

円筒ゴム式ジャッキによる構造物の不同沈下の修正制御に関する基礎的研究

加藤証一郎¹・川原睦人²

¹正会員 工修 大木建設（株） 技術研究所（〒270-1402 千葉県白井市平塚2668-3）

E-mail:s-kato@ohki.co.jp

²正会員 工博 中央大学教授 理工学部土木工学科（〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27）

直接基礎形式の建物等の不同沈下を新しい円筒ゴム式ジャッキにより修正制御するための基礎的研究として模型実験、数値シミュレーションおよび制御解析を行った。実験では、模型砂地盤中に円筒ゴムを埋設し、水を圧入して円筒ゴムを膨張させた。また、砂地盤を弾完全塑性とする砂地盤-円筒ゴム-水の相互作用問題を有限要素法により解析し、実験結果と解析結果を比較検討した。水の流入に対する載荷面の鉛直変位と水圧変化の関係を把握した。一方、制御解析は、3つの円筒ゴム式ジャッキの適用を想定し、評価関数を設定する最適制御解析を行った。その結果、円筒ゴム式ジャッキによるジャッキアップの現象が明らかになり、また有限要素法により定式化する相互作用問題への最適制御の適用性が確認できた。

Key Words : cylindrical rubber jack, differential settlement, optimal control, performance function, interaction problem

1. はじめに

近年、埋立地等に建設される建物の不同沈下の事後対策としてジャッキアップシステムが幾度となく適用されている。その一例として、関西国際空港のターミナル全域にわたって油圧ジャッキによるジャッキアップシステムが導入されていることが挙げられる。油圧ジャッキの他にエアジャッキなどもあるが、建物の不同沈下の修正には一方向に作用するシリンドー式の油圧ジャッキが適用されることが多い。これに対して、筆者らは、軟弱地盤上に建設される摩擦杭支持の低層建物を対象に建物基礎と杭頭間に導入する任意方向へ膨張（作用）可能なバルーンにより不同沈下を修正制御する着想で、地盤を線形弾性と仮定してバルーン1つの場合における制御解析を行った^{1),2)}。

本論文では、空港ターミナルや学校のような辺長比の大きい直接基礎形式の建物等を対象とし、円筒ゴム式ジャッキ（以下、筒ジャッキという）による不同沈下の修正制御システムを提案する。筒ジャッ

キに関する模型実験と数値シミュレーション、また3つの筒ジャッキによる不同沈下の修正制御の解析を行った。

筒ジャッキについては、次のように考えている。筒ジャッキは水が圧送されて地中で膨らむ。予め地中に埋設され、膨張作用により地盤ごと構造物または地盤自体を持ち上げができる。筒ジャッキの場合、反力はその周りの地盤から確保し、油圧ジャッキの場合のように一方向の反力を確実にとるための特別な工事（アンダーピニングによる支持杭や耐圧版の設置工事など）は必要ない。また、膨張作用により周辺地盤は締め固められることから地盤改良の効果も期待できる。建物に適用する場合では、直接基礎下（支持杭は想定しない）の地盤中の基礎から少し離れた位置に埋設する。そして建物の短辺方向に多数配置し、各々の筒ジャッキの膨張作用により建物の長辺方向の不同沈下とこれに伴う周辺地盤の沈下を修正制御する。道路の場合では、ボックスカルバートなどの横断構造物を伴う盛土地盤上道路の不同沈下が問題となる³⁾。このような問題に

対しては道路横断方向に多数の筒ジャッキを配置（埋設）し、建物の場合と同様に修正制御を行う。

既に、堀越らは、Vesic⁴や山口らの球空洞の押し拡げ理論を実証する実験⁴において、砂地盤中のテニスボールを水の圧入により膨らませている。これに対して本研究では、筒ジャッキによるジャッキアップの現象を明らかにするための実験を行った。上載荷重を受ける模型砂地盤の中に1つの円筒ゴムを埋設し、水を圧入して円筒ゴムを膨らませた。また、この模型実験の数値シミュレーションを行った。砂地盤（弾完全塑性）－円筒ゴム（線形弾性）－水（非圧縮）の相互作用問題として定式化し、有限要素法による解析を行った。実験結果と解析結果の比較検討を行い、水の流入に対する載荷面の鉛直変位と水圧変化の関係を把握する。そして筒ジャッキによるジャッキアップの現象を明らかにし、また解析方法の妥当性を確認する。

一方、3つの筒ジャッキによる不同沈下の修正制御の解析を行った。制御といえばフィードバック制御というほどフィードバック制御が適用されることが多い。しかし、本研究においては、各地点の不同沈下の修正制御が同時に行われるように最適制御を適用している。地盤は、数値シミュレーション（順解析）においては弾完全塑性とするが、制御解析

（逆解析）においては等価線形にモデル化する。順解析における解析方法は逆解析へ応用し、一連の制御解析は独自の方法により行っている。このように有限要素法により定式化する相互作用問題を最適制御へ応用了した例はほとんどない。特に、複数の変形物体が相互作用下にある場合の制御（3つの筒ジャッキによる同時制御）は行われていない。そこで本研究においては、有限要素法により定式化する相互作用問題への最適制御の適用性を確認する。更に、最適制御において最も大切な評価関数の設定に関して考察する。

2. 筒ジャッキによる不同沈下の修正制御

筒ジャッキによる不同沈下の修正制御システムについて、直接基礎形式の建物に適用する場合を想定し、その概要を述べる。

図-1(a)のように建物が不同沈下してしまった場合、図-1(b)のように各々の筒ジャッキの膨張作用によって不同沈下を修正する。筒ジャッキによるジャッキアップが行われる。このとき各々の筒ジャッキには水が圧送される。媒体としては水以外で

も油などの非圧縮性の高い液体ならば適用可能である。これに対して気体は液体に比べて圧縮性が高く、扱いが困難であるために考慮しない。しかしながら、いずれの媒体を適用するにしても、相対的に大きく沈下した地点にある筒ジャッキへの総流入量は他と比べて多いと考えられる。反対に、沈下量の少ないところの筒ジャッキへの総流入量は比較的少ないと考えられる。なぜなら、沈下量に比例して筒ジャッキが大きく膨張する必要があるからである。また、対象とされる地点はいずれも少なからず沈下しているので、筒ジャッキによってはごく少量の場合もあるが、沈下修正の際に水は全ての筒ジャッキへ圧送されるものと考えられる。すなわち、全ての筒ジャッキは少なからず膨らみ、収縮することはないものと考えられる。なお、もし沈下修正後に再び沈下が生じたとしても同様な方法により再度沈下修正することは可能であると考えられる。

筒ジャッキによる修正制御システムは、2次元的な不同沈下の修正に有効である。筒ジャッキの長さ方向（建物の短辺方向）の不同沈下は通常修正できない。このことから、辺長比の大きい建物等を対象とした長辺方向の不同沈下の修正制御に焦点を置いている。短辺方向の不同沈下に対しては、短辺方向の基礎を剛な作りにするなどして対処する。

