

埋め込み型要素を用いた RC はりのひび割れ進展解析

松尾真紀¹・恩田雅也²・二羽淳一郎³

¹正会員 工修 東京工業大学大学院助手 理工学研究科土木工学専攻
(〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1)

²正会員 工修 日本道路公団 中部支社 (〒442-8548 静岡県豊川市麻生田町茶木畑 101)

³フェロー会員 工博 東京工業大学大学院教授 理工学研究科土木工学専攻
(〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1)

コンクリートのある部分にひずみが局所化して生じるひび割れを有限要素法で表現するため、これまでに分布型ひび割れモデルと離散型ひび割れモデルの2種類が提案されている。本研究では、分布型ひび割れモデルでこれまで問題点とされていた要素寸法依存性を低減できる、一要素内にひずみの局所化領域を埋め込んだひび割れモデルの提案を行った。そして、この要素を用いて、斜め引張破壊を生じるRCはりの解析を行い、実験結果との比較を行った。その結果、本研究で提案した埋め込み型ひび割れ要素を用いた有限要素解析により、要素寸法依存性が低減され、斜め引張破壊を生じさせるようなせん断ひび割れの発生および進展、そしてせん断強度の寸法効果を許容できる範囲内で予測可能であることが示された。

Key Words : shear, diagonal tension failure, strain localization, crack propagation, finite element method

1. はじめに

土木構造物は巨大で、かつ公共構造物であることが多いことから、その破壊が周囲の環境に与える影響は計り知れない。そのため、土木構造物を設計する段階において、その破壊時(最大)耐力を知ること、そして破壊に至るまでの挙動を把握することが最も重要であると考えられる。土木構造物は主としてコンクリート構造物(鉄筋コンクリート構造やプレストレストコンクリート構造を含む)と鋼構造に分類できる。最近では、複合構造物のようなコンクリート構造と鋼構造との中間的な構造形式を有する構造物の建設が進められ、コンクリートやポリマー系材料に繊維を混入した複合材料のような新材料に関する研究も活発化している。このようなことから、今後、設計の自由度がますます増加していくことが予想される。このような土木構造物に関する現代の流れの中で、構造物の破壊を明確に説明することのできる手法の開発は不可欠であると考えられる。そして、構造物の破壊の解析方法を提案することも、

その一助となり得るであろう。

構造物の破壊は、それを構成する材料であるコンクリートや鋼などに発生する局所的な破壊が原因となって生じる場合が多い。この局所的な破壊とは、コンクリートの場合にはひび割れ、鋼の場合にはき裂、降伏、座屈を指している。本論文では、コンクリート構造物を対象とし、コンクリートに生じるひび割れに焦点を絞ることにする。このようなコンクリートのひび割れは、コンクリートの引張強度が圧縮強度の10分の1程度と非常に小さいという特徴から、ひずみがある部分に集中するために発生するものである。そして、ひび割れ発生というコンクリートの弱点を補うために、引張応力が作用する部分に鉄筋が配置された鉄筋コンクリート(Reinforced Concrete ; RC)構造物が、現在のコンクリート構造物の大半を占めている。

RC構造物の破壊形式の中で、非常に脆性的なせん断破壊は、設計において避けるべき破壊形式である。せん断破壊にも様々なパターンがあるが、斜め引張破壊はせん断力の影響を大きく受けて部材軸に

対してある角度を持つひび割れが急激に進展し、構造物全体を破壊へ導く危険な破壊形式の一つである。この斜め引張破壊は1本の大きなひび割れによって生じる破壊であり、軸方向鉄筋が降伏する前に起こるため、韌性的な曲げ破壊に比べて変形が非常に小さい。したがって、斜め引張破壊を生じるようなRC構造物においては、その最大耐力とそれまでのひび割れ進展状況を把握することが重要になる。

有限要素法におけるコンクリートに発生するひび割れの取り扱い、これまで主として離散型ひび割れ要素と分布型ひび割れ要素として提案されてきた。前者はひび割れを直接的に表現する要素であり、コンクリート要素間の界面に隙間を持たせるもので、バネ要素¹⁾、仮想ひび割れ要素²⁾、接触要素³⁾、⁴⁾などが提案されている。一方、後者はコンクリート要素特性を変化させてひび割れを表現するもので、ひび割れ発生後もコンクリートの連続性が保たれる。そのため、要素を再分割する必要がなく簡便であり、汎用プログラムにも良く使用されている。しかし、ひび割れ発生後もコンクリートの連続性を保持するために、コンクリート要素の特性を変化させてしまうことから、解析結果の要素寸法依存性が大きいことが指摘されている。このような背景から、コンクリートの連続性を保ちつつ、要素寸法依存性を減少できるような要素の提案が必要であると考えられる。これまでに、分布型ひび割れ要素の問題点を解決する要素が、Belytschkoら⁵⁾やOrtizら⁶⁾によって提案されている。これらの要素は、一要素内にひずみの局所帯を埋め込んだものである。Belytschkoらによって提案された要素は、ひずみの不連続面に粘着摩擦の連続条件を適用し、それを要素全体の適合条件に当てはめて定義されている。また、Ortizらによるものは、局所変形を考慮した形状関数を定義することにより得られている。これらの要素はそれぞれ定義が異なっているものの、どちらも解析結果に及ぼす要素寸法依存性が低減できたと報告されている。

現在、RC構造物のせん断に対する設計では、多数の実験データを基にして得られた算定式⁷⁾が用いられている。最近、コンクリート構造における破壊力学の適用が盛んになっているが、この算定式⁷⁾は破壊力学に基づくものではない。そして、斜め引張破壊するRCはりのせん断強度の寸法効果がはりの有効高さの1/4乗に反比例する形で取り入れられている。しかし、Kani⁸⁾による研究以来、多数報告されているせん断強度の寸法効果を表現することのできる解析手法の開発は、今後のRC構造物のさらなる大型化に向けて非常に役立つものと考えられる。

本研究では、要素寸法依存性が従来の分布型ひび

割れ要素に比べて小さいとの報告⁵⁾、⁶⁾がある、ひずみの局所帯を埋め込んだ要素を新たに提案する。そして、ひび割れの進展経路を予め仮定せずに、逐次埋め込み型要素を挿入していく手法で、コンクリートに発生するひび割れの進展を予測する。さらに、提案した埋め込み型要素の基本的な特性を確認し、斜め引張破壊するRCはりの解析を行う。その際には、実験結果との比較と、せん断強度に影響を及ぼすと考えられる軸方向鉄筋比、部材寸法、付着作用などの要因を様々に変化させた解析を行う。最後に、要素寸法依存性、せん断強度の寸法効果、ひび割れ進展状況について検討し、斜め引張破壊を生じるRCはりの破壊に至るまでの挙動について詳細に考察していく。

2. ひずみの局所化現象を考慮した埋め込み型ひび割れ要素の提案

(1) 埋め込み型ひび割れ要素の定義

コンクリートのある部分にひずみが局所化し、ひび割れへと進展していく現象を表現する有限要素として、埋め込み型ひび割れ要素を新たに提案する。本要素は、Belytschkoら⁵⁾やOrtizら⁶⁾に提案された要素と定義が異なる。また、ひずみの局所化領域のみの剛性を計算することができるため、離散型ひび割れ要素に近い性質を持つ。既報の論文⁹⁾で本要素の概要を示しているが、ここでは埋め込み型ひび割れ要素の定義について詳述し、要素の基本的特性を明確にする。埋め込み型ひび割れ要素は、2次元場で4節点を有するアイソパラメトリック四辺形要素として表現することにする。図-1に、一要素内にひずみの局所化した領域が埋め込まれた要素とひずみ分布を示す。このひずみの局所化領域は、要素内のある点の最大主引張応力がコンクリートの引張強度に達したとき、その点を含み、主引張応力方向に対して直角となるようにある幅 b を持たせて挿入される。ここで、図-1(a)の点①~④は実際の要素節点である。また、実際の節点とは区別して、局所化領域を表す節点(1)~(4)は仮想節点と呼ぶことにし、コンクリート要素の辺上に位置させている。ここで、ひずみの局所化領域以外の部分を非局所化領域と呼ぶことにする。

