

# 補強材の引張り強度の影響を考慮した 補強土構造物の剛塑性有限要素解析

宮田喜壽<sup>1</sup>・重久伸一<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 正会員 博(工) 防衛大学校 講師 システム工学群建設環境工学科 (〒239-8686 横須賀市走水1-10-20)

<sup>2</sup> 正会員 修(工) 防衛大学校理工学研究科卒業生 (同上)

補強土構造物を対象にした剛塑性有限要素法を定式化し、補強効果について解析的に検討した。提案する解析法は、土のせん断強さの拘束圧依存性とダイレイタンスー特性に加え補強材の引張り強度の影響を考慮することができる。一連の検討では、補強材の引張り強度の影響が特に詳しく調べられた。計算結果は、補強材に沿う土要素の辺に長さ一定の制約条件を課す剛塑性有限要素法の結果と比較された。本論文では、解析法の概要を説明し、土および補強材の材料特性や壁面の影響に関する解析結果について考察する。

**Key Words** : reinforced soil, stability analysis, finite element method

## 1. はじめに

補強土工法は擁壁や盛土などの土構造物、あるいは基礎地盤に適用されている。対象とする地盤材料は砂質土から粘性土まで多様であり、選定の対象となる補強材も様々である。補強土構造物を構築する場合、現場条件や構造物への要求性能を考慮して、補強材の選定と配置を合理的に行う必要がある。

補強土構造物の安定性は、図-1に示すような補強材を横切るすべり面に対して定義される安全率を用いて評価されることが多い<sup>1)</sup>。土中の補強材に生じる力(以後、補強材力)を補強材の引張り強度をもとに算定すると、補強材の引張り強度が大きいときほど、大きな安全率が計算される。この点に関して、著者は補強土壁の模型載荷実験を実施し、補強材の強度の増加に伴い補強効果は大きくなるが、強度が一定の大きさを超えると補強効果の増加は頭打ちになるという結果を得ている<sup>2)</sup>。Peng et al.<sup>3)</sup>も補強材を多層敷設した補強土供試体の平面ひずり圧縮試験を実施して、同様な結論を得ている。補強材力を補強材の引張り強度をもとに算定する解析法では、実際の補強材の強度の影響を評価することは困難である。補強材の選定あるいは構造物の安定性評価のためには、補強材の引張り強度の影響を合理的に評価できる解析法を確立する必要があるといえる。そのような解析法は、補強土構造物の設計のみならず、新しい補強材の開発にも役立つ

と考えられる。また、不織布のように、強度は小さいけれども無視できない補強効果を有するとされている補強材を用いた場合の補強効果の評価にも役立つと考えられる。

補強土構造物の安定性を評価する方法として、有限要素法が強力な道具になることは早くから指摘されていた。既往の研究において、a)土と補強材を均質な1種類の材料に置き換える方法<sup>4),5)</sup>、b)土と補強材間の相互作用を陽な形でモデル化する方法<sup>6),7)</sup>、そしてc)土の変形に拘束条件を与える方法<sup>8),9)</sup>などが提案されている<sup>10)</sup>。一方、補強土構造物の安定性を有限要素法で評価する場合、変形から破壊までを追跡する弾塑性解析と、極限状態だけに着目する剛完全塑性解析(以後、剛塑性)という2つのアプローチがある。前者の方法は得られる情報も多いが、詳細な入力条件が必要である。また、土の変形と補強材の変形の相互作用による補強効果を再現する解析は非常に難しい。一方、後者の方法は入力条件も限られており、極限状態に至

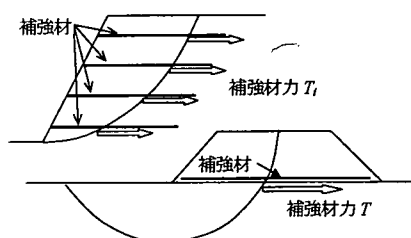


図-1 補強材力を仮定する補強土構造物の安定解析法

るまでの履歴の影響をどのように計算に反映させるかという課題はあるが、極限荷重とともに極限時の速度場（破壊メカニズム）が計算されるので、設計で想定すべき破壊形態の推定やひずみ速度場を考慮した安定化対策についての検討に役立つ。

本研究では、上記 b) に分類される剛塑性解析法について検討した。本論文ではその解析手法の概要を説明し、土および補強材の材料特性や壁面の影響に関する解析結果について考察する。

## 2. 補強土構造物の剛塑性有限要素解析

### (1) 既往の研究

はじめに、剛塑性有限要素法（以後、RPFEM）ならば、その解析法を補強土構造物の安定解析に適用した既往の研究について概観する。

Tamura et al.<sup>11)12)</sup>は RPFEM を新しく定式化して、地盤および土構造物の安定問題に対する RPFEM の適用性を明らかにした。その解析法では、以下に示すつりあい式、体積一定条件および外力の分布形を与える仕事条件を連立して解く。

$$\int_V [B]^T s dv + [L]^T \lambda = \mu F \quad (1)$$

$$[L]\dot{u} = \dot{\epsilon}_{v0} \quad (2)$$

$$F^T \dot{u} = 1 \quad (3)$$

ここで、 $[B]$ は変位速度  $\dot{u}$  をひずみ速度  $\dot{\epsilon}$  に変換するマトリックス、 $[L]$ は  $\dot{u}$  を体積ひずみ速度  $\dot{\epsilon}_v$  に変換するマトリックス、 $\dot{\epsilon}_{v0}$  は極限時における土の体積ひずみ速度、 $s$  はせん断応力、 $F$  は荷重ベクトル、 $\lambda$  と  $\mu$  はそれぞれ平均主応力と荷重係数である。なお、 $\dot{u}$  の大きさを式(3)で仮に規定する RPFEM において、計算された変位速度およびひずみ速度に時間的意味合いはなく、無次元となることに注意する。上述の RPFEM を用いて、地盤が等分布荷重で壊れる問題を解く場合、大きさが単位荷重となるように、荷重の形状を  $F$  に代入すると、計算される  $\mu$  は極限荷重の大きさを表す。また、斜面安定問題のように地盤が自重で壊れる問題を解く場合、土の単位体積重量として“1”あるいは“1g 場での大きさ”を  $F$  に代入すると、前者の場合に計算される  $\mu$  は地盤を破壊に至らしめる仮想的な自重の大きさを表し、後者の場合に計算される  $\mu$  は何 g になったら地盤が壊れるのかを示す安全率となる。