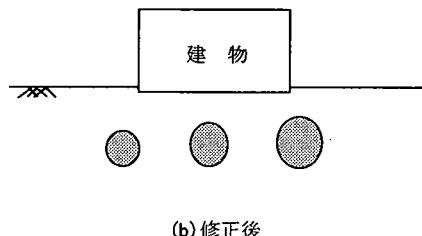
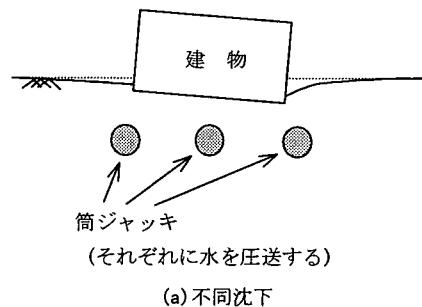


図-1 不同沈下の修正

沈下修正の際の流入量は、前述のように筒ジャッキごとに異なり、本研究においては最適制御理論に基づく制御解析により求める。単位時間あたりの流入量は、筒ジャッキごとに修正制御の間一定であるという条件のもとに求める。求められた流入速度を制御開始から終了まで与え続けることができれば最終的に不同沈下が修正制御される仕組みである。このように圧力制御ではなく流量制御を考慮する理由としては、各地点の圧力などを制御するのではなく変位を制御するからといふことがある。また、流入量は連続式の変数として陽に表われ、定式化し易いからといふこともある。

フィードバック制御のように、複数の筒ジャッキを選択的に膨張させることにより沈下修正する場合には、筒ジャッキの収縮も考慮に入れる必要が生じる。一箇所づつジャッキアップする場合にはジャッキアップしていない場所が持ち上がり過ぎることが有るからである。これに対して、本研究において適用する最適制御では、全ての筒ジャッキを同時進行で膨らませ、修正制御の過程で場所によって持ち上がり過ぎることは無い。よって、筒ジャッキを収縮させる（水を抜く）必要がない。また、建物基礎の一箇所だけを持ち上げると基礎の局部に過大な力が入ることが予想されるが、基礎の各部を同時に持ち上げながら次第に水平にする制御であるため、修正制御の過程で基礎に無理な力をかけずに済むと考えられる。更に、全ての筒ジャッキへの総流入量（費用）は制御解析により最小とすることができる。しかし、最適制御による修正制御の良否は事前に行われる制御解析の精度に依存する。フィードバック制御では、各部の沈下量が制御過程で何度も計測され、そのデータは制御における訂正動作に役立てられる。これに対して最適制御では沈下量の計測が行われるのは基本的には最初だけであり、制御過程において訂正動作は行われない。したがって、修正制御の良否は実際の制御対象のモデル化や解析方法に大きく依存する。

3. 模型実験

実験は、図-2のような実験装置を用いて行った。図-3にしたがって実験の概要を述べる。模型砂地盤中に円筒ゴムを設置し、砂地盤の上には構造物の重量に相当するウェイトを載せる。そして充分に脱気した水を円筒ゴム中へ圧入し、円筒ゴムを膨張させる。これに伴ってウェイトは上方に持ち上がる。

その際、円筒ゴムへの水の流入量、円筒ゴム内の水圧およびウェイト上面の鉛直変位（載荷面の鉛直変位）を計測する。また、砂地盤各所の土圧なども計測する。

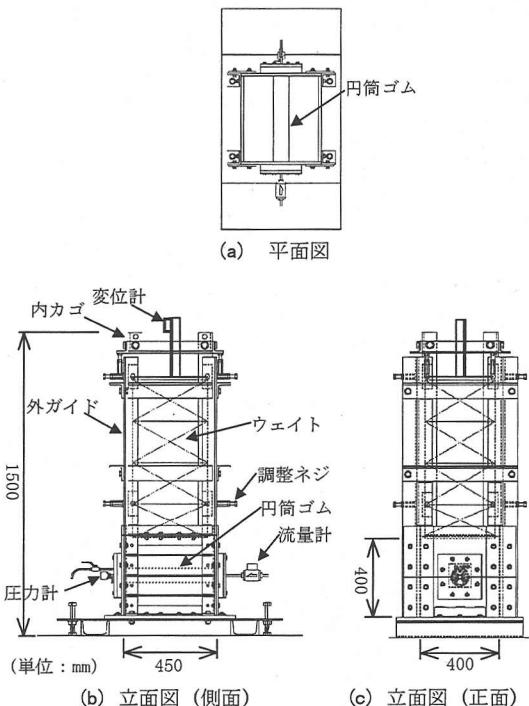


図-2 実験装置

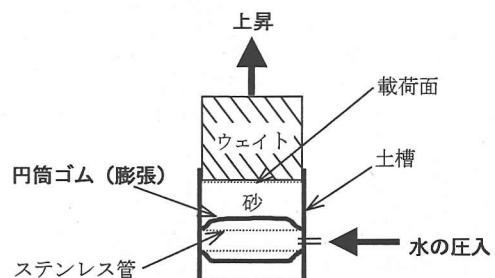


図-3 実験の概要（側面図）

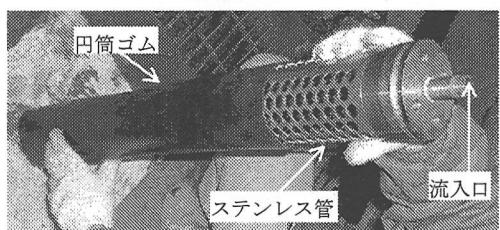


写真-1 円筒ゴム

円筒ゴム（内径80mm、厚さ2mm、長さ600mm）は、写真-1のように水を通すために均等に多数の穴の開けられたステンレス管（内径78mm、厚さ1mm、長さ450mm）にかぶせる。ステンレス管により円筒ゴムの初期形状を確保する。鋼製の土槽（400mm×400mm×450mm）には、写真-2のようにステンレス管付き円筒ゴムを設置する。土槽の両側面は透明なアクリル板（厚さ15mm）で変形しないように補強し、残りの2面（鉄板）は上下二つ割り（組立式）で円筒ゴムが設置できるようになっている。円筒ゴムを簡単に脱着でき、円筒ゴムの下部においても砂を確実に入れられるようになっている。また、写真-2に見られるように、円筒ゴムの長さ方向の3次元的な変形が比較的小さいことを確認するために計7個の特製バンドを設置する。特製バンドは所定長さのワイヤ（径1mm）をビニール管（径2mm）に2重に通したもので、これにより円筒ゴムの周長変化量が測れる。写真-3に円筒ゴム膨張の様子を示す。

