

# 鉄筋コンクリート部材におけるコンクリート 動弾性係数の推測に関する研究

謝爽<sup>1</sup>・伊東良浩<sup>2</sup>・足立一郎<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 千葉工業大学助手 工学部土木工学科 (〒275-8588 千葉県習志野市津田沼 2-17-1)

<sup>2</sup>故千葉工業大学講師 工博

<sup>3</sup>フェロー 工博 千葉工業大学教授 工学部土木工学科 (〒275-8588 千葉県習志野市津田沼 2-17-1)

鉄筋コンクリート部材のコンクリート動弾性係数を求めるために、鉄筋コンクリート試験体による要素試験を行い、試験体の縦波1次共振周波数、たわみ1次共振周波数とねじり1次共振周波数を打音法で測定した。得られた共振周波数に対して、三次元自由振動固有値解析で検討した。試験体断面には鉄筋の配筋率が少ない場合には、解析結果が実測値と良く一致する事は分かった。配筋率が大きい場合には、鉄筋周辺コンクリートの応力-ひずみ関係が複雑となり、平面保持が成立しなくなるため、解析値が実測値より大きめに解析された。これに対して、本研究では、一次元棒の縦波弾性振動論、曲げ振動論とねじれ振動論を用い、共振周波数とコンクリートの動的物性値の関係を解明した。

*Key Words: resonant frequency, dynamic modulus of elasticity, dynamic shear coefficient, three-dimensional eigenvalue analysis, theory of elastic vibration*

## 1. はじめに

コンクリートの動弾性係数は振動周期、波動伝播速度などの振動特性の試験によって求められる係数で、コンクリートの経時的な材質変化を表す指標である。その試験方法と計算式の詳細が「土木学会 コンクリート標準示方書 JIS A 1127-1993」<sup>1)</sup>には定められている。これに従って、打音法を用い、打撃音の測定により得られた動弾性係数で均質アルミニウム試験体、コンクリート部材、プレキャストコンクリートブロック2次部材と実耐火ブロックの品質評価に関する研究が報告されている<sup>2), 3), 4)</sup>。

本研究で、コンクリート部材には「鉄筋」による影響因子を考慮して、形状の単純な直方体の鉄筋入り試験体による要素試験を行い、鉄筋コンクリート部材の共振特性を打音法で測定し、測定された共振周波数を三次元固有値解析で検討した。得られた結果に対して、RC部材の共振特性と部材の動的物性値の関係を弾性振動理論で解明した。従って、鉄筋周辺コンクリートの動弾性係数と動せん断係数の変化も明らかにした。以下、その研究成果を報告する。

## 2. 実験概要

### (1) 試験体

試験体は断面 $b \times d = 100 \times 100 \text{mm}$ と長さ $L = 400 \text{mm}$ としたものである。その断面形状を図-1に示す。y, z軸は断面図心を通る軸である。実験のパラメータとする鉄筋の配置と鉄筋配筋率を考慮して8本試験体を作成した。表-1に試験体一覧表を示す。また、縦鉄筋(せん断補強筋)の入り方がRC部材の動的物理性状に与える影響を調べるため、No.9の縦入り試験体を1本作成した。

### (2) 使用材料

鉄筋はD13-SD295を使用した。試験体に使用したコンクリートの配合と材料性状をそれぞれ表-2と表-3に示す。粗骨材の最大寸法は20mmとした。

### (3) 測定方法と測定項目

打撃音の測定は図-2に示す手順で行う<sup>4)</sup>。鋼球を試験体に打撃し、発生した打撃音はマイクロフォンにより收音され、波形収録装置により電気信号に変換され、

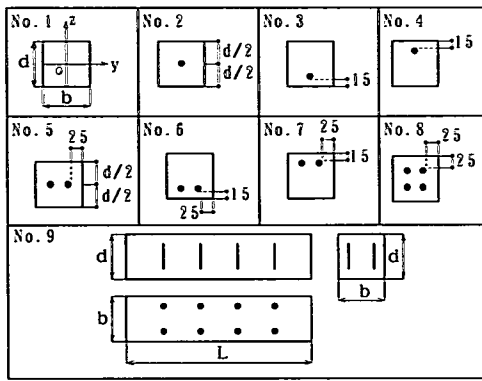


図-1 断面形状

表-1 試験体一覧

No.	試験体名	寸法(mm)	鉄筋
No.1	無筋	100.1×103.5×396.5	0
No.2	中1本	102.1×102.7×370.5	1-D13
No.3	下1本	100.5×103.4×378	1-D13
No.4	上1本	100.2×102.7×378	1-D13
No.5	中2本	102.8×99.98×376.5	2-D13
No.6	下2本	100.0×101.8×374.5	2-D13
No.7	上2本	100.1×101.7×374	2-D13
No.8	4本	100.1×100.9×374	4-D13
No.9	縦入り	100.1×101.9×377.5	8-D13

表-2 コンクリートの配合表

w/c (%)	s/a (%)	重量割合(N/m <sup>3</sup> )				
		水	セメント	細骨材	粗骨材	AE材
60	46.5	1803	3263	8252	8634	0.06174

表-3 コンクリートの材料性状

No.	密度 (g/cm <sup>3</sup> )	圧縮強度 (N/mm <sup>2</sup> )	弾性係数 (N/mm <sup>2</sup> )	材齢 (日)
1	2.3	42.3	2.85×10 <sup>4</sup>	28

FFT アナライザーにより分析されて試験体の共振周波数を得る事ができる。測定項目は「JIS A 1127-1993」に準じて縦波1次共振周波数、たわみ1次共振周波数とねじり1次共振周波数の測定を行った。