Otani and Ochiai<sup>4)</sup>は、補強土構造物の安定問題に RPFEM をはじめて適用して、補強材の配置条件が補強地

盤の極限支持力に及ぼす影響を調べた。その解析法では、土と補強材からなる補強領域に次式で表される平均的な換算強度  $C_{ur}$  を仮定する。

$$C_{ur} = \beta \frac{T_p \sqrt{K_p}}{2\Delta H} \quad (4)$$

ここで、 $T_p$ 、 $K_p$ 、 $\Delta H$  はそれぞれ補強材の引張り強度、土の受働土圧係数そして補強材の敷設間隔であり、 $\beta$  はスケール係数である。式(4)で表される換算強度  $C_{ur}$  は、最大主応力の方向が補強材の長手方向に直交する場合を想定したものであり、補強領域で平均的に発揮される実際の強度は強い異方性を有することになると考えられる。したがって、等方モデルを用いた解析では、その点を考慮した  $C_{ur}$  の評価が課題といえよう。本論文においては、換算強度を仮定すること無しに、補強材を有限要素で直接的にモデル化する解析法を提示する。

さて、式(1)~(3)は、上界定理を有限要素離散化近似した力学量で表現し、線形代数の基本原則を適用して得ることができるが、以下の汎関数  $\varphi$  の停留をとつても得ることができる<sup>11)</sup>。

$$\varphi(\dot{u}, \lambda, \mu) = \int_V D(\dot{u}) dv + \lambda ([L]\dot{u} - \dot{\epsilon}_{v0}) - \mu (F^T \dot{u} - 1) \quad (5)$$

ここで、 $D(\dot{u})$  は塑性エネルギー消散率である。

Asaoka et al.<sup>8)</sup>は、極限時において補強材に接している土は補強材と共に長さが不変のまま塑性流れを生じるという仮定を No change length condition と名付けた線形制約条件： $[C_i]\dot{u} = 0$  ( $[C_i]$ は上述の制約条件を表す節点座標の関数) で表現して、式(5)の汎関数をもとに補強土構造物のための RPFEM を確立した。この研究で新しく仮定された汎関数  $\varphi_R$  は次式で表される。

$$\varphi_R(\dot{u}, \lambda, \mu, v) = \int_V D(\dot{u}) dv + \lambda^T ([L]\dot{u} - \dot{\epsilon}_{v0}) - \mu (F^T \dot{u} - 1) + v ([C_i]\dot{u} - 0) \quad (6)$$

ここで、 $v$  は No change length condition に対するラグランジュ乗数であり、土中の補強材力を表す。Kodaka et al.<sup>9)</sup>は補強土擁壁の安定性に対するのり面の役割に着目し、No bending condition と名付けた線形制約条件を定式化した。土の塑性流れに制約条件を課す解析法は、補強材や壁面が土に対して十分に剛とみなされる場合には、相当な威力を発揮すると考えられる。しかし、補強材の強度特性の影響を直接的に評価することはできない。そのような評価を可能にする解析法は、補強土構造物の設計あるいは補強材の開発に有益である。次節では、土のみならず補強材の強度特性の影響も評価可能な RPFEM を定式化する。

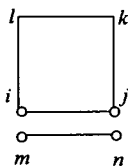


図-2 confining conditionの説明図

## (2) 解析での基本的仮定と汎関数

土と補強材から構成される補強土構造物を考える。ここでは壁面は考えない。極限時において、解析領域全体が塑性状態にあるとし、土と補強材の塑性エネルギー消散率の和  $D_{SR}$  が次式で表されるとする。

$$D_{SR} = \int_{V_S} D_S(\dot{\mathbf{u}}_S) dv + \int_{V_R} D_R(\dot{\mathbf{u}}_R) dv \quad (7)$$

ここで、 $\dot{\mathbf{u}}_S$  と  $\dot{\mathbf{u}}_R$  はそれぞれ土および補強材の変位速度ベクトル、 $V_R$  と  $V_S$  はそれぞれ土および補強材が占める体積である。

極限時において、補強材に接する土と補強材は同じ速度で、すなわち一体となって塑性流れを生じると仮定する。このことを式でかけば以下のとおり。

$$[M]\dot{\mathbf{u}}_S - [N]\dot{\mathbf{u}}_R = \mathbf{0} \quad (8)$$

ここで、 $[M]$ は土要素の節点  $i$  の変位速度と  $\dot{\mathbf{u}}_S$  を関係付けるマトリックス、 $[N]$ は節点  $i$  と同じ座標を有する補強材要素の節点  $m$  の変位速度と  $\dot{\mathbf{u}}_R$  を関係付けるマトリックスである。本論文では以上の条件を便宜上、土と補強材の一体化条件 (confining condition) と呼ぶことにする。図-2の記号を用いて、式(8)を表現すれば以下のとおり。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_i \\ \dot{u}_j \\ \dot{u}_k \\ \dot{u}_l \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_m \\ \dot{u}_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$[M] \quad \{\dot{\mathbf{u}}_S\} - [N] \{\dot{\mathbf{u}}_R\} = \mathbf{0}$$

以上より、補強土構造物の安定問題を、土要素の体積一定条件、外力の分布形を与える仕事条件、土と補強材の一体化条件のもとで、土と補強材の塑性エネルギー消散率の和  $D_{SR}$  の停留値を探す問題と位置づければ、汎関数  $\phi'_R$  は次式で表される。

$$\begin{aligned} \phi'_R(\dot{\mathbf{u}}_S, \dot{\mathbf{u}}_R, \lambda, \mu, \kappa) = & \int_{V_S} D(\dot{\mathbf{u}}_S) dv + \int_{V_R} D(\dot{\mathbf{u}}_R) dv \\ & + \lambda^T ([L]\dot{\mathbf{u}}_S - \dot{\epsilon}_{v0}) - \mu(F^T \dot{\mathbf{u}}_S - 1) \quad (10) \\ & + \kappa^T ([M]\dot{\mathbf{u}}_S - [N]\dot{\mathbf{u}}_R) \end{aligned}$$

ここで、 $\kappa$ は式(8)に示した一体化条件に対するラグランジュ乗数であり、その物理的意味については次節で説明する。

## (3) 解くべき方程式の誘導

本研究では、補強材を一次元トラスモデルで表現する。補強材の単位面積あたりの引張り強度を  $\sigma_y$  とすれば、補強材に生じる応力  $\sigma_R$  - ひずみ速度  $\dot{\epsilon}_R$  の関係は次式で表される。

$$\sigma_R = \sigma_y \frac{\dot{\epsilon}_R}{|\dot{\epsilon}_R|} \quad (11)$$

ここで、 $|\dot{\epsilon}_R|$  は補強材要素における相当塑性ひずみ速度で  $\dot{\epsilon}_R$  の絶対値である。 $\sigma_R$  は常に降伏条件を満足することに注意する。以上より補強材の塑性エネルギー消散率の第1次変分は次式で表される。

$$\Delta D_R(\dot{\mathbf{u}}_R) = \Delta(\sigma_R^T \dot{\epsilon}_R) = [B_R]^T \sigma_R \Delta \dot{\mathbf{u}}_R \quad (12)$$