有限要素法では、節点の変位と要素内のひずみを形状関数マトリクスから得られるひずみ-変位マトリクスによって結び付けて定義しているため、図-1(b)に示すようなひずみの不連続領域を要素内に設けるのは一般に困難である。そこで、一要素内の

全ひずみは、ひずみの局所化領域と非局所化領域の重ね合わせであると仮定し、要素の定義を行う。

局所化領域と非局所化領域のひずみ $\{\varepsilon\}$ と応力 $\{\sigma\}$ を次式のように定義する。

$$\{\varepsilon_N\} = [B_N] \{u - u_L\} \quad (1)$$

$$\{\varepsilon_L\} = [B_L] \{u_L\} \quad (2)$$

$$\{\sigma_N\} = [D_N] \{\varepsilon_N\} = [D_N][B_N] \{u - u_L\} \quad (3)$$

$$\{\sigma_L\} = [D_L] \{\varepsilon_L\} = [D_L][B_L] \{u_L\} \quad (4)$$

ここで、 u は節点変位であり、添字の N と L は、それぞれ非局所化領域(Non-Localized Region)と局所化領域(Localized Region), $[B]$ はひずみと節点変位を結び付けるマトリクス, $[D]$ は弾性マトリクスを表している。また, $[B_N]$, $[B_L]$ マトリクスは、局所化領域, 非局所化領域ともに 4 節点を有する四辺形である場合, 次に示すように同様の形状となる。

$$[B_N] = [B_L] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \Lambda & \frac{\partial N_4}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & \Lambda & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \Lambda & \frac{\partial N_4}{\partial y} & \frac{\partial N_4}{\partial x} \end{bmatrix}$$

ここで、 $N_i (i=1\sim 4)$ は図-1(c) に示す局所座標系で表される形状関数である。

$$N_1 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta)$$

$$N_2 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)$$

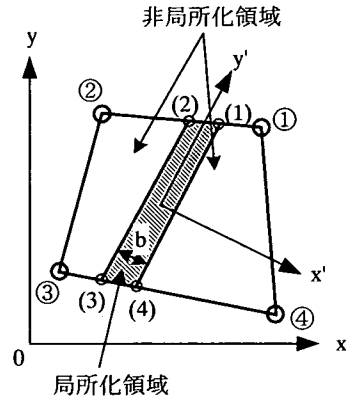
$$N_3 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta)$$

$$N_4 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta)$$

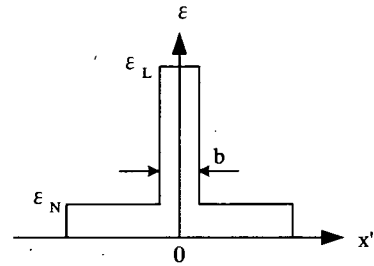
式(1)から式(4)をマトリクス表示すると、以下のよう表される。

$$\{\varepsilon_N\} = [B_N \quad -B_N] \begin{Bmatrix} u \\ u_L \end{Bmatrix} \quad (5)$$

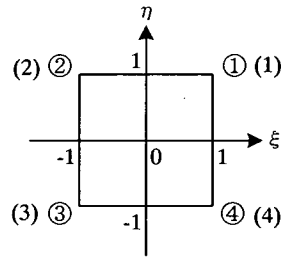
$$\{\varepsilon_L\} = [0 \quad B_L] \begin{Bmatrix} u \\ u_L \end{Bmatrix} \quad (6)$$



(a) 埋め込み型ひび割れ要素 (全体座標系)



(b) ひずみ分布



(c) 局所座標系

図-1 ひずみの局所化を考慮した要素の提案

$$\{\sigma_N\} = [D_N][B_N \quad -B_N] \begin{Bmatrix} u \\ u_L \end{Bmatrix} \quad (7)$$

$$\{\sigma_L\} = [D_L][0 \quad B_L] \begin{Bmatrix} u \\ u_L \end{Bmatrix} \quad (8)$$

次に、要素節点に仮想変位 δu を与え、仮想仕事の原理を適用することにする。要素内の内部仕事は、局所化領域と非局所化領域、それぞれの内部仕事の和で与えられることから以下の関係が成立する。

$$\begin{aligned}
& \begin{Bmatrix} \delta u \\ \delta u_L \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} f \\ 0 \end{Bmatrix} \\
&= \int_{V_N} \{\delta \varepsilon_N\}^T \{\sigma_N\} dV_N + \int_{V_L} \{\delta \varepsilon_L\}^T \{\sigma_L\} dV_L \\
&= \begin{Bmatrix} \delta u \\ \delta u_L \end{Bmatrix} \int_{V_N} [B_N \quad -B_N]^T [D_N] [B_N \quad -B_N] dV_N \begin{Bmatrix} u \\ u_L \end{Bmatrix} \\
&+ \begin{Bmatrix} \delta u \\ \delta u_L \end{Bmatrix} \int_{V_L} [0 \quad B_L]^T [D_L] [0 \quad B_L] dV_L \begin{Bmatrix} u \\ u_L \end{Bmatrix} \quad (9)
\end{aligned}$$

ここで、 δu_L は局所化領域に設けた仮想節点の変位、 f は要素節点に作用する外力である。有限要素法では、節点のみに外力が作用すると仮定しているため、仮に設けた仮想節点には外力は作用しない。したがって、式(9)の左辺において、仮想節点に作用する外力の項は0となっている。

式(9)をさらに展開し整理すると次式が得られる。

$$\begin{Bmatrix} f \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ u_L \end{Bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
K_{11} &= \int_{V_N} [B_N]^T [D_N] [B_N] dV_N \\
K_{12} &= -\int_{V_N} [B_N]^T [D_N] [B_N] dV_N \\
K_{21} &= -\int_{V_N} [B_N]^T [D_N] [B_N] dV_N \\
K_{22} &= \int_{V_N} [B_N]^T [D_N] [B_N] dV_N + \int_{V_L} [B_L]^T [D_L] [B_L] dV_L
\end{aligned}$$

式(10)から、仮想節点の変位は次式で表される。

$$\begin{Bmatrix} u_L \end{Bmatrix} = -[K_{22}]^{-1} [K_{21}] \begin{Bmatrix} u \end{Bmatrix} \quad (11)$$

さらに、式(11)を式(10)に代入すると次式が得られ、埋め込み型ひび割れ要素の剛性マトリクス $[K_E]$ が求まる。

$$\begin{aligned}
\begin{Bmatrix} f \end{Bmatrix} &= [K_E] \begin{Bmatrix} u \end{Bmatrix} \quad (12) \\
[K_E] &= [K_{11} - K_{12} K_{22}^{-1} K_{21}]
\end{aligned}$$

(2) 弾性マトリクス

式(12)で表される埋め込み型ひび割れ要素の剛性マトリクス $[K_E]$ を計算するためには、局所化領域の

弾性マトリクス $[D_L]$ と非局所化領域の弾性マトリクス $[D_N]$ を定義する必要がある。本研究では、コンクリートは等方性材料であり、平面応力状態にあると仮定し、それぞれの領域の弾性マトリクスを以下の式で表した。

非局所化領域：

$$[D_N] = \frac{E_N}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1-\nu/2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

局所化領域：

$$[D_L] = \begin{bmatrix} E_L & 0 & 0 \\ 0 & E_N & 0 \\ 0 & 0 & G' \end{bmatrix} \quad (14)$$