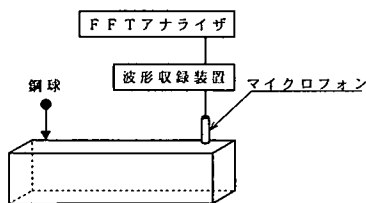


図-2 測定の概要

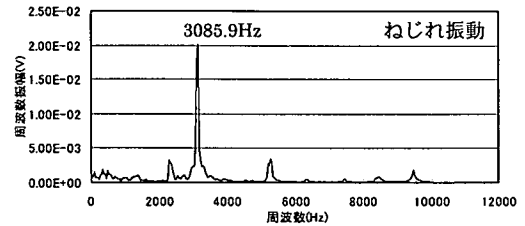
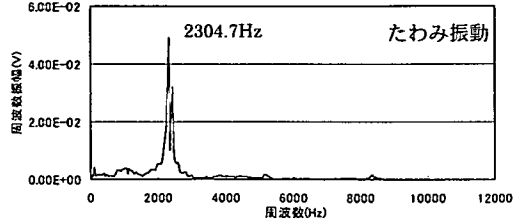
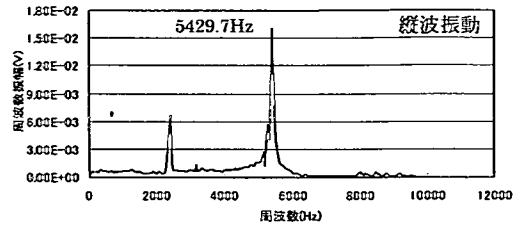


図-3 No.2 中1本の周波数スペクトル測定結果

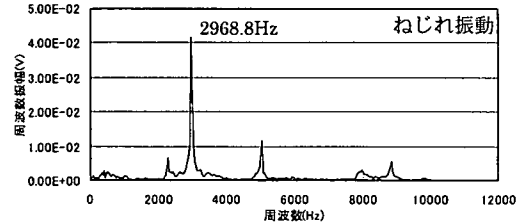
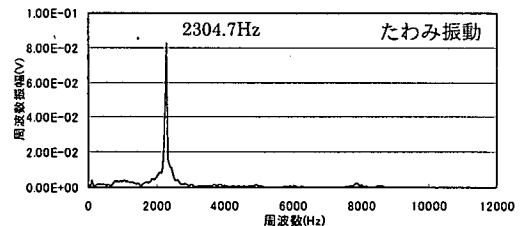
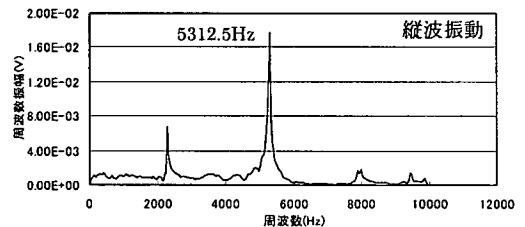


図-4 No.7 上2本の周波数スペクトル測定結果

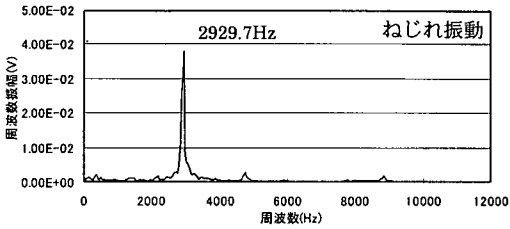
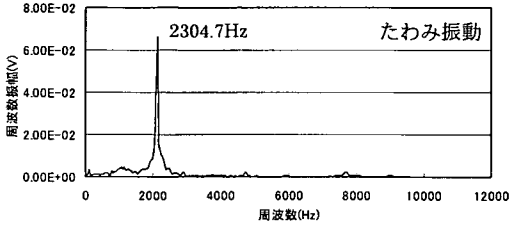
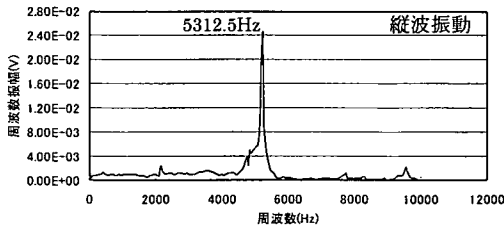


図-5 No.8 の 4 本の周波数スペクトル測定結果

### 3. 実験結果

#### (1) 周波数振幅-周波数曲線

実験によって得られた周波数スペクトルを例として図-3~5に示す。既往の研究結果から、各試験体の共振周波数は図に示す1番大きなピークを持つ卓越周波数とした。また、中1本と上2本の測定グラフにおいて小さい卓越周波数も観察された。これは他の1次振動モード成分と考えられる。中1本の測定グラフにおいても最大ピークの近いところに他の振動モード成分が見られた。他の試験体において同様な周波数スペクトルが得られた。

#### (2) 共振周波数と物性値

実験から得られた各試験体の1次共振周波数を表-5に示す。縦波共振周波数  $f_1$  は 5300Hz 程度であり、一番大きい値を示す。たわみ共振周波数  $f_1$  は 2300Hz 程度で一番小さい測定値であった。

ここで、No.1 無筋試験体の測定結果を用い、「JIS A 1127-1993」に準じて、試験体の動的物理性状の算定を行った。得られたコンクリートの縦振動方向とたわみ振動方向の物性値を表-4に示す。また、理科年表より導いた鉄筋の物性値も示される。

表-4 動的材料性状

使用材料	密度 (g/cm <sup>3</sup> )	動弾性係数 ×10 <sup>4</sup> (N/mm <sup>2</sup> )		動ポアソン比
		縦方向	3.70	
コンクリート	2.36	たわみ 方向	3.25	0.081
鉄筋	7.86	20.6		0.3

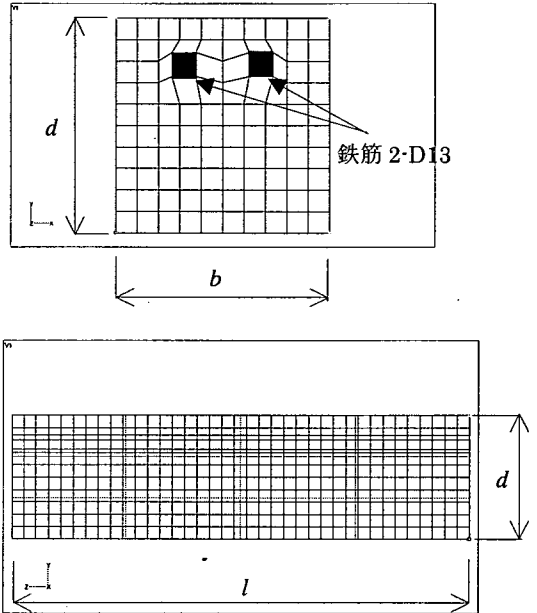


図-6 解析モデル (試験体 No.7 上 2 本)