ここで、 $B_R$  は補強材要素に対するひずみ速度-変位速度マトリックスである。

以上の結果をもとに、式(10)の汎関数のオイラー方程式を誘導すれば以下のとおりとなる。

$$\int_{V_S} [B]^T s dv + [L]^T \lambda + [M]^T \kappa = \mu F \quad (13)$$

$$\int_{V_R} [B_R]^T \sigma_R dv - [N]^T \kappa = \mathbf{0} \quad (14)$$

$$[L]\dot{\mathbf{u}}_S = \dot{\epsilon}_{v0} \quad (15)$$

$$[M]\dot{\mathbf{u}}_S - [N]\dot{\mathbf{u}}_R = \mathbf{0} \quad (8:再)$$

$$F^T \dot{\mathbf{u}}_S = 1 \quad (16)$$

式(13)は土要素が受け持つ応力の積分と土要素-補強材要素間で発揮される力の和が外力とつりあうことを表し、式(14)は補強材要素に生じる力と土要素-補強材要素間で発揮される力がつりあうことを表している。すなわち、一体化条件に対するラグランジュ乗数  $\kappa$  は土要素-補強材要素間で発揮される相互作用力として理解される。

## (4) 計算手法

本研究においては、式(8)、(13)~(16)に示した5式を平面ひずみ条件で解いた。土の応力-ひずみ速度モデルは、関連および非関連流動則型の Drucker-Prager モデルを仮定した。用いた応力-ひずみ速度関係式は付録1のとおりである。本論文で提案する解析法の基本的な考えは、粘着力のない摩擦材料にも適用可能であるが、拘束圧が小さい領域の処理には工夫が必要である。本研究では、ダイレイタンシーの影響を最も単純にモデル化する Drucker-Prager モデルを用いた。

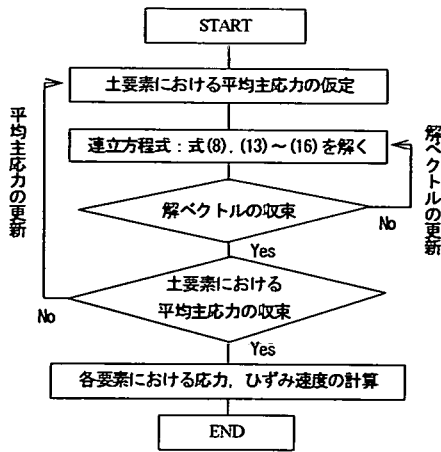


図-3 計算の流れ

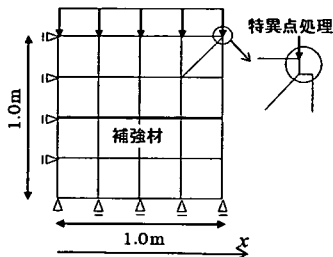


図-4 補強土の一軸圧縮問題に対する解析条件

非関連流動則型のパラメータは、ダイレイタンシー角 $\psi$ から塑性ポテンシャル関数のパラメータを決定し、粘着力 $c$ と内部摩擦角 $\phi$ から降伏関数のパラメータを決定した。解析パラメータの決定法は付録2のとおりである。補強土工法では砂質土が用いられる場合が多いが、最近は粘性土も活用されるようになってきた。実際、土木研究センターの設計マニュアル<sup>13)</sup>においても、 $10(\text{kN/m}^2)$ までの $c$ を見込むことを許容している。以上のことをふまえ、本論文の一連の解析では、 $c=10(\text{kN/m}^2)$ を仮定した計算結果を示すことにする。

土および補強材の応力-ひずみ速度関係式は、式(11)あるいは式(A-3)に示したように、構成式の分母が、変位速度の関数である相当塑性ひずみ速度なので、はじめに各節点の変位速度を仮定する必要がある。そのため解くべき連立方程式は非線形となるので、本研究では、直接代入法と修正Newton-Raphson法を2段階で行うアルゴリズムを用いて解を得た。また収束計算の過程において、節点変位速度から極端に小さい相当塑性ひずみ速度が計算された場合は、できるだけゼロに近く、計算が安定する大きさの値に置き換えた。非関連流動則を仮定した場合の計算の流れを図-3に示す。土要素に対しては1次のアイソパラメトリック

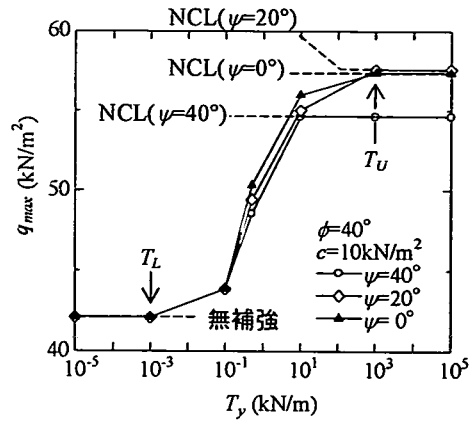


図-5 極限鉛直応力 $q_{max}$ と補強材の引張り強度 $T_r$  (NCLはNo change length conditionを仮定した計算結果を表す)

要素を用い、土の体積拘束に関する積分には低減積分を行った。補強材要素に関しては1次元トラス要素を用いた。計算の実施にあたっては、必要に応じて特異点処理を施した。以下に示す計算において、非関連流動則を仮定した結果は上界値としての性質を有さないが、つりあい条件をはじめとする各種条件は満足することを付記する。

ここで、この解析法の留意点について述べる。まず、RPFEMは、全ての節点変位速度がほぼゼロになる要素を近似的に剛体と扱うことに注意する。したがって、計算領域の設定には注意を払う必要があり、近似的に剛体と扱う領域における応力の計算精度は低いと考えなければならない<sup>14)</sup>。次に、本文で示すRPFEMでは、現在の応力状態や過去の履歴の影響を考慮しない点に注意する。土と補強材はいずれも現在の応力状態や過去の履歴に依存する材料である。したがって、その影響が無視できないと考えられる問題にこの解析法を適用する場合、施工履歴の影響を解析パラメータに反映させるなどの対応が必要である。

### 3. 解析結果と考察

#### (1) 補強土の一軸圧縮問題

図-4に示す補強材が1層敷設された補強土の一軸圧縮問題に対する解析結果について述べる。一連の解析において、土の内部摩擦角 $\phi$ は $40^\circ$ 、粘着力 $c$ は $10(\text{kN/m}^2)$ とし、ダイレイタンシー角 $\psi$ を $0, 20, 40^\circ$ のように変化させた。補強材の引張り強度 $T_r$ ( $T_r$ =単位面積あたりの引張り強度 $\sigma_r$ ×単位奥行き幅あたりの断面積 $A_R$ )は、 $1.0 \times 10^{-5} \sim 1.0 \times 10^{+5}(\text{kN/m})$ のように変化させた。載荷は等分布でかつ底面が滑らかな条件を仮定した。