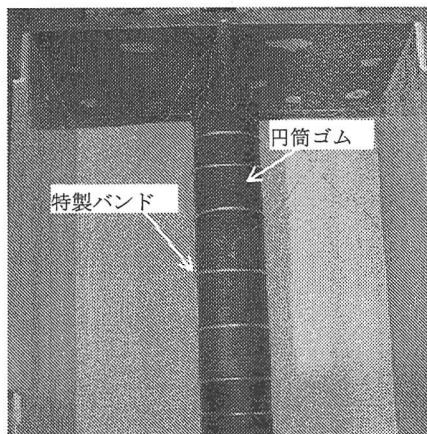


写真-2 円筒ゴムの設置状況

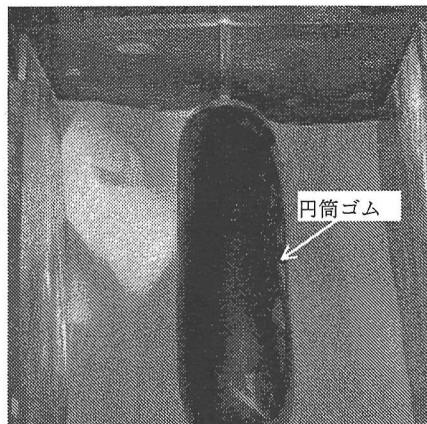


写真-3 円筒ゴム膨張の様子

図-2に見られるように土槽には外ガイドが付いていて上方に伸びている。最大900kg（拘束圧50kN/m²：3階建ての建物の接地圧に相当）のウェイトの入る内カゴは外ガイドの内側に設置する。円筒ゴム膨張の際、ウェイトの入った内カゴは外ガイドを伝って上方に動く。外ガイドの各所（計16箇所）にはテフロン支持棒が付いている。テフロン支持棒の内側への突き出し具合は外側にある調整ネジにより調節できるようになっている。内カゴはこれらのテフロン支持棒により水平方向に支持され、摩擦抵抗が小さい状態でまっすぐに上方に動く。土圧計を利用した簡単な実験により摩擦抵抗が極小であることを確認している。また、各実験ごとにウェイトの最上部4点の変位を計測し、ウェイトが傾くことなくまっすぐに上方に動くことを確認している。

全実験において、実験中に水漏れのないことを確認している。円筒ゴムの上端部（流入口と反対側）から水や空気が抜けるようになっていて、最初に円筒ゴム中の空気は水とともに排除し、初期状態として満水の状態を確保する。また、水は水圧ポンプにより圧送するが、非圧縮性を高めるために事前に脱気装置により充分脱気する。脱気効果は、溶存酸素除去率にして約70%で専用の試薬液によって確認している。

砂は、表-1のような乾燥状態の豊浦標準砂を用い、空中落下法⁵⁾により相対密度80%（乾燥密度1.588Mg/m³）となるように入れた。事前に砂地盤の相対密度が80%となるような空中落下高さを求めた。また、実験で使用した砂のCD三軸圧縮試験を行った。三軸圧縮試験は、拘束圧としては50kN/m²、100kN/m²、200kN/m²の3段階、相対密度としては模型実験と同様80%に調整して行った。三軸圧縮試験の結果を図-4に示す。求められた内部摩擦角と粘着力はそれぞれ0.702rad (40.2°) と7kN/m²であった。これらの値は数値シミュレーションにおいて適用している。

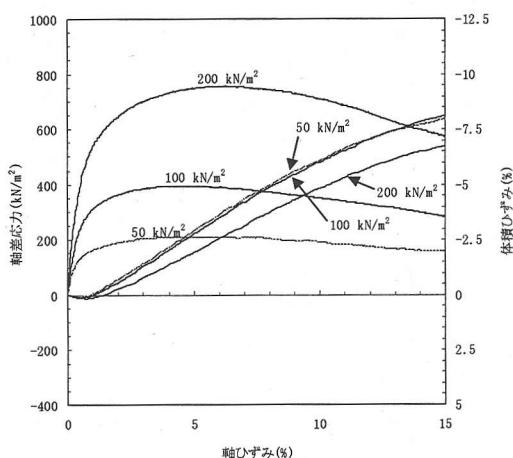
表-1 砂の物理的性質

比重	2.65
最大乾燥密度	1.660Mg/m ³
最小乾燥密度	1.354Mg/m ³
含水比	0.3%以下

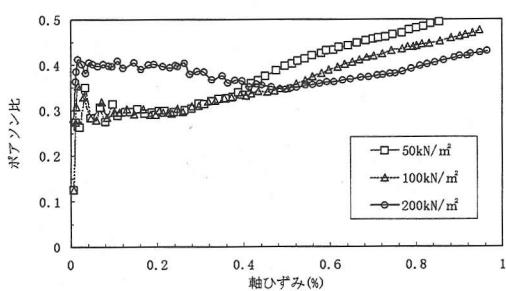
表-2 引張弾性率 (MPa)

ひずみ(%)	20	40	60	80	100
NR50°	1.95	1.56	1.31	1.16	1.06
NR65°	3.82	2.81	2.47	2.27	2.16

円筒ゴムは、NR65°とNR50°の天然ゴムで押し出し成型法により作られた。円筒ゴムの引張試験及び繰り返し引張特性試験を行った。引張試験により引張弾性率を求め、また繰り返し引張特性試験により繰り返し引張による劣化の生じないことを確認した。試験方法はゴムの引張試験方法によらず、プラスチックの引張試験方法(JIS K7113)によっている。プレス成型法により試験片を作ればゴムの引張試験方法によることもできるが、成型法による違いの生じることが懸念された。そこで実験で使用するものと同じ予備の円筒ゴムを切断して短冊状の試験片3個を作り、プラスチックの引張試験方法により試験を行った。試験により求まった引張弾性率(平均値)を表-2に示す。NR50°の引張弾性率はNR65°のそれの約半分であることを確認した。また、繰り返し引張特性試験により、繰り返し回数5回ひずみ約100%の変形ではゴムが大きく劣化することはないと確認している。



(a) 軸差応力-ひずみ関係



(b) ポアソン比-軸ひずみ関係

図-4 三軸圧縮試験の結果

写真-4に見られるように上の円筒ゴムは実験で2回使用したものであるが、大きな変化は見られない。これに対して下の円筒ゴムは予備実験において約20回使用したものであり、円筒ゴムの上部に残留変形が生じている。実験では同じ円筒ゴムを2回までしか使用していないので、実験の際にゴムの劣化はほとんどなかったものと考えられる。反対に数十回使用する場合には劣化の生じることがわかった。

実験の前に、前述の特製バンドの影響が小さいことを確認した。円筒ゴム単体に水を圧入する実験において、特製バンドの有る場合と無い場合とで大きな違いがないことを確認した(図-5)。