ここで、 E_N 、 E_L は非局所化領域、局所化領域の弾性係数、 ν はポアソン比、 G' はせん断弾性係数であり、 E_L 以外の係数にはすべて定数を代入した。実際には局所化領域のせん断弾性係数 G' はひび割れ発生後の係数であるため、ひび割れ発生前のせん断弾性係数 G よりも小さくなり、さらにひび割れ幅に関連があると予想される。また、ひび割れ発生後のせん断弾性係数について検討された実験的研究¹⁸⁾もあるが、一般的になっていないのが現状である。したがって、文献¹⁹⁾を参考に、せん断弾性係数 G' を $G'=G/1000$ (ただし、 $G=E_N/2(1+\nu)$)とし、この値を本論文に示すすべてのコンクリート材料特性に適用することにした。また、局所化領域の弾性係数 E_L には引張軟化特性を導入し、非線形性を考慮した。そのため、係数 E_N と E_L の比はひび割れの進展に伴って、変化する。ここで、コンクリートの引張軟化特性は、局所化領域幅 b に任意の値を与えたとき、ひび割れ幅 w を b で除した値をひずみとし、伝達応力-ひび割れ幅関係を伝達応力-ひずみ関係に変換して定めたものである。

(3) 埋め込み型ひび割れ要素の基本的特性

本研究で提案した埋め込み型ひび割れ要素の基本的な特性を把握するために、プレーンコンクリートの有限要素解析を行った。対象としたのは、一軸引張試験と曲げ試験の2種類である。また、解析には一般的なコンクリートの材料特性値を用いることにし、圧縮強度 $f'_c=30(\text{N/mm}^2)$ 、引張強度 $f_t=3.0(\text{N/mm}^2)$ 、弾性係数 $E_N=3.0 \times 10^4(\text{N/mm}^2)$ 、破壊エネルギー $G_F=0.1(\text{N/mm})$ とした。

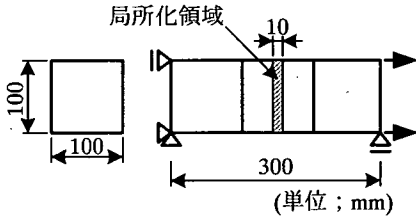


図-2 一軸引張試験 (要素分割数=3)

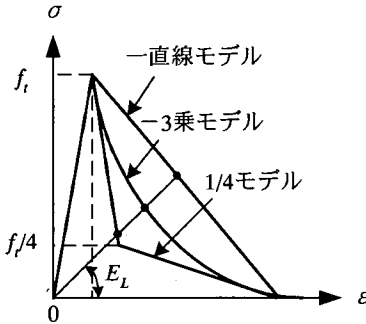


図-3 引張軟化曲線

プレーンコンクリートの一軸引張試験の要素分割図を図-2に示す。軸方向の分割数を3, 5, 7分割に変化させた解析を行い、要素寸法が解析結果に与える影響について検討した。ここで、局所化領域の幅 b はすべての場合で 10(mm)とした。また、一軸引張試験の解析では、軸方向の応力が一樣になり、ひび割れ発生箇所の特定が困難であるため、図-2に示すように、初ひび割れは中央の要素に発生すると仮定した。図-3は、局所化領域の弾性係数 E_L に導入した引張軟化特性の概略図を示している。ここで、局所化領域に代入する E_L は、原点と引張軟化曲線上の点を結んだ傾きである。ここには、引張強度以降の軟化現象を直線で仮定した一直線モデル、軟化域の折れ点の応力を引張強度の1/4とした1/4モデル¹⁰⁾、軟化域を曲線で示した-3乗モデル¹¹⁾の3種類を示しており、引張応力 $\sigma=0$ となるひずみ ϵ は、モデルの形状と引張強度 f_t 、破壊エネルギー G_F から決定される。ここで、一軸引張試験に関する解析では、1/4モデルを適用した。

断面中央における軸方向のひずみ分布の結果を図-4に示す。これは、分割数を5とした場合の結果であるが、他の分割数の場合でもほぼ同様の結果が得られた。また、各荷重レベルは図-5に示してあるとおりで、すべて最大荷重以降である。一要素内の

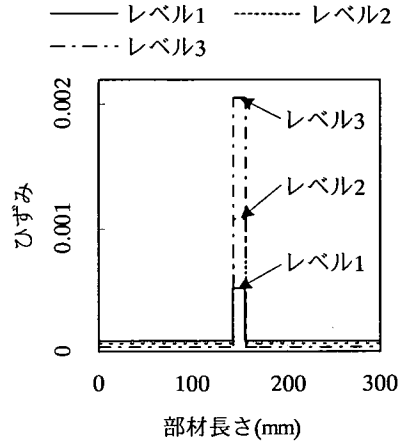


図-4 ひずみ分布

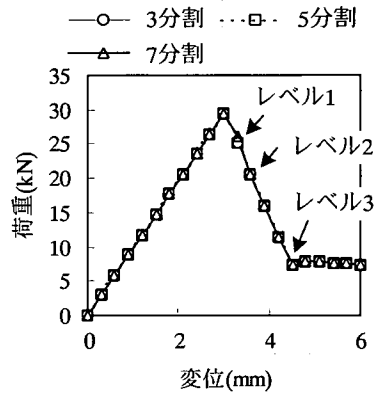


図-5 荷重-変位関係

一部分のひずみのみが局所化して卓越し、他の部分は除荷されてひずみが減少している様子が観察される。したがって、埋め込み型ひび割れ要素の剛性マトリクスが正確に計算され、その定義も妥当であるとみなすことができる。

図-5に荷重-変位関係を示す。すべての分割数で荷重-変位関係がほぼ等しくなった。本解析は一軸引張試験を対象として行ったものであり、応力状態が一樣である。しかし、図-5の結果から、有限要素解析でしばしば問題となる要素寸法依存性が埋め込み型ひび割れ要素を用いた解析では実用上問題のない程度に軽減され、また、埋め込み型ひび割れ要素の定義も妥当であると判断することができる。さらに、図-5の結果から、局所化領域幅と一要素幅の割合の変化が解析結果に与える影響についても考察することができる。ここでは、一要素幅に占める局所

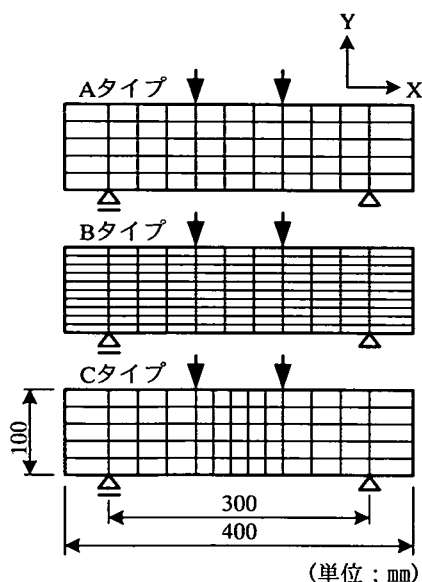


図-6 曲げ試験

化領域幅の割合は 10~25(%)程度に変化しているが、いずれの要素数の場合もほぼ同様の解析結果が得られた。このような結果が得られたのは、本研究で提案した埋め込み型ひび割れ要素では、局所化領域と非局所化領域の剛性を個々に計算するように定義されていることによるものだと考えられる。したがって、局所化領域幅がある値に固定しても、大きな問題にはならないと判断し、以後の解析では、局所化領域幅 $b=10(\text{mm})$ とした。

図-6 に曲げ試験を行ったプレーンコンクリートの要素分割図を示す。ここでは、ひび割れが進展する場合、要素寸法、引張軟化特性の形状が解析結果に与える影響について検討を行った。図-6 の A タイプを基準とし、y 方向の要素寸法を変化させた B タイプ、曲げスパンの x 方向の要素寸法を変化させた C タイプについて解析を行った。また、初ひび割れはスパン中央に発生すると仮定し、局所化領域幅 b は $10(\text{mm})$ とした。

すべての場合でスパン中央に発生した 1 本のひび割れが鉛直方向上方に進展し、終局を迎えた。図-7 に要素寸法を変化させたとき、図-8 に局所化領域に導入する引張軟化曲線の形状を変化させたときの荷重-変位関係を示す。ここで、図-7 の解析結果は、1/4 モデルを引張軟化曲線に導入して得られた結果である。また、図-8 に示す解析結果は A タイプの要素分割を用いて、得られたものである。ひび割れ進展方向に最も細かく要素分割した B タイプの場合、