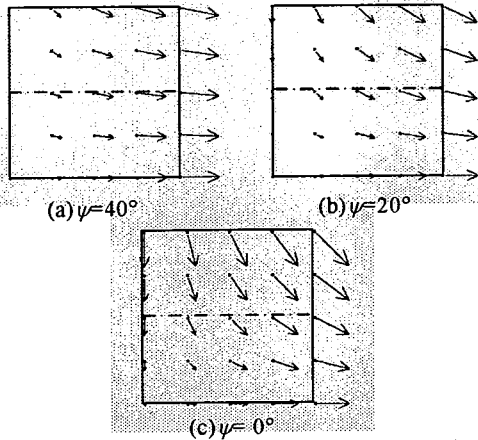


図-6 土の変位速度分布： $T_y=1.0 \times 10^{-5}$ (kN/m)

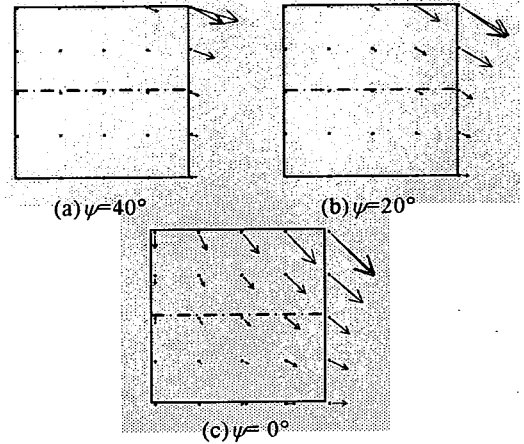


図-7 土の変位速度分布： $T_y=5.0 \times 10^{-1}$ (kN/m)

そして、土のみ（無補強）の解析と No change length condition を仮定した解析も併せて実施した。

計算された極限鉛直応力  $q_{max}$  と補強材の引張り強度  $T_y$  の関係を、土のダイレイタンシー角  $\psi$  をパラメータにとって図-5に示す。図中には無補強の計算結果と No change length condition を仮定した計算結果も併せて示した。なお、無補強時の計算結果は、 $\psi$  の大きさにかかわらず、 $q_{max}=42.9$ (kN/m<sup>2</sup>)と計算され、解析解と一致した。これらの結果において、 $\psi$  の大きさにかかわらず、1)  $T_y \leq 1.0 \times 10^{-3}$ (kN/m) のときの  $q_{max}$  は無補強時の  $q_{max}$  とほぼ一致する、2)  $T_y > 1.0 \times 10^{-3}$ (kN/m) のとき、 $q_{max}$  は  $T_y$  に伴い増加するが、 $1.0 \times 10^{13}$ (kN/m)  $\leq T_y$  のとき、 $q_{max}$  は一定値に収束する、3)  $1.0 \times 10^{13}$ (kN/m)  $\leq T_y$  のとき、 $q_{max}$  は No change length condition を仮定した計算結果と一致することが認められる。 $T_y$  がある一定の大きさを超えると補強効果に変化しなくなる傾向は、著者ら<sup>2)</sup>や Peng et al.<sup>3)</sup>による実験結果の傾向と一致する。

補強材の引張り強度  $T_y$  と補強効果の関係には、2つのしきい値が存在する。以下では、補強効果が生じ始める  $T_y$  を  $T_L$ 、補強効果が頭打ちになる  $T_y$  を  $T_U$  と表す。ジオシンテックスの  $T_y$  は、 $T_y$  は小さいけれども無視できない補強効果を発揮するといわれている不織布系も含めれば、だいたい  $10^1 \sim 10^2$ (kN/m) の範囲にあり、それらは  $T_L$  と  $T_U$  の間に存在する。このような場合、土の塑性流れに No change length condition を課す計算は、補強効果を過大に見積もると考えられる。一方、本論文で提示した解析法は補強材の引張り強度の大きさに応じて極限荷重を計算できる。ダイレイタンシー角  $\psi$  の影響をみると、 $T_L$  と  $T_U$  は  $\psi$  の大きさによってそれほど変化しない。しかし、補強効果の頭打ち

になる領域での  $q_{max}$  の大きさは  $\psi$  に依存する。例えば、 $\psi=40^\circ$  のときの  $q_{max}$  は他の2種類の  $\psi$  に対する  $q_{max}$  より小さい。本解析法において計算される相互作用力は、式(14)から分かるように、 $T_y$  とつりあう値となるので、補強効果を過大に見積もると考えられる。ただし、この相互作用力は式(8)、式(13)～式(16)の連立方程式を解いて得られることに注意する。式(14)のみを満足する相互作用力の組み合わせは無数にあるので、計算された相互作用力は土-補強材連成問題の解ということになる。また、収束計算において、ひずみ速度がほぼゼロとみなされる補強材要素は近似的に剛体として扱われる。この場合、結果的に土の塑性流れに No change length condition を課す計算と同じ位置づけになることに注意する。

補強材の引張り強度  $T_y$  が  $T_y \leq T_L$ 、 $T_L < T_y < T_U$ 、 $T_U \leq T_y$  のときの土の変位速度分布を図-6～8に示す。 $T_y=1.0 \times 10^{-5}$ (kN/m) ( $T_y \leq T_L$ ) のとき、各  $\psi$  に対する速度分布は無補強時と同じ分布となり、 $\psi$  が大きいときほど、水平方向の変位速度が卓越する。 $T_y=5.0 \times 10^{-1}$ (kN/m) ( $T_L < T_y < T_U$ ) で  $\psi=0^\circ$  以外するとき、補強材周辺での土の変位速度が拘束されている。 $T_y=1.0 \times 10^{13}$ (kN/m) ( $T_U \leq T_y$ ) のとき、全てのケースにおいて、補強材周辺の土の変位速度は拘束される。 $\psi$  が大きいときほど、適合条件より要素の体積ひずみ速度は大きくなければならないので、載荷端付近においては、 $\psi$  が大きいときほど、鉛直方向より水平方向の変位速度が大きく計算されている。

土の変位速度を比較した3ケースに対して計算された補強材のひずみ速度分布を図-9に示す。ここで、補強材のひずみ速度は引張りを正とした。補強材の位置は図-4に示した座標系に従い、各要素の重心の位