#### 4. 三次元自由振動固有値解析

前述の要素試験では、試験体が鋼球の打撃を受けて、1次自由振動が発生する。この自由振動状況を調べるために、三次元自由振動固有値解析を実施した。微小弾性振動であるので、コンクリートと鉄筋が完全に一体となると仮定する。すべりによる鉄筋とコンクリート間の付着層の働きを無視する。たわみ振動とねじれ振動では、鉄筋直下コンクリートの支圧応力を無視する。解析モデルは図-6に示す。鉄筋 D13 は 11.27 × 11.27mm の正方形断面を持つ鉄棒とした。解析用のコンクリートと鉄筋の動的材料特性値は表-4に示す値を用いた。解析プログラムはMSC-NASTRAN FEM 解析ソフトウェアを使用した。

解析結果より、鉄筋入り試験体の縦波振動と y 軸に関する曲げ振動モードが無筋試験体の振動モードと同様であることは分かった。ねじれ振動モードでは、無筋、中1本と4本試験体は断面図心を通る x 軸に振れ回転する。他の試験体は、断面の図心とせん断中心が

一致しないので、せん断中心に関する振れ振動であった。得られた共振周波数の解析結果と実測値の比較を表-5と図-7に示す。

縦波共振周波数では、無筋から中2試験体まで、三次元解析値が実測値に従って、同様な増加と減少傾向は示され、解析値と実測値の比は0.995~1.006である。この比率から、要素試験を行う際に支点位置、打撃位置、振動測定位置を無筋試験体の測定と同様に選択すれば、予想される振動モードの周波数成分の測定が可能である<sup>2)</sup>。中2本以降4本試験体まで、解析値分布傾向が実測値の分布と逆に、増加する傾向が表れ、解析値と実測値の比は1.018~1.060である。

たわみ方向の動的物性値を用い解析されたたわみ共振周波数では、中1から上1試験体において解析値は実測値の分布と違って下がる傾向と見られ、実測値より3%小さく解析された。中2から上2試験体において、解析値は実測値と同様な増加傾向と見られ、実測値より約1.4%~1.5%大きく解析された。試験体断面の上下側に鉄筋1本配置された場合の共振周波数の実測値は2本より大きく測定されたが、三次元解析では、2本の共振周波数は大きく解析された。4本試験体では、解析値と実測値の差は大きく、6.2%と見られた。

ねじり共振周波数では、無筋から中2本試験体まで、三次元解析値が実測値の分布に従って、同様な増加と減少する傾向は示され、実測値に対する解析値の比は0.992~1.009である。ここで、三次元解析値はたわみ方向の動的材料特性を用いた値である。下2本以後の試験体では、解析値と実測値との差が大きく、実測値に対する解析値の比は1.011~1.046である。

以上より、試験体断面の片側に鉄筋が2本配置される場合には、各方向の共振周波数の実測値と解析値の差が6.2%以内に収まるが、解析値の分布が実測値分布傾向と違う。これは、三次元解析モデルでは、鉄筋を四角形としたため、鉄筋付近の要素が不整形となり、鉄筋本数が多くなると、不整形による影響で、解析値は実測値と合わなくなると考えられる。また、三次

元解析では、鉄筋コンクリート部材に関する基本的な仮定が使われていないので、解析値は実測値を反映しなくなる可能性もある。従って、以下で一次元棒の弾性振動論と鉄筋コンクリートの基本仮定を用い、試験体の縦波振動、曲げ振動とねじれ振動のメカニズムを述べる。

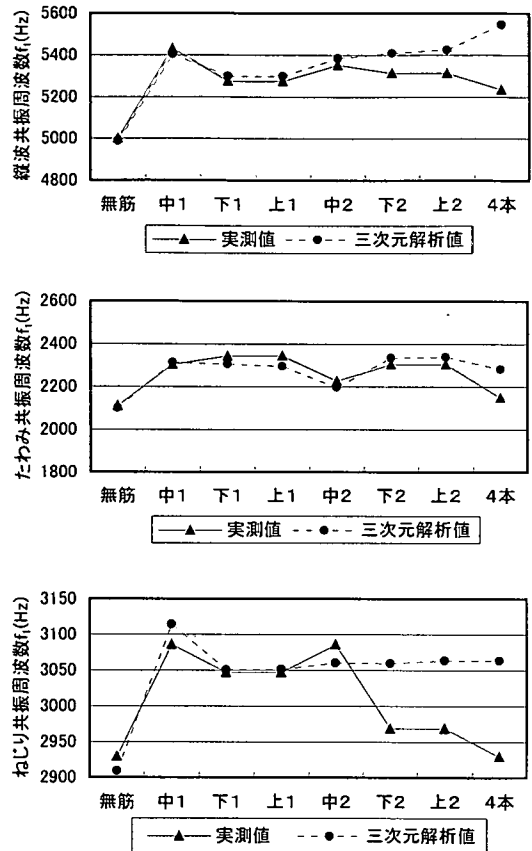


図-7 解析値と実測値の比較

表-5 共振周波数の実測値と解析値の比較

No.	試験体名	縦波共振周波数 $f_1$ (Hz)			たわみ共振周波数 $f_1$ (Hz)			ねじり共振周波数 $f_1$ (Hz)		
		解析	実測	解/実	解析	実測	解/実	解析	実測	解/実
1	無筋	4988	5000	0.998	2100	2109	0.996	2909	2930	0.993
2	中1本	5403	5430	0.995	2314	2305	1.004	3114	3086	1.009
3	下1本	5297	5273	1.004	2305	2344	0.983	3051	3047	1.001
4	上1本	5297	5273	1.005	2295	2344	0.979	3051	3047	1.001
5	中2本	5385	5352	1.006	2196	2227	0.986	3060	3086	0.992
6	下2本	5409	5313	1.018	2335	2305	1.013	3059	2969	1.031
7	上2本	5423	5313	1.021	2339	2305	1.015	3064	2969	1.032
8	4本	5546	5234	1.060	2282	2148	1.062	3064	2930	1.046
9	縦入り	5237	5117	1.023	2268	2227	1.018	3042	3008	1.011