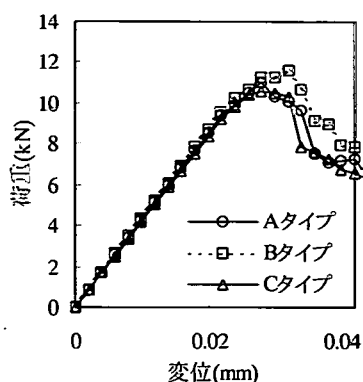


図-7 荷重-変位関係

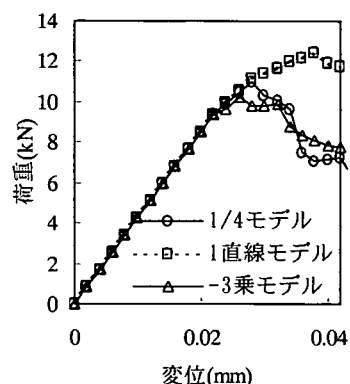


図-8 荷重-変位関係

最大荷重がわずかに大きくなった(図-7)。一般に、要素のアスペクト比が 1 に近いほど解の精度が高くなると言われている²⁰⁾。したがって、3 種類の要素分割の中で、B タイプの要素のアスペクト比が最も大きいことが影響したものと考えられる。しかし、ポストピーク域での荷重-変位関係はいずれも同様の傾向を示しており、埋め込み型ひび割れ要素を用いた有限要素法では、要素寸法は荷重-変位関係の形状にほとんど影響しないことがわかる。一方、引張軟化曲線の変化は荷重-変位関係に大きな影響を与えた(図-8)。引張強度以降の応力を線形に変化させた一直線モデルを用いた場合、他に比べて最大荷重が大幅に増加した。しかし、1/4 モデルと-3 乗モデルの解析結果には大きな相違は観察されなかった。

以上の検討から、本論文で提案した埋め込み型ひび割れ要素について、その定義は妥当なものであり、コンクリートに生じるひずみの局所化現象を表現できることが明らかとなった。また、埋め込み型ひび

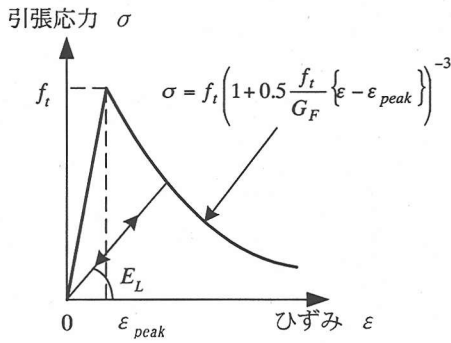


図-9 引張応力-ひずみ関係

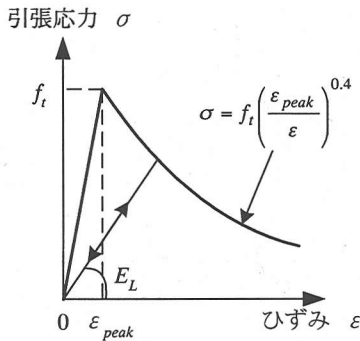


図-10 テンションスティフニング

割れ要素を用いた有限要素解析結果は、従来の分布型ひび割れ要素を用いたものよりも要素寸法依存性を大きく軽減できることがわかった。

3. 埋め込み型ひび割れ要素を用いた RC はりの有限要素解析

(1) 各要素特性

解析対象とした RC はりを構成する要素、コンクリート、鉄筋、テンションスティフニングの要素特性について以下に示す。

a) コンクリート

引張応力を受けるコンクリートの構成則として、図-9 に示す関係を用いた。これは、一般的に良く用いられている、引張軟化を考慮した-3乗モデル¹¹⁾で、ひび割れ幅を局所化領域幅 $b=10(\text{mm})$ で除した値をひずみとした引張軟化曲線である。ここで、 f_t は引張強度、 G_F は破壊エネルギー、 ϵ_{peak} は引張強度に達したときのひずみ ($\epsilon_{peak} = f_t/E_N$)、 E_N は非局所

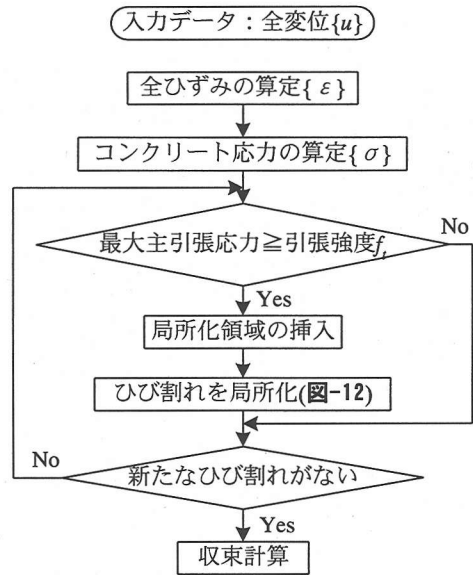


図-11 局所解析の手順

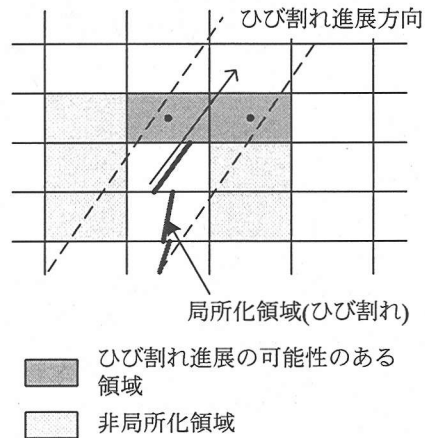


図-12 ひび割れの局所化

化領域の弾性係数であり、 f_t 、 G_F 、 E_N には実験値を代入することにした。また、局所化領域のひずみが除荷される場合を考え、原点指向型の除荷パスも仮定した。

一方、圧縮応力を受けるコンクリートは弾性体であると仮定し、非局所化領域と同じ弾性係数 E_N を導入した。

b) 鉄筋

鉄筋の応力-ひずみ関係は、弾性係数と降伏点強度を与えた2直線のモデルを仮定した。

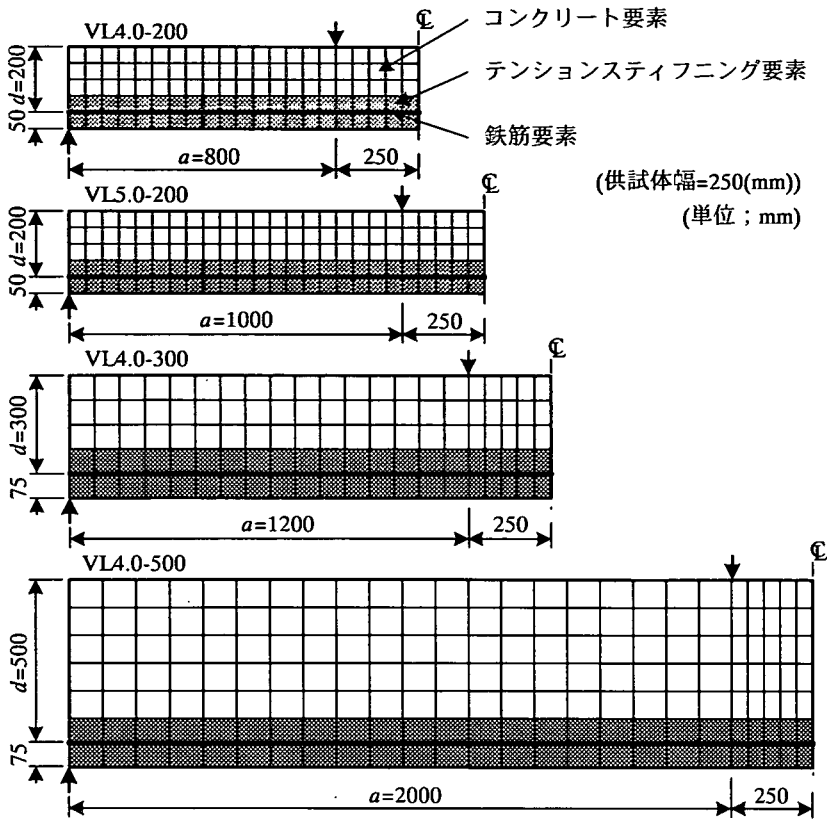


図-13 解析モデル

表-1 供試体諸元

供試体名	d(mm)	a/d	軸方向鉄筋
VL4.0-200	200	4.0	4×SD490-D22
VL5.0-200		5.0	
VL4.0-300	300	4.0	6×SD490-D22
VL4.0-500	500		

