

# 等方および異方載荷履歴を受けた粘土の降伏特性

福田文彦<sup>1</sup>・三田地利之<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 工修 北海道大学助手 大学院工学研究科 (〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

<sup>2</sup>フェロー会員 工博 北海道大学教授 同 (同)

中空ねじり試験と三軸圧縮試験を行い、異方せん断履歴と等方過圧密履歴を受けた粘土の降伏挙動について検討した。中空ねじり試験は等方圧密、実験ごとに主応力軸方向を変化させて行う異方応力載荷・除荷、実験によらず一定の主応力軸方向で行うせん断の3過程からなり、三軸圧縮試験は等方圧密、等方応力載荷・除荷、せん断の3過程からなり、中空ねじり・三軸圧縮試験の全過程について、排水条件で載荷・除荷を行った。実験結果から、筆者らが提案するパラメータである面積ひずみ、平均有効主応力、主応力差を座標軸とする空間の中に弾性状態と弾塑性状態の境界面を考えることにより、せん断履歴を受けた粘土の異方降伏挙動と等方過圧密粘土の降伏挙動を、統一的に説明できる可能性があることを示した。

**Key Words :** clay, anisotropy, yielding, areal strain, hollow cylinder torsional shear test

## 1. はじめに

粘土の降伏挙動を説明するためにケンブリッジグループによって提案された状態境界面の概念<sup>1)2)</sup>では、まず、粘土が非可逆ひずみの発生が卓越する弾塑性状態にある場合、平均有効主応力 $p'=(\sigma_1'+\sigma_2'+\sigma_3')/3$ 、主応力差 $q=\sigma_1'-\sigma_3'$ 、および間隙比 $e$ の間に一義的な関係が存在すると仮定している。次に、仮定された関係を $p'$ 、 $q$ 、および $e$ を座標軸とする空間の中に曲面として表し、この曲面を状態境界面と名付けた。そして境界面上を弾塑性状態、面内を可逆ひずみの発生が卓越する弾性状態と仮定することにより、種々の載荷履歴を受けた粘土の降伏挙動の説明を行っている。

一方、これまでの数多くの実験結果から、せん断履歴を受けることによって、土の力学挙動が強い異方性を示すことが明らかになっている<sup>例えば3)~11)</sup>。しかし等方硬化を基本とするモデルによってこれらの異方性を説明することはできない。これに関しインペリアルカレッジグループは、固有異方性を示す砂と粘土を試料とした大規模な中空ねじり試験を行い、 $e$ 、 $p'$ 、 $q$ の他に、最大主応力軸の向き $\alpha$ を導入した4次元空間内に定義される境界面によって、主軸回転下における土の固有異方性の解釈ができることを示した<sup>12)~16)</sup>。また、せん断履歴を受けた土の力学挙動に現れる誘導異方性については移動硬化の概

念<sup>17)</sup>によって説明されることが多く、移動硬化則を導入した弾塑性モデルは、誘導異方性を比較的良好に記述することが可能である<sup>例えば18)</sup>。

本研究において筆者らは、再構成粘土を試料とした一連の中空ねじり試験、および等方過圧密後の三軸圧縮試験を行い、せん断履歴を受けた粘土の力学挙動と、等方過圧密履歴を受けた粘土の力学挙動について調べた。中空ねじり試験は以下の三つの過程からなる。すなわち、全ての供試体に共通の等方圧密、実験ごとに主応力軸方向を変化させて行う異方応力載荷・除荷、および実験によらず一定の主応力軸方向で行うせん断の3過程である。また三軸圧縮試験は等方圧密、等方応力載荷・除荷、およびせん断の3過程からなる。中空ねじり・三軸圧縮試験の各載荷過程とも、排水条件で載荷・除荷を行った。実験結果より、せん断履歴を受けた粘土の $q$ と筆者らが提案するひずみパラメータである面積ひずみ $\bar{\omega}_3$ の関係、および等方過圧密履歴を受けた粘土の $q$ - $\bar{\omega}_3$ 関係がともに、載荷履歴を受けない等方正規圧密粘土の $q$ - $\bar{\omega}_3$ 関係に収束する挙動を示すのに対し、状態境界面の概念が成立するための前提になる、履歴を受けた粘土の $q$ - $e$ 関係が正規圧密粘土の $q$ - $e$ 関係に収束する挙動は認められなかった。この実験結果は、 $\bar{\omega}_3$ 、 $p'$ 、および $q$ を座標軸とする空間の中に弾塑性境界面を考えることにより、せん断履歴を受けた粘土の異方降伏挙動と、等方過圧密履歴

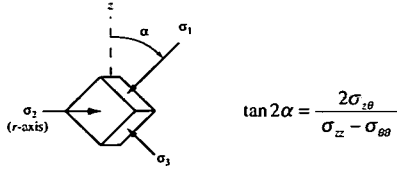
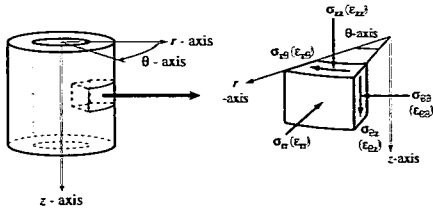


図-1 中空ねじり試験の応力とひずみ

$$\tan 2\alpha = \frac{2\sigma_{r\theta}}{\sigma_{zz} - \sigma_{\theta\theta}}$$

を受けた粘土の降伏挙動が、統一的に説明し得ることを示している。

## 2. 中空ねじり試験

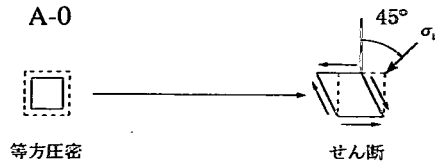
### (1) 粘土試料

使用した試料は工業用の粘土NSF-Clay (New Sonw Fine-Clay, 製品名)を予圧密法によって作成したものである。予圧密応力(鉛直応力)150kPaで10日間予圧密後の平均含水比は約47%であった。この試料の物性値は $\rho_s=2.76\text{g/cm}^3$ , 液性限界55%, また塑性指数25であり, 粘土分含有率100%であり, 低塑性粘土に分類される。また, この粘土の圧縮指数( $\lambda$ ), 膨張指数( $\kappa$ ), 限界状態時の応力比( $M$ )は, それぞれ0.16, 0.01, および1.2であり, 典型的な再構成粘土の値を示す。

