

# 波形鋼板ウェブを有する連続桁および斜張橋の 実用解析法

加藤久人<sup>1</sup>・西村宣男<sup>2</sup>

1 正会員 工学修士 日本鋼管(株)橋梁建設部大阪橋梁設計室 (〒562-0006 大阪市淀川区西三国 1-8-41)

2 フェロー 工学博士 大阪大学大学院工学研究科土木工学専攻教授 (〒565-0879 吹田市山田丘 2-1)

従来、深い渓谷を渡る手段として施工性、経済性に優れたPC箱桁橋が採用されてきた。この改良型として、工費節減、省力化、工期短縮への要求に答えるべく、波形鋼板ウェブPC箱桁橋の建設が盛んになってきた。より長径間の橋梁として、この形式のエクストラードード橋への採用、斜張橋への進化が始まっている。波形ウェブは支間方向の剛性が小さく、せん断変形の影響が強く現われるため、その挙動が複雑である。本論文ではこのような性状を解明するため、著者らが提案した拡張はり理論式をさらに発展し、3連モーメント式あるいはマトリックス変位法の発展形によって連続桁、斜張橋の解析手法を紹介し、より合理的な実設計を行いたいという実務者からの要請に応えるべく、解析例を示し、波形鋼板ウェブを有する橋梁の設計に際して考慮されるべき重要点を明らかにする。

**Key Words:** composite structure, corrugated steel web, continuous girder, extradosed bridge, cable stayed bridge

## 1. まえがき

従来、深い渓谷を渡る手段として施工性、経済性に優れた片持ち張出し架設工法によるPC箱桁橋が採用されてきた。しかし、公共投資のより厳しい削減要求また社会的要求に答え、さらなる性能改善をめざすべく、この形式の改良型として波形鋼板ウェブPC箱桁橋の建設が盛んになってきた<sup>1)~3)</sup>。また、この形式の長所を生かし、より長径間の橋梁としてエクストラードード橋への採用、さらには斜張橋への進化が始まっている<sup>4)</sup>。

本形式の特徴として以下の長所が考えられる。

- 1) 従来のPC箱桁橋の重量の約1/4をしめるウェブに鋼板を用いることにより上部工自重の軽減がなされ、下部工の規模縮小、耐震性の向上が実現できる。
- 2) ウェブ部のコンクリート施工が不要となるため現場作業の短縮、省力化が可能となる。
- 3) 波形鋼板ウェブは鉛直方向力には抵抗するが、いわゆるアコーディオン効果により橋軸方向の剛性が極めて低く、コンクリート製の上、下床版へのプレストレス力導入が効率的に行える。

波形鋼板ウェブ橋はこのような長所を有する一方で、その力学性状の全てが解明されているわけではない。文献<sup>5)</sup>ではフランスにおける本形式の実施例を紹介するとともに波形ウェブを有するはりの特異な曲げ挙動を紹介している。文献<sup>6), 7)</sup>では波形ウェブを有するはりに対して曲げ、せん断試験を行い、既往の簡易法による計算でせん断耐力を精度よく評価できること、ある

いは連成座屈モードでの座屈を考慮した強度算定式を提案し、計算値と実験結果の比較よりその妥当性を検証している。文献<sup>8), 9)</sup>でははりを複数の要素に分割し、マトリックス法を用いた構造解析を試みている。また文献<sup>10)</sup>では短支間のせん断実験を行い、弾性域ならびに終局時のたわみ性状、ひずみ分布を追跡している。これらの文献では終局時の挙動追跡を行うと同時に、弾性域において波形鋼板ウェブ橋の鉛直荷重による曲げ変形が複雑であり、ウェブが支間方向の剛性を有さず、そのせん断変形の影響が強く現れることを実験結果ならびにFEM解析によって明らかにしている。

これらを踏まえ著者らは、文献<sup>11)</sup>にて単純はりにおけるこのような性状を解明