

Rayleigh波特性方程式から導かれる固有モードを用いた不整形地盤で発生する面内波動の分析

秋山伸一¹

¹正会員 工博 (株)CRCソリューションズ 工学システム事業部 (〒136-8581 東京都江東区南砂2-7-5)

斜面を有する不整形地盤で発生する散乱波を半無限弾性体のRayleigh波特性方程式から導かれる固有モードと関連づけて考察している。この特性方程式から導かれるリーキングモードの固有値は波動の放射条件を満足しないRiemann葉に属し、その波動伝播はP波やSV波の入射・反射の関係として解釈できる。モード展開手法を用いて、BEMによる波動伝播解析から求められる地表面変位応答を分析すると、斜面で発生する散乱波にはRayleigh波とリーキングモードが含まれることが明らかとなる。このうち、Rayleigh波は散乱波の主要な成分を構成する。一方、分岐点・切断を越えて放射条件を満足するRiemann葉に現れる極の影響として評価されるリーキングモードは、地盤急変部の地震応答に影響を与える。

Key Words : Rayleigh wave, leaking mode, modal expansion, topographic irregularity, P and SV wave

1. はじめに

過去の地震被害は地盤構造が急激に変化するいわゆる不整形地盤で発生することが指摘されている。このため、こうした地盤における地震動特性の解明は地震工学にとって重要な課題であり、これまでに多くの研究がなされてきた。

地盤内における地震波の伝播は、二次元空間を対象とすると、面外波動と面内波動に分けて扱うことができる。このうち、不整形地盤の基本的な波動伝播特性を調べる上でSH波のみで表される面外波動の検討は有効である。しかし、より詳細な検討を行うためにはP波とSV波によって構成される面内波動を取り上げる必要がある。このような観点から、面内波動を対象とした既往の研究を概観する。

これらの研究は大きく理論的な研究と数値解析に基づく研究とに分けられる。理論的な研究としては、くさび形の弾性体にRayleigh波が入射するときの応答が従来から良く取り上げられ、Mal and Knopoff¹⁾, Momoi²⁾, Fujiiら³⁾によって研究されてきた。

これらの研究によると、理論的に導かれた解から波動伝播の普遍的な性質を明らかにすることができる。ただし、このような解を求めるには、地震波の入力条件や地形の形状を限定したり、近似的な解法を導入する必要がある。これは、地盤内部の波動伝播が複雑であり、単純な地形であっても解を求める

のが難しいことに起因する。

一方、座間⁴⁾、大槻ら⁵⁾、Bard and Bouchon⁶⁾らは、有限要素法やAki and Larner法⁷⁾などの数値解析により、崖地や盆地の端部から発生するRayleigh波が地震応答に大きな影響を与えることを示した。これらの研究が契機となり、その後、複雑な実地盤を対象とした研究が多数行われるようになった。

このように、数値解析によれば複雑な地盤構造における地震応答を求めることはできる。しかしながら、このままでは理論解から導かれるような普遍的な性質を数値解析から見出すことは難しい。不整形地盤の地震動特性を明らかにするためには、数値解析による応答がどのような波動によって成り立つのかを分析することが重要であると考えられる。

ところで、著者は不整形地盤を伝播する波動を識別する手法として、モード展開手法⁸⁾を提案している。この手法は、不整形地盤を伝播する面外波動を対象として、数値解析から得られる地震応答を卓越する波動成分によってモード展開する点に特徴がある。このようなモード展開手法は面内波動に対しても適用が可能であると考えられる。

さて、面内波動を対象とするモード展開手法では、面内波動の特性方程式から導かれる固有モードを用いて波動を分析することになる。周知のように、この特性方程式からは代表的なRayleigh波の他に、リーキングモードも導かれる⁹⁾。ただし、リーキング

モードはRayleigh波とは異なり、固有値が波動の放射条件を満足しないRiemann葉に属するため、これまで余り顧みられることが少なかった。

ところが、Oliver and Major¹⁰⁾は、P波初動直後に観測されるPL波がリーキングモードであることを見出した。また、Phinney¹¹⁾やGilbert¹²⁾、Chapman¹³⁾らはLambの問題¹⁴⁾を対象に、リーキングモードが地震動に与える影響を理論的に調べた。さらに、最近では藤田ら¹⁵⁾が観測されたPL波の群速度から地殻速度構造の推定を試みている。

このように見ると、不整形地盤における地震応答にもリーキングモードの影響が現れることが予想される。したがって、不整形地盤の地震応答を定量的に評価するためには、リーキングモードまで含めた分析が重要であると考えられる。

本論文では、はじめに、面内波動の特性方程式から導かれるリーキングモードの性質をP波とSV波の波動伝播と関連づけて考察する。つぎに、面外波動のモード展開手法を面内波動に適用できるように拡張する。これらの議論を踏まえて、斜面を有する不整形地盤を対象に、BEMによる波動伝播解析を行う。さらに、求められた応答をモード展開手法によって分析し、不整形地盤で発生し伝播する散乱波の性質について考察する。

2. 半無限弾性体を伝播する平面波の整理

本論文では面内波動の固有モードによって不整形地盤で発生する散乱波を評価することが目的である。本章では、まず、面内波動を理解する上で基本となるP波とSV波の伝播について整理する。

(1) 平面波の入射と反射

図-1に示す半無限弾性体における平面波の入射と反射を議論の出発点とする。図中に示す ϕ_0 と φ_0 は地表面に入射するP波とSV波のポテンシャルを、 ϕ' と φ' は反射波についてのポテンシャルを示す。これらを次式で表示する。

$$\begin{aligned} \phi_0 &= A_0 \exp(-i\xi x + i\eta_p z + i\omega t) \\ \varphi_0 &= B_0 \exp(-i\xi x + i\eta_s z + i\omega t) \\ \phi' &= A' \exp(-i\xi x - i\eta_p z + i\omega t) \\ \varphi' &= B' \exp(-i\xi x - i\eta_s z + i\omega t) \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、 A_0 、 B_0 、 A' および B' はポテンシャルの係数を表す。また、 x と z は空間座標、 t は時間、 ω は角振動数、 ξ は水平方向の波数を表す。 η_p と

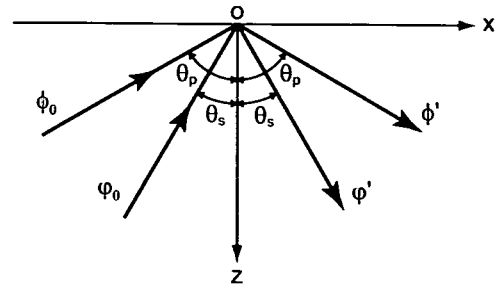


図-1 P波とSV波の入射と反射

η_s はP波とSV波の鉛直方向波数であり、次式のよう、 ξ についての二価関数として表される。

$$\eta_p = \sqrt{k_p^2 - \xi^2}, \quad \eta_s = \sqrt{k_s^2 - \xi^2} \quad (2)$$

$$\text{ただし、} k_p = \frac{\omega}{C_p}, \quad k_s = \frac{\omega}{C_s}$$

ここに、 C_p はP波速度、 C_s はSV波速度である。式(2)に示す k_p と k_s の関係や C_p と C_s の関係はポアソン比 ν によって次式で表される。

$$\frac{k_p}{k_s} = \frac{C_s}{C_p} = \sqrt{\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}} \quad (3)$$

さて、式(1)を用いると、水平変位 u 、鉛直変位 w 、さらに、水平面に対する垂直応力 σ_{zz} 、せん断応力 σ_{xz} が各々、次式で表される。

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad w = \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad (4)$$

$$\sigma_{zz} = \lambda \nabla^2 \phi + 2\mu \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z \partial x} \right) \quad (5)$$

$$\sigma_{xz} = 2\mu \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right)$$

$$\text{ただし、} \phi = \phi_0 + \phi', \quad \varphi = \varphi_0 + \varphi', \quad \frac{\lambda}{\mu} = \frac{2\nu}{1-2\nu}$$

地表面では $\sigma_{zz} = \sigma_{xz} = 0$ であることを考慮すると、入射波と反射波の関係が次式で表される。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 2\xi^2 - k_s^2 & -2\xi\eta_s \\ -2\xi\eta_p & -(2\xi^2 - k_s^2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A' \\ B' \end{Bmatrix} \\ & = - \begin{bmatrix} 2\xi^2 - k_s^2 & 2\xi\eta_s \\ 2\xi\eta_p & -(2\xi^2 - k_s^2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_0 \\ B_0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

式(6)より、反射波の係数 A' 、 B' は入射波の係数 A_0 、 B_0 を用いて次式により表される。

$$\begin{Bmatrix} A' \\ B' \end{Bmatrix} = -\frac{1}{F} \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_0 \\ B_0 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