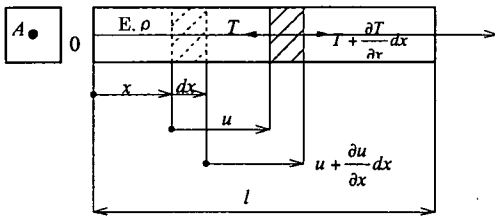


図-8 棒の微小要素に働く力

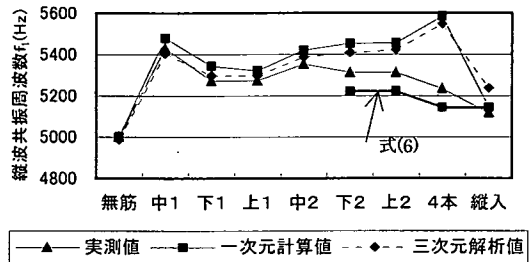


図-9 縦波共振周波数

## 5. 縦波振動の結果分析と考察

### (1) 縦波振動

細長い棒の縦振動は棒の軸方向に作用する力により生じる。図-8は断面積  $A$ 、密度  $\rho$  の一様な棒の任意の微小要素  $dx$  が長さ  $x$  方向に微小変位している様子を示す。

振動中、棒の横断面が平面保持すると成立し、横方向の変形を無視すると仮定すると、横断面に作用する内力  $T$  は式(1)で得られる。

$$T = AE\varepsilon = (A_c E_c + A_s E_s) \frac{\partial u}{\partial x} \quad (1)$$

ここで、 $EA$  は試験体の縦伸びと縮みの剛性である。 $E_c A_c$ 、 $E_s A_s$  はそれぞれコンクリートと鉄筋の剛性を示す。ニュートンの第2法則より、棒の縦振動微分方程式は

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2)$$

となる。ここで、 $c$  は棒の中を伝わる縦波の速度と呼ぶ。鉄筋の成分を考慮して以下の式となる。

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{\frac{E_c A_c + E_s A_s}{\rho A}} \quad (3)$$

ここで、 $\rho$  は試験体の密度、 $A$  は試験体の断面積である。 $E_c$  と  $E_s$  はコンクリートと鉄筋の動弾性係数である。

式(2)の定常解と境界条件より縦波自由振動の共振周波数は式(4)で表れる。

$$f_1 = \frac{c}{2l} \quad (4)$$

### (2) 縦波共振周波数の計算

No.1~No.9 試験体において縦波共振周波数を式(4)

表-6 縦波共振周波数  $f_1$

No.	試験体名	共振周波数 $f_1$ (Hz)		
		計算	実測	計/実
1	無筋	5000	5000	1.000
2	中1本	5479	5430	1.009
3	下1本	5343	5273	1.013
4	上1本	5322	5273	1.009
5	中2本	5419	5352	1.013
6	下2本	5453	5312	1.026
		5220*1		0.983
	上2本	5456	5312	1.027
		5223*1		0.983
8	4本	5584	5234	1.067
		5144*1		0.983
9	縦入り	5143	5117	1.005

注：\*1-式(6)を用い計算した値である。

より推定する事を試みた。 $E_c$  と  $E_s$  は表-4に示したコンクリートと鉄筋の縦方向の動弾性係数を用いた。計算された共振周波数を表-6に示す。図-9に共振周波数の計算値、実測値と三次元解析値の比較を示す。図より、一次元計算値の分布傾向が三次元解析値の分布と同様で、共振周波数の実測値を大きめに推測する事であった。

無筋試験体と比べ、鉄筋の入りにより、高い共振周波数が示された。試験体の寸法が同じであれば、鉄筋量の増加につれて、共振周波数の増加傾向が見られた。

無筋から中2本において、共振周波数の一次元計算値と三次元解析値が実測値と同じ傾向を示している。

その後、中2本から4本において実測値が減少傾向は見られた。これは断面の片側に鉄筋量が倍配置される原因と考える。一次元棒が縦方向の力で伸びと縮みする時、鉄筋の弾性係数が大きいため、鉄筋の変形量が小さい。また、鉄筋のリップが周辺コンクリートの縦方向変形にも抵抗を与えるため、鉄筋附近のコンクリートの伸びと縮みも小さくなる。従って、棒の軸線に垂直であった横断平面は変形後平面を保つ仮定は正しくなくなる。式(1)を用いた一次元計算値が実測値を

反映する事も正しくならないと考える。

従って、No.6 下 2 本から No.8 の 4 本試験体が片側に鉄筋 2 本配置されるため、試験体の応力-ひずみ関係が複雑となる。ここで、試験体を均質材料と見なし、動弾性係数を式(5)と考えて<sup>10)</sup>、共振周波数を式(6)で求める事とした。

$$\frac{1}{E} = \frac{v_c}{E_c} + \frac{v_s}{E_s} \quad (5)$$

$$f_1 = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{E_c E_s}{E_c v_s + E_s v_c} \cdot \frac{1}{\rho}} \quad (6)$$

式中の  $v_c$  と  $v_s$  はそれぞれコンクリートと鉄筋の断面積比  $v_c = A_c/A$ ,  $v_s = A_s/A$  である。

式(6)を用い、得られた共振周波数  $f_1$  は図-9 と表-6 に示す。図より、次元計算値は実測値と同じ増加、減少する傾向が見られた。計算値は実測値の上下両側に分布し、実験値に対する計算値の比は 2% 以内に収まる。

縦入り試験体の次元計算値が縦配置鉄筋を考えず、式(1)において  $EA = E_c A_c$  とした算定である。実測値に対する計算値の比が 1.005 であり、縦鉄筋が縦振動に対して影響が極めて小さいと考える。

### (3) コンクリートの動弾性係数 $E_c$

以上、鉄筋入り試験体の縦波振動のメカニズムを述べた。試験体が縦方向に伸びと縮む振動する時、直角方向に横断面の縮みと膨張が伴う。ここで、鉄筋とコンクリートの面積を一定にし、コンクリートの動弾性係数  $E_c$  は以下の式で求めた。