実験は7ケース行った。上載荷重、流入速さおよびゴムの材質としては、それぞれ900kg, 33.33cm³/s(2.0L/min)およびNR65°を基準とした。このケースをW4/4(900kg)とし、上載荷重だけを均等にえたケースとしてそれぞれW3/4(675kg), W2/4(450kg), W1/4(225kg)とする(W4/4～W1/4の計4ケース)。また、基準のケースQ2.0(W4/4)に対して、流入速さだけが2倍(66.67cm³/s)のケースと半分(16.67cm³/s)のケースをそれぞれQ4.0, Q1.0とする(Q2.0はW4/4と同じなのでQ4.0, Q1.0の計2ケース)。更に、基準のケースに対して、ゴムの材質だけをNR50°とした実験1ケースを行った。これらの実験結果を図-6に示す。挿入体積量は、流入量の累加すなわち総流入量に等しい体積を表す。各実験における実験前の初期相対密度を表-3に示す。なお、ウェイトを載せたときの初期沈下量は最大約2mmであった。

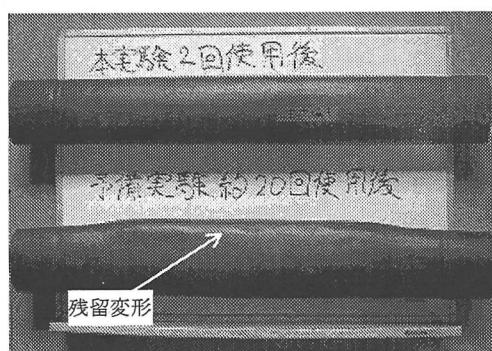


写真-4 使用後の円筒ゴム

表-3 初期相対密度(%)

上載荷重	流入速さ				ゴム	
	W4/4	W3/4	W2/4	W1/4		
83	84	80	83	78	85	80

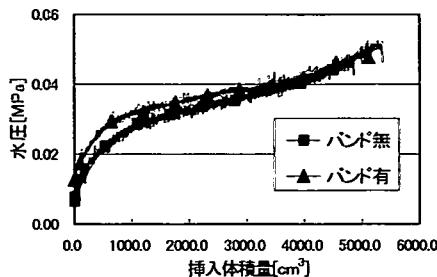
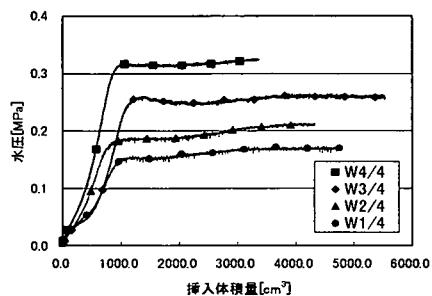
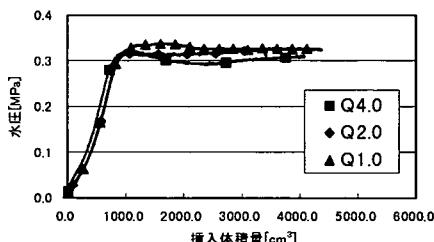


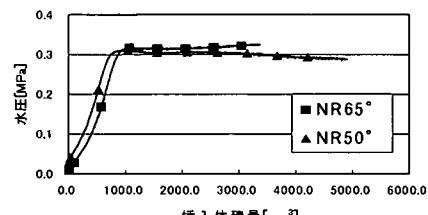
図-5 特製バンドの影響



(a) 上載荷重を変えた場合



(b) 流入速度を変えた場合



(c) ゴムの材質を変えた場合

図-6 実験結果

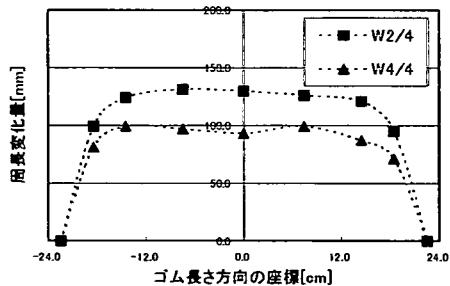


図-7 円筒ゴムの周長変化

流入速さを変えた場合とゴムの材質を変えた場合においては大きな変化は見られなかった。16.67cm³/s～66.67cm³/sの範囲では流入速さによる影響は小さいものと考えられる。また、ゴムの違いによる影響も比較的小さく、これについては砂地盤の影響が相対的に大きいためと考えられる。一方、上載荷重による相違すなわち拘束圧による相違は明らかである。図-6(a)における各ケースの最大値の関係と立ち上がり勾配の関係から砂地盤の拘束圧依存性が確認できる。このことから定性的に妥当な実験結果が得られたものと考えられる。

本研究では2次元円筒状のゴムを考慮し、膨張時に3次元的な変形の比較的小さいこと、すなわちラクビー・ボールのような形にならないことが確認される必要があった。W2/4とW4/4のケースにおいて特製バンドにより計測した円筒ゴムの周長変化量を図-7に示す。他の実験においても同様な傾向が得られ、固定の両端部とその近傍以外では2次元と仮定しても差し支えのないことが確認された。写真-4の下の円筒ゴムの残留変形が一様に生じていることから円筒ゴムが2次元的に膨張していたものと推測される。また、下部に変形がほとんど見られず上部に大きく変形していることから円筒ゴムが上方に膨らんでいたものと推測される。これはウェイトが上方に動けるようになっているためと考えられる。

4. 数値シミュレーション

砂地盤は弾完全塑性とし、降伏基準にMohr-Coulomb式、また塑性ポテンシャルにはDrucker-Prager式を適用した⁶⁾。平面ひずみ状態におけるダイレイタンシー角が内部摩擦角に一致する関連流れ則の条件を用いた。円筒ゴムは線形弾性とし、引張力だけを負担する1次元のトラス要素を用いた。ゴ

ムの引張弾性率は表-2を参考にNR65°のひずみ約50%の値2.5MPaと設定した。水は非圧縮性流体とし、数理モデルとしてはNavier-Stokes方程式を適用した。砂地盤-円筒ゴム-水の相互作用問題は、固定座標系と移動座標系の中間的立場をとることのできるALE法を取り入れたALE有限要素法⁷⁾により定式化している。地盤の変位、また水の圧力と流速成分は三角形一次要素により内挿補間する。1次元のトラス要素でモデル化する円筒ゴムは2次元の地盤に重ね合わせて一体として解析する。S.PipernoとC.Farhatは、相互作用解析において、パティション法と呼ばれる方法により流体と構造を別々に解いている⁸⁾。砂地盤-水の相互作用解析はこの方法により行い、計算上の必要容量の増大を回避している。また、不同沈下の修正制御という現象が比較的ゆっくりとしたものであるとし、この際の地盤の変形挙動を定常と仮定する。すなわち、地盤の変形挙動においては、慣性力による影響は考慮しない。Navier-Stokes方程式の流速と圧力の分離型解法としてFS法⁹⁾を用い、時間方向の離散化には陽的オイラー法を適用している。

解析で用いた有限要素分割図(400mm×400mm)を図-8に示す。真ん中の円は円筒ゴムで、内部は水、外部は地盤の領域である。内部領域の有限要素分割は放射線基準線法¹⁰⁾によっている。円筒ゴムの初期形状としては完全な円を仮定するが、この仮定は実験においてステンレス管により円筒形が確保されたからこそ成り立つ。