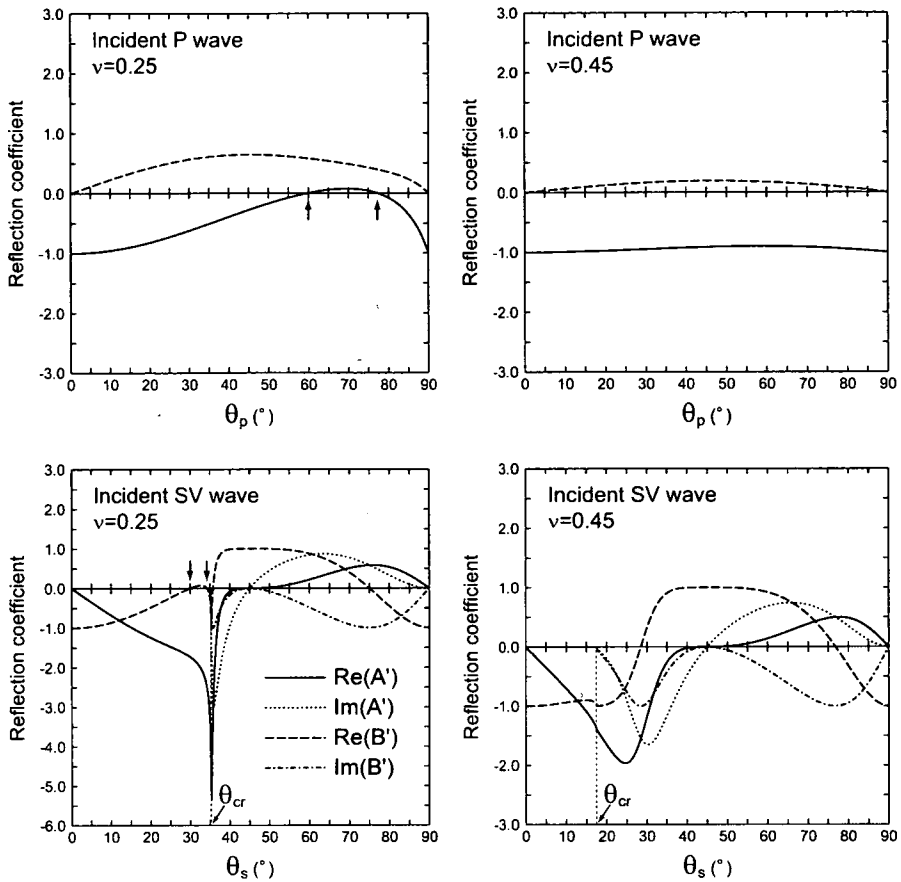


図-2 反射係数

ただし、 $F = (2\xi^2 - k_s^2)^2 + 4\xi^2\eta_p\eta_s$

$$G_{11} = G_{22} = (2\xi^2 - k_s^2)^2 - 4\xi^2\eta_p\eta_s$$

$$G_{12} = 4\xi\eta_s(2\xi^2 - k_s^2)$$

$$G_{21} = -4\xi\eta_p(2\xi^2 - k_s^2)$$

式(6), (7)において、P波入射の場合は $B_0 = 0$ となり、SV波入射の場合には $A_0 = 0$ となる。

(2) 反射波係数についての検討

式(7)によると、反射係数は入射角およびポアソン比によって変化する。そこで、ポアソン比 ν が 0.25 と 0.45 である場合を対象に、P波やSV波が任意の角度から入射する時の反射波係数を図-2に示す。図の横軸は、図-1のP波とSV波の入射角を示し、縦軸は入射波係数に対する反射波係数の比を表す。図中の θ_{cr} は臨界角を表す。

図-2によると、反射係数は入射角によって変化するが、この変化はP波入射に比べてSV波入射の方が大きい。SV波入射の特徴としては、臨界角 θ_{cr} が存

在し、入射角が臨界角よりも大きくなると反射係数は複素数で表されること、また、 45° 入射に対して、P波の反射係数が必ずゼロとなることが挙げられる。

つぎに、ポアソン比によって反射係数がどのように変化するのかについて着目する。まず、ポアソン比 ν が 0.25 の場合、P波が入射する時、図中に \uparrow 印で示すように、P波の反射係数がゼロとなる角度が存在する。すなわち、この角度でP波が入射すると、反射SV波のみが発生する。同様に、SV波が入射する時にもSV波の反射係数がゼロとなる角度が存在する。一方、ポアソン比 ν が 0.45 の場合にはこのような角度は存在しない。

最後に、P波が水平方向 (90°) から入射する時、反射SV波の係数はゼロ、反射P波の係数は -1 となる。この場合、式(4)から求められる水平変位と鉛直変位は地表面においてともにゼロとなる。同様に、SV波が 90° から入射する場合にも水平変位と鉛直変位はゼロとなる。これらは、P波やSV波が地表面に沿って水平方向に伝播しないことを示している。

本章では、半無限弾性体におけるP波とSV波の入

射と反射を取り上げ、後の議論で必要となる事項について整理した。

3. Rayleigh波特性方程式から導かれる固有モード

前章では、式(6)に基づき、平面波の反射波係数について検討した。一方、平面波が入射しない場合、式(6)左辺マトリックスのデターミナントに対応する式(7)右辺の F がゼロとなる時、非自明解として反射波係数が求められる。ここで、 $F=0$ は面内波動の特性方程式を意味し、ここからRayleigh波を代表とする固有モードが導かれる。本論文では、この方程式をRayleigh波特性方程式と呼び、次式で表す。

$$F(\xi) = (2\xi^2 - k_s^2)^2 + 4\xi^2 \eta_p \eta_s = 0 \quad (8)$$

本章では、式(8)から導かれる固有モードについて検討する。

(1) 特性方程式が成立するための条件

波数 ξ を実数と仮定すると、式(8)の第1項は正の実数で表される。すると、第2項が負の実数であれば、式(8)が成立する可能性がある。このように見ると、式(8)が成立するためには、次に示すどちらかの条件が必要となる。

- ① η_p と η_s が同符号の虚数で表される。
 - ② η_p と η_s が互いに異符号の実数で表される。
- ①については、式(2)より、 $\xi > k_s > k_p$ であれば η_p と η_s がともに虚数となる。前述のように、 η_p と η_s は二価関数であるから、両者ともに正か負の虚数を選択すれば、式(8)が成り立つ可能性がある。ここで、通常は波動の放射条件を考慮して、 η_p と η_s には負の虚数を選択する。このような条件を満たす波数 ξ はRayleigh波の固有値に相当する。

同様に、上記の条件②については、 $\xi < k_p < k_s$ である時に η_p と η_s が実数で表される。さらに、式(8)が成立するには、 η_p と η_s が互いに異なる符号であることが要求される。このような条件から導かれる固有モードの性質は、Rayleigh波と比べて、余り知られていない。しかしながら、波動の分析に固有モードを用いるためには、このような条件から導かれる固有モードについても検討が必要である。

(2) 複素平面における特性方程式の根

前節では波数 ξ が実数で表される場合に限った議論であった。しかし、より広い見地から固有モード

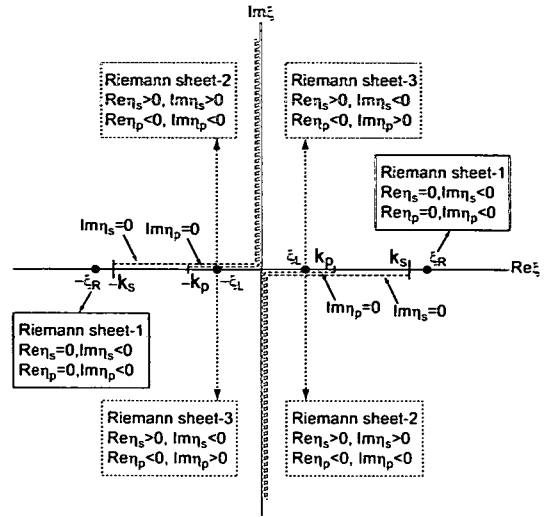


図-3 複素平面の定義

表-1 Riemann葉の表示

| Riemann葉 | $\text{Im } \eta_s$ の符号 | $\text{Im } \eta_p$ の符号 |
|----------|-------------------------|-------------------------|
| 1 | - | - |
| 2 | + | - |
| 3 | - | + |
| 4 | + | + |

を捉えるためには、波数 ξ を複素数の領域に拡張して議論することも有効であろう。そこで、本節では、特性方程式の根を複素平面において検討する。

はじめに、波数 ξ を複素数の領域に拡張した複素平面を図-3に示す。前述のように、 η_p と η_s は ξ についての二価関数であるから、図-3に示す複素平面をRiemann面によって表す。P波とSV波の波数を表す k_p と k_s は、Riemann面において η_p と η_s に関する分岐点を示す。本論文では、これらの分岐点から $\text{Im } \eta_p = 0$ および $\text{Im } \eta_s = 0$ となる線に沿って切断を入れる。すると、切断を挟んで、Riemann面は4種類の葉で表される。これらの葉を表-1に示す。表-1によると、P波とSV波について放射条件を満足するのはRiemann葉1である。したがって、図-3に示す複素平面はRiemann葉1を最上葉とする。

つぎに、前節に示した条件①、②から推定されるRayleigh波特性方程式の根を図-3の複素平面に示す。前節の検討に従うと、図中の ξ_R は条件①を満たす根を表し、Riemann葉1上に示される。一方、 ξ_L は条件②を満たす根を表し、Riemann葉2と3の境界上に示される。なお、 ξ_L が位置する点から伸びる矢印は、この点が上方や下方に移動すると、複素平面

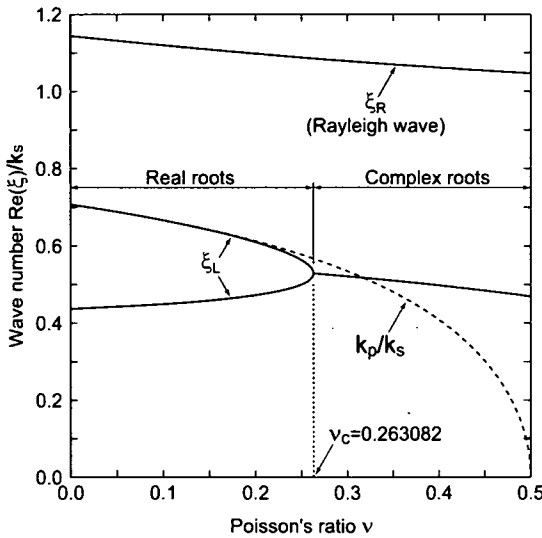


図-4 Rayleigh 波特性方程式の根 (実部)