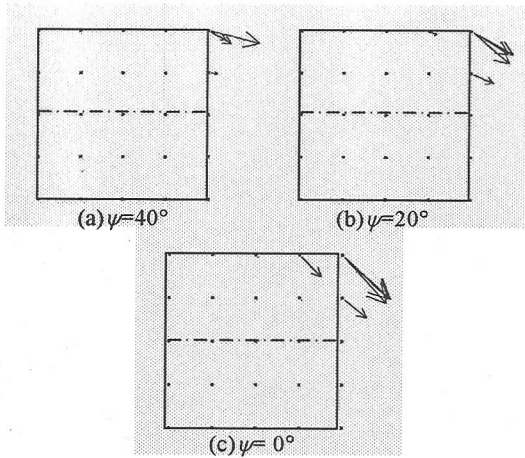


図-8 土の変位速度分布:  $T_y = 1.0 \times 10^{+3}$  (kN/m)

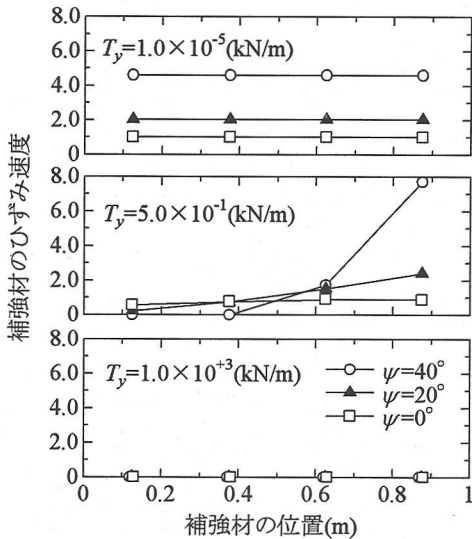


図-9 補強材のひずみ速度分布

置に対して計算結果をプロットした。 $T_y = 1.0 \times 10^{-5}$  (kN/m) ( $T_y \leq T_L$ ) のとき、補強材のひずみ速度分布は一様になる。この値は無補強時の  $x$  方向の土のひずみ速度と等しい。 $T_y = 5.0 \times 10^{-1}$  (kN/m) ( $T_L < T_y < T_U$ ) のとき、解析領域の外側ほど伸びひずみ速度が大きくなり、その傾向は土のダイレイタンシー角  $\psi$  が大きいときほど顕著になる。 $T_y = 1.0 \times 10^{+3}$  (kN/m) ( $T_U \leq T_y$ ) のとき、いずれのケースにおいても、補強材に生じるひずみ速度は全体にわたってほぼゼロになる。このことは、図-5の考察で述べた「 $T_U \leq T_y$  のときの極限荷重が No change length condition を仮定した結果に一致する」ことを裏付けることになると考えられる。この結果からも、 $T_U \leq T_y$  では補強材を剛体とみなすことがで

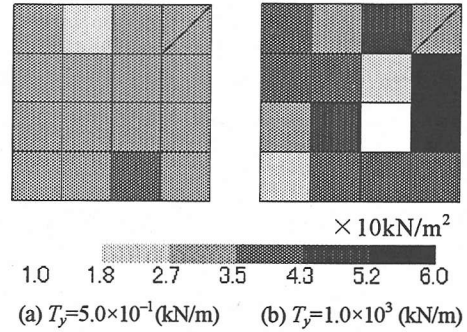


図-10 土要素の平均主応力分布

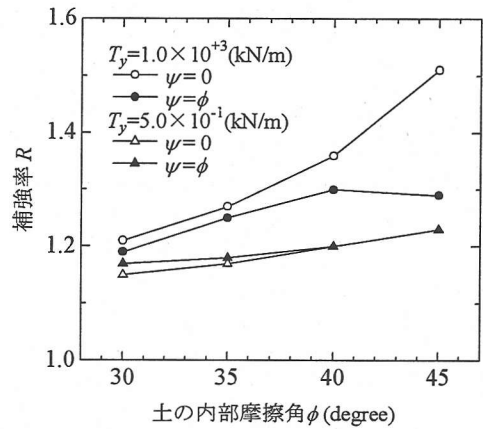


図-11 土の内部摩擦角、ダイレイタンシー角と補強効果

きるが、 $T_L < T_y < T_U$  の範囲では、補強材の引張り強度を考慮して系の安定性を評価する必要があるといえる。

補強材の引張り強度  $T_y$  が  $T_y = 5.0 \times 10^{-1}$  (kN/m) ( $T_L < T_y < T_U$ ) のときと  $T_y = 1.0 \times 10^{+3}$  (kN/m) ( $T_U \leq T_y$ ) のときの土要素の平均主応力分布を図-10に示す。この結果は  $\psi = 40^\circ$  に対するものである。なお、無補強のときの平均主応力は、解析領域全体で均一となり、その大きさは  $35.2$  (kN/m<sup>2</sup>) となる。 $T_U \leq T_y$  の場合、平均主応力が無補強の時より大きい要素の数が多い。なお、先に述べたように、近似的に剛体として扱われる要素において、応力の計算精度は低くなることに注意が必要である。図-8に示したように、補強効果が認められたケースでは補強材周辺での土の変位速度がほとんどゼロになるので、近似的に剛体として扱われる要素の数が多くなる。平均主応力の分布がランダム状に計算された理由は以上の点にあると考えられる。この問題を解決するために提案されている方法<sup>15)</sup>の適用性を検討し、計算精度を向上させることが今後の課題である。

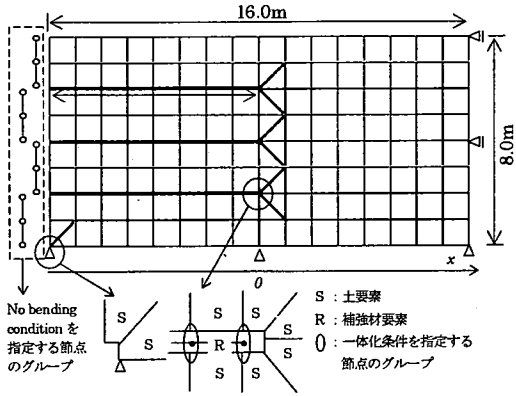


図-12 補強土壁の斜面安定問題の解析条件

補強材の引張り強度  $T_y$  が  $T_y = 5.0 \times 10^{-1}$  (kN/m) ( $T_L < T_y < T_U$ ) のときと  $T_y = 1.0 \times 10^3$  (kN/m) ( $T_U \leq T_y$ ) のとき、土の内部摩擦角  $\phi$  の影響を調べた結果を図-11 に示す。一連の計算では、 $\psi = 0$  と  $\psi = \phi$  を仮定した計算を行った。縦軸の補強率  $R$  は補強時の  $q_{max}$  を無補強時のそれで割った値である。 $T_y = 5.0 \times 10^{-1}$  (kN/m) ( $T_L < T_y < T_U$ ) の場合、 $\psi$  の大きさにかかわらず、 $\phi$  の増加に伴う  $R$  の増加はわずかである。一方、 $T_y = 1.0 \times 10^3$  (kN/m) ( $T_U \leq T_y$ ) の場合、 $\psi = 0$  のときは  $\phi$  の大きさに応じて  $R$  が大きくなる。そして  $\psi = \phi$  のとき、先に説明したメカニズムによって補強効果は頭打ちになる。以上の結果より、引張り強度が十分に大きい補強材を使用すると、土のせん断強さの拘束圧依存性を引き出して、系の安定性を高めることができるが、土の内部摩擦角が大きいくときほど、ダイレイタンスの影響を考慮する必要性があるといえよう。

