIATIONS

Junichi SAKAI and Kazuhiko KAWASHIMA

The hysteretic behavior of reinforced concrete bridge columns depends on the hysteretic behavior of reinforcing bars. The model proposed by Giuffrè, Menegotto and Pinto has been widely used as a nonlinear hysteretic model for reinforcing bars because of its simple but accurate expressions. However, the model often develops an unrealistic sudden change of the stiffness resulted from partial unloadings and reloadings. In such cases, the Bauschinger effect cannot be represented. A modified model for the original Giuffrè, Menegotto and Pinto model is proposed by Eqs. (10), (11) and (19) so that realistic hysteretic stress vs. strain relations after partial unloadings and reloadings can be evaluated.