表-2 コンクリートの材料特性

供試体名	f'_c (N/mm ²)	f_t (N/mm ²)	E_c^* ×10 ⁴ (N/mm ²)	G_F^* (N/mm)
VL4.0-200	31.2	1.72	3.14	0.062
VL5.0-200	31.2	1.72	3.14	0.062
VL4.0-300	29.1	1.63	3.07	0.059
VL4.0-500	31.2	1.69	3.14	0.062

(*:計算値)

c) テンションスティフニング

コンクリートと鉄筋間の付着作用によって、ひび割れ発生後もコンクリートには引張抵抗が存在する。このテンションスティフニング効果を考慮するため、鉄筋要素に沿ったコンクリート要素には図-10に示す関係を導入し、最大応力以降の関係については、文献¹²⁾を参考にした。ここで、 ϵ_{peak} はコンクリートの要素特性に用いた値と同じである。また、最大応力以降のひずみ除荷については、原点指向型の除荷パスを仮定した。

(2) 解析手法

本解析は、コンクリート要素内の主引張応力が引張強度に達したとき、その部分に主引張応力方向に対して直角となるように、幅 $b(=10(\text{mm}))$ を持たせた局所化領域を埋め込むことにより進めるものである。この応力の判定は、コンクリート要素の重心点で行うものとし、特にひび割れを連続させるような操作は行っていない。したがって、一要素には1つの局所化領域しか存在しないことになる。コンクリート要素内に局所化領域を埋め込む手順を図-11に示す。ただし、図-11は、全体剛性マトリクスから節点変位および荷重を求めた後、局所化領域を埋め込む手

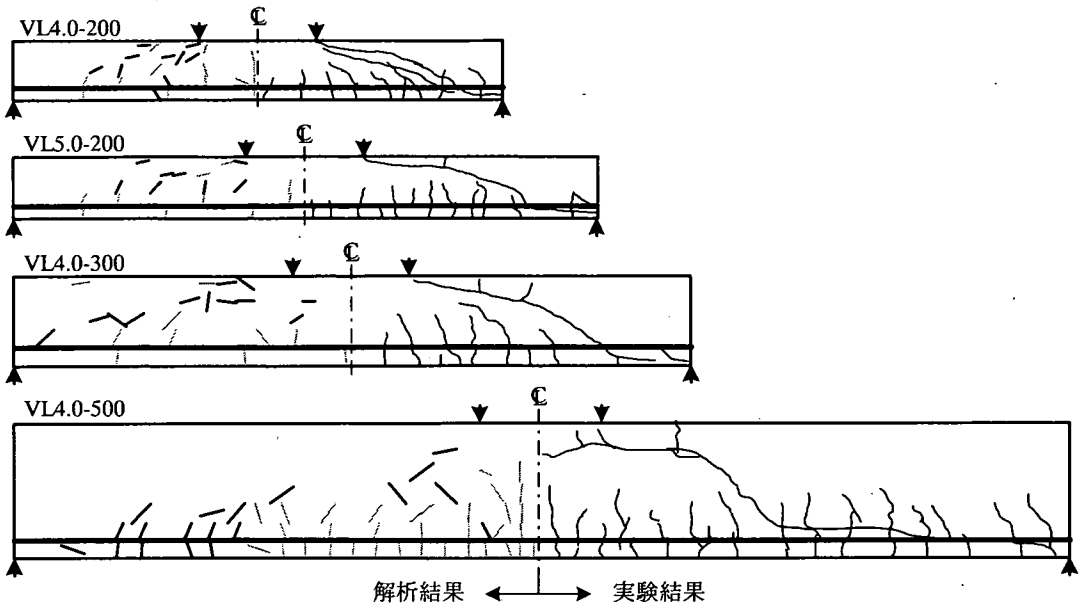


図-14 ひび割れ状況図

順のみを示したものである。

実際にコンクリート構造物に見られるひび割れは、ある一定の間隔を持って発生する。しかし、分布型ひび割れモデルを用いた有限要素解析の場合、実際よりも多くのひび割れが発生し、最大耐力も一般に実験で得られたものよりもやや大きくなることが知られている。したがって、現実には生じる局所化現象を解析で表現するためには、ひび割れを局所化させるための操作を行わなければならない。そこで、本研究では、次に示す仮定に基づいて、解析を進めることにした。

- ① ひび割れが進展可能な領域は、すでに発生したひび割れの進展方向の投影範囲に要素の重心が入る要素のみとする。
- ② ひび割れが発生した要素に隣接した要素にはひび割れは発生しない。

これらの仮定について、図-12 に説明図を示す。

(3) 解析結果および考察

斜め引張破壊を生じる RC はりについて、実験結果と解析結果との比較を行った。既報の論文¹³⁾では斜め引張破壊を生じる 1 種類の RC はりの実験結果と比較を行ったが、今回は有効高さ、せん断スパン有効高さ比をパラメータとした実験を対象とし、解析を行った。さらに、せん断破壊をする RC はりに影響を及ぼす①軸方向鉄筋比、②コンクリートと鉄

筋間の付着作用、③有効高さをパラメータとした解析を行い、結果について検討を行った。ここでは、特にせん断耐力とひび割れ進展状況に着目して、解析結果を考察する。

a) RC はりのせん断実験との比較

斜め引張破壊によって終局に至る、せん断補強筋を有しない RC はりのせん断実験¹⁴⁾について有限要素解析を行った。実験で用いた RC はりの供試体諸元を表-1 に示す。供試体の幅はすべて 250(mm)である。ここで、実験で用いられた RC はりには、粗骨材として超軽量人工骨材が使用されている。表-2 にコンクリートの材料特性を示す。ただし、弾性係数 $E_c(N/mm^2)$ と破壊エネルギー $G_F(N/mm)$ については実験データがないため、CEB-FIP モデルコード¹⁵⁾を参考に算出した。

解析モデルを図-13 に示す。解析は、供試体の対称性から 1/2 について行った。コンクリートは 4 節点四辺形要素、鉄筋は 2 節点線要素でモデル化した。ここで、軸方向鉄筋要素はコンクリート要素とそれぞれ節点を共有しており、完全付着であると仮定した。ただし、付着の影響によるテンションスティフニング効果を、鉄筋要素に接するコンクリート要素の特性として導入している(図-10)。また、3 (1) に示した各要素特性に、実験から得られたコンクリートや鉄筋の材料特性を反映させた(表-2 参照)。

最大荷重に達するまでのひび割れ状況を図-14 に

表-3 結果一覧

供試体名	V_u (kN)	V_{FEM} (kN)	V_{cal} (kN)	V_u/V_{FEM}	V_u/V_{cal}	v_u (N/mm ²)	v_{FEM} (N/mm ²)	v_{cal} (N/mm ²)
VL4.0-200	61.5	59.0	75.5	1.04	0.81	1.23	1.18	1.51
VL5.0-200	60.5	63.1	70.7	0.96	0.86	1.21	1.26	1.41
VL4.0-300	85.0	93.1	99.9	0.91	0.85	1.13	1.24	1.33
VL4.0-500	86.5	67.0	127.5	1.29	0.68	0.69	0.54	1.02