## (2) 補強土壁の安定問題

図-12 に示す補強材が3層敷設された補強土壁の安定問題に対する解析結果について述べる。土の内部摩擦角  $\phi$  は  $40^\circ$ 、粘着力  $c$  は  $10$  (kN/m<sup>2</sup>)、ダイレイタンス角  $\psi$  は  $20^\circ$ 、そして単位体積重量  $\gamma$  は  $15$  (kN/m<sup>3</sup>) とした。補強材の引張り強度  $T_y$  ( $T_y$  = 単位面積あたりの引張り強度  $\sigma_y$  × 単位奥行き幅あたりの断面積  $A_R$ ) は、 $1.0 \times 10^{-3} \sim 1.0 \times 10^{15}$  (kN/m) のように変化させた。補強材の長さ  $L$  は補強土壁の高さ  $H$  とした。壁面については、補強材に挟まれた領域に局所剛性を持たせたケースとそうでないケースについて計算した（以下、本文では「壁面あり」と「壁面なし」と記述する）。局所剛性は、Kodaka et al.<sup>9)</sup>による No bending condition によってモデル化し、補強材と壁面の結合条件は剛結とした。一連の計算では、鉛直方向下向きの単位物体力に相当する節点力を解析領域の全節点に  $F$  として与えて、地

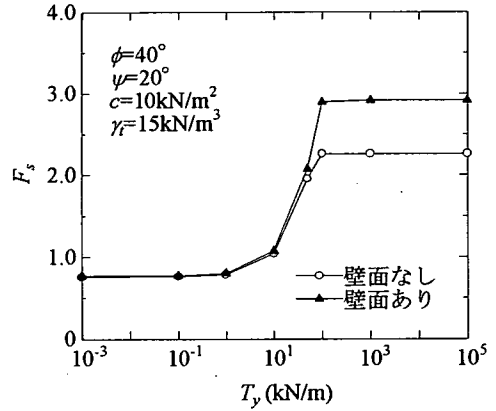
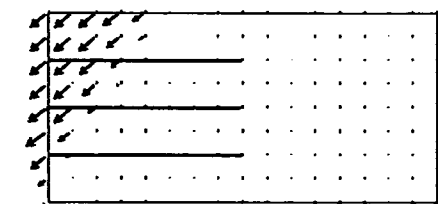


図-13 補強土壁の安定性と補強材の引張り強度  $T_y$

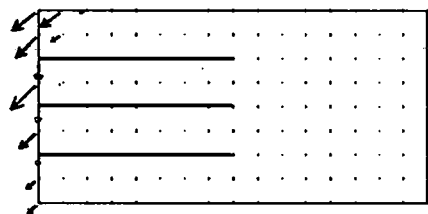
盤を破壊に至らしめる仮想的な自重の大きさに相当する荷重係数  $\mu$  を計算した後、それを当初想定した土の単位体積重量  $\gamma$  で除して安全率  $F_s$  を計算した。補強材後端での一体化条件は、図-12 下方に示すように、補強材後端の座標に土要素を5節点配置することによって指定した。

計算された安全率  $F_s$  と補強材の引張り強度  $T_y$  の関係を、壁面ありのケースとなしのケースについて図-13 に示す。土のみの場合は  $F_s = 0.773$  で、想定した条件において8mの垂直壁は自立し得ない結果となった。この結果を安定係数  $N_c$  に換算した値は  $N_c = 9.28$  であり、これをChenによる上限値  $N_c = 8.30$  と比較すると<sup>10)</sup>、約10%大きい。一軸圧縮問題同様に、壁面の有無にかかわらず、補強効果が生じ始める  $T_L$  と、補強効果が頭打ちになる  $T_U$  が存在することが分かる。壁面の有無が  $T_L$  と  $T_U$  に及ぼす影響は小さく、図-13の結果における  $T_L$  と  $T_U$  は概ね  $T_L = 1.0 \times 10^{10}$  (kN/m)、 $T_U = 1.0 \times 10^{13}$  (kN/m) と算定される。この場合、代表的なジオシンセティックスの強度の範囲 ( $10^1 \sim 10^2$  kN/m) は計算された  $T_L$  と  $T_U$  の範囲にある。壁面ありとなしのケースを比較すると、前者のケースの安定性の方が大きい<sup>9)</sup>、補強材の引張り強度が小さいと、壁面の効果はわずかである。このことは、壁面の効果を十分に得るためには、引張り強度が十分に大きい補強材を選定する必要があることを示している。補強土壁の安定問題に対して計算された  $T_L$  と  $T_U$  の値は一軸圧縮問題の場合と異なっている。このことは、 $T_L$  と  $T_U$  の値が土質条件、補強材の配置条件、そして境界条件によって変化することを示唆している。補強材の引張り強度の影響を議論する場合、それらの条件を十分に考慮する必要があるといえよう。

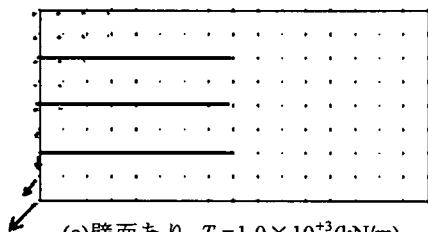
計算された土の変位速度分布を図-14 に示す。壁面



(a)壁面なし  $T_y=1.0 \times 10^{-3}$  (kN/m)



(b)壁面なし  $T_y=1.0 \times 10^{+3}$  (kN/m)



(c)壁面あり  $T_y=1.0 \times 10^{+3}$  (kN/m)