無筋～中 2 本試験体：

$$E_c = \frac{4f_1^2 ml - E_s A_s}{A_c} \quad (7a)$$

下 2 本～4 本試験体：

$$E_c = \frac{4f_1^2 l^2 \rho E_s v_c}{E_s - 4f_1^2 l^2 \rho v_s} \quad (7b)$$

ここで、 $f_1$  は一次共振周波数の測定値(Hz)である。 $m$  は試験体の質量(kg)である。

縦波振動共振周波数  $f_1$  の実測値から求められた  $E_c$  と式(4)を用いた試験体の動弾性係数  $E$  を図-10 に示す。

図より、中 1 本から中 2 本試験体において、鉄筋の配置により試験体の動弾性係数  $E$  が増加するが、コン

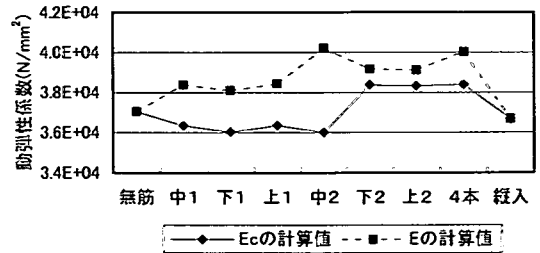


図-10 試験体とコンクリートの動弾性係数

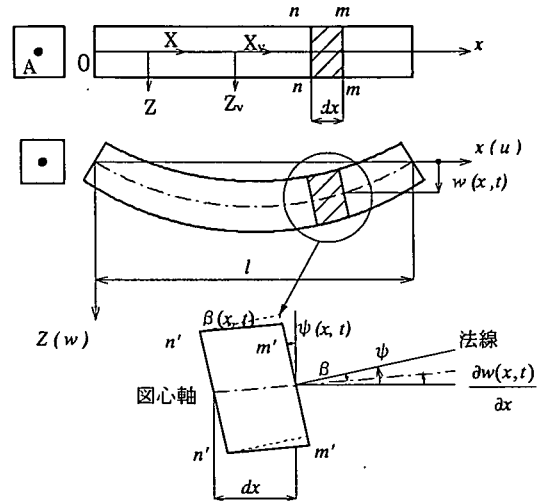


図-11 断面の変形

クリートの動弾性係数  $E_c$  が無筋試験体の  $E_c$  より減少することは見られた。

下 2 本から 4 本試験体において、試験体の  $E$  とコンクリートの  $E_c$  が両方とも増加することが見られた。これは、試験体断面には鉄筋本数の増加に伴い、コンクリートの縦方向の材質が高く評価されると考える。

## 6. 曲げ振動の結果分析と考察

### (1) せん断変形を考慮したはりの曲げ振動

断面積  $A$ , ヤング率  $E$ , せん断弾性係数  $G$ , 密度  $\rho$  をもつ図-11 のようなはりに物体力  $X$ ,  $Z$  と表面力  $X_s$ ,  $Z_s$  が作用している場合の曲げ変形状態を示す。 $x$  軸は断面の図心を通る直線である。変形については、変形前に図心軸  $z=0$  に垂直な断面  $mn$  は、変形後も平面  $m'n'$  を保つが、せん断変形の影響で図心軸には垂直しない。 $y$  軸回りの曲げモーメントとせん断力による梁図心軸の回転角は以下の式で得られる。

$$\frac{\partial w(x,t)}{\partial x} = \varphi(x,t) - \beta(x,t)$$

ここで、 $\psi(x, t)$ が断面  $m'm'$ の回転角で、 $\beta(x, t)$ がせん断力によるせん断ひずみ角である。

釣合条件式から自由振動の一般断面梁の運動方程式は

$$kGA \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - \mu \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (8a)$$

$$EI \frac{\partial^3 \varphi}{\partial x^3} - kGA \left( \varphi + \frac{\partial w}{\partial x} \right) - \rho I \frac{\partial^3 \varphi}{\partial t^3} = 0 \quad (8b)$$

となる。ここで、 $EI$ が梁の曲げ剛性であり、 $kGA$ が有効せん断剛性である。 $\rho I$ が単位長さ当たりの回転慣性であり、 $\mu$ が単位長さ当たりの質量である。

方程式(8)の解と境界条件を用い、せん断変形と回転慣性を考慮する場合の固有振動数が次のように求まる。

$$\omega^2 = \frac{1}{\frac{2\rho I}{kGA} \left[ 1 + \frac{\rho I}{\mu} \left( \frac{4.75}{l} \right)^2 \right] \left[ 1 + \frac{EI}{kGA} \frac{\mu}{\rho I} \right]} - \sqrt{\left\{ \left[ 1 + \frac{\rho I}{\mu} \left( \frac{4.75}{l} \right)^2 \right] \left[ 1 + \frac{EI}{kGA} \frac{\mu}{\rho I} \right] \right\}^2 - 4 \frac{EI}{\mu} \frac{\rho I}{kGA} \left( \frac{4.75}{l} \right)^4} \quad (9)$$

## (2) 曲げ剛性と有効せん断剛性

断面の曲げモーメント  $M$  は図-12 に示すようにコンクリートと鉄筋が断面中心  $y$  軸に対する曲げモーメント  $M_c$  と  $M_s$  の和とし、平面保持との仮定に基づいて以下の式で得られる。

$$M = \frac{1}{\rho} \left[ (I_y - A_s z_s^2) E_c + E_s A_s z_s^2 \right]$$

ここで、 $\rho$ は $y$ 軸の曲率半径である。 $I_y$ は矩形断面が $y$ 軸に対する断面二次モーメントである。 $E_c$ 、 $E_s$ は表-4に示したコンクリートと鉄筋のたわみ方向の動弾性係数である。従って、鉄筋入り矩形断面の曲げ剛性は式(10)で得られる。

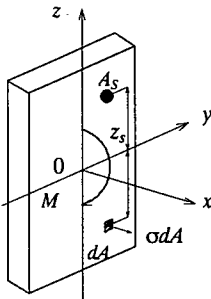


図-12 曲げモーメント

$$EI = (I_y - A_s z_s^2) E_c + E_s A_s z_s^2 \quad (10)$$

有効せん断剛性  $kGA$  について、試験体断面が正方形であるので、 $k=5/6$  とした。せん断弾性係数  $G$  はねじり共振周波数  $f_1$  の実測値を用い、「JIS A 1127-1993」に基づいて計算した値とした。