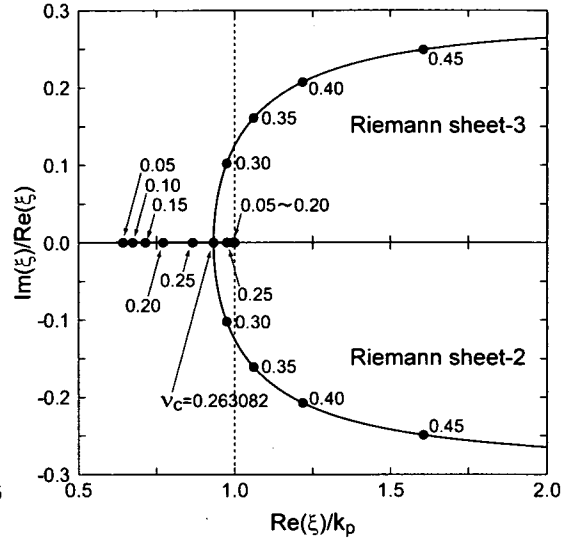


図-5 Rayleigh 波特性方程式の複素根の軌跡

がRiemann葉2あるいは3に移ることを示している。図-3より、前節に示した2種類の根は、複素平面において異なるRiemann葉に属することになる。

上記の検討を踏まえ、付録Aに従って求められる式(8)のRayleigh波特性方程式の3つの根を図-4に示す。図の横軸はポアソン比を示し、縦軸は k_s で無次元化された波数 ξ の実部を示す。図-4に示す3つの根のうち、 ξ_R は実根であり、Rayleigh波の固有値を示す。残る2つの根は、ともに ξ_L で表される。ここで、ポアソン比が $\nu < \nu_c$ となる区間で、 ξ_L は実根となる。また、この区間では ξ_L がP波の波数に接近している点が注目される。一方、 $\nu > \nu_c$ となる区間では2つの根が共役複素根として与えられる。

つぎに、複素平面上における ξ_L の軌跡を図-5に示す。図の横軸はP波の波数 k_p で無次元化された波数の実部を表し、縦軸は波数の虚部を実部で無次元化して示す。図中の数値はポアソン比を表し、この時の根の位置を●印で示す。ポアソン比が $\nu < \nu_c$ では、根は実軸上に位置し、 $\nu = \nu_c$ で2つの実根は重根となる。これらは前節に示した条件②を満足する根と一致する。さらに、 $\nu > \nu_c$ では2つの根は共役複素根となり、一方は第4象限のRiemann葉2上に移り、他方は第1象限のRiemann葉3上に移る。

(3) 複素根から導かれる固有モードの性質

前節に示した ξ_L はRayleigh波の固有値に相当する ξ_R とは異なるRiemann葉の上に分布する。したがって、 ξ_L から導かれる固有モードは、Rayleigh波とは異なる性質を有すると考えられる。ここでは、 ξ_L から導かれる固有モードの性質について検討する。

前述のように、Rayleigh波特性方程式から導かれる固有モードは地表面からの反射波として表される。ここで、式(1)に示す反射波ポテンシャルの空間座標と波数を、次のように円筒座標で表す。

$$\begin{aligned} x &= r \sin \theta, z = r \cos \theta \\ \xi_L &= k_s \sin \theta_s = k_p \sin \theta_p \\ \eta_s &= \pm k_s \cos \theta_s, \eta_p = \mp k_p \cos \theta_p \end{aligned} \quad (9)$$

ξ_L はRiemann葉2または3上に分布する根であるため、式(9)では、 η_s と η_p の符号が複号同順となる。

つぎに、 θ_s および θ_p を次式に示すように複素数に拡張する。

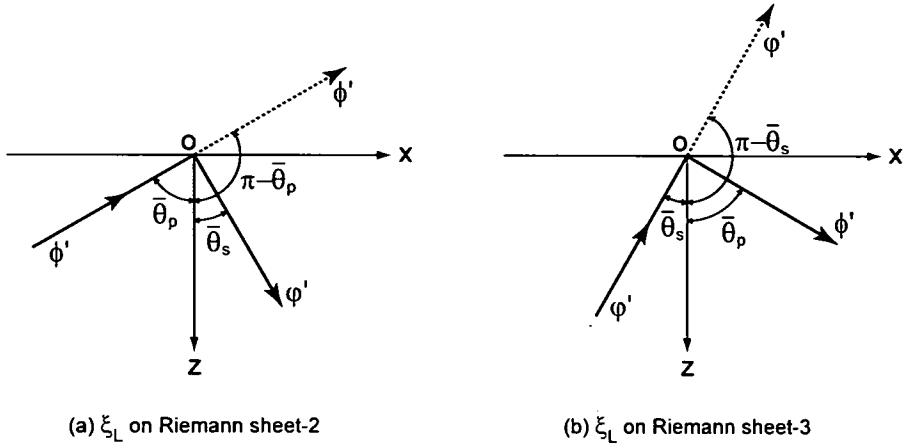
$$\begin{aligned} \theta_s &= \bar{\theta}_s - i\hat{\theta}_s, \left(0 \leq \bar{\theta}_s \leq \frac{\pi}{2}, \hat{\theta}_s \geq 0 \right) \\ \theta_p &= \bar{\theta}_p - i\hat{\theta}_p, \left(0 \leq \bar{\theta}_p \leq \frac{\pi}{2}, \hat{\theta}_p \geq 0 \right) \end{aligned} \quad (10)$$

式(10)を用いると、式(9)に示した波数は次式に示すように複素数に展開される。

$$\begin{aligned} \xi_L &= \bar{K}_s \sin \bar{\theta}_s - i\hat{K}_s \cos \bar{\theta}_s \\ &= \bar{K}_p \sin \bar{\theta}_p - i\hat{K}_p \cos \bar{\theta}_p \\ \eta_s &= \pm \bar{K}_s \cos \bar{\theta}_s \pm i\hat{K}_s \sin \bar{\theta}_s \\ \eta_p &= \mp \bar{K}_p \cos \bar{\theta}_p \mp i\hat{K}_p \sin \bar{\theta}_p \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \bar{K}_s &= k_s \cosh \hat{\theta}_s, \hat{K}_s = k_s \sinh \hat{\theta}_s \\ \bar{K}_p &= k_p \cosh \hat{\theta}_p, \hat{K}_p = k_p \sinh \hat{\theta}_p \end{aligned}$$

式(11)によると、 ξ_L は、複素平面第4象限に位置しており、減衰しながら水平方向に伝播する波動を



(a) ξ_L on Riemann sheet-2

(b) ξ_L on Riemann sheet-3

図-6 リーキングモードの波動伝播

表す。一方、 η_s と η_p は符号の選択によって、2種類の波動を表す。ここで、図-5に従うと、 ξ_L はRiemann葉2上に位置するので、 η_s の符号は+、 η_p の符号は-を選択する。すると、式(1)に示すP波とSV波の反射波ポテンシャルは、次式で表される。

$$\begin{aligned} \phi' &= A' \exp\{-i\bar{K}_p r \cos(\pi - \theta - \bar{\theta}_p)\} \\ &\quad - \hat{K}_p r \sin(\pi - \theta - \bar{\theta}_p) + i\omega t\} \\ \phi' &= B' \exp\{-i\bar{K}_s r \cos(\theta - \bar{\theta}_s)\} \\ &\quad - \hat{K}_s r \sin(\theta - \bar{\theta}_s) + i\omega t\} \end{aligned} \quad (12)$$

式(12)によると、P波の伝播方向は $\theta = \pi - \bar{\theta}_p$ で表されるのに対し、SV波成分の伝播方向は $\theta = \bar{\theta}_s$ となる。これは図-6(a)に示すように、 $\theta = \bar{\theta}_p$ の角度で下方から伝播してきたP波が地表面で反射し、 $\theta = \bar{\theta}_s$ で下方に向うSV波となって伝播する波動に対応している。さらに、式(12)から、P波やSV波の振幅は上記の伝播方向に沿って一定となる。したがって、波動のエネルギーは伝播方向に沿って伝わる。

一方、式(11)で、 η_s の符号に-、 η_p の符号に+を選択すると、表-1より、 ξ_L はRiemann葉3上に存在することを意味し、図-6(b)に示すように、 $\theta = \bar{\theta}_s$ の角度で下方から入射したSV波が地表面で反射し、 $\theta = \bar{\theta}_p$ の方向にP波として伝播する波動を表す。

これらの結果をまとめると、 ξ_L から導かれる固有モードは地盤内にエネルギーを放射しながら、水平方向に減衰を伴い伝播する波動として捉えることができる。このような性質は面外波動のリーキングモード¹⁶⁾にも見られる。したがって、Rayleigh波特性方程式の複素根から導かれる固有モードはリーキングモードとして解釈される。

(4) 平面波の入射と反射による検討

前節に示したリーキングモードは、その波動伝播

の性質から、先に述べた平面波の入射と反射の議論の延長上で理解できることが予想される。このような観点から、リーキングモードの解釈を試みる。

図-2に↑印で示したように、P波入射に対して反射P波が発生せず、反射SV波のみが発生する場合、あるいは、SV波入射に対して反射SV波が発生せず、反射P波のみが発生する場合には、式(7)より次式の成立が必要になる。

$$G_{11} = G_{22} = (2\xi^2 - k_s^2)^2 - 4\xi^2 \eta_p \eta_s = 0 \quad (13)$$

式(13)は第2項目の符号を-から+に換えると、式(8)のRayleigh波特性方程式に一致する点に注目したい。式(8)では地表面から下向きに伝播するP波とSV波を対象としているが、式(13)ではSV波が下向きに伝播するのであればP波は上向きに、また、P波が下向きに伝播するのであればSV波は上向きに伝播する場合を対象としている。したがって、式(13)と式(8)では対象とする波動が異なる。しかしながら、これらは異なるRiemann葉上の根から導かれた波動と捉えることもできる。このような見地に立てば、式(8)はRiemann葉1上の根を対象とした方程式であるのに対し、式(13)はRiemann葉2あるいは3上の根を対象とした特性方程式として理解できる。