図-14 土の変位速度分布

なしで補強材の引張り強度  $T_y=1.0 \times 10^{-3}$  (kN/m) ( $T_y < T_L$ ) のとき、変位速度分布は無補強の場合と同じで、土の変位速度は拘束されていない。壁面なしで  $T_y=1.0 \times 10^{+3}$  (kN/m) ( $T_U \leq T_y$ ) のとき、補強材周辺の土の変位速度は拘束されているが、補強材に接していないのり面の部分において、水平方向の変位速度が卓越する。壁面ありで  $T_y=1.0 \times 10^{+3}$  (kN/m) ( $T_U \leq T_y$ ) のとき、のり尻付近の変位速度のみが卓越する。壁面の有無によって補強土壁の破壊メカニズムが大きく変化することが分かる。

計算された各層の補強材のひずみ速度分布を図-15に示す。ここで、補強材のひずみ速度は引張りを正にした。各図の横軸に示した補強材の位置は図-12に示した座標系に従い、各要素の重心の位置に対して計算結果をプロットした。  $T_y=1.0 \times 10^{-3}$  (kN/m) ( $T_y < T_L$ ) のとき、補強材のひずみ速度分布は、壁面の有無によって異なる。  $T_y=1.0 \times 10^{+3}$  (kN/m) ( $T_U \leq T_y$ ) のとき、壁面の有無にかかわらず、補強材のひずみ速度は全長にわたってゼロになる。

計算された土の平均主応力分布を図-16に示す。

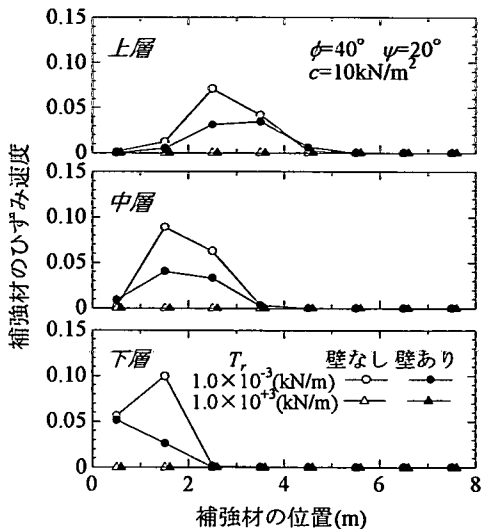
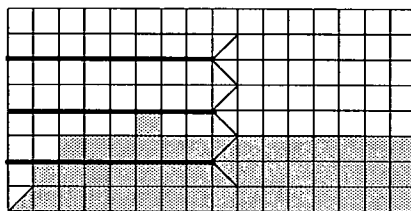
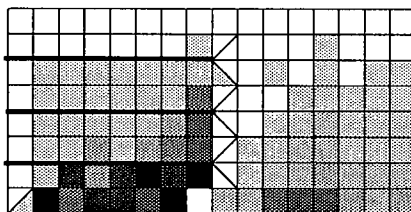


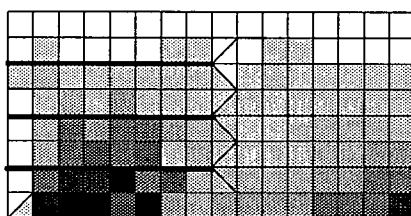
図-15 補強材のひずみ速度分布



(a)壁面なし  $T_y=1.0 \times 10^{-3}$  (kN/m)



(b) 壁面なし :  $T_y=1.0 \times 10^{+3}$  (kN/m)



(c) 壁面あり :  $T_y=1.0 \times 10^{+3}$  (kN/m)

図-16 土の平均主応力分布



$T_y=1.0 \times 10^{-3}$  (kN/m) ( $T_y < T_L$ ) で壁面なしのケースに対する結果は無補強の場合と同じ結果となった。  $T_U \leq T_y$  の2ケースと  $T_y < T_L$  のケースを比較すると、土の変位速度が補強材によって拘束されたケースでは、平均主応力が増加している。さらに壁面ありの場合は、平均主応力が補強領域背後の広い領域にわたって増加し、補強土壁の底部ほど平均主応力が大きくなっている。現行の設計式においても、拘束圧増加の効果は考慮されているが、土中の補強材力の評価が十分といえない。この点に関して、実験と解析の両面からの検討が今後も必要と考えられる。

以上、土と補強材が一体となって挙動するという仮定をもうけ、補強土壁の安定問題を RPFEM で解いた結果を示した。図-14~16の結果を用いて再度、補強効果について考察すると以下のとおりとなる。補強材の引張り強度が土に比べて大きいとき、土には補強材に沿う伸びが拘束される方向に力が働き、補強材には伸びを生じさせようとする力が働く。したがって、図-16(b), (c)に示したように、土の平均主応力は大きくなり、土はより大きな強度を発揮することになる。そのため、図-14(b), (c)に示したように、補強領域における土の変位速度が卓越しなくなり、これに応じて、補強材のひずみ速度も図-15に示したように小さくなる。このとき壁面があると、図-14(c)に示したように、拘束圧が小さく補強材に接していないのり面の部分の土の変位速度も小さくなるので、補強領域内における変位速度はさらに小さくなる。

上記説明から明らかなように、有限要素法を用いると、土と補強材のつりあい条件と適合条件、そしてそれぞれの材料特性を考慮して安定性を議論することができる。ただし、本解析法を実際問題に適用するにあたっては本文中に示したようないくつかの問題がある。また、実際の補強効果は現在の応力状態や過去の履歴の影響があるので複雑と考えられる。実際の事例や実験結果のシミュレーションなどを実施して実際問題への適用性を高めるのが今後の課題である。

#### 4. まとめ

補強土構造物のための剛塑性有限要素法を定式化し、補強効果について解析的に検討した。本論文の要旨は以下のとおりまとめられる。

- (1) 補強土構造物の安定問題を、土要素の体積一定条件、外力の分布形を与える仕事条件、土と補強材の一体化条件のもとで、土と補強材の塑性エネルギー消散率の和の停留値を探す問題と位置づけ、補強土構造物を対象にした剛塑性有限要素法を定

式化した。

- (2) 補強材の引張り強度  $T_y$  と補強土構造物の安定性の関係には、補強効果が生じ始める引張り強度  $T_L$ 、補強効果が頭打ちになる引張り強度  $T_U$  のように、2つのしきい値が存在し、今回の計算においてその範囲は代表的なジオシンセティックスの強度の範囲と重なる結果となった。
- (3)  $T_U \leq T_y$  のときの安定解析の結果は、補強材に沿う土要素の辺に長さ一定の制約条件を課す剛塑性有限要素法の結果と一致する。  $T_L$  と  $T_U$  は境界値問題の種類によって変化するが、補強土壁の安定問題に関する計算において、壁面の有無による変化は認められなかった。
- (4) 土と補強材の強度のみならず、土のダイレイタンシー特性および壁面の有無は安定解析の結果に大きく影響する。