## (3) たわみ共振周波数の計算

式(10)を式(9)に代入し、共振周波数  $f_1$  の計算を行った。計算された共振周波数を表-7 に示す。図-13 に一次元計算値、三次元解析値と実測値の比較グラフが示される。縦入り試験体の曲げ剛性について、横鉄筋が配置されないため、 $EI=I_y E_c$  とした。

図より一次元計算値が三次元解析値とほぼ同様な増加減少する傾向が示される。下1本から中2本試験体において、計算値と解析値は実測値より低く、下2本から縦入り試験体において実測値より高く分析された。

中1本の実測値は計算値より低いと見られる。これは、中1本試験体の密度が上1本と下1本試験体より小さいため、計算値は高く計算され、実測値は低く測

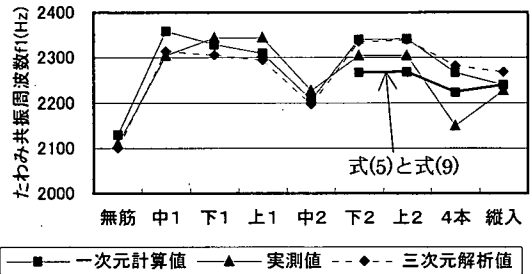


図-13 たわみ共振周波数

表-7 たわみ共振周波数  $f_1$

No.	試験体名	共振周波数 $f_1$ (Hz)		
		計算値	実測値	計/実
1	無筋	2129	2109	1.009
2	中1本	2357	2305	1.023
3	下1本	2334	2344	0.996
4	上1本	2315	2344	0.988
5	中2本	2218	2227	0.996
		2346		
6	下2本	2267*	2305	0.984
		2347		
7	上2本	2268*	2305	0.984
		2251		
8	4本	2223*	2148	1.035
		2239		
9	縦入り	2239	2227	1.006

注：\*1-式(5)と式(9)を用い計算した値である。

定されたと考えられる。

下上1本から下上2本試験体において、実測値が計算値分布傾向と違って、減少する傾向は見られる。これは断面に鉄筋量が倍配置される原因と考える。梁が横方向の力で曲げ変形する時、鉄筋の動弾性係数が大きいため、曲げ変形による鉄筋の伸びと縮みが小さいである。また、鉄筋のリップの存在も考慮して、鉄筋附近のコンクリートの伸びと縮みも小さくなる。従って、変形前に図心軸に垂直な断面は、変形後平面保持との仮定が成立しなくなる。式(10)を用い計算した試験体の曲げ剛性が実際より大きく評価され、共振周波数の計算値が実測値を大きく分析したと考える。従って、下2本から4本試験体において、片側に鉄筋2本配置されるため、試験体の応力-ひずみ関係が複雑となる。ここで、試験体を均質材料と見なし、たわみ方向の動弾性係数を式(5)と考え、共振周波数を求めた。

得られた共振周波数  $f_1$  は図-13 と表-7 に示す。図より一次元計算値は実測値と同じ増加、減少する傾向が見られた。実験値に対する計算値の比は4本試験体を除き、2%以内に収まる。

#### (4) たわみ方向コンクリートの動弾性係数 $E_c$

以上、たわみ振動のメカニズムを述べた。式(9)よりたわみ共振周波数  $f_1$  の実測値を用い、鉄筋入り試験体の曲げ剛性  $EI$  は以下の式で得られる。

$$EI = \frac{(2\pi f_1)^2}{\left(\frac{4.75}{l}\right)^2} \cdot \frac{1 + \frac{\rho l}{\mu} \left(\frac{4.75}{l}\right)^2 - \frac{\rho l}{kGA} (2\pi f_1)^2}{\frac{1}{\mu} \left(\frac{4.75}{l}\right)^2 - \frac{(2\pi f_1)^2}{kGA}} \quad (11)$$

また、梁が上下変位する際に、縦繊維が伸びと縮みする。横変形による横断面の形も変わる。ここで、断面二次モーメントを一定にし、コンクリートの動弾性係数  $E_c$  は式(12)で求められる。

無筋、縦入り～中2本：

$$E_c = \frac{EI - E_s A_s z_s^2}{I_y - A_s z_s^2} \quad (12a)$$

下2本～4本：

$$E_c = \frac{EE_s \nu_c}{E_s - E\nu_c} \quad (12b)$$

たわみ共振周波数  $f_1$  の実測値から求められた試験体の動弾性係数  $E$  とコンクリートの  $E_c$  を図-14 に示す。図より、下1本から中2本試験体において、鉄筋の配置により、試験体の  $E$  とコンクリートの  $E_c$  が両方も

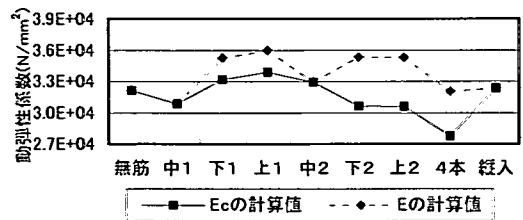


図-14 たわみ動弾性係数  $E_c$

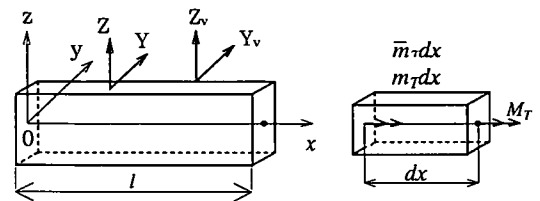


図-15 ねじれ振動

無筋コンクリートより増加することが見られた。下2本から4本試験体において、試験体の動弾性係数が増加するが、コンクリートの  $E_c$  が減少する傾向が見られた。また、鉄筋本数の増加につれて、無筋試験体よりコンクリートの動弾性係数  $E_c$  は6%から15%まで減少し、コンクリートのたわみ方向の材質が悪く評価される。

## 7. ねじれ振動の結果分析と考察

### (1) ねじれ振動

断面積  $A$ 、せん断弾性係数  $G$ 、密度  $\rho$  をもつ図-15のような棒に物体力  $Y, Z$  と表面力  $Y_v, Z_v$  が作用している場合を考える。  $x$  軸は断面の図心を通る直線である。