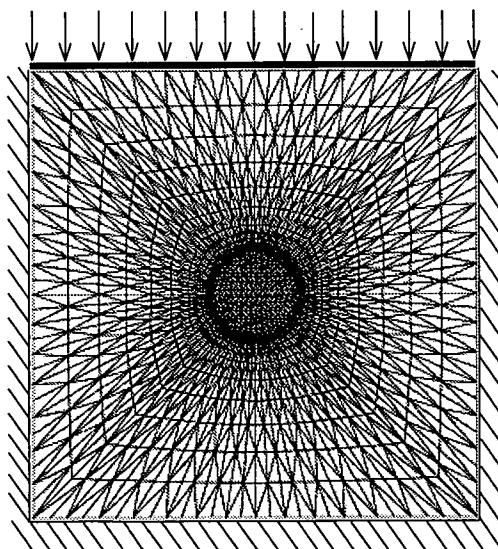


図-8 有限要素分割図

境界条件については、地盤の両側面と底面は壁面摩擦の影響を考慮して載荷面位置の両端部2点を除いて固定とした。載荷面は、非常に剛な連続梁を設けてせん断変形を拘束した。ただし、載荷面全体が上下方向には自由に動くことができるよう設定した。更に、地盤と水の間の相互作用境界において、表面力と変位の連続条件を課した。パティション法による流体解析においては周辺境界に対する法線方向の流速を零とした。載荷面の各節点には拘束圧50kN/m²に相当する節点荷重を与えた。また、解析条件を表-4に示す。図-9はW4/4の実験の際に計測された流入速さの時刻歴を表している。この流入速さを入力とした解析を行った。載荷面(中心)の鉛直変位の比較を図-10に、また円筒ゴム内の水圧変化の比較を図-11に示す。

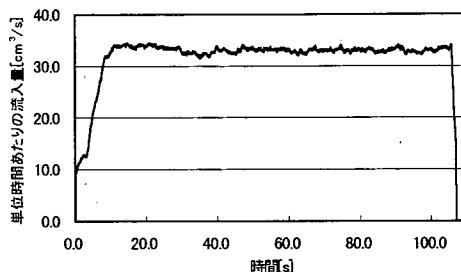


図-9 流入速さの時刻歴

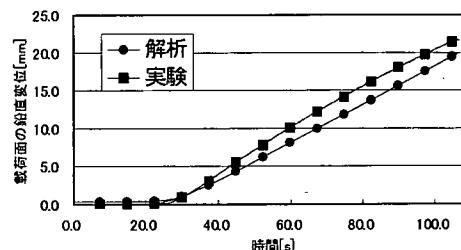


図-10 載荷面の鉛直変位の比較

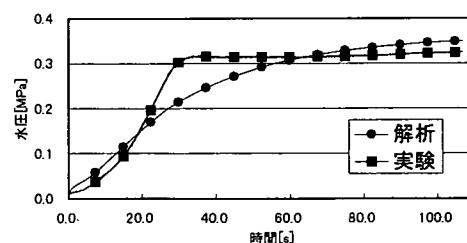


図-11 水圧変化の比較

表-4 解析条件

地盤解析	
総節点数, 総要素数	1008, 1792
ヤング係数(MPa)	25.0
ポアソン比	0.3
砂の密度(Mg/m ³)	1.588
砂の内部摩擦角(rad)	0.702
砂の粘着力(kN/m ²)	7.0
流体解析	
総節点数, 総要素数	383, 652
微小時間増分量(s)	0.05
時間ステップ数	2140
水の密度(Mg/m ³)	1.0
水の粘性係数(Pa·s)	1.0×10^{-3}
ゴムの解析	
引張剛性(N)	50.0

図-9に見られるように単位時間あたりの流入量は $33.33\text{cm}^3/\text{s}$ ($2.0\text{L}/\text{min}$)で一定となるように調節し、最初と最後の部分を除いておおよそ一定値が確保されている。2次元解析における流入量は、円筒ゴムの長さを0.9倍した値で除した値とした。両端部の3次元的な変形を線形的に補間し、円筒ゴムの有効長を元の長さの0.9倍とした。図-10に見られるように載荷面の鉛直変位は最終時点において実験値が解析値を上回る結果となった。水圧は逆に解析値が実験値を上回る結果となった(図-11)。実験値と解析値の較差は、鉛直変位と水圧の両方において、最終時刻では約10%であった。30秒前後で水圧の較差が大きくなっているものの、全体的には実験値と解析値は比較的よく一致し、解析方法の妥当性を確認した。

載荷面の鉛直変位は、実験と解析の両方において、約30秒までは水が圧入されているにもかかわらずほとんどの場合、その後一様な増加に転じている。鉛直変位はほとんどなくとも水の流入があれば円筒ゴムは膨らむので、最初から約30秒までの間においても円筒ゴムは膨張していたものと考えられる。また、約30秒を境に砂地盤のせん断抵抗が急に小さくなつたために鉛直変位が増加に転じたものと考えられる。

水圧は、実験においてはじめは一様に増加し、鉛直変位が増加に転じるところを境におおよそ一定となった。はじめは砂地盤を押し広げるのに圧力が増大し、砂地盤のせん断抵抗が小さくなつたからは主にウェイトをジャッキアップするだけのために圧力がおおよそ一定になるものと考えられる。一方、解析においては実験のようなはつきりとした傾向は確認されなかつたが、鉛直変位の増加に転じるところより後では水圧の増加率が減少に転じている。

解析により得られた最大せん断ひずみ分布(80秒)

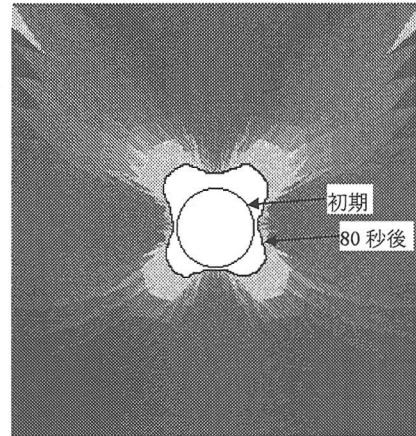


図-12 最大せん断ひずみ分布

後)を図-12に示す。砂地盤のせん断破壊は円筒ゴムより4隅に向かって進行し、特に円筒ゴムの斜め上方に広がっている。これに伴って円筒ゴムは4隅に向かって変形し、かつ上方に膨らんでいる。せん断破壊が円筒ゴムの斜め上方へ進み、これが隅角部まで達するのは鉛直変位の解析結果及び実験結果と水圧の実験結果より約30秒のときと考えられる。解析ではこの頃から斜め上方へのせん断破壊が顕在化し、水圧の増加率が減少に転じている。これを境に急に砂地盤のせん断抵抗が小さくなるものと考えられる。せん断破壊が隅角部まで達する頃から円筒ゴムより上半分の砂地盤のせん断抵抗が急に減って載荷面が上方へ大きく動き出し、その結果、砂地盤全体としてのせん断抵抗が急に小さくなるものと考えられる。