### (2) 実験

実験にはコンピュータ制御の試験機を使用しており, 供試体寸法は高さ12cm, 外径10cm, 内径6cmである。図-1は中空ねじり供試体の応力とひずみの状態を示したものであり, これらの応力とひずみは, 試験中に測定する軸力, トルク, 外側圧, 内側圧, 間隙水圧, 軸変位, 供試体上面の回転角, 内空部の体積変化, および供試体の体積変化から, 圧縮を正とし, Hightらの式<sup>1)</sup>によって算出した。なお, せん断ひずみは, 工学的せん断ひずみではなく, 純粹せん断ひずみである。

実験は図-2・表-1の条件で載荷と除荷を行う応力制御試験である。実験A-0は等方圧密とせん断の二つの過程から構成されるのに対し, 実験A-1~A-7は等方圧密, 異方応力載荷・除荷, およびせん断の三



### A-1~A-7

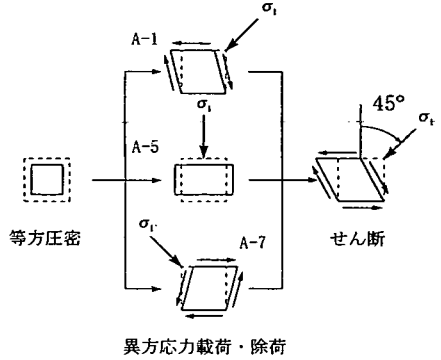


図-2 A試験の概略

表-1 A試験の実験条件

Test No.	初期 間隙比	等方 圧密過程	異方応力 載荷・除荷過程		せん断 過程	主軸 回転角 ( $\psi = \alpha - \alpha_0$ )
		圧密 応力	最大載荷 せん断 応力 ( $q = \sigma_1' - \sigma_3'$ )	$\sigma_1'$ 軸 方向角 ( $\alpha_0$ )	$\sigma_1'$ 軸 方向角 ( $\alpha$ )	
A-0	1.32	300 kPa	200 kPa	----	45.0°	----
A-1	1.33			45.0°		0.0°
A-2	1.32			33.8°		11.2°
A-3	1.32			22.5°		22.5°
A-4	1.30			11.3°		33.7°
A-5	1.33			0.0°		45.0°
A-6	1.31			-22.5°		67.5°
A-7	1.31			-45.0°		90.0°

つの過程から構成されている。等方圧密過程の圧密応力は300kPaであり, 40kPaの初期等方応力状態から300kPaに至るまで $\dot{p} = dp/dt = 1\text{kPa/min}$ で載荷を行った。圧密打切り時間は3t法によって決定しており, 800~900分を要した。異方応力載荷・除荷過程では, 排水条件の下,  $\sigma_1'$ 軸のなす角度 $\alpha$ (図-1)を実験ごとにそれぞれ異なった値に固定して, せん断応力の載荷と除荷を行い, 異方性を誘起する。載荷する最大せん断応力 $q = \sigma_1' - \sigma_3'$ は実験にかかわらず200kPaであり, 平均有効主応力 $p'$ , 中間主応力パラメータ $b$ , 載荷速度 $d(\sigma_1'/\sigma_3')/dt$ は, それぞれ300kPa, 0.5, 0.00075/minであり, 除荷が完了すると圧密過程終了点と同じ300kPaの等方応力状態へ復帰する。せん断

過程では、排水条件の下、実験にかかわらず一定の $\alpha$ でせん断を行い、荷重・除荷過程で生じた異方性を評価する。この過程の $p'$ 、 $b$ 、および $d(\sigma_1/\sigma_3)/dt$ も、それぞれ300kPa、0.5、0.00075/min (実験A-0のみ0.00050/min)である。表-1の $\alpha_p$ は異方応力荷重・除荷過程の $\alpha$ であり、 $\alpha_s$ はせん断過程の $\alpha$ である。また $\psi = \alpha_s - \alpha_p$ は除荷過程からせん断過程へ移行する際の $\sigma_1$ 軸の回転角を表すパラメータである。なお、全ての実験において200kPaの背圧を加えており、予備実験の結果によれば発生する過剰間隙水圧の最大値は1kPa未満であった。

### (3) 等方圧密後の試料に残留する異方性

予圧密段階(一次元圧密)で形成された異方性が、等方圧密過程を経た後も残留するかどうかを調べるため、三軸圧縮試験を行った。実験では、まず、150kPaの鉛直応力で予圧密されたNSF-Clayの予圧密ブロックから鉛直方向(V-Sample)と水平方向(H-Sample)に切り出した試料を準備した。次に、三軸試験機を使用し、300kPaで等方圧密後、 $p'$ を300kPaに保ちつつ排水条件でせん断を行った。図-3はVおよびH-Sampleのせん断過程における $q$ - $(\epsilon_1 - \epsilon_3)$ 関係と、実験ごとに $\alpha_p$ が異なるA試験の異方応力荷重過程における同じ関係を示したものである。三軸圧縮試験におけるV-とH-Sampleの挙動の違いと、A試験における $\alpha_p$ の変化に伴う挙動の変化は、ほぼ同じ程度である。

### (4) 実験結果

実験A-0のせん断過程、応力の主軸を常に一定方向に固定した条件の下( $\psi=0^\circ$ )でせん断応力の荷重と除荷を繰り返す実験A-1の荷重・除荷過程およびせん断過程の $q$ - $\epsilon_1$ 関係を図-4に示す。実験A-1のせん断過程の応力-ひずみ径路が実験A-0の応力-ひずみ径路に到達した時点で降伏が生じ、以後の径路は実験A-0のそれにほぼ完全に収束する。