矩形断面を持つ棒がねじると、横断面はゆがむ。ここで、横断面上各点のねじれ変形が  $x$  断面に対する投影は連続均等と仮定し、自由振動の一樣棒の運動方程式は次式のように求まる。

$$CG \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \rho_A I_P \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = 0 \quad (13)$$

ここで、  $CG$  はねじり剛性である。  $\rho_A I_P$  は単位長さ当たり棒の  $x$  軸まわりの回転慣性  $\rho_A I_P = \int_A \rho (y^2 + z^2) dA$  である。  $\theta$  は横断面がせん断中心に対するねじれ角である。運動方程式の解と境界条件を用い、ねじれ振動の1次共振周波数は次式で表される。



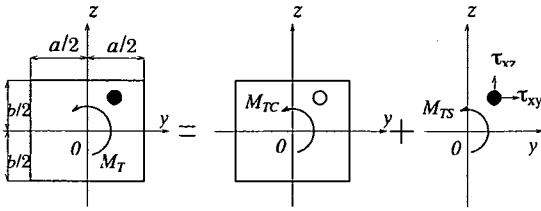


図-16 鉄筋入り断面

$$f_1 = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{CG}{\rho_A I_P}} \quad (14)$$

(2) ねじり剛性

鉄筋入り矩形断面のねじりモーメント  $M_T$  は図-16 に示すようにコンクリートと鉄筋が断面中心に対するねじりモーメント  $M_{TC}$  と  $M_{TS}$  の和と考える。長辺  $a$ 、短辺  $b$  を持つコンクリート矩形断面が中心に対するねじりモーメントは下式で与えられる。

$$M_{TC} = C_c G_c \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (15)$$

ここで、 $C_c$  は断面二次極モーメント  $C_c = \beta_T ab^3$  である。 $\beta_T$  はねじり剛性係数、 $G_c$  はコンクリートのせん断弾性係数である。

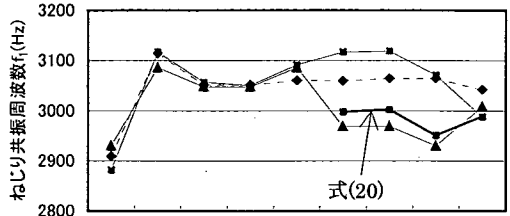
断面内の鉄筋が断面中心に対するねじりモーメント  $M_{TS}$  は下式で与えられる。

$$M_{TS} = C_s G_s \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (16)$$

ここで、 $G_s$  は鉄筋のせん断弾性係数である。弾性理論を用い、鉄筋の位置を  $y, z$  とすると、 $C_s$  は下式で得られる。

$$C_s = A_s \left[ \frac{8b}{\pi^2} y \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{m-1}{2}} \sinh \frac{m\pi y}{b} \cos \frac{m\pi z}{b}}{m^2 \cdot \cosh \frac{m\pi a}{2b}} - z \left( 2z - \frac{8b}{\pi^2} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{m-1}{2}} \cosh \frac{m\pi y}{b} \cdot \sin \frac{m\pi z}{b}}{m^2 \cdot \cosh \frac{m\pi a}{2b}} \right) \right]$$

従って、鉄筋入り矩形断面のねじりモーメント  $M_T$  は式(15)と(16)より以下の式で得られる。



無筋 中1 下1 上1 中2 下2 上2 4本 縦入

▲ 実測値    ◆ 三次元解析値    ■ 計算値

図-17 ねじり共振周波数

表-8 ねじり共振周波数  $f_1$

No.	試験体名	共振周波数 $f_1$ (Hz)		
		計算	実測	計/実
1	無筋	2881	2930	0.983
2	中1本	3117	3086	1.010
3	下1本	3056	3047	1.003
4	上1本	3050	3047	1.001
5	中2本	3091	3086	1.001
		3116		
6	下2本	2997*	2969	1.050
		3118		1.011
7	上2本	3001*	2969	1.050
		3071		1.011
8	4本	3071	2930	1.048
		2950*		1.007
9	縦入り	2988	3008	0.993

注：\*1-式(20)を用い計算した値である。

$$M_T = [(\beta_T ab^3 - C_s) G_c + C_s G_s] \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (17)$$

式(17)を式(14)に代入すると、鉄筋入り矩形断面のねじり共振周波数  $f_1$  は得られる。

$$f_1 = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{(\beta_T ab^3 - C_s) G_c + C_s G_s}{\rho_A I_P}} \quad (18)$$

(3) ねじれ振動の共振周波数  $f_1$  の計算

式(18)を用い、試験体のねじれ共振周波数  $f_1$  の計算を行った。計算された共振周波数を表-8 に示す。図-17 に共振周波数の計算値、実測値と三次元解析値の比較を示す。

図より、無筋から中2本において、計算値は実測値と同様な増加、減少する傾向が見られ、実測値に対する計算値の比は0.983~1.010である。その後、下2本から4本において、計算値は実測値の分布傾向と逆

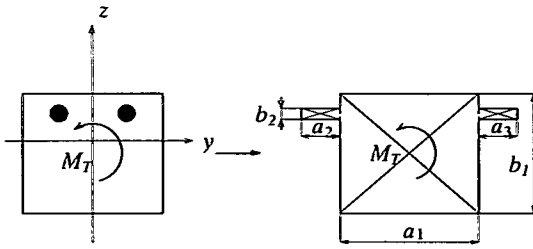


図-18 断面の換算

に、増加してから減少する分布曲線を示している。これは、断面の片側に鉄筋量が倍配置される原因と考える。一次元棒がねじりモーメントの力でねじれ変形する時、鉄筋のせん断弾性係数が大きい為、鉄筋のねじれ角変形量が小さいである。コンクリート断面に鉄筋量が多い場合には、鉄筋周辺のコンクリートのねじれ角も小さくなり、x断面に対する変形投影が連続均等しなくなる。式(18)を用いた一次元計算値が実測値を大目に計算すると考える。

従って、下2本から4本試験体において、鉄筋断面積をコンクリート断面に換算し、試験体のねじりモーメント  $M_T$  は換算されたコンクリート断面のねじりモーメントの累加<sup>9)</sup>と考慮し、共振周波数  $f_1$  を求めた。