さらに、式(13)が成立する場合、P波入射とSV波入射に対する反射係数は各々、次式で与えられる。

$$B' = \frac{2\xi^2 - k_s^2}{2\xi \eta_s} A_0, \quad A' = -\frac{2\xi^2 - k_s^2}{2\xi \eta_p} B_0 \quad (14)$$

ここで、式(14)の A_0 、 B_0 を A' 、 B' に置き換えると、式(14)は式(8)の特性方程式から求められる反射係数の関係と一致する。

以上の検討から、リーキングモードが示す波動伝播は、図-2の↑印で示したP波とSV波の入射と反射

の関係に等価であると言える。ただし、この議論は図-4に示した ξ_j が実根となる区間、すなわち、ポアソン比が $\nu < \nu_c$ となる場合に対応する。一方、ポアソン比が $\nu > \nu_c$ となる場合には、上記の議論は平面波の波数を複素数に拡張した議論へと発展する。

4. 面内波動のモード展開手法

不整形地盤の地表面変位応答を対象として、面内波動のモード展開手法を示す。この手法は著者が面外波動に対して既に示した手法⁸⁾を面内波動にも適用できるように拡張したものである。

モード展開手法では、面内波動による地表面変位応答を卓越する波動成分の和によって次式で表す。

$$u(x) = \sum_{j=1}^n A_j \exp(-i\xi_j x), \quad w(x) = \sum_{j=1}^n B_j \exp(-i\xi_j x) \quad (15)$$

ただし、 $\xi_j = k_j(1 - h_j)$

ここに、 $u(x)$ と $w(x)$ は地表面上の位置 x における水平変位と鉛直変位を表し、 A_j と B_j は j 番目のモード(j 次モード)の水平および鉛直成分の複素振幅、 ξ_j は複素数で表される j 次モードの波数、 h_j は j 次モードの減衰定数を示す。本論文では A_j 、 B_j および ξ_j をモードパラメータと呼び、モードパラメータを決定する操作をモード展開と呼ぶ。

モード展開手法では、最小二乗法¹⁷⁾を用いて式(15)から未知量であるモードパラメータを求める。ところが、式(15)は未知量に対して非線形方程式である。そこで、未知量の近似値を A_{0j} 、 B_{0j} および ξ_{0j} と設定し、式(15)をこれらの近似値でTaylor展開すると、次式に示す線形方程式が得られる。

$$u(x) = \sum_{j=1}^n \{A_j - i(\xi_j - \xi_{0j})xA_{0j}\} \exp(-i\xi_{0j}x) \quad (16)$$

$$w(x) = \sum_{j=1}^n \{B_j - i(\xi_j - \xi_{0j})xB_{0j}\} \exp(-i\xi_{0j}x)$$

式(16)から、地表面変位応答に関する偏差平方和 E が次式で与えられる。

$$E = \int \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^* dx \quad (17)$$

ただし、

$$\mathbf{F} = \begin{Bmatrix} u(x) - \sum_{j=1}^n \{A_j - i(\xi_j - \xi_{0j})xA_{0j}\} \exp(-i\xi_{0j}x) \\ w(x) - \sum_{j=1}^n \{B_j - i(\xi_j - \xi_{0j})xB_{0j}\} \exp(-i\xi_{0j}x) \end{Bmatrix}$$

ここに、添字の*は複素共役を表し、 L は波動伝播解析から地表面変位応答が算出される区間を表す。

最小二乗法に従うと、式(17)の偏差平方和 E が最小となる条件から、複素数で表される未知量 A_j 、 B_j および ξ_j に関する連立方程式が得られる。この連立方程式を解けば、すべての未知量が決定される。

さて、式(17)から未知量を求めるには、式(16)の近似値を適切に設定することが重要である。モード展開手法では、この近似値を地表面変位応答の波数スペクトルから設定する。式(15)に示される地表面変位応答の波数スペクトルは次式で与えられる。

$$\tilde{u}(\xi) = i \sum_{j=1}^n \frac{A_j}{\xi - \xi_j}, \quad \tilde{w}(\xi) = i \sum_{j=1}^n \frac{B_j}{\xi - \xi_j} \quad (18)$$

ここに、 ξ_j は波数スペクトルの1位の極となる点に注意する。式(18)によると、波数スペクトルは極の近傍で増大しピークを形成することがわかる。したがって、波数スペクトルのピークから卓越する波動成分を判読することが可能になる。

ところで、式(18)の波数スペクトルは水平方向に無限に広がる区間の地表面変位応答に対するFourier変換として定義される。一方、モード展開手法では、波動伝播解析で対象となる有限区間の地表面変位応答から波数スペクトルが求められる。その結果、付録Bに示すように、モード展開手法に用いる波数スペクトルには矩形ウインドウの影響が含まれるため、スペクトルのピークと極の間にはある程度の誤差が生じる。ただし、ここではモードパラメータの近似値の設定が目的であるから、式(18)をモード展開手法における波数スペクトルとする。

式(18)において、 j 次モードの極 ξ_j の近傍では波数スペクトルはこの極からの影響のみを受けると仮定し、 ξ_j 近傍の偏差平方和 \tilde{E}_j を次式で定義する。

$$\tilde{E}_j = \int_{\Delta_j} \tilde{\mathbf{F}}_j \cdot \tilde{\mathbf{F}}_j^* d\xi \quad (19)$$

$$\text{ただし、} \tilde{\mathbf{F}}_j = \begin{Bmatrix} (\xi - \xi_j)\tilde{u}(\xi) - iA_j \\ (\xi - \xi_j)\tilde{w}(\xi) - iB_j \end{Bmatrix}$$

ここに、 Δ_j は j 次モードの極近傍における積分区間を表す。したがって、式(19)に最小二乗法を適用することにより、卓越する波動成分のモードパラメータに対する近似値が設定される。

以上をまとめると、モード展開手法では、まず、波数スペクトルから卓越する波動成分に対するモードパラメータの近似値を設定する。つぎに、これらの近似値を用いて、地表面変位応答に最も適合するようにモードパラメータを決定する。

5. 斜面を有する不整形地盤の波動伝播解析

本章では、境界要素法(BEM)による不整形地盤の波動伝播解析を行い、地表面変位応答を求める。つぎに、求められた地表面応答とその波数スペクトルから、不整形地盤における面内波動の基本的な性質について考察する。

(1) 解析モデル

波動伝播解析に用いる地盤モデルを図-7に示す。ここでは原点から左側に 45° の斜面を有する半無限均質の不整形地盤に平面SV波が下方から鉛直上向きに入射する場合を対象とする。解析には、振動数領域で定式化された境界要素法(BEM)を用いる。

解析に先立ち、この地盤における波動伝播を平面波により整理する。図-7に示すように、水平な地表面では鉛直下向きに反射するSV波のみが発生する。一方、傾斜面に対してはSV波が 45° の角度で入射するため、2章に示したように、P波は発生しない。以上をまとめると、この地盤を伝播する平面波は、鉛直方向を上下に伝播するSV波および水平方向に伝播するSV波であり、P波は存在しない。このような点に留意しながら、つぎに解析結果を見てゆく。

(2) BEMによる波動伝播解析結果

BEMによる波動伝播解析から求められる地表面変位応答のうち、地表面が水平となる部分($x>0$)の応答を図-8に示す。図には、ポアソン比 ν を0.05から0.45まで変化させて行った解析結果をまとめ、左側には水平変位応答を右側には鉛直変位応答を示す。図の横軸は、原点からの距離をSV波の波長で無次元化して表す。また、変位応答は入射波振幅に対する倍率を表す。

図-8を見ると、水平変位応答は鉛直変位応答に比べて、場所により大きく変化している。これは、下方からの入射波と左側斜面から伝播してくる波動が相互に干渉し合うために起ると考えられる。一方、鉛直変位応答には入射波による影響は含まれず、斜面からの波動の影響のみを受ける。そのため、水平変位応答のような大きな変化は見られない。

つぎに、図-8に示した地表面変位応答の波数スペクトルを図-9に示す。図の横軸はSV波の波数によって無次元化した波数を表す。図中の印はRayleigh波、リーキングモードおよびSV波の波数を表す。図-9によると、水平変位応答の波数スペクトルには2つの大きなピークが見られるのに対して、鉛直変位応答に見られる主要なピークはひとつである。

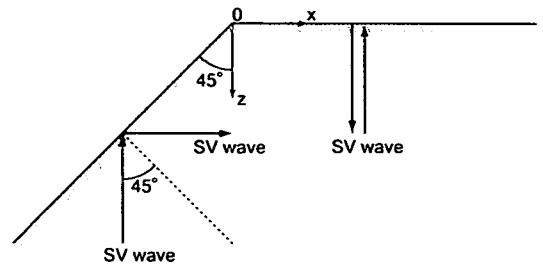


図-7 地盤モデルと平面波の伝播

水平変位応答の2つの主要なピークのうち、左側のピークは無次元波数0の位置に現れており、入射波の波数と一致する。一方、鉛直変位応答にはこれに対応するピークは見られない。したがって、このピークは入射SV波による寄与を表している。

一方、水平変位応答の右側のピークは鉛直変位応答にも見られる。このピークの波数はRayleigh波の波数に良く一致している。したがって、この波動成分は傾斜面から伝播してくるRayleigh波に対応すると予想される。さらに、無次元波数1付近にはRayleigh波よりも小さなピークが見られる。このピークは、斜面から水平方向に伝播するSV波に対応すると考えられる。