図-5はせん断過程における $q$ とひずみパラメータ $\tilde{\epsilon}_{11}$ の関係であり、せん断過程開始点において生じているひずみは異方応力荷重・除荷過程によって生じた非可逆ひずみを表す。 $\tilde{\epsilon}_{11}$ はせん断過程の $\sigma_1$ 軸方向において生じる直ひずみである。せん断過程での $\sigma_1'$ 、 $\sigma_2'$ 、 $\sigma_3'$ 軸を座標系としてひずみを測定した場合のひずみ成分 $\tilde{\epsilon}_{ij}$  ( $i, j=1, 2, 3$ )は、図-1における $z$ 、 $r$ 、 $\theta$ 軸を座標系としてひずみを測定した場合のひずみ成分より、式(1)によって求められることになり、

$$\begin{pmatrix} \tilde{\epsilon}_{11} & \tilde{\epsilon}_{13} \\ \tilde{\epsilon}_{31} & \tilde{\epsilon}_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha_s & \sin \alpha_s \\ -\sin \alpha_s & \cos \alpha_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{zz} & \epsilon_{z\theta} \\ \epsilon_{\theta z} & \epsilon_{\theta\theta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha_p & -\sin \alpha_p \\ \sin \alpha_p & \cos \alpha_p \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\tilde{\epsilon}_{22} = \epsilon_2 = \epsilon_{rr}$$

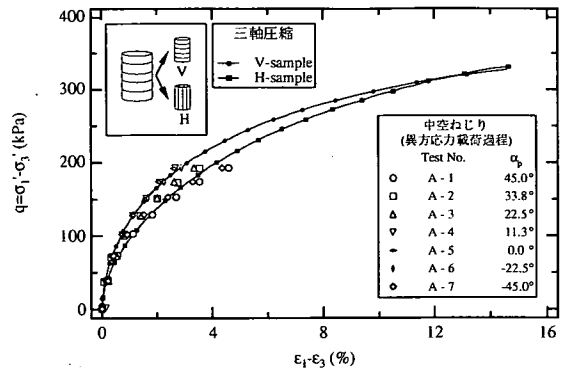


図-3 等方圧密後の試料に残留する異方性

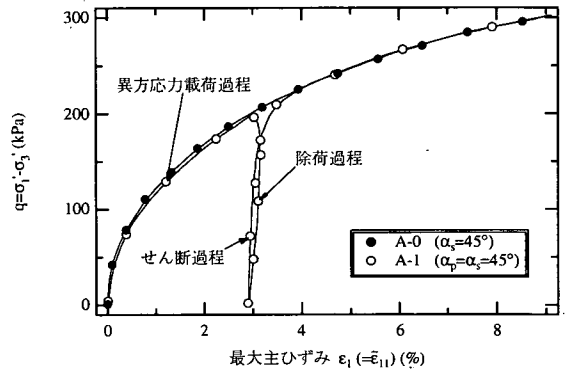


図-4 実験A-0およびA-1における $q$ - $\epsilon_1$ 関係の比較

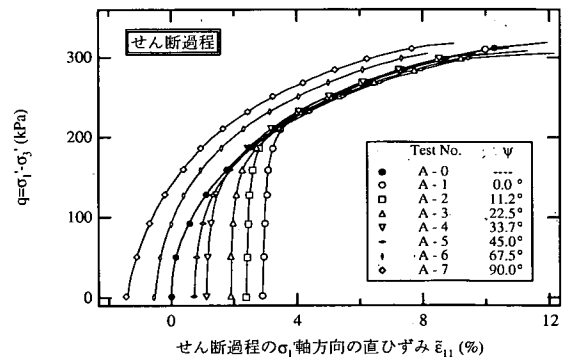


図-5 A試験のせん断過程における $\tilde{\epsilon}_{11}$ 挙動

A試験のせん断過程における $\sigma_1$ 軸の向き $\alpha_s$ は実験にかかわらず常に $45^\circ$ であるため、 $z$ 軸(図-1)に対し $45^\circ$ 方向の直ひずみが $\tilde{\epsilon}_{11}$ である。図-5において、 $\psi=0^\circ$ である実験A-1の $q$ - $\tilde{\epsilon}_{11}$ 径路は、等方圧密後、直ちにせん断に入る実験A-0の $q$ - $\tilde{\epsilon}_{11}$ 径路への収束挙動を示している。これらの実験では荷重、除荷、およびせん断の各過程を通して応力とひずみの主軸が常に一致しているため $\tilde{\epsilon}_{11} = \epsilon_1$ の条件が満たされる。つまり図-4に示した関係と図-5に示した関係は同じもので

ある。また $\psi=0^\circ$ の条件は満たさないものの、せん断過程開始点において正の $\bar{\epsilon}_{11}$ が生じている実験A-2~A-5の $q-\bar{\epsilon}_{11}$ 径路も、実験A-1と同様な収束挙動を示している。一方、せん断開始点の $\bar{\epsilon}_{11}$ が負である実験A-6・A-7の $q-\bar{\epsilon}_{11}$ 径路には明瞭な降伏点が認められない。

$\bar{\epsilon}_{11}$ の定義により図-5のせん断過程開始点における $\bar{\epsilon}_{11}$ の値は $\psi$ に依存することになる。図-6は異方応力載荷・除荷過程の開始点をひずみの原点にした場合のせん断過程開始点におけるひずみ楕円(例えば20)である。載荷・除荷過程開始点の供試体表面に図-6の点線で示す基準円を描いたとすれば、せん断過程開始点の基準円は実線で示す楕円(ひずみ楕円)に変化する。そして載荷・除荷過程の平均有効主応力 $p'$ 、中間主応力パラメータ $b$ 、および最大せん断応力 $q$ は、実験にかかわらずそれぞれ一定であるのに対し、 $\sigma_1'$ 軸方向 $\alpha_p$ が実験ごとに異なるため、載荷・除荷過程開始点における供試体が等方性を示すとすればせん断過程開始点のひずみ楕円は互いに他に対して合同となるものの、それぞれは異なった方向を向くことになる。したがってひずみ楕円の $z$ 軸に対して $45^\circ$ 方向の半径の伸縮量に対応する $\bar{\epsilon}_{11}$ の値は $\alpha_s$ と $\alpha_p$ の差である $\psi$ に依存するひずみ誘導異方性を示すことになる。図-7はせん断過程において $\sigma_1'$ 軸となる方向に関する異方応力載荷・除荷過程での直ひずみ( $\bar{\epsilon}_{11}$ )挙動である。せん断過程開始点における $\bar{\epsilon}_{11}$ の値と同様、異方応力載荷・除荷過程の $\bar{\epsilon}_{11}$ 挙動も $\psi$ に依存する。