示す。図-14には、実験結果と解析結果をあわせて示しており、センターラインより右側が実験結果、左側が解析結果である。また、解析結果では、ひび割れ進展の過程を最大荷重の2/3で区別し、最大荷重の2/3以上の荷重段階で発生したひび割れを強調して、太いマーカーで示している。実験では、すべての供試体が斜め引張破壊を生じ、図-14に観察されるように支点から載荷点へ向かう斜めひび割れが卓越して成長した。また、解析から得られたひび割れ進展状況から、実験と同様に斜めひび割れが卓越して進展する傾向が観察された。特に、最大荷重に近づくにつれて、曲げひび割れよりもせん断ひび割れの方が進展する傾向が観察された。このことから、解析においても実験と同様、斜め引張破壊が発生したものと想定される。また、本論文で提案した埋め込み型ひび割れ要素を用いた有限要素解析では、斜め引張破壊を生じるRCはりのひび割れ進展状況を予測することが可能であると考えられる。

表-3に実験結果と解析結果をまとめて示す。ここで、 V_u 、 V_{FEM} (kN)はそれぞれ実験と解析から得られたせん断耐力、 V_{cal} (kN)は既往のせん断耐力算定式¹⁶⁾から算出されたせん断耐力、 v_u 、 v_{FEM} 、 v_{cal} (N/mm²)は実験、解析および参考文献¹⁶⁾の算定式から得られたせん断耐力を供試体幅(mm)×有効高さ(mm)で除したせん断強度である。

超軽量人工骨材を用いた斜め引張破壊するRCはりのせん断耐力は、普通骨材を用いたRCはりのせん断耐力の概ね0.7~0.8程度と言われている¹⁷⁾。実験値 V_u と既往のせん断耐力算定式¹⁶⁾から求められたせん断耐力 V_{cal} を比較すると、それと同様の傾向が見られる。しかし、VL4.0-500供試体のせん断耐力は、他の供試体のせん断耐力に比べ、 V_{cal} を大きく下回っている。破壊エネルギー G_F は、普通骨材を用いたコンクリートを対象とした算定式¹⁵⁾から得られた計算値であるが、粗骨材最大寸法が比較的小さいことから、普通コンクリートに対する一般的な値(約0.1(N/mm))に比べて、かなり小さな値となっている。実験と解析から得られたせん断耐力の比 V_u/V_{FEM} は、VL4.0-500供試体を除いて、ほぼ1.0前後の値と

なったが、このことは破壊エネルギー G_F の推定が結果的に超軽量コンクリートの破壊エネルギーの実際値に近かったことを示唆しているものと考えられる。なお、解析から得られたVL4.0-500供試体のせん断耐力 V_{FEM} は、実験値より約30%低くなり、他のデータとは異なった傾向を示した。VL4.0-500以外の供試体については、せん断耐力、ひび割れ状況ともに良く推定できたと見なせるが、VL4.0-500供試体のせん断耐力のみ、実験値を大きく下回る解析結果となった。この理由として、①破壊エネルギー G_F 、②部材寸法、③変位増分型の解析手法の影響が考えられる。①について確認するために、VL4.0-500供試体について、破壊エネルギー G_F を0.061(N/mm)から0.063(N/mm)まで0.0002(N/mm)ずつ、変化させた解析を行った。その結果、最大荷重が V_{FEM} の10%程度も増減する場合があり、バラツキのある不安定な解析結果が得られた。そして、このような場合には、斜めひび割れが卓越して進展する前に解析が終了した。普通コンクリートで、破壊エネルギー $G_F=0.1$ (N/mm)とした場合には、安定した解析結果が得られたが、破壊エネルギーが普通コンクリートの60%程度と小さい場合、引張強度到達後の軟化曲線の勾配が急になることから、解析結果は敏感に破壊エネルギーの影響を受けることが示された。次に、②に挙げた、部材寸法が他の供試体よりも大きいことによる影響については、実験でVL4.0-500供試体のせん断耐力が V_{cal} を大きく下回っていることから、脆性的で不安定な破壊状況であったことが予想される。また、③に挙げた変位増分型の解析手法は、規則的に変位が増大する脆性的な破壊の解析には適していると考えられる。しかし、本解析で対象とした斜め引張破壊では、微小な変位の増大、あるいはスナップバック現象のような変位の減少に伴い、荷重が急激に減少するため、変位増分型の解析手法は脆性的な破壊の追究には適していないと考えられる。したがって、超軽量人工骨材を用いたコンクリートのような、破壊エネルギーが普通コンクリートに比べて小さいコンクリートの解析を行う場合、解析結果に及ぼす破壊エネルギーの影響が鋭敏であること

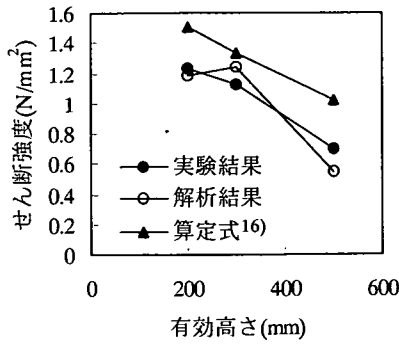


図-15 せん断強度-有効高さ関係

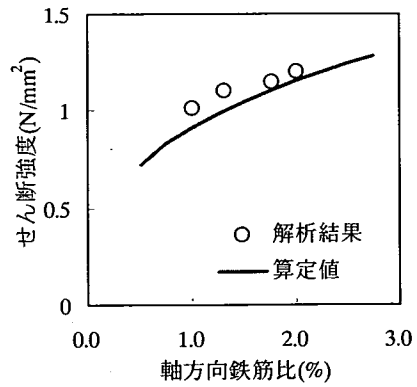


図-17 せん断強度-軸方向鉄筋比関係

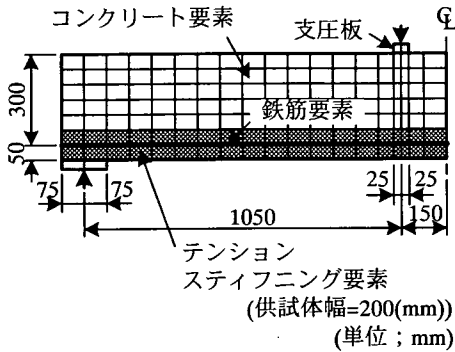


図-16 解析モデル

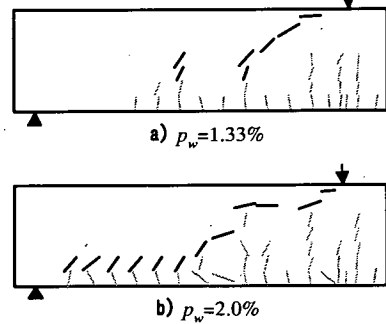


図-18 ひび割れ状況図

から、安定した解析結果を得るためには破壊エネルギー値の大小により一層の注意が必要である。

図-15 にせん断強度-有効高さ関係を示す。同じせん断スパン有効高さ比の供試体 VL4.0-200, VL4.0-300, VL4.0-500 のせん断強度 v_{FEM} を比較すると、有効高さの増加にともないせん断強度が減少する結果となった。図-15 から観察されるとおり、これは実験結果と同様の傾向であることから、本解析では斜め引張破壊する RC はりのせん断強度の寸法効果を表現できることが示された。また、参考文献¹⁶⁾の算定式から得られた v_{cal} も、有効高さの増加に伴い減少する傾向を示しているが、 v_u や v_{FEM} よりもかなり大きな値となった。

以上より、本研究で提案した埋め込み型ひび割れ要素を用いた有限要素解析では、斜め引張破壊する RC はりのせん断耐力、ひび割れの進展をある程度予測することが可能であることが明らかとなった。特に、ひび割れの進展に関しては、前もって経路を仮定することなく、局所化領域を逐次埋め込む方法でひび割れの発生を予測することができた。また、斜め引張破壊する RC はりのせん断強度の寸法効果

も示すことができた。

b) 軸方向鉄筋比に関する検討

軸方向鉄筋比は RC はりのせん断耐力に影響を及ぼす一要因である。そこで、本項では引張鉄筋比をパラメータとした解析を行い、その結果について検討を行う。

解析モデルは図-16 に示すとおりで、軸方向鉄筋比を 1.0~2.0(%)に変化させて解析を行った。材料モデルには 3. (1) に示したモデルを適用し、コンクリートの引張強度 $f_t=3.0(N/mm^2)$ 、破壊エネルギー $G_F=0.1(N/mm)$ とした。また、コンクリートの引張軟化特性には 3 乗モデルを用いた。