さて、図-9に示す波数スペクトルでは、上記2つの主要なピークの間にも僅かにスペクトルの励起が認められる。ポアソン比 ν が0.30以下の波数スペクトルでは、この部分の波数がP波に対応しているように見える。ただし、前節の検討を考慮すれば、これを直ちにP波と見なすことには問題がある。一方、先の議論では、リーキングモードの波数がP波の波数に接近していることを示した。この点に着目すると、このピークはリーキングモードである可能性が浮び上がる。

以上をまとめると、図-7に示す不整形地盤の波動伝播解析から得られる地表面変位応答は、入射波による影響と斜面から伝播してくる散乱波によって構成される。散乱波の主要な成分はRayleigh波であり、ここにSV波、さらにはリーキングモードも加わることが予想される。次章では、これらの固有モードに着目した散乱波のモード展開を行い、波動の分析についてさらに議論を進める。

6. モード展開手法による散乱波の分析

前章の議論によると、不整形地盤で観測される地表面応答は入射波と斜面で発生する散乱波によって構成される。このうち、入射波の影響は解析的に求

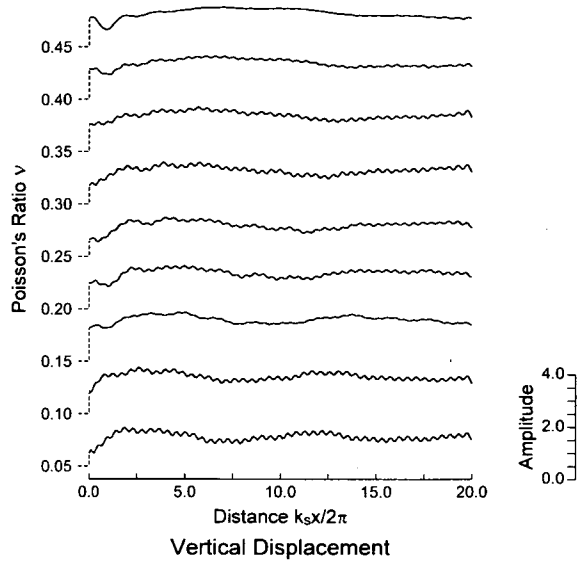
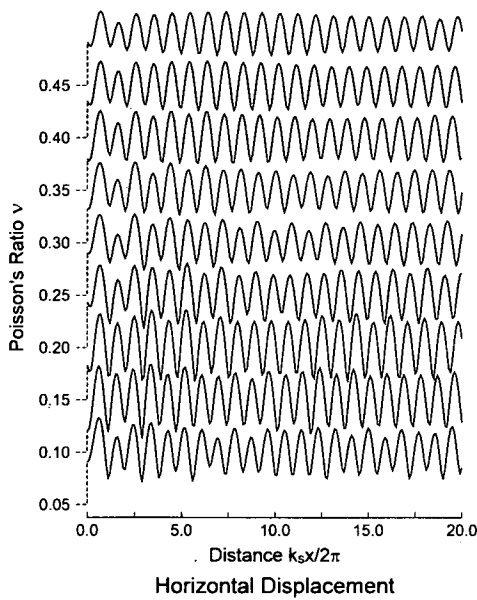


図-8 BEMによる波動伝播解析結果(地表面変位応答)

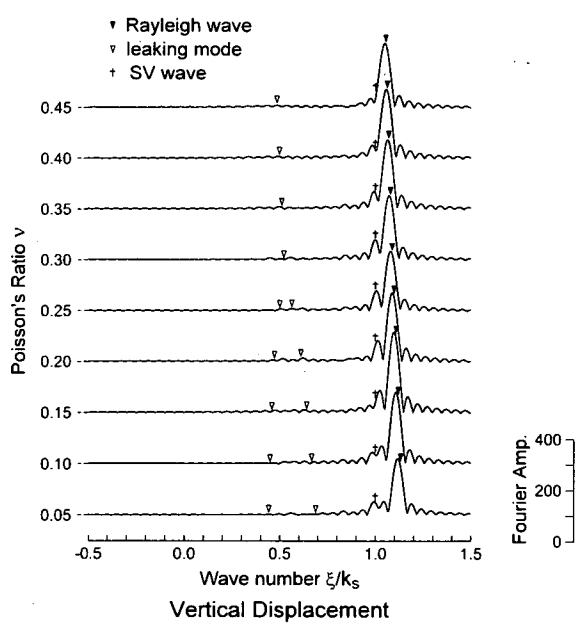
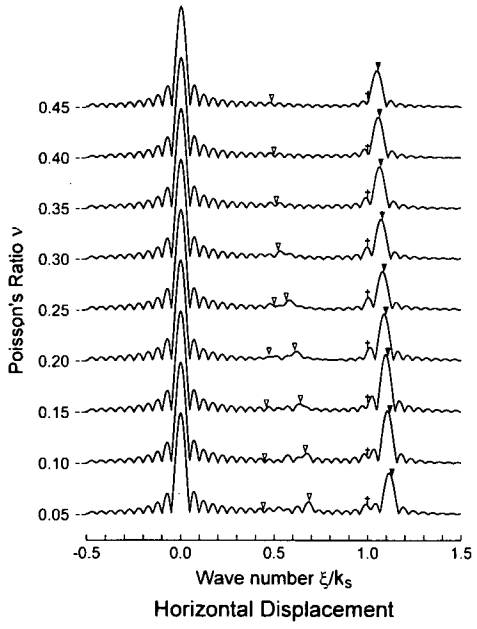


図-9 BEMによる波動伝播解析結果(地表面変位応答の波数スペクトル)

められるが、散乱波については解析的な取り扱いが難しい。そこで、波動伝播解析によって求められた地表面応答から入射波の影響を除いた散乱波成分に対してモード展開手法を適用し、波動を分析する。

(1) 地表面変位応答のモード展開

地表面変位応答($x>0$)を構成する波動成分のうち、入射波による成分は式(7)から求められる反射係数を用いて式(4)から与えられる。この成分を波動伝

播解析によって求められた地表面変位応答から差し引き、散乱波の応答を算出する。

モード展開手法では、散乱波の波数スペクトルのピークに注目しながら波動成分のモード展開を行う。ところが、解析で用いる波数スペクトルは、付録Bに示すように、矩形ウィンドウの影響を含み、また、減衰性が強い波動成分ではピークが低くなるとなるなどの理由により、波数スペクトルのピークから波数を判読するのが難しい場合がある。そこで、

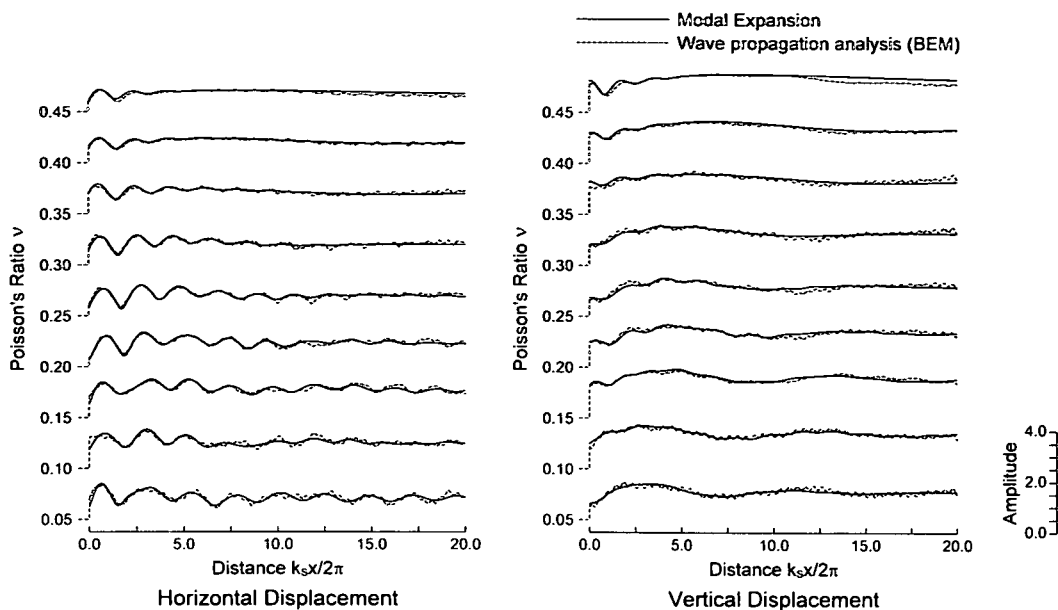


図-10 モード展開手法による結果(地表面変位応答)

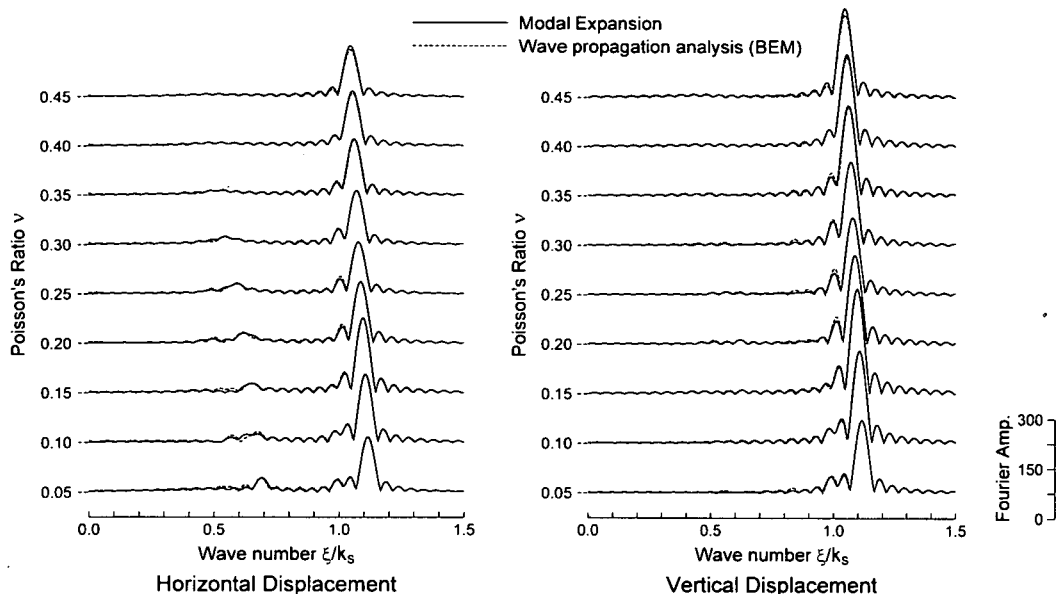


図-11 モード展開手法による結果(地表面変位応答の波数スペクトル)