### 3. 三軸圧縮試験

#### (1) 状態境界面の概念と中空ねじり試験結果

A試験から明らかになった $q-\bar{\epsilon}_{11}$ 関係における収束挙動を前提にすれば、状態境界面の概念では説明できない、せん断履歴を受けた粘土の異方降伏挙動を説明することが可能である。しかし、応力の主軸回転を伴うような載荷条件は、そもそも状態境界面の概念の想定範囲外にある。そこで筆者らは、想定範囲内の実験である等方過圧密粘土の三軸圧縮試験を行い、状態境界面への収束挙動、あるいは図-5に示すような $q-\bar{\epsilon}_{11}$ 関係における収束挙動が認められるのか否かの確認を行った。

#### (2) 実験

試料は中空ねじり試験と同じNSF-Clayである。実験にはコンピュータ制御による三軸試験機を使用した。供試体寸法は高さ12cm、直径5cmであり、シリ

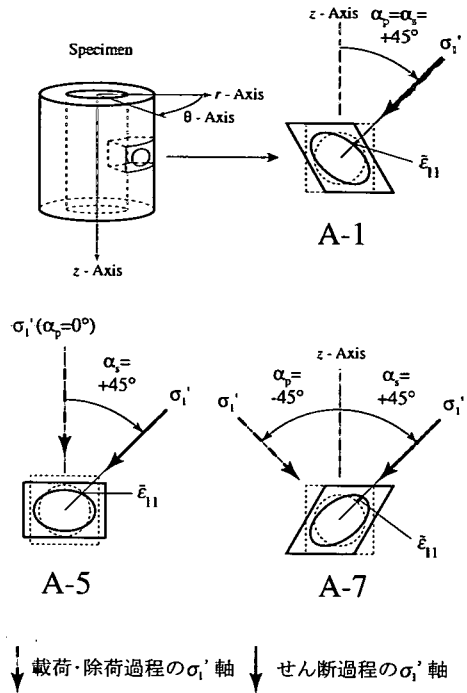


図-6 せん断過程開始点のひずみ楕円と $\bar{\epsilon}_{11}$

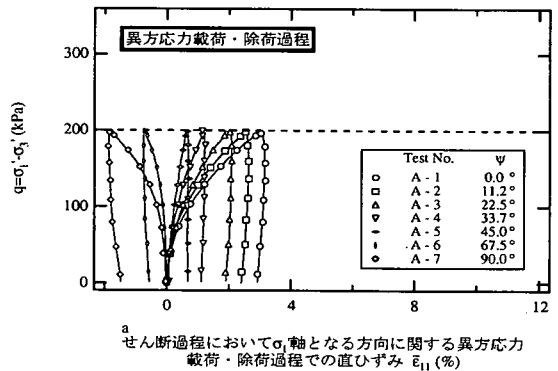


図-7 A試験の異方応力載荷・除荷過程における $\bar{\epsilon}_{11}$ 挙動

ングリースを塗布したメンブレインとテフロンシートによって供試体端面の摩擦を低減することにより、応力とひずみ分布の一様性を向上させた<sup>21)</sup>。応力とひずみは、圧縮を正に規約し、試験中に測定する軸力、セル圧、背圧、軸圧縮量、および排水量から算出した。

実験は表-2・図-8にまとめた条件で載荷と除荷を行う応力制御試験である。実験I-0は等方圧密(径路AB, 図-8)と $p'$ 一定排水せん断(径路BD)の二つの過程から構成されるのに対し、実験I-1~I-4は等方圧

表-2 I試験の実験条件

Test No.	初期 間隙比	圧密応力 (点B, 図-8) ( $p'$ , kPa)	等方応力 載荷過程の 最大応力 (点C, 図-8) ( $p'$ , kPa)	過圧密比
I-0	1.31	400	----	1.00
I-1	1.31		500	1.25
I-2	1.31		600	1.50
I-3	1.28		700	1.75
I-4	1.31		800	2.00

密, 等方応力載荷・除荷(径路BCB), およびせん断の三つの過程から構成され, 各過程とも排水条件の下で載荷・除荷を行った. 等方圧密過程の圧密応力は400kPaであり,  $p'=40$ kPaの初期等方応力状態から $p'=400$ kPaに至るまで,  $\dot{p}=dp/dt=1$ kPa/minで応力を載荷した. 圧密打ち切り時間は3t法によって決定しており, 約1200分を要した. 等方応力載荷・除荷過程の載荷応力(点C, 図-8)は500~800kPaであり, 載荷および除荷速度 $\dot{p}$ は $\pm 0.087$ kPa/minであり, 除荷が完了すると圧密過程終了点と同じ400kPaの等方応力状態に復帰する(点B). せん断過程の $p'$ の値は400kPaで常に一定であり, せん断応力の載荷速度 $\dot{q}=dq/dt$ は0.087kPa/minである. なお全実験において200kPaの背圧を加えており, また予備実験の結果によれば発生する過剰間隙水圧の最大値は1kPa未満であった.

(3) 実験結果

図-9は状態境界面の模式図である. 点 $I_0$ ,  $I_p$ , および $I_y$ は, それぞれI試験の等方圧密終了点(点B, 図-8), 等方応力載荷終了点(点C), および除荷終了点(点B)であり, またP面は $p'=400$ kPaの平面である. ここで仮に状態境界面の概念によって粘土の間隙比の変化が説明できるとすれば, 実験I-0のせん断過程の状態点は, 状態境界面とP面の交線上(曲線 $I_0YC_s$ , 図-9)を進むことになる. また実験I-1~I-4のせん断過程における状態点は, 実験I-0の状態径路に必ず到達することになり(径路 $I_0Y$ ), 到達点(点Y)が降伏点であり, 降伏後の状態点は実験I-0の径路上を進むことになる( $YC_s$ ). すなわち, 等方過圧密粘土が状態境界面の概念と整合する挙動を示すとすれば, I試験のせん断過程における $q-e$ 関係は, 実験I-0の $q-e$ 径路を弾性限界とする収束挙動を示すことになる. 図-10はI試験のせん断過程における実際の間隙比変化を示したものである. 図において実験I-1~I-4の径路が実験I-0の径路に収束する挙動は認められない.