謝辞：研究全般にご指導をいただいている防衛大学校木暮敬二教授に感謝の意を表します。

#### 付録1 応力-ひずみ速度関係

以下に示す Drager&Prager モデル型の降伏関数  $f$  と塑性ポテンシャル関数  $g$  を仮定すると、

$$f = -\alpha I_1 + \sqrt{J_2} = k \quad (A-1)$$

$$g = -\bar{\alpha} I_1 + \sqrt{J_2} \quad (A-2)$$

式(13)の右辺第1項は次式で表される。

$$\int_{V_s} [B]^T s dv = \int_{V_s} \sigma_0 \frac{[B]^T [Q][B]}{\dot{\epsilon}} dv \cdot \dot{u}_s \quad (A-3)$$

ここで、  $I_1$  と  $J_2$  はそれぞれ応力の1次および2次の不変量、  $\alpha, \bar{\alpha}, k$  は降伏関数、塑性ポテンシャルのパラメータである。式(A-3)中の  $\sigma_0, [Q]$ 、相当塑性ひずみ速度  $\dot{\epsilon}$  は次式で表される。

$$\sigma_0 = \frac{\sqrt{6\alpha^2 + 1}}{6\bar{\alpha}\alpha + 1} (\sqrt{2}k + 3\sqrt{2}I_1) \quad (A-4)$$

$$[Q] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ & 1 & 0 \\ sym. & & 1/2 \end{bmatrix} \quad (A-5)$$

$$\dot{\epsilon} = \sqrt{\dot{u}_s^T [B]^T [Q][B] \dot{u}_s} \quad (A-6)$$

#### 付録2 解析パラメータの決定法

今回の計算は、平面ひずみ条件であるので、次式を用いて粘着力  $c$ 、内部摩擦角  $\phi$  としてダイレイタンシー

角 $\psi$ より $\alpha, \bar{\alpha}, k$ を算定した。なお、 $\alpha, k$ は、 $\bar{\alpha}$ を決定した後算定した。

$$\bar{\alpha} = \frac{\tan \psi}{\sqrt{9 + 12 \tan^2 \psi}} \quad (\text{B-1})$$

$$\alpha = \frac{1}{3} \frac{\sin \phi}{\sqrt{6\bar{\alpha}^2 + 1 + \sin \phi \bar{\alpha}}} \quad (\text{B-2})$$

$$k = \sqrt{\frac{36\alpha^2\bar{\alpha}^2 - 6\alpha\bar{\alpha} - 9\alpha^2 + 1}{1 - 3\bar{\alpha}^2}} c \quad (\text{B-3})$$

#### 参考文献

- 1) 龍岡文夫：ジオテキスタイルによる補強メカニズム（その1～3），講座／ジオテキスタイルを用いた補強土工法，土と基礎，Vol.41-3，pp.76-82，1993；Vol.41-4，pp.65-72，1993；Vol.41-5，pp.67-74，1993。
- 2) 宮田喜壽，落合英俊，林重徳，大谷順，平井貴雄：ジオグリッドの材料特性が補強盛土の安定性に及ぼす影響，第8回ジオテキスタイルシンポジウム論文集，pp.29-36，1993。
- 3) Peng, F.L., Kotake, N., Tatsuoka, F., Hirakawa, D. and Tanaka, T. Plane strain compression behavior of geogrid-reinforced sand and its numerical analysis, *Soils and Foundations*, Vol. 40, No. 3, pp. 55-74, 2000.
- 4) Otani, J. and Ochiai, H.: Bearing capacity of the reinforced soils by rigid plastic finite element analysis, *Proc. of the 2nd Asian-Pacific Conf. on Computational Mechanics*, pp. 445-460, 1993.
- 5) Sawicki, A.: *Mechanics of reinforced soil*, Balkema, 2000.
- 6) Ohta, H., Mochinaga, R. and Kurihara, N.: Investigation of soft foundations with surface reinforcement, *Proc. of 3rd Austrian New Zealand Conf. on Geomechanics*, pp. 360-365, 1980.
- 7) Rowe, R.K.: *Reinforced embankment: Analysis and Design*, *Journal of Geotechnical Eng.*, ASCE, Vol. 110, No. 2, pp. 231-246, 1984.
- 8) Asaoka, A., Kodaka, T. and Pokharel, G.: Stability analysis of reinforced structure using rigid plastic finite element method, *Soils and Foundations*, Vol. 34, No. 1, pp. 107-118, 1994.
- 9) Kodaka, T., Asaoka, A. and Pokharel, G.: Model test and theoretical analysis of reinforced soil slopes with facing panels, *Soils and Foundations*, Vol. 35, No. 1, pp. 133-145, 1995.
- 10) Otani, J., Yamamoto, A., Kodaka, T., Yasufuku, N. and Yashima, A.: Current state on numerical analysis of reinforced soil structure, *Asian Technical Committee reports on earth reinforcement*, *Proc. of IS-Kyushu (Ochiai et al. eds.)*, Vol. 2, pp. 1159-1170, 1997.
- 11) Tamura, T., Kobayashi, S. and Sumi, T.: Limit analysis of soil structure by rigid plastic finite element method, *Soils and Foundations*, Vol. 24, No. 1, pp. 34-42, 1984.
- 12) Tamura, T., Kobayashi, S. and Sumi, T.: Rigid plastic finite element method for frictional material, *Soils and Foundations*, Vol. 27, No. 3, pp. 1-12, 1987.
- 13) 財団法人 土木研究センター ジオテキスタイル補強土工法普及委員会：ジオテキスタイルを用いた補強土の設計・施工マニュアル，2000。
- 14) 富田佳宏：第3章 剛塑性有限要素法，数値弾塑性力学，pp.47-105，養賢堂1990。
- 15) 例えば，Malkus, D. S. and Hughes, T. J. R.: Mixed finite element methods—reduced and selective integration techniques: A unification of concepts. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.15, pp. 63-81, 1978.
- 16) Chen, W.F.: Stability of slopes, *Limit analysis and soil plasticity*, pp. 399-445, 1975.

(2002. 3. 15 受付)

## RIGID-PLASTIC FEM FOR REINFORCED SOIL STRUCTURE CONSIDERING EFFECTS OF TENSILE STRENGTH OF REINFORCEMENTS

Yoshihisa MIYATA and Shin-ichi SHIGEHISA

Rigid-Plastic Finite Element Method (RPFEM) for reinforced soil structure was developed and reinforcing soil effects were analytically examined. The developed method can consider not only effects of soil properties such as shear strength depending on confining stress or dilatancy but also effects of reinforcing material strength. In a series of the numerical examination, the effects of tensile strength of reinforcing material were especially investigated and results by the developed method were compared with the result by RPFEM incorporating constrain condition of no change length by reinforcements. In this paper, outline of numerical method is explained and the numerical examination results are shown.