図-17 にせん断強度-軸方向鉄筋比関係を示す。図-17 には、既往のせん断耐力算定式¹⁶⁾から得られたせん断強度の値も同時に示している。これより、軸方向鉄筋比が増加するにつれて、最大荷重も増加するという結果が得られた。また、解析結果は算定値¹⁶⁾よりもわずかに大きくなったが、どちらもほぼ同様の傾向を示した。

ひび割れ状況図を図-18 に示す。ここには軸方向

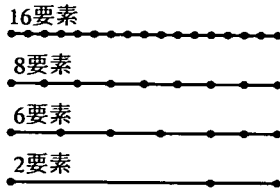


図-19 鉄筋要素分割数

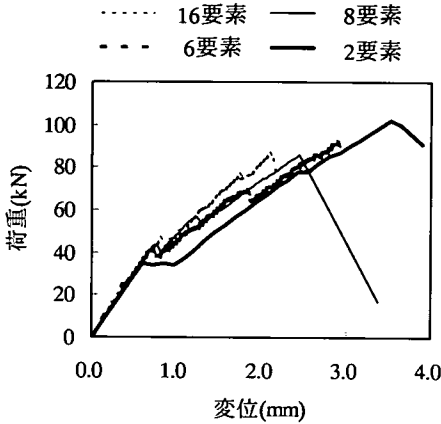


図-20 荷重-変位関係

鉄筋比 p_w が 1.33(%)、2.0(%) の 2 種類の RC はりについて示してある。また、ひび割れ進展過程を把握するため、最大荷重の 2/3 以上の荷重段階で発生したひび割れを強調し、太いマーカーで示している。軸方向鉄筋比に依らず、どちらも斜めひび割れが進展しており、斜め引張破壊を生じることが予測されている。特に、 p_w が 2.0(%) の場合、軸方向鉄筋に沿ったひび割れが支点付近にまで伸びており、付着割裂破壊が生じる可能性を示唆している。

ひび割れ状況は、軸方向鉄筋比の違いのみならずコンクリートとの付着や端部の定着による影響によっても変化する。本解析では、コンクリートと鉄筋の完全付着を仮定しているが、テンションステイフニング効果を考慮し、より現実的なモデル化を行っている。コンクリートと鉄筋間の付着に関して、このような工夫を施すことで、軸方向鉄筋比の違いによるひび割れ状況や破壊性状の相違をより現実的に表現することが可能になると考えられる。

c) コンクリートと鉄筋間の付着に関する検討

コンクリートと鉄筋間の付着作用は RC はりの最大耐力やひび割れ進展状況を把握する上で重要なパ

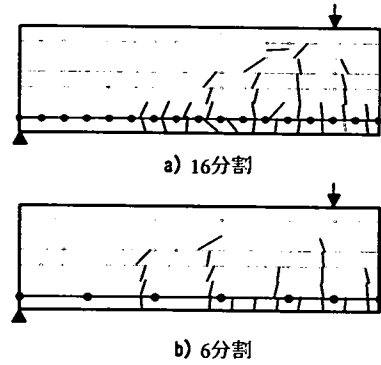


図-21 ひび割れ状況図

ラメータの 1 つである。3. (3) a) で示した解析では、鉄筋要素周辺のコンクリート要素にテンションステイフニング効果を考慮したが、ここではさらに鉄筋要素数を変化させることにより、付着作用が解析結果に及ぼす影響について検討する。

解析は図-16 に示す解析モデルについて行った。鉄筋要素の分割数を図-19 に示す。鉄筋要素の節点はコンクリート要素とそれぞれ節点を共有している。材料モデルには 3. (1) に示したモデルを適用し、コンクリートの引張強度 $f_t=3.0(\text{N}/\text{mm}^2)$ 、破壊エネルギー $G_F=0.1(\text{N}/\text{mm})$ 、コンクリートの引張軟化特性には -3 乗モデルを用いた。

荷重-変位関係を図-20、ひび割れ状況図を図-21 に示す。図-20 から、鉄筋要素の分割数が少ないほど、最大荷重や最大荷重時の変位の増加が観察される。特に鉄筋要素が 2 分割されているものに関しては、その増加が著しい。また、図-21 より、鉄筋要素分割数の相違からひび割れの本数や進展状況に違いが認められた。鉄筋要素分割数の多い解析モデルではひび割れ本数が多く、卓越した斜めひび割れが進展しているが、要素数が少ない場合にはひび割れ本数が少なく、曲げひび割れがはり上縁に向かってまっすぐ伸びる様子が観察された。

鉄筋とコンクリートの付着が十分である場合、互いへの力の伝達がスムーズに行われる。その結果、ひび割れ分散性が良好となり、多数のひび割れが発生する。これが、鉄筋要素分割数が多いものに相当する。一方、付着が不十分であると、ひび割れ分散性が悪くなり、鉄筋要素分割数が少ない場合のようにひび割れ本数が減少する。また、図-21 のひび割れ状況図からもわかるように、付着が良好であると鉄筋とコンクリートの力の伝達が行われるために斜めひび割れが発生してせん断破壊を生じる傾向にあ

るが、付着が不十分な場合、載荷点と支点を結ぶアーチ部分のコンクリートが健全であるためタイドアーチ機構が形成され最大耐力が向上するものと考えられる。

以上、埋め込み型ひび割れ要素を用いた有限要素解析において、コンクリートと鉄筋間の付着作用が最大耐力、変形性状、ひび割れ状況に及ぼす影響を示すことができた。

d) せん断強度の寸法効果に関する検討

斜め引張破壊をする RC はりのせん断強度は、部材寸法が増大するほどに低下し、寸法効果があることが知られている。そこで、本項では有効高さをパラメータとした解析を行い、その結果について考察する。

せん断スパン有効高さ比を 3.5、供試体幅を 200(mm)と一定、有効高さを 150(mm)から 2400(mm)の 6 水準に変化させた RC はりについて解析を行った。要素分割、拘束条件は図-16 に示す解析モデルと同じものとした。したがって、有効高さが増加すると、要素寸法も変化している。ここで、材料モデルには 3 (1) に示したモデルを適用し、コンクリートの引張強度 $f_t=3.0(\text{N}/\text{mm}^2)$ 、破壊エネルギー $G_F=0.1(\text{N}/\text{mm})$ とした。また、コンクリートの引張軟化特性には 3 乗モデルを用いた。

図-22 にせん断強度-有効高さ関係を示す。図にはコンクリート標準示方書から算定されたせん断強度と CEB モデルコード¹⁵⁾から求めたせん断強度もあわせて示している。解析結果は、有効高さの増加に伴いせん断強度が低下する現象を示している。これは、コンクリート標準示方書や CEB モデルコードによる算定値とほぼ同様の傾向を示した。本解析では、コンクリートの引張強度を超過した局所化領域の特性として引張軟化曲線を与え、破壊力学の考え方を適用している。このように、引張軟化曲線によって引張を受けるコンクリートの非線形挙動を考慮すれば、コンクリートと鉄筋間の付着作用に関して、テンションスティフニングモデルなどの適切なモデルを用いて、斜め引張破壊する RC はりのせん断強度の寸法効果を予測することが可能となると考えられる。

図-23 に有効高さ(d)が 150(mm)、450(mm)、1500(mm)の RC はりのひび割れ状況図を示す。ここでも、最大荷重の 2/3 以上の荷重段階で発生したひび割れを強調し、太いマーカーで示している。すべての解析モデルで、卓越した斜めひび割れが観察され、斜めひび割れが RC はりの最終的な破壊の原因となっていると考えられる。したがって、せん断強度の寸法効果は、このような破壊の局所化によって