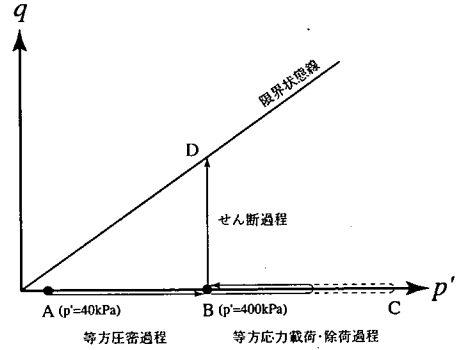


図-8 I試験の有効応力径路

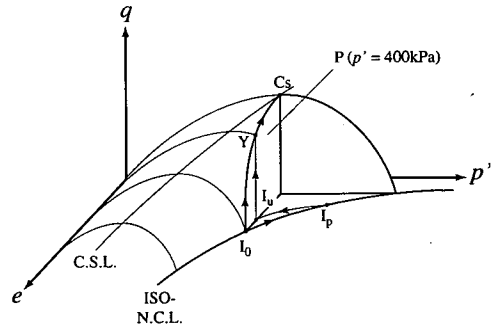


図-9 状態境界面とI試験の状態径路

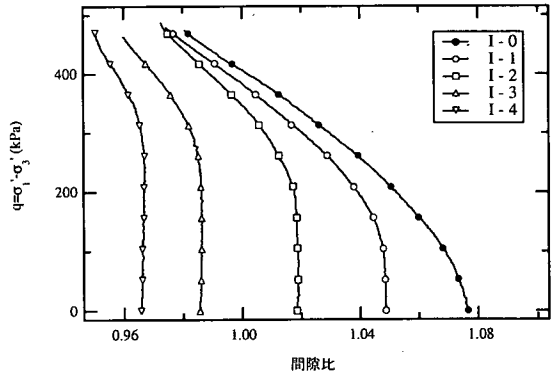


図-10 I試験のせん断過程の間隙比変化

図-5との比較を目的として, I試験のせん断過程における $q-\bar{e}_{11}$ 関係を示したのが図-11である. 三軸圧縮試験では供試体鉛直軸と $\sigma_1$ 軸が一致し, かつ半径軸と $\sigma_2$ および $\sigma_3$ 軸が一致するため, 供試体鉛直軸方向の直ひずみ $\epsilon_{zz}$ が $\bar{e}_{11}$ であり, 半径方向の直ひずみ $\epsilon_{rr}$ が $\bar{e}_{22}$ と $\bar{e}_{33}$ である.  $q-\bar{e}_{11}$ 関係においても, 実験I-1~I-4の径路がI-0の径路に収束する挙動は認められない.

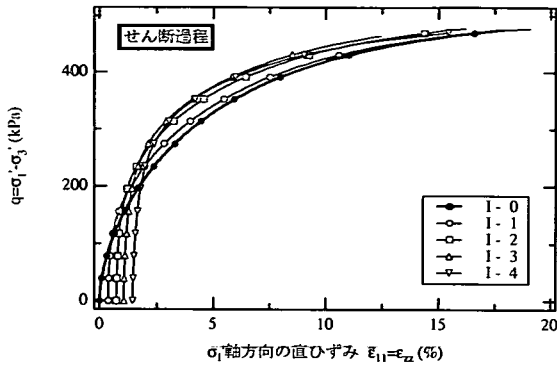
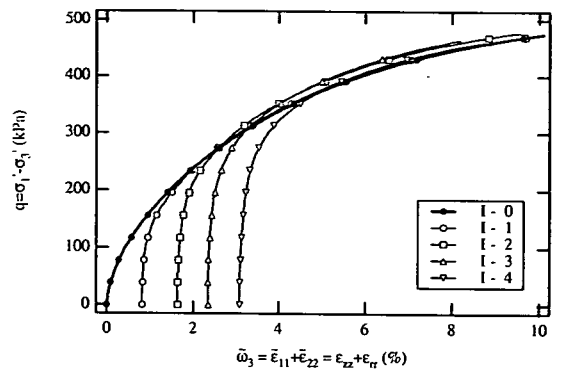