本論文では図-9に示したRayleigh波、リーキングモードおよびSV波の波数に着目し、これらの波数に最も近いスペクトルのピークからモードパラメータの近似値を設定し、モード展開を行う。

モード展開手法によって得られた散乱波の地表面変位応答を図-10に示し、その波数スペクトルを図-11に示す。図中に示す実線は、モード展開手法による地表面変位応答を表し、点線は波動伝播解析による散乱波成分の地表面変位応答を表す。

図-10に示す水平変位応答は図-8に示す応答と比べて場所による変化は小さい。これは、図-10の水平変位応答に入射波成分が含まれないからである。このことは、図-11に示す波数スペクトルによっても確かめられる。すなわち、図-11では図-9に見られた無次元波数0におけるピークが見られない。したがって、ここに示す水平変位応答は、入射波成分を含まず、散乱波成分によることが確認される。一方、鉛直変位応答は、元々入射波成分を含まないの

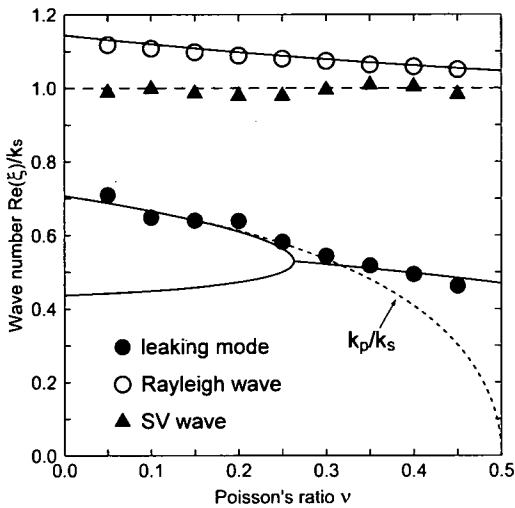


図-12 モードの波数

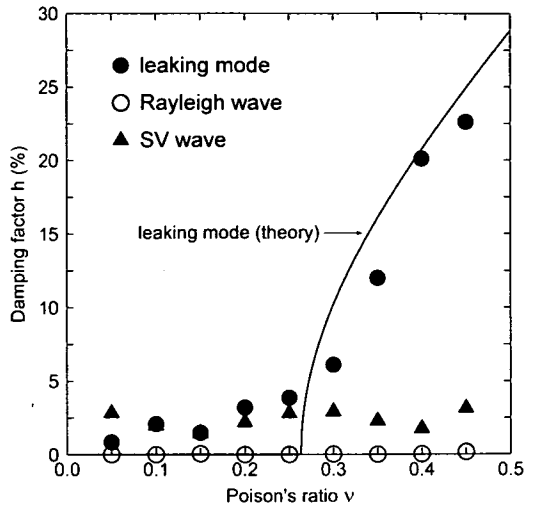


図-13 モードの減衰定数

で、図-8および9に示す応答と同一である。

さて、図-10によれば、モード展開手法から求められた地表面変位応答は、波動伝播解析の結果と良く一致している。また、図-11において、モード展開手法による波数スペクトルも波動伝播解析の結果と良く一致している。これらの結果は、散乱波が卓越する波動成分によって精度良くモード展開されていることを示している。

(2) 散乱波を構成する波動成分の分析

モード展開手法によって求められた散乱波を構成する波動成分の波数を図-12に示す。図-12によると、散乱波は3つの波動成分によって構成され、これらを波数の高い方から順に○、▲、●の印で表す。これら3つの成分の波数は、各々Rayleigh波、SV波およびリーキングモードの理論値に良く対応している。この結果から、散乱波はRayleigh波、SV波、そしてリーキングモードによって構成されると考えられる。

先に、Rayleigh波特性方程式からは2種類のリーキングモードが導かれることを示した。しかし、図-12によると、モード展開手法によって検出されるリーキングモードに対応する波動成分は1種類である。すなわち、ポアソン比が $\nu < \nu_c$ の区間ではP波の波数に近いモードが検出され、 $\nu > \nu_c$ では複素平面の第4象限に位置する極のモードが検出されている。この理由については、後で詳しく議論する。

図-13には上記3つの波動成分の減衰定数を示す。まず、Rayleigh波に対応するモードの減衰定数は極めて小さい。Rayleigh波は減衰しない波動であることを考慮すると、この結果は理論に一致する。

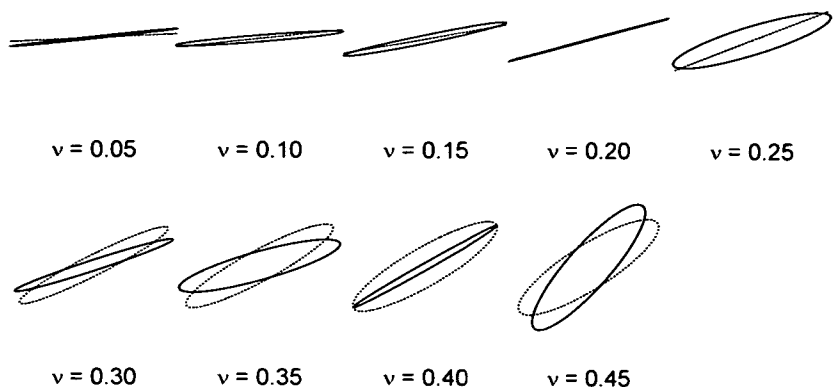
一方、リーキングモードの減衰定数の理論値はポ

アソン比が $\nu < \nu_c$ の区間では0%であるが、ポアソン比 ν が ν_c を越えると減衰定数は急激に大きくなる。これに対して、モード展開された成分の減衰定数は ν_c までは2~3%程度で一定であるが、 ν_c を越えると上昇する。この結果はRayleigh波のような理論との一致は見られないものの、モード展開手法によって検出された成分がリーキングモードに対応することを示している。

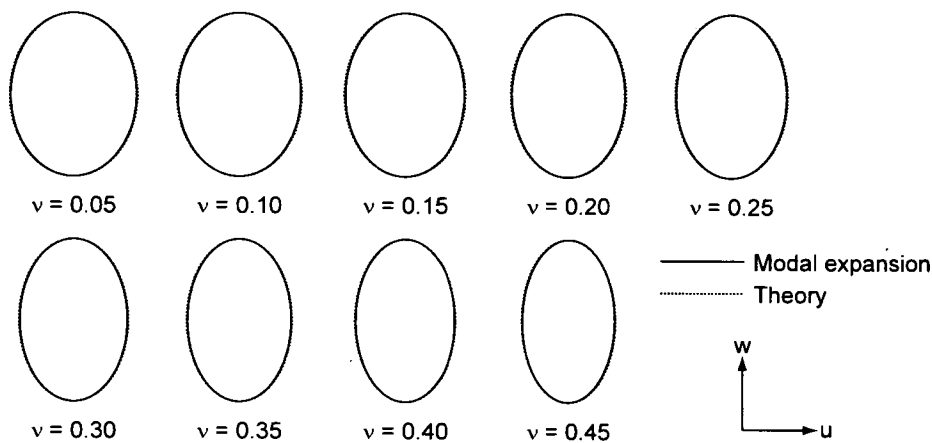
さらに、SV波に対応するモードの減衰定数は2~3%程度である。このSV波は、図-7に示した斜面から地表面に沿って伝播する平面波に対応する。一方、2章では地表面に沿って伝播する平面SV波は存在しないことを示している。これらの議論から判断して、斜面で発生したSV波は水平面に沿って伝播するが、減衰により遠方では消滅すると考えられる。モード展開手法によって検出された成分はこのような波動に対応すると解釈できる。

図-12、13から、散乱波成分は面内波動の固有モードであるRayleigh波やリーキングモードによって形成されると考えられる。これを確認するために、モード展開された波動成分の水平変位と鉛直変位の軌跡を理論から求められる軌跡と比較する。その結果を図-14に示す。実線はモード展開された成分の変位軌跡を表し、点線は理論値を示す。

モード展開された波動成分の変位振幅の軌跡を理論軌跡と比較すると、Rayleigh波については両者が極めて良く一致している。したがって、モード展開手法によって散乱波から検出されるRayleigh波の精度は極めて高いことがわかる。一方、リーキングモードについてはRayleigh波のような理論値との一致は見られないが、良い対応を示していると言える。



(a) leaking mode



(b) Rayleigh wave

図-14 モードの軌跡

以上の結果より、モード展開手法から検出される成分はRayleigh波とリーキングモードであることが確認される。

つぎに、これらのモードの振幅から、散乱波に与える影響を調べる。ここでは、図-14に示した楕円軌道で表されるモード振幅の長辺の1/2をそのモードの振幅の大きさを表す値とする。このようにして求められる各モードの振幅を図-15に示す。図の縦軸は入射波振幅に対する比を表す。

図-15より、Rayleigh波の振幅はポアソン比によって変化するが、1.1~1.7であり、常に入射波振幅よりも大きい。つぎに、SV波の振幅は0.5~0.6であり、ポアソン比による変化は余り見られない。さらに、リーキングモードについて見ると、ポアソン比 ν が0.05では振幅が0.2程度であるが、ポアソン比の上昇に伴って振幅も増加し、ポアソン比 ν が0.45では0.6程度となる。したがって、ポアソン比が大きいほど、