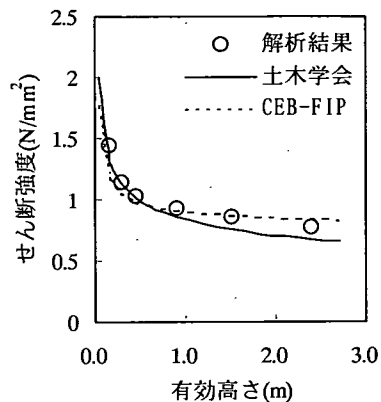


図-22 せん断強度-有効高さ関係

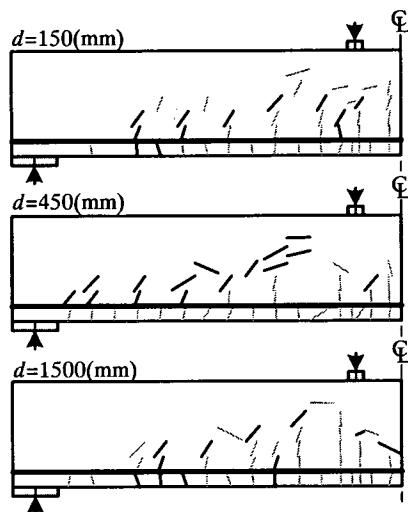


図-23 ひび割れ状況図

もたらされるものであると推察することができる。

以上、本研究で提案した埋め込み型ひび割れ要素にコンクリートの引張軟化特性を考慮し、コンクリートと鉄筋間の付着作用などを適切にモデル化することにより、①斜め引張破壊を生じる RC はりのせん断強度の寸法効果、②ひび割れ発生および進展状況を推測することが可能であると考えられる。

4. 結論

本研究で得られた結果を以下に示す。

- (1) コンクリートに生じるひずみの局所化現象を表現するために、一要素内にひずみの局所化領域を埋め込んだ有限要素を新たに提案した。そして、本要素を用いた有限要素解析を行い、ひず

- みの局所化現象を表現することができることを示した。
- (2) 本研究で提案した埋め込み型ひび割れ要素を用いた有限要素解析では、従来の分布型ひび割れ要素を用いた解析に比べて、解析結果の要素寸法依存性を軽減することができた。
 - (3) 予めひび割れ経路を仮定しなくても、埋め込み型ひび割れ要素を用いることによって、斜め引張破壊する RC はりのひび割れの発生および進展をある程度予測することが可能である。さらに、せん断強度の寸法効果も許容し得る範囲内で表現することができた。
 - (4) 斜め引張破壊を生じる RC はりの軸方向鉄筋比、コンクリートと鉄筋間の付着作用を変化させた解析を行った結果、それぞれの影響により最大荷重、ひび割れ状況が変化する様子を表現することができた。
 - (5) 本研究で提案した埋め込み型ひび割れ要素は分布型ひび割れ要素の一つとして考えられる。しかし、コンクリート要素内の一部を局所化領域とすること、主引張応力の方向を考慮することができるため、離散型ひび割れ要素のように局所化したひび割れ発生状況を表現することができる。
- 7) コンクリート標準示方書(2002 年制定) : 土木学会, pp.65-72, 2002.
 - 8) Kani, G.N.J. : Basic Facts Concerning Shear Failure, Journal of the American Concrete Institute, No.63-32, pp.675-692, 1966.
 - 9) 松尾真紀, 恩田雅也, 二羽淳一郎 : ひずみの局所化領域を含むコンクリートの有限要素解析, コンクリート工学年次論文報告集, V-21, No.3, pp.151-156, 1999.
 - 10) Rokugo, K., Iwasa, M., Suzuki, T. and Koyanagi, W. : Testing Methods to Determine Tensile Strain Softening Curve and Fracture Energy of Concrete, Fracture Toughness and Fracture Energy, Balkema, pp.153-163, 1989.
 - 11) Foote, R.M.L., Mai, Y.W. and Cotterell, B. : Crack Growth Resistance Curves in Strain-Softening Materials, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol.34, No.6, pp.593-607, 1986.
 - 12) An, X., Maekawa, K. and Okamura, H. : Numerical Simulation of Size Effect in Shear Strength of RC Beams, Journal of Materials, Concrete Structures and Pavement, JSCE, No.564/V-35, pp.297-316, 1997.
 - 13) 恩田雅也, 松尾真紀, 二羽淳一郎 : ひび割れの局所化領域を埋め込んだ要素を用いた RC 構造物の有限要素解析, コンクリート工学年次論文報告集, V-23, No.3, pp.55-60, 2001.
 - 14) 横田 弘, 舟橋政司, 山田昌郎, 原 夏生, 二羽淳一郎 : せん断補強のない高性能軽量コンクリートはりのせん断耐荷機構, 港湾空港技術研究所報告, Vol.40, No.3, pp.17-35, 2001.
 - 15) CEB : CEB-FIP Model Code 1990, Bulletin d'Information, No.213/214, 1993.
 - 16) 二羽淳一郎, 山田一字, 横沢和夫, 岡村 甫 : せん断補強筋を用いない RC はりのせん断強度式の再評価, 土木学会論文集, No.372/V-5, pp.167-176, 1986.
 - 17) 舟橋政司, 原 夏生, 横田 弘, 二羽淳一郎 : 高性能軽量コンクリートを用いた RC 梁のせん断耐力, コンクリート工学年次論文報告集, V-23, No.3, pp.919-924, 2001.
 - 18) 篠原保二, 金子 葉, 高田典英 : 軸方向変位または荷重制御下におけるコンクリートのせん断挙動に関する実験的研究, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.20, No.2, pp.565-570, 1998.
 - 19) 内田裕市, 六郷恵哲, 小柳 治 : 仮想ひびわれモデルを組込んだ分布ひびわれモデルによるコンクリートのひびわれの有限要素解析, 土木学会論文集, No.466/V-19, pp.79-88, 1993.
 - 20) Desai, C.S. and Abel, J.F. (山本善之 訳) : マトリックス有限要素法 - 基礎理論とその応用 -, 科学技術出版社, pp.186-188, 1982.

参考文献

- 1) 例えば, Ngo, D. and Scordelis, A.C. : Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams, ACI Journal, No.64-14, pp.152-163, 1967.
- 2) Hillerborg, A., Modeer, M. and Petersson, P. E. : Analysis of Crack Formation and Crack Growth in Concrete by Means of Fracture Mechanics and Finite Elements, Cement and Concrete Research, Vol.6, No.6, pp.773-782, 1976.
- 3) 野口 博 : 有限要素法による鉄筋コンクリートの非線形解析(第 4 報 : コンクリートのひび割れの発生と進展), 日本建築学会論文報告集, 第 262 号, pp.43-52, 1977.
- 4) 松尾真紀, 日比野憲太, 高木宣章, 児島孝之 : コンクリートのひび割れを表現する離散モデルとその基本的特性, 土木学会論文集, No.655/V-48, pp.1-12, 2000.
- 5) Belytschko, T., Fish, J. and Englemann, B.E. : A Finite Element with Embedded Localization Zones, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, No.70, pp.59-89, 1988.
- 6) Ortiz, M., Leroy, Y. and Needleman, A. : A Finite Element Method for Localized Failure Analysis, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, No.61, pp.189-214, 1987.

(2002.7.19 受付)

CRACK PROPAGATION ANALYSIS ON RC BEAMS USING THE ELEMENT WITH EMBEDDED LOCALIZATION ZONES

Maki MATSUO, Masaya ONDA and Junichiro NIWA

Two kinds of finite element model, such as a smeared crack model and a discrete crack model have been proposed up to now. These elements can represent a crack that occurs in a concrete because of the strain localization. In this study, a smeared crack model with embedded localization zones was newly proposed. This element can reduce the mesh-size-dependence less than the smeared crack element proposed previously. Analytical results of RC beams failed by diagonal tension failure were compared with the experimental results. Finally, the F.E.M. analysis using the proposed element can decrease the mesh-size-dependence, and estimate an occurrence and/or a propagation of inclined cracks and a size effect of shear strength of RC beams reasonably.