図-11 I試験のせん断過程における $\bar{\epsilon}_{11}$ 挙動

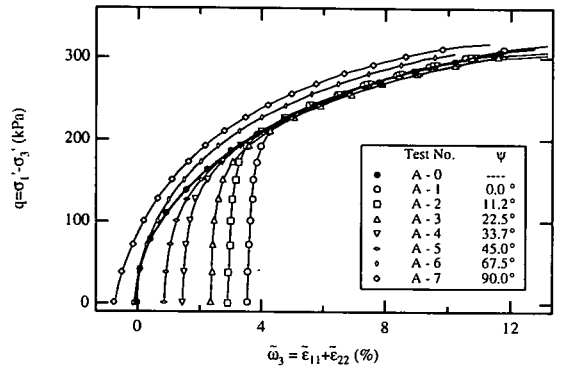


(a) I試験

#### 4. 面積ひずみと粘土の降伏挙動

##### (1) IおよびA試験の降伏挙動

図-12(a)はI試験のせん断過程におけるひずみパラメータ $\bar{\omega}_3 = \bar{\epsilon}_{11} + \bar{\epsilon}_{22} = \epsilon_{zz} + \epsilon_{rr}$ の挙動であり、(b)はA試験のせん断過程における $\bar{\omega}_3 = \bar{\epsilon}_{11} + \bar{\epsilon}_{22}$ の挙動である。 $\bar{\omega}_3$ の幾何学的、ならびに物理的意味に関する検討は4(2)および(3)において行う。せん断過程開始点において $\bar{\omega}_3$ が正の値を示す実験I-1~I-4, および実験A-1~A-5については、それぞれのグラフにおいて $q-\bar{\omega}_3$ 径路が処女載荷径路に収束する挙動を示す。一方、せん断過程開始点において $\bar{\omega}_3$ が負の値を示す実験A-6・A-7については、明瞭な降伏点が認められない。図-13は実験A-0の $\bar{\omega}_3$ 挙動、およびオフセットを加えることによってせん断開始点の $\bar{\omega}_3$ の値を0%にそろえた場合における実験A-6・A-7の $\bar{\omega}_3$ 挙動である。処女載荷時における挙動とA-6・A-7の挙動はほぼ一致しているとみることができる。上述の実験結果は、 $e-p'-q$ 空間ではなく、 $\bar{\omega}_3-p'-q$ 空間の中に弾性状態と弾塑性状態の境界面が存在すると仮定し、面の内部を弾性状態、面上とその外部を弾塑性状態と考えることにより、等方過圧密履歴を受けた粘土の降伏挙動とせん断履歴を受けた粘土の異方降伏挙動を、統一的に説明できる可能性があることを示している。なお本論文で示した実験結果は $p'$ 一定条件下での $\bar{\omega}_3$ 挙動に限定しているが、非排水せん断のように $q$ とともに $p'$ も変化する場合の $\bar{\omega}_3$ 挙動については既に報告を行っている<sup>22)</sup>。また特にA試験については、 $q-\bar{\epsilon}_{11}$ と $q-\bar{\omega}_3$ の両方の関係において、処女載荷径路に収束する挙動が認められたのに対し、I試験については $q-\bar{\omega}_3$ 関係についてのみそのような挙動が認められた。これはA試験とI試験の中間主応力状態の相違のため、A試験の $\bar{\epsilon}_{22}(=\epsilon_2=\epsilon_r)$ の発生量が少ないことが主な原因になって生じた現象



(b) A試験

図-12 せん断過程における $\bar{\omega}_3$ 挙動

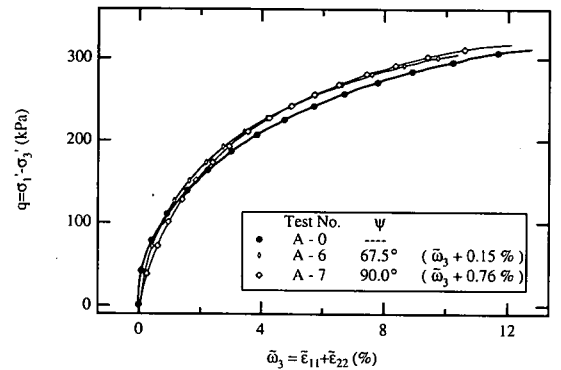


図-13 せん断過程開始点におけるひずみを0%にそろえた場合の実験A-0, 6, 7の $\bar{\omega}_3$ 挙動

である。すなわち $q$ と $\bar{\omega}_3$ の関係において認められた収束挙動は載荷条件にかかわらず普遍的に認められる可能性が高いのに対し、 $q$ と $\bar{\epsilon}_{11}$ の間に認められた収束挙動は明らかに特定の載荷条件下においてのみ認められる挙動である。

(2)  $\hat{\omega}_3$ の幾何学的意味

図-14は変形前の供試体内部に設定した基準球であり、変形に伴って球は(b)の楕円体(ひずみ楕円体)に変化する。(b)の座標系 $O-\hat{x}_1 \hat{x}_2 \hat{x}_3$ はそれぞれ最大、中間、最小主ひずみ軸と一致しており、面 $\hat{c}_i$ は楕円体の中心 $O$ を通り $\hat{x}_i$ 軸に対して垂直な切断面である。ここで(a)の球を基準にした(b)の楕円体の体積ひずみ $\nu$ は次のように定義される。

$$\nu = -\frac{dV - dV_0}{dV_0} = -\frac{d\hat{r}_1 d\hat{r}_2 d\hat{r}_3 - dr_0^3}{dr_0^3} \quad (2)$$

$dV_0$ は基準球の体積、 $dV$ は楕円体の体積、 $dr_0$ は基準球の半径、また $d\hat{r}_i$ は楕円体の $\hat{x}_i$ 軸方向の半径である。変形が微小であれば、 $\nu$ は三つの主ひずみの和とほぼ一致する。

$$\nu = -\{(1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_2)(1-\varepsilon_3) - 1\} \cong \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad (2')$$

ここで変形前の面 $\hat{c}_i$ を基準にした変形後の面 $\hat{c}_i$ の面積ひずみ $\hat{\omega}_i$ を次のように定義する。

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_1 &= -\frac{dA_1 - dA_{01}}{dA_{01}} = -\frac{d\hat{r}_2 d\hat{r}_3 - dr_0^2}{dr_0^2} \\ \hat{\omega}_2 &= -\frac{dA_2 - dA_{02}}{dA_{02}} = -\frac{d\hat{r}_3 d\hat{r}_1 - dr_0^2}{dr_0^2} \\ \hat{\omega}_3 &= -\frac{dA_3 - dA_{03}}{dA_{03}} = -\frac{d\hat{r}_1 d\hat{r}_2 - dr_0^2}{dr_0^2} \end{aligned} \quad (3)$$

$dA_{0i}$ は変形前の面 $\hat{c}_i$ の面積、 $dA_i$ は変形後の面 $\hat{c}_i$ の面積である。変形が微小であれば、 $\hat{\omega}_i$ と二つの主ひずみの和はほぼ一致する。

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_1 &= -\{(1-\varepsilon_2)(1-\varepsilon_3) - 1\} \cong \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \\ \hat{\omega}_2 &= -\{(1-\varepsilon_3)(1-\varepsilon_1) - 1\} \cong \varepsilon_3 + \varepsilon_1 \\ \hat{\omega}_3 &= -\{(1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_2) - 1\} \cong \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \end{aligned} \quad (3')$$