5. 制御解析

制御解析は、線形レギュレータ問題に帰着して行う。弾完全塑性とした地盤は等価線形にモデル化する。地盤を弾完全塑性とする解析を事前にを行い、これにより得られる水圧-挿入体積量の関係において消費エネルギーが等しくなるように線形にモデル化する。2次元領域 Ω_s において地盤変形に関する基礎方程式は次のように表される。

$$\sigma_{ij,j} + f_i = 0 \quad \text{in } \Omega_s \quad (1a)$$

$$\varepsilon_{ij} = -\frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad \text{in } \Omega_s \quad (1b)$$

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl}\varepsilon_{kl} \quad \text{in } \Omega_s \quad (1c)$$

$$D_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (1d)$$

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \quad (1e)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (1f)$$

式(1a)～式(1c)はそれぞれ応力の釣り合い、ひずみ～変位関係および応力～ひずみ関係を表す。式(1d)～式(1f)において E 、 ν および δ_{ij} はそれぞれ地盤のヤング係数、ポアソン比およびクロネッカーデルタを表す。ヤング係数 E は、弾完全塑性モデルと消費エネルギーが等しくなるように設定する。境界条件は、次のように規定される。

$$u_i = \hat{u}_i \quad \text{on } S_1 \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} t_i &= \sigma_{ij} n_j \\ &= \hat{t}_i \end{aligned} \quad \text{on } S_2 \quad (2b)$$

式(2a)により変位が規定され、式(2b)により表面力が規定される。 n_j は境界上の外向き単位法線ベクトルを表す。円筒ゴムは前述のように線形弾性として1次元のトラス要素にモデル化し、2次元の地盤に重ね合わせる。一方、円筒ゴム内の水流れに関する基礎方程式は2次元の非圧縮Navier-Stokes方程式を適用し、次のように表される。

$$\rho \dot{v}_i + \rho(v_j - w_j)v_{i,j} + p_i - \kappa(v_{i,j} + v_{j,i})_{,j} = f_i \quad \text{in } \Omega_w \quad (3a)$$

$$v_{i,i} + Q = 0 \quad \text{in } \Omega_w \quad (3b)$$

ここに、 v_i ($i = 1, 2$) および p はそれぞれ x 、 z 方向の流速成分および圧力を表す。 w_j は節点の移動速度を表し、 ρ 、 κ および f_i はそれぞれ水の密度、粘性係数および物体力を表す。式(3a)の左辺第2項は時間方向の離散化において線形化する。連続式(3b)の Q は水の流入量を表す。境界条件と初期条件は、次のように規定される。

$$v_i = \hat{v}_i \quad \text{on } S_1 \quad (4a)$$

$$\begin{aligned} t_i &= \{-p\delta_{ij} + \kappa(v_{i,j} + v_{j,i})\}n_j \\ &= \hat{t}_i \end{aligned} \quad \text{on } S_2 \quad (4b)$$

$$(v_i, p) = (v_i^0, p^0) \quad \text{at } t=0 \quad (4c)$$

式(4a)により流速が規定され、式(4b)により表面力

が規定される。 δ_{ij} と n_j はそれぞれクロネッカーデルタと境界上の外向き単位法線ベクトルを表す。また、地盤と水の間の境界において表面力と変位の連続条件を課す。このように定式化する相互作用問題において最適制御を適用する。数値解析手法としては有限要素法を適用している。

不同沈下の修正制御では、水平にする位置と制御時間、すなわち目的点における目標変位ベクトル u^* と制御開始時刻 t_0 および終端時刻 t_f を設定する¹¹⁾。制御時間が短か過ぎると水を早く圧送する必要が生じ、地盤に急な力を加えることになる。この場合には地盤の変形挙動を定常とした仮定が成り立たなくなるので、制御時間は短か過ぎないように設定する。そして、制御解析により各々の筒ジャッキへ圧送する制御流入速度 q が制御時間内で一定として求める。

さて、最適制御解析では評価関数が設定される。鉛直変位ベクトルを u とし、評価関数 J を次式のように定義する。

$$J = \frac{1}{2} \{(u - u^*)^T R(u - u^*)\} \Big|_{t=t_f} + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} q^T Sq dt \quad (5)$$

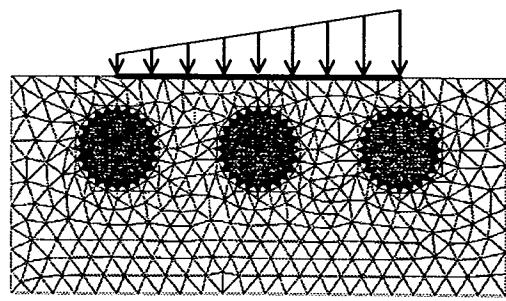
ここに、 R および S は非負の対角要素を持つ重み係数行列を表す。評価関数は普通、時間積分の形で表され、全体が積分記号でくくられる。しかし、式(5)の右辺第1項すなわち目標変位にするための項は時間積分の外に出している。このように本研究では、評価関数は終端時刻 t_f において目標変位となるよう設定し、最終的に不同沈下が修正制御される。反対に第1項を時間積分の中に入れると、制御流入速度 q が制御時間内で一定の場合、沈下修正が不完全に終わる。仮に、制御流入速度が制御時間内で変化する場合、終端時刻の近くで急激に修正制御が行われる。最初のうちは流入量がほとんど零で、終端時刻の近くになつたら必要分の水を速やかに流入させて終端時刻において目標変位とする。このようにするのが式(5)で設定される評価関数においては効率が良いのである。ただし、この場合には水が急に圧送されて制御装置に大きな負担がかかるものと考えられる。このことから制御流入速度は制御時間内で一定とする必要がある。本研究において、制御流入速度を制御時間内で一定とすることと式(5)により評価関数を設定することは必要不可欠である。

式(1a)～式(1c)、式(2a)、式(2b)、式(3a)、式(3b)、式(4a)～式(4c)および表面力と変位の連続条件を拘束条件とし、式(5)の評価関数を最小とすることができるれば制御流入速度は求まり、またこのとき総流入量

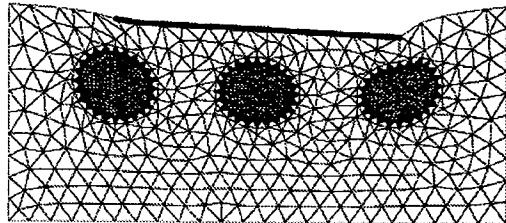
(費用) は最小となる。評価関数の最小化手法としては、比較的単純な計算アルゴリズムであるにもかかわらず収束性の良いとして知られる Sakawa-Shindo 法を適用している¹²⁾。