図-18に示すように、ねじりモーメントは

$$M_T = \sum_{i=1}^3 \beta_{Ti} a_i b_i^3 G_c \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (19)$$

である。式(19)を式(14)に代入すると、共振周波数  $f_1$  は式(20)で書き換える。

$$f_1 = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 \beta_{Ti} a_i b_i^3 G_c}{\rho_A I_P}} \quad (20)$$

ここで、 $\rho_A I_P$  はRC断面中心に対する回転慣性である。

式(20)を用い、得られた共振周波数  $f_1$  は図-17と表-8に示す。図より、一次計算値は実測値と同じ増加、減少する傾向が見られた。実験値に対する計算値の比は2%以内に収まる。

#### (4) コンクリートの動せん断弾性係数 $G_c$

以上、ねじれ振動のメカニズムを述べた。実際に、矩形断面を持つ棒がねじると、横断面がゆがみ、縦繊維が伸びと縮む。横断面はねじれ回転しながら、その形も変わる。ここで、振動中の横断面がx断面に対する変形投影は剛体変位と仮定し、鉄筋入り試験体のコンクリート動せん断弾性係数  $G_c$  は以下の式で求めた。

無筋～中2本試験体：

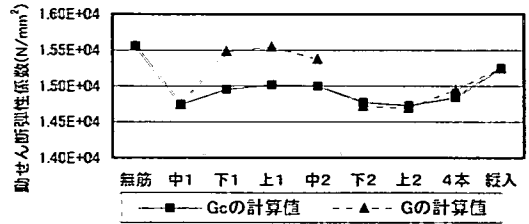


図-19 コンクリートの動せん断弾性係数

$$G_c = \frac{4f_1^2 l^2 \rho_A I_P - C_s G_s}{\beta_r a b^3 - C_s} \quad (21a)$$

下2本～4本試験体：

$$G_c = \frac{4f_1^2 l^2 \rho_A I_P}{\sum_{i=1}^3 \beta_{Ti} a_i b_i^3} \quad (21b)$$

ここで、 $f_1$  は一次共振周波数の測定値(Hz)である。

計算されたコンクリートの動せん断弾性係数  $G_c$  は図-19に示す。また、ねじり共振周波数  $f_1$  の実測値から得られた試験体の動せん断係数  $G$  も示す。

下1本から中2本試験体において、鉄筋の配置により試験体の動せん断弾性係数  $G$  が無筋  $G_c$  とほぼ同様であるが、コンクリートの動せん断弾性係数  $G_c$  が減少する事が見られた。下2本から4本試験体において、試験体の  $G$  とコンクリートの  $G_c$  が両方とも減少となり、ねじれ方向にコンクリートの材質が悪くなると評価される。

## 8. まとめ

鉄筋コンクリート試験体の共振特性による要素試験、三次元自由振動固有値解析と一次元棒弾性振動論による計算を行い、その結果を考察して、以下の事が明らかとなった。

- (1) 要素試験により、試験体の縦波、たわみとねじり1次共振周波数はそれぞれ 5300Hz、3000Hz と 2300Hz 程度であった。
- (2) 三次元自由振動固有値解析結果では、試験体断面に鉄筋1本が配置される場合には、縦波、たわみとねじり方向と共に、共振周波数の解析値が実測値と良く一致した。試験体断面の片側に鉄筋2本が配置されると、解析値が実測値より高く得られた。
- (3) 一次元棒の縦波振動論、せん断変形を考慮したはりの曲げ振動論とねじれ振動論が鉄筋コンクリー

- ト試験体の共振特性のメカニズムを解明した。
- (4) コンクリートの動弾性係数は弾性振動論によって計算式が提案された。鉄筋量の違いにより、縦、たわみとねじり方向の振動抵抗剛性メカニズムも違う。

#### 参考文献

- 1) 土木学会編：コンクリート標準示方書 [規準編]，平成 11 年。
- 2) 伊東良浩，平 初雄，中川 仁，歌川紀之：共振周波数測定法による耐火物プレキャストブロックの非破壊試験，千葉工業大学研究報告 理工編，No.48，pp.107~116，2001。
- 3) 伊東良浩，魚本健人：ひび割れを有する鉄筋コンクリート梁の打撃音，土木学会論文集，No.546/V-35，pp.16~176，1997.5。
- 4) 魚本健人，伊東良浩：打音法によるコンクリートの非破壊検査，コンクリート工学論文集，第 7 巻第 1 号，pp.143~152，1996 年 1 月。
- 5) Shuang Xie, Eiji Makitani, Akinory Ohnishi: Dowel Action of Reinforcement in Joint Connection of PCa Structures with Different Connection Width and Transverse Reinforcement, 日本建築学会構造工学論文集, Vol.42B, pp.191~203, 1996 年。
- 6) 近藤恭平著：振動論，培風館，1993 年。
- 7) 鶴戸口英善，国尾 武訳：材料力学（上巻），東京図書株式会社。
- 8) 日本機械学会編：材料力学ハンドブック，1999 年。
- 9) Park, R., and Paulay, T.: Reinforced Concrete Structures, A Wiley-Interscience Publication, 1975。
- 10) 王躍先編：複合材料構造設計，化学工業出版社，2001 年。
- 11) 藤井俊二，青山博之，梅村魁：材料特性より求めた鉄筋コンクリート断面のモーメント曲率関係，日本建築学会大会学術講演梗概集（東北），p.1261~1262，昭和 48 年 10 月。

(2002.8.6 受付)

## DYNAMIC MODULE OF ELASTICITY OF CONCRETE IN REINFORCED CONCRETE

Shuang XIE, Yoshihiro ITO and Ichiro ADACHI

In this paper, investigation on dynamic properties of concrete is performed. 9 RC specimens were tested by impact acoustics. Longitudinal, flexural and torsional resonant frequencies were measured and examined by a three-dimensional eigenvalue analysis. It is concluded that the number of reinforcement steel-bars in cross-section is less than two, the analytical resonant frequencies in the case are well consistent with measured results. Otherwise, because the stress-strain relationship of concrete around reinforcement becomes complicated, the analytical results are obtained as higher than the measured. Therefore, the theory of one-dimensional elastic vibration is applied, and a numerical formula for solving dynamic properties of concrete is proposed.