図-14(c)は(b)と同じひずみ楕円体を示したものである。座標系 $O-\tilde{x}_1 \tilde{x}_2 \tilde{x}_3$ はそれぞれ $\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$ 軸と一致しており、面 $\tilde{c}_i$ は中心 $O$ を通り $\tilde{x}_i$ 軸に対して垂直な切断面である。変形が微小であれば、 $\nu$ は座標系 $O-\tilde{x}_1 \tilde{x}_2 \tilde{x}_3$ に関するひずみ成分 $\tilde{\varepsilon}_{ij}$ の内の三つの直ひずみ成分の和とほぼ一致する。

$$\nu \cong \tilde{\varepsilon}_{11} + \tilde{\varepsilon}_{22} + \tilde{\varepsilon}_{33} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad (4)$$

同様に、変形前の面 $\tilde{c}_i$ を基準にした変形後の面 $\tilde{c}_i$ の面積ひずみ $\tilde{\omega}_i$ は $\tilde{\varepsilon}_{ij}$ の内の二つの直ひずみ成分の和とほぼ一致する。

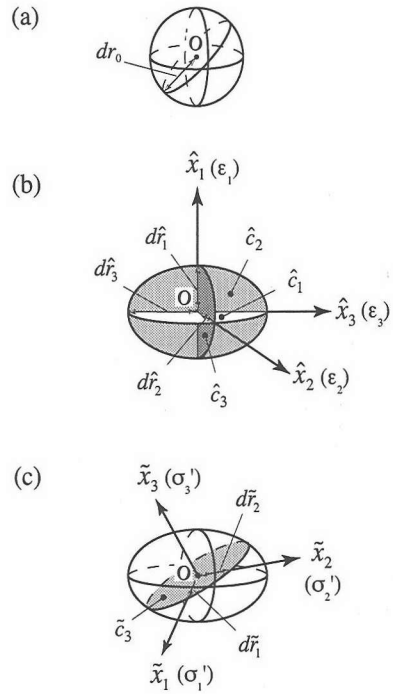


図-14 ひずみ楕円体と面積ひずみ

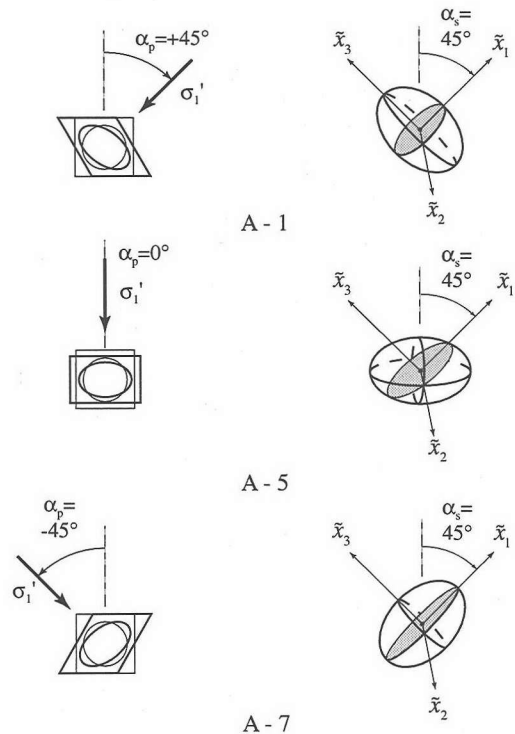


図-15 A試験のせん断過程開始点におけるひずみ楕円体と面積ひずみ

$$\begin{aligned}\tilde{\omega}_1 &\equiv \tilde{\varepsilon}_{22} + \tilde{\varepsilon}_{33} \\ \tilde{\omega}_2 &\equiv \tilde{\varepsilon}_{33} + \tilde{\varepsilon}_{11} \\ \tilde{\omega}_3 &\equiv \tilde{\varepsilon}_{11} + \tilde{\varepsilon}_{22}\end{aligned}\quad (5)$$

すなわち図-12におけるひずみパラメータ  $\tilde{\omega}_3$  は、 $\sigma_3'$  軸を法線とする面の面積ひずみと等価であることが分かる。図-15はA試験のせん断過程開始点におけるひずみ楕円体の模式図であり、 $\tilde{\varepsilon}_1$ と同様、 $\tilde{\omega}_3$ もひずみ誘導異方性を示す。なおひずみと応力の主軸が一致する場合を除き  $\tilde{\omega}_1$ と  $\tilde{\omega}_2$ は一致しない。

### (3) $\tilde{\omega}_3$ の物理的意味に関する考察

図-12の実験結果と4(2)における  $\tilde{\omega}_3$ の幾何学的意味に関する考察は、粘土の降伏挙動が、体積ひずみや間隙比ではなく、面積ひずみ  $\tilde{\omega}_3$ に支配されていることを暗示しているようにも思える。しかし、おそらくは粘土粒子間の摩擦に強く支配される粘土の降伏挙動が、体積ひずみや間隙比の影響を全く受けないとは考え難い。そこで  $\tilde{\omega}_3$ を、 $\tilde{\varepsilon}_{11}$ と  $\tilde{\varepsilon}_{22}$ の和としてではなく、体積ひずみの関数として表せば次のようになることから、

$$\tilde{\omega}_3 = v - \tilde{\varepsilon}_{33}\quad (6)$$

$\tilde{\omega}_3$ を、等方パラメータである体積ひずみと、異方パラメータである  $\sigma_3'$  軸方向の伸びひずみ ( $-\tilde{\varepsilon}_{33}$ ) 両方の影響を表すパラメータであると解釈することも可能である。 $\tilde{\omega}_1$ や  $\tilde{\omega}_2$ についても同様の解釈は可能であるが、これらのパラメータを用いた場合、図-12のような収束挙動は認められなかった。粘土の降伏挙動が  $\tilde{\omega}_3$ に支配される理由を現時点で直接的に説明することはできないが、図-12と式(6)は、載荷履歴を受けた後の粘土の挙動を表すのに、体積ひずみと共に、異方パラメータを含んだひずみパラメータが必要であることを示唆しているものと考えられる。

## 5. 結 論

異方せん断履歴、および等方過圧密履歴を与えた粘土の排水せん断試験から、載荷履歴を受けた粘土の降伏挙動に関する次の結論を得た。

- (1) 新たなひずみパラメータである  $\tilde{\omega}_3 = \tilde{\varepsilon}_{11} + \tilde{\varepsilon}_{22}$ を提案し、せん断履歴を受け異方性を示すようになった粘土、および等方過圧密履歴を受けた粘土の  $q$ - $\tilde{\omega}_3$ 関係が、ともに等方正規圧密粘土の  $q$ - $\tilde{\omega}_3$ 関係に収束することを示した。
- (2) 上記の収束挙動は、 $\tilde{\omega}_3$ - $p$ - $q$ を座標軸とする空