解析例として 2 ケースの不同沈下を想定し、3 つの筒ジャッキによる修正制御を行った。ケース 1 として、図-1-3 (a) ~ (c) に見られるように、斜めに不同沈下（傾斜沈下）した基礎の修正制御を行った。まず非常に剛な直接基礎を仮定し、その上に分布荷重を与えた。これにより不同沈下の状態を作った。そして最初の状態に戻すように修正制御を行った。制御時間は 600s (10 分) に設定した。基礎の節点荷重や解析条件は数値シミュレーションと同様に設定し、重み係数行列 R および S にかかる重みの値はそれぞれ 1000.0 および 1.0 とした。解析領域は 14m × 6m、基礎の長さは 8m、各々の筒ジャッキ（最初の状態）の半径は 1m とした。目的点は基礎の両端と中央の 3 点とした。境界条件については、地盤の両側面と底面は固定とし、地表面は自由とした。ただし、基礎部はせん断変形を拘束した。各筒ジャッキにおける地盤と水の間の相互作用境界において、表面力と変位の連続条件を課した。ケース 1 の修正制御後、基礎右側の地表面が少し余計に膨らんでいるものの、基礎および周辺地盤はおおむね元の位置に戻っている。筒ジャッキは沈下量に比例して右側が一番大きく、次いで中央、左側の順に膨張している。修正制御後の各々の筒ジャッキの形をよく見ると筒ジャッキ同士の相互作用の様子がわかる。右側の筒ジャッキが地盤を介して中央の筒ジャッキを横から押し、これに伴って中央の筒ジャッキが左側の筒ジャッキを横から押しているのがわかる。また、図-1-3 (d) に見られるように評価関数は収束し、図-1-3 (e) に見られるように制御流入速度はそれぞれ一定値に収束している。制御流入速度の大きさは筒ジャッキの大きさと同様に沈下量と比例して右側が一番大きく、次いで中央、左側の順となっている。制御流入速度はいずれも正の値で筒ジャッキが収縮していないことを確認した。

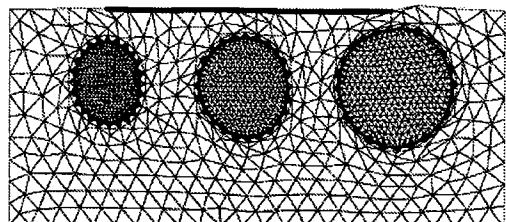
一方、ケース 2 として図-1-4 (a) ~ (c) に見られるように中央が大きく沈下した基礎（相対沈下量が大きい基礎）の修正制御を行った。ケース 1 と同様な方法により制御解析を行った。境界条件もケース 1 とほぼ同様であるが、ケース 2 においては剛な基礎は仮定せず、基礎部のせん断変形は拘束しなかった。修正制御後、基礎および周辺地盤は元の位置に戻っている。筒ジャッキは、沈下量の大きい中央にあるものが大きく膨張している。左右の筒ジャッキ



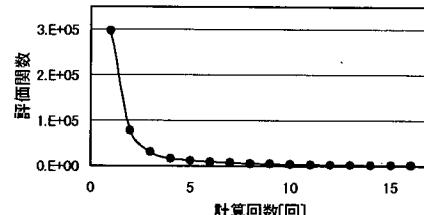
(a) 分布荷重の仮定



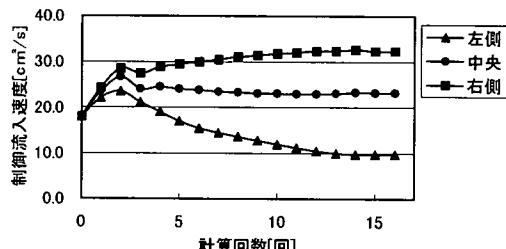
(b) ケース 1 (不同沈下)



(c) 修正制御後

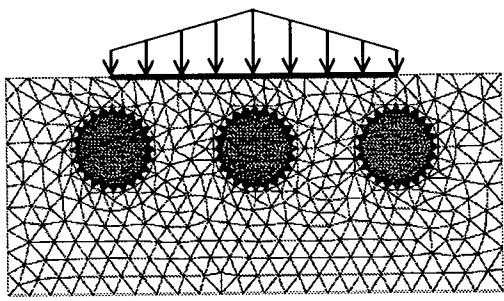


(d) 評価関数

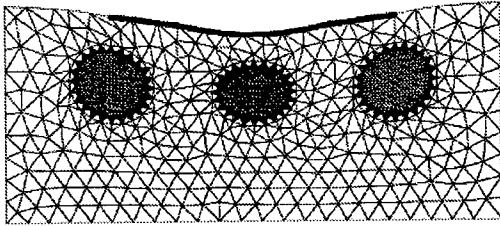


(e) 制御流入速度

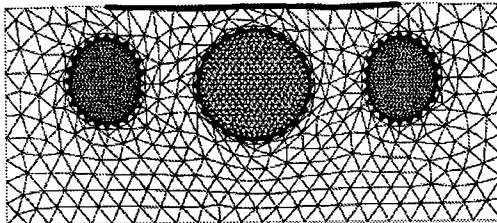
図-1-3 ケース 1 の修正制御



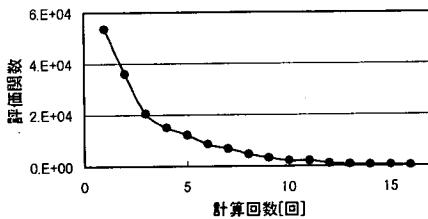
(a) 分布荷重の仮定



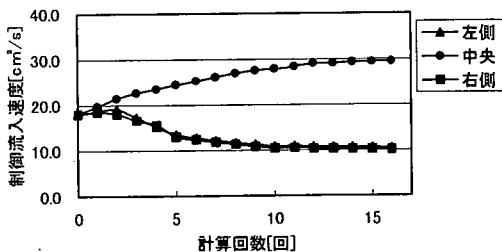
(b) ケース 2 (不同沈下)



(c) 修正制御後



(d) 評価関数



(e) 制御流入速度

図-14 ケース 2 の修正制御

は、同じくらい膨らみ、中央と比べて小さい。このように筒ジャッキの大きさは沈下量に比例している。筒ジャッキをよく見ると中央の筒ジャッキが地盤を介して左右の筒ジャッキを横から押しているのがわかる。また、図-14(d)のように評価関数は収束し、図-14(e)のように制御流入速度はそれぞれ一定値に収束している。制御流入速度の大きさは、筒ジャッキの大きさと同様に、沈下量と比例して中央が大きく、左右がこれより小さく同程度となっている。制御流入速度はいずれも正の値で筒ジャッキは収縮していない。

ケース2においてはケース1のように剛な基礎は仮定しなかった。ケース2の修正制御後、基礎の変形角は最大約 1.7×10^{-3} radであった。この値は限界変形角の目安¹³⁾の 2.0×10^{-3} radよりも小さく、基礎の変形もよく修正されている。なお、水平変位は制御しなかったが、ケース1、ケース2ともに水平変位は小さかった。