リーキングモードの影響は大きくなるのがこの結果から読みとれる。

以上の結果をまとめると、斜面で発生する散乱波はRayleigh波、SV波およびリーキングモードによって構成されることが本解析によって明らかになった。このうち、Rayleigh波は減衰しないので、その影響は水平方向に無限遠方まで伝わる。また、振幅が大きいことから散乱波の支配的な波動成分である。これに比べて、SV波の影響は余り大きくはない。さらに、リーキングモードについては、振幅はRayleigh波ほど大きくはないものの、ポアソン比の上昇に伴い、振幅も大きくなる傾向がある。リーキングモードは減衰性を有するので、その影響範囲は限られるが、斜面近傍の地震動特性に与える影響は無視できないと考えられる。したがって、不整形地盤の地震応答を評価する上で、重要な波動成分と言える。

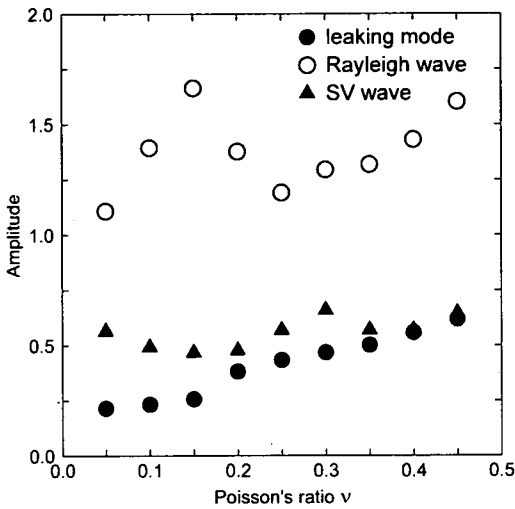


図-15 モードの振幅

(3) モード展開手法によるリーキングモードの検出について

3章の議論によると、リーキングモードの極は Riemann葉2上に分布する。一方、モード展開手法は、Riemann葉1上における波数スペクトルの影響を評価することによって固有モードを検出する方法である。そこで、Riemann葉2上に極を有するリーキングモードが、モード展開手法によってどのように検出されるのかを検討する。

図-16には、Riemann葉2上に分布するリーキングモードの極が Riemann葉1上において波数スペクトルとして評価される様子を模式的に示す。図中には極からの影響を等高線で表す。式(18)より、等高線は極に近いほど大きなスペクトルを表す。また、点線で表される等高線は Riemann葉2上での影響を表し、実線は Riemann葉1上の影響を表す。

図-16(a)に示すように、ポアソン比が $\nu < \nu_c$ である場合、リーキングモードの極は実軸上に分布する。この時、極の影響はこの位置で直接波数スペクトルとして評価されるのではなく、分岐点 k_p を通過して Riemann葉1上に現れる部分が波数スペクトルとして評価される。

つぎに、ポアソン比が $\nu > \nu_c$ となると、リーキングモードの極は実軸から複素平面に移る。さらに、極の位置が分岐点よりも右側に移ると、図-16(b)に示すように、Riemann葉1への最短距離が分岐点ではなく、極から切断を通して鉛直方向上の実軸上の点が最短となる。したがって、極の影響もこの点が最も大きくなるために、モード展開手法ではこの点をピークとしてリーキングモードが評価される。

図-5によると、実軸上にはリーキングモードの極

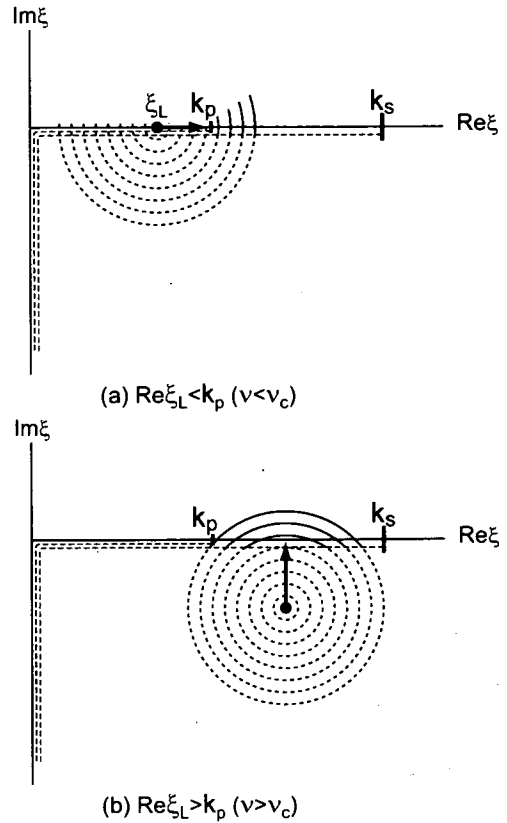


図-16 リーキングモードの影響

が2種類存在する。ところが、モード展開手法では、これらの極の影響はどちらも分岐点 k_p を通じて検出される。ただし、分岐点で検出されるリーキングモードとしては、2種類の極のうち、分岐点に近い方の影響が大きいと考えられる。その結果、図-12に示すように、モード展開手法では2種類のリーキングモードのうち、P波の波数に近いモードが検出されると考えられる。また、ポアソン比の増加に伴い、極は複素平面第1象限と第4象限に移る。この場合、図-16に示すように、モード展開手法で検出の対象となるのは第4象限の極の影響である。これらの理由により、理論的には2種類存在するリーキングモードも実際に検出されるのは1種類となる。

ところで、実軸上に位置する極は減衰を伴わない固有モードを意味する。しかし、モード展開手法では、分岐点を通して波数スペクトルが検出されるため、このモードは減衰を有する波動成分として評価される。図-13に示す結果が理論値と異なるのはこうした理由によると思われる。

3章では、リーキングモードは平面波の入射と反射の関係として解釈できることを示した。しかし、

これまでの議論から、実際にはこのような入射と反射がそのまま観測されるのではなく、分岐点を通してRiemann葉I上に現れた部分がP波の速度と減衰を有する波動としてリーキングモードは観測される。ところが、図-16(b)に示すように、極の実部が分岐点の右側に来ると、検出される波動はリーキングモード本来の姿を現す。図-12, 13において、ポアソン比 ν が0.35以上の結果が理論値に良く対応するのはこうした理由によると考えられる。さて、上述の分岐点の寄与は、Lambの問題において実体波を表す。このような視点に立てば、実際に観測されるリーキングモードは実体波と解釈することもできる。

Rayleigh波特性方程式からは波動の放射条件を満足しないRiemann葉に存在する極も導かれる。しかしながら、その影響は分岐点、切断を越えて放射条件を満足するRiemann葉に現れる。これがリーキングモードとして観測される。このようなリーキングモードの影響は、Chapman¹³⁾がLambの問題において指摘しているが、本論文で明らかにしたように、不整形地盤の地震応答にも見出すことができる。

7. 結論

本論文では、不整形地盤で発生する波動を地盤の固有モードで分析する立場から、まず、面内波動と固有モードの関係について論じた。つぎに、BEMを用いて斜面を有する不整形地盤の波動伝播解析を行い、モード展開手法を用いて波動の分析を行った。これらの結論は以下のようにまとめられる。

- (1) Rayleigh波の特性方程式から導かれるリーキングモードは、P波入射に対して反射SV波のみが発生する、あるいは、SV波入射に対して反射P波のみが発生する場合の波動伝播として説明できる。
- (2) 著者が既に発表している面外波動のモード展開手法を面内波動にも適用できるように拡張した。この手法では、水平変位と鉛直変位の地表面応答から主要な波動成分の波数、減衰定数および振幅を求めることができる。
- (3) BEMによる不整形地盤の波動伝播解析から求められる地表面変位応答にモード展開手法を適用した。モード展開の結果はBEMによる結果と良く一致している。したがって、モード展開手法は不整形地盤を伝播する面内波動の分析に有効である。
- (4) モード展開手法によると、斜面で発生する散乱

波を構成する波動成分にはRayleigh波とリーキングモードが含まれる。このうち、Rayleigh波は振幅が大きく、減衰性を持たないため、散乱波の主要な成分である。

- (5) モード展開手法では、波動の放射条件を満足しないRiemann葉から分岐点や切断を通過して放射条件を満足するRiemann葉に現れる極の影響をリーキングモードとして検出する。
- (6) リーキングモードは減衰性を有するため、地形急変部から離れると影響は小さい。しかし、地形急変部では、地震動特性に与える影響を無視できないため、不整形地盤の地震応答を評価する上で重要である。

付録A Rayleigh波特性方程式の解法について

本論文では、以下の手順に従い、Rayleigh波特性方程式の根を求めている。

式(2)に従って鉛直方向波数 η_p と η_s を水平方向波数 ξ で表示すると、式(8)に示すRayleigh波特性方程式は次式で表される。

$$F(\xi) = (2\xi^2 - k_s^2)^2 + 4\xi^2 \sqrt{k_p^2 - \xi^2} \sqrt{k_s^2 - \xi^2} = 0 \quad (\text{A.1})$$

上式に現れる波数をSV波の波数 k_s で無次元化すると、式(A.1)は次式に改められる。

$$F(\alpha) = (2\alpha - 1)^2 + 4\alpha \sqrt{\phi - \alpha} \sqrt{1 - \alpha} = 0 \quad (\text{A.2})$$

ただし、 $\alpha = \left(\frac{\xi}{k_s}\right)^2$, $\phi = \left(\frac{k_p}{k_s}\right)^2 = \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)}$

式(A.2)は平方根を含む方程式であり、これを有理化するために、田治米のテキスト¹⁸⁾を参考に、次式を定義する。

$$F^*(\alpha) = (2\alpha - 1)^2 - 4\alpha \sqrt{\phi - \alpha} \sqrt{1 - \alpha} \quad (\text{A.3})$$