間の中に弾塑性境界面を考え、その面内を弾性状態、面上と面外を弾塑性状態とすることにより、せん断履歴を受けた粘土の異方降伏挙動と等方過圧密履歴を受けた粘土の降伏挙動を統一的に解釈できる可能性があることを示している。

- (3)  $\tilde{\omega}_3$ の幾何学的、および物理的意味について考察した。幾何学的意味に関する考察より、 $\tilde{\omega}_3$ が  $\sigma_3'$ 軸を法線とする面の面積ひずみに等しいこと、また物理的意味に関する考察から、 $\tilde{\omega}_3$ を間隙比変化とせん断変形の両方の影響を表すパラメーターとして解釈できることを示した。

謝辞：この研究を行うにあたり元北海道大学大学院生の古川卓・永埜宗孝・勝屋弘昭・藤原かさね・藤澤久子各氏の助力を得た。また文部科学省より科学研究費補助金(課題番号067505198・08750598)の支援を受けた。ここに記して謝意を表します。

### 参考文献

- 1) Roscoe, K. H., Schofield, M. A. and Wroth, C. P.: On the yielding of soils., *Géotechnique*, Vol.8, No.1, pp.22-53, 1958.
- 2) Schofield, A. N. and Wroth, C. P. : *Critical State Soil Mechanics.*, McGraw-Hill, 1968.
- 3) Lo, K. Y.: Stability of slopes in anisotropic soils., *Proc., ASCE*, 91(SM4), pp.85-106, 1965.
- 4) Oda, M.: Initial fabrics and their relations to mechanical properties of granular material., *S&F*, Vol.12, No.1, pp.17-36, 1972.
- 5) Oda, M.: The mechanism of fabric changes during compressional deformation of sand., *S&F*, Vol.12, No.2, pp.1-18, 1972.
- 6) Saada, A. S. and Ou, C. D.: Strain-stress relation and failure of anisotropic clays., *Proc., ASCE*, Vol.99, No.SM12, pp.1091-1111, 1973. "
- 7) Saada, A. S. and Bianchini, F.: Strength of one dimensional consolidated clays., *Proc., ASCE*, Vol.101, No.GT11, pp.1151-1164, 1975. "
- 8) Arthur, J. R. F., Chua, K. S. and Dunstan, T.: Induced anisotropy in sand., *Géotechnique*, Vol.27, No.1, pp.13-30, 1977.
- 9) Arthur, J. R. F., Bekenstein, S., Germaine, J. T. and Ladd, C. C.: Stress path tests with controlled rotation of principal stress directions., *Laboratory shear strength of soil*, STP 740, ASTM, pp.516-540, 1981.



- 10) Larsson, R.: Drained behaviour of Swedish clays., Report, Swedish Geotechnical Institute, No.12, 1981.
- 11) Graham, J., Noonan, M. L. and Lew, K. V.: Yield state and stress-strain relationships in a natural plastic clay., Canadian Geotech. J., Vol.20, No.3, pp.502-516, 1983.
- 12) Symes, M. J., Gens, A. and Hight, D. W.: Undrained anisotropy and principal stress rotation in saturated sand., Géotechnique, Vol.34, No.1, pp.11-27, 1984.
- 13) Shibuya, S. and Hight, D. W.: A bounding surface for granular materials., S&F, Vol.27, No.4, pp.123-136, 1987.
- 14) Symes, M. J., Gens, A. and Hight, D. W.: Drained principal stress rotation in saturated sand., Géotechnique, Vol.38, No.1, pp.59-81, 1988.
- 15) Zdravković, L. and Jardine, R. J.: Undrained anisotropy of  $K_0$  consolidated silt., Canadian Geotech. J., Vol.37, No.1, pp.178-200, 2000.
- 16) Zdravković, L. and Jardine, R. J.: The effect on anisotropy of rotating principal stress axes during consolidation., Géotechnique, Vol.51, No.1, pp.69-83, 2001.
- 17) Prager, W.: A new method of analyzing stresses and strains in work-hardening plastic solids., J. Appl. Mech., 23, pp.493-496, 1956.
- 18) Sekiguchi, H. and Ohta, H.: Induced anisotropy and time dependency in clays., Proc. Specialty Session 9, 9th Int. Conf. Soil Mech. & Found. Engrg., Tokyo, pp.229-238, 1977.
- 19) Hight, D.W., Gens, A. and Symes, M.J.: The development of a new hollow cylinder apparatus for investigating the effects of principal stress rotation in soils., Géotechnique, Vol.33, No.4, pp.355-383, 1983.
- 20) Jaeger, J. C.: Elasticity, fracture and flow. Mathuen & Co., London, 1956.
- 21) Bishop, A. M. and Green, G. E.: The influence of end restraint on the compressional strength of a cohesionless soil., Géotechnique, Vol.15, No.3, pp.243-266, 1965.
- 22) 福田文彦, 三田地利之, 澁谷啓 : 面積ひずみにもとづく状態境界面の概念の再考, 土木学会論文集, No. 708/III-59, 69-78, 2002.

(2002. 5. 2 受付)

## YIELDING BEHAVIOR OF CLAY AFTER EXPERIENCING ANISOTROPIC AND ISOTROPIC PRELOADING HISTORIES

Fumihiko FUKUDA and Toshiyuki MITACHI

The authors performed a series of drained triaxial compression tests and drained hollow cylinder torsional shear tests for investigating the yielding behavior of a saturated and reconstituted clay sample after experiencing isotropic and anisotropic preloading and subsequent unloading histories. The results indicated that the yieldings after experiencing both preloading histories could satisfactorily be interpreted in an integrated manner by assuming the bounding surface separating the state of elastic response and the state of elasto-plastic response in the space where the effective mean stress, principal stress difference and areal strain were selected as the independent co-ordinate axes.