6. 結論

直接基礎形式の建物等の不同沈下に対して筒ジャッキによる修正制御システムを提案し、これに関する基礎的研究として模型実験、数値シミュレーションおよび制御解析を行った。本研究において得られた知見は以下のとおりである。

模型実験と数値シミュレーションにおいては、筒ジャッキによるジャッキアップの現象が明らかになった。模型砂地盤のせん断抵抗が一定以上ある内は載荷面の鉛直変位はほとんどなく、円筒ゴム内の水圧は一様に増加する。その後、せん断破壊進行に伴ってせん断抵抗が失われ、鉛直変位は一様な増加に転じる。このときを境に水圧はおおよそ一定となる。また、上載荷重を変えた実験では砂地盤の拘束圧依存性が確認された。これに対して流入速さやゴムの材質を変えた実験では、本研究の範囲において、大きな変化は確認されなかった。更に、実験結果と解析結果の比較検討により解析方法の妥当性を確認した。

制御解析では、有限要素法により定式化する相互作用問題への最適制御の適用性が確認できた。3つの筒ジャッキによる不同沈下の修正制御の最適制御解析が2ケース行われ、どちらの場合においても沈下修正は最終的に完了した。その際、評価関数は収束し、制御流入速度はそれぞれ一定値に収束した。

筒ジャッキは沈下量に比例して大きく膨張し、これ

に伴って制御流入速度の大きさも沈下量に比例することが確認された。また、評価関数の設定に関して考察し、終端時刻において不同沈下が修正制御されるように評価関数を設定した。このように評価関数を設定することと制御流入速度を制御時間内において一定とすることは本研究において必要不可欠であることを示した。

今回の模型実験は3階建ての建物の接地圧に相当する上載荷重（拘束圧）の場合で行ったが、小型の水圧ポンプを用いてジャッキアップすることができた。実構造物に適用する場合には、スケールの違いを考慮し、大型または複数のポンプを用いることが考えられる。既存の水圧及び油圧ポンプの性能からすれば、筒ジャッキを地中深く埋める場合を除けば、構造物のジャッキアップに必要な圧力は充分確保できる。筒ジャッキは地中の適度に浅い位置に埋めて地表面（構造物の下面）に向かって大きく膨らむようにするのであり、土圧の大きい大深度への設置は考慮しない。また、大変形に耐えるゴムは、筒ジャッキによる不同沈下の修正制御システムにおいて必要不可欠なものであるが、実際には補強するなどして耐久性等を高める必要がある。一方で、筒ジャッキ端部からの流入のため液体の流入は無理なく行え、また施工上の問題もないと考えられる。しかしながら、最適制御の適用においては解析精度の一層の向上が望まれ、現象のモデル化や解析方法の検討を積み重ねていく必要がある。このことから、今後は、粘性土や中間土を用いた場合の実験および数値シミュレーション、また複数の円筒ゴムによる沈下修正に関する実験などを行う予定である。

謝辞：中央大学理工学部土木工学科國生剛治教授には模型実験と数値シミュレーションに関する数多くの貴重なご意見をいただいた。また、実験計画の際、中央大学理工学部経営システム工学科平野陽一教授には多大のご意見をいただいた。ここに附記し深甚の謝意を表する。

参考文献

- 1) 加藤証一郎、川原睦人：水—土—バルーン連成問題における変位制御解析、土木学会第56回年次学術講演会講演概要集、I -B230, 2001.
- 2) Kato,S., Suda,S., Imazu,K., Nakane,H. and Kawahara,M.: A Control Analysis of Interaction Problem by Fluid Force, Communications in Numerical Methods in Engineering, Vol.17, Issue 7, pp.465-476, 2001.
- 3) 三浦哲彦、沈水龍、藤川和之、元永優一：軟弱地盤上道路における段差緩和工法に関する現場施工と動態観測、土と基礎、50-5(532), 2002.
- 4) 堀越豊司、綱川祐一、横山幸満、日下部治：砂地盤中の球空洞押し抜け実験、第23回土質工学研究発表会、pp. 1355-1358, 1988.
- 5) 岡本道孝、神田政幸、竹村次朗、日下部治：シングルホッパーを用いた空中落下法による模型砂地盤の作成について、土木学会第53回年次学術講演会講演概要集、III-A378, pp.752-753, 1998.
- 6) 石井武司、斎藤邦夫、桑原清、鵜飼恵三：砂地盤に構築された泥水掘削溝壁の三次元弾塑性 F E Mによる安定性評価、土木学会論文集、No.673/III-54, 1-14, 2001.
- 7) Hughes, T. J. R. , Liu, W. K. , Zimmermann, T. K.: Lagrangian-Eulerian Finite Element Formulation for Incompressible Viscous Flows, Comput. Method Appl. Mech. Engrg. 29, pp.329-349, 1981.
- 8) Piperno,S., Farhat,C.:Partitioned Procedures for the Transient Solution of Coupled Aeroelastic Problems Part II :energy transfer analysis and three-dimensional applications, Comput. Method Appl. Mech. Engrg. 190, pp.3147-3170, 2001.
- 9) Chorin, A. J.:Numerical simulation of the Navier-Stokes equations, Math. Comp. 22, pp.745-762, 1968.
- 10) 松本純一、梅津剛、川原睦人：線形型気泡関数を用いた非圧縮性粘性流体解析と適応型有限要素法、応用力学論文集、Vol. 2, pp. 1-10, 1999.
- 11) Kato,S. and Kawahara,M.: A Control Analysis of Displacement in Fluid-Soil-Balloon Interaction Problem, Proc. of the First Asian-Pacific Congress on Computational Mechanics, Vol.2, pp.1357-1362, 2001.
- 12) Kato,S., Suda,S., Imazu,K., Nakane,H. and Kawahara,M.: A Displacement Control Analysis for a Building Under the Differential Settlement Condition by Using Multi-Balloons on Friction Piles, Int. Conf. on Finite Elements in Flow Problems, 2000.
- 13) (社)日本建築学会編：建築基礎構造設計指針、技報堂, pp.150-156, 2001.

(2002. 8. 2 受付)

A BASIC STUDY ON MODIFICATION CONTROL OF DIFFERENTIAL SETTLEMENT OF STRUCTURE BY CYLINDRICAL RUBBER JACKS

Shoichiro KATO and Mutsuto KAWAHARA

This paper presents a basic study on the modification control of differential settlement of a building with spread foundation by new cylindrical rubber jacks. This study is consisted of a model test, the numerical simulation and the control analysis. The water is injected into the cylindrical rubber and then it expands in the sand. The result of interaction analysis by the FEM was also compared with that of the model test. On the other hand, an optimal control analysis with the performance function was carried out. As a result, the phenomenon of jacking up by the cylindrical rubber jack could be predicted, and the applicability of the optimal control for the interaction problem could be confirmed.