式(A.3)は、 $F^*(\alpha) = 0$ であれば式(13)に一致し、リーキングモードに対する特性方程式に対応する。式(A.3)を式(A.2)に掛け合わせると次式が得られる。

$$F(\alpha)F^*(\alpha) = 16(1 - \phi)\alpha^3 - 8(3 - 2\phi)\alpha^2 + 8\alpha - 1 = 0 \quad (\text{A.4})$$

式(A.4)は α についての3次方程式である。また、この方程式の係数は実数であるから、ここから求められる3つの根のうち、少なくともひとつは実根となる。一方、残る2つの根はポアソン比 ν の大きさ

によって、実根か共役複素根になる。先述の議論から明らかなように、これらの根はRayleigh波とリーキングモードの固有値に対応する。

本論文では、Cardanoの公式¹⁹⁾を用いて、式(A.4)に示す3次方程式を解く。ここで、式(A.1)に示すRayleigh波特性方程式の根は、式(A.2)より、式(A.4)の根の平方根として与えられる。ただし、式(A.1)の鉛直方向波数は ξ についての二価関数であるから、符号の選択に注意を要する。

付録B 波数スペクトルに及ぼす矩形ウィンドウの影響について

付図-1に示すように、波動伝播解析で求められる有限区間内の地表面変位応答 $u(x)$ は区間に制限のない応答 $u_0(x)$ に矩形ウィンドウ $W(x)$ を作用させたものに相当する。したがって、モード展開手法で用いる波数スペクトルには矩形ウィンドウの影響が含まれる。ここでは、矩形ウィンドウが波数スペクトルに与える影響について整理する。

区間に制限のない地表面変位応答と矩形ウィンドウを各々次式で与える。

$$u_0(x) = \sum_{j=1}^n A_j \exp(-i\xi_j x) \quad (B.1)$$

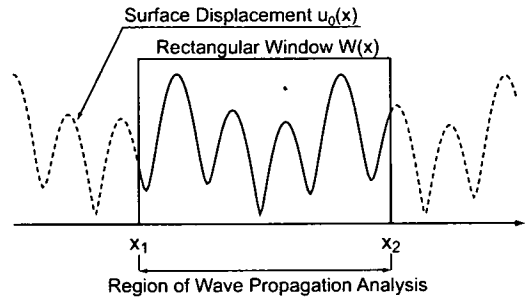
$$W(x) = \begin{cases} 1 & (x_1 \leq x \leq x_2) \\ 0 & (x < x_1, x_2 < x) \end{cases} \quad (B.2)$$

ここに、 x_1 と x_2 は、地表面変位応答を算出する区間の始点と終点を表す。式(B.1)と(B.2)より、有限区間における地表面変位応答の波数スペクトルは次式で与えられる。

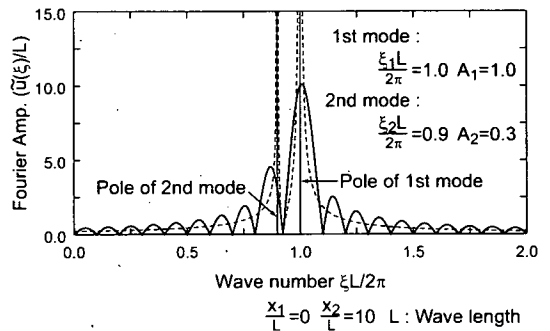
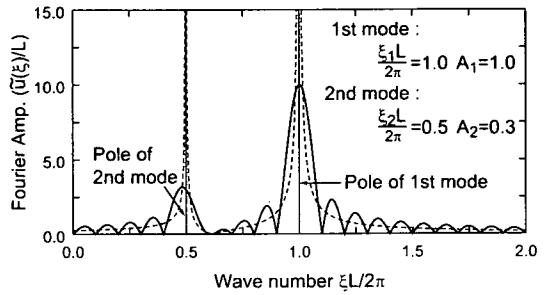
$$\begin{aligned} \tilde{u}(\xi) &= \int_{-\infty}^{\infty} u_0(x)W(x)\exp(i\xi x)dx \\ &= i \sum_{j=1}^n \frac{A_j}{\xi - \xi_j} \left[\exp\{i(\xi - \xi_j)x_1\} - \exp\{i(\xi - \xi_j)x_2\} \right] \end{aligned} \quad (B.3)$$

式(B.3)から算出される波数スペクトルを付図-2に示す。実線は矩形ウィンドウが作用する式(B.3)から求められる波数スペクトルを示し、破線は矩形ウィンドウが作用しない波数スペクトル u_0 を示す。

矩形ウィンドウが作用しない波数スペクトルは形状が滑らかであるが極付近で急激に発散する。一方、矩形ウィンドウが作用する波数スペクトルは極において滑らかなピークを示し、その周囲にサイドロー



付図-1 地表面変位応答と矩形ウィンドウ



付図-2 矩形ウィンドウの影響

ブ²⁰⁾を形成する。また、 $\xi_2 L/2\pi = 0.5$ の場合、波数スペクトルの2つのピークは極に比較的良く一致しているが、 $\xi_2 L/2\pi = 0.9$ になると、スペクトルのピーク位置と極の位置に明瞭な差が現れる。これは、波数スペクトルの2つのピーク位置が互いに接近するとサイドローブの影響が大きくなるためである。

以上により、波数スペクトルに矩形ウィンドウが作用すると、サイドローブの影響により、スペクトルの形状が変わるとともに、ピーク位置と極の間に差が現れるようになる。

参考文献

- 1) Mal. A. K. and Knopoff. L.: Transmission of Rayleigh wave at a corner. *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.56. No.2. pp.455-466. 1966.
- 2) Momoi. T.: Scattering of Rayleigh Waves in an Elastic Quarter Space. *J. Phys. Earth*, 28. pp. 385-413. 1980.

- 3) Fujii K., Takeuchi, S., Okano, Y. and Nakano, M.: Rayleigh wave scattering at various wedge corners. *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.74, No.1, pp.41-60, 1984.
- 4) 座間信作：不規則構造に対する地震波の挙動，その1 崖地形が地震動に及ぼす影響，地震研究所彙報，Vol. 56, pp.741-752, 1981.
- 5) 大槻明，山原浩，春海佳三郎：レーリー波による不整形地盤の挙動，土木学会論文報告集，第337号，pp.27-36, 1983.
- 6) Bard, P.-Y. and Bouchon, M.: The Seismic Response of Sediment-filled Valleys. Part II. The Case of Incident P and SV Waves. *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.70, pp.1921-1941, 1980.
- 7) Aki, K. and Larner, K. L.: Surface Motion of a Layered Medium Having an Irregular Interface due to Incident Plane SH Waves. *J. Geophys. Res.*, Vol.75, pp.933-953, 1970.
- 8) 秋山伸一：傾斜層で発生する波動とLove波の関連，土木学会論文集，No.459/ I -22, pp.129-138, 1993.
- 9) Aki, K. and Richards, P. G.: *Quantitative Seismology. Theory and Method.* I. W. H. Freeman and Company, 1980.
- 10) Oliver, J. and Major, M.: Leaking Modes and the PL Phase. *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.50, No.2, pp.165-180, 1960.
- 11) Phinney, R. A.: Leaking Modes in the Crustal Wave-Guide. 1. The Oceanic PL Wave. *Jour. Geophys. Res.*, Vol.66, pp.1445-1469, 1961.
- 12) Gilbert, F.: Propagation of Transient Leaking Modes in a Stratified Waveguide. *Reviews of Geophysics*, Vol.2, No.1, pp.123-153, 1964.
- 13) Chapman, C. H.: Lamb's Problem and Comments on the Paper 'On Leaking Modes' by Usha Gupta. *Pure and Applied Geophysics*, 94, pp.233-247, 1972.
- 14) Lamb, H.: On the Propagation of Tremors over the Surface of an Elastic Solid. *Phil. Trans. R. Soc. London. Ser. A*, Vol.203, pp.1-42, 1904.
- 15) 藤田雅之，森井互，西村敬一：PL波の群速度に基づく地殻速度構造の推定について，地震，第2輯，第43巻，pp.55-67, 1990.
- 16) 秋山伸一：特性方程式から与えられる固有モードを用いた半無限成層地盤におけるインパルス応答の定式化，土木学会論文集，No.519/ I -32, pp.149-158, 1995.
- 17) C. R. ワイリー：工業数学，上，富久泰明訳，ブレイン図書出版，1970.
- 18) 田治米鏡二：弾性波動論の基礎，槇書店，1994.
- 19) 高木貞治：代数学講義，共立出版，1965.
- 20) 大崎順彦：地震動のスペクトル解析入門，鹿島出版会，1976.

(2002. 6. 12 受付)

ANALYSIS OF SCATTERING WAVE BY TOPOGRAPHIC IRREGULARITY IN P-SV WAVE FIELD USING EIGENMODES OF RAYLEIGH WAVE CHARACTERISTIC EQUATION

Shinichi AKIYAMA

We investigate the behavior of scattering waves generated in the ground with topographic irregularity in relation to eigenmodes derived from Rayleigh wave characteristic equation. The pole of leaking mode, which is derived from the characteristic equation, is on a Riemann sheet with which are not satisfied the radiation condition. The behavior of the leaking mode can be interpreted as relation between the incidence and reflection of P wave or SV wave. The responses of surface displacement obtained from the wave propagation analysis by boundary element method are expanded in a series of components whose amplitude are predominantly large in terms of the wavenumber. The influence of leaking mode appears in a Riemann sheet which is satisfied the radiation condition across a branch cut. It is found that Rayleigh wave is main component of the scattering wave and the ground response near the edge is influenced considerably from the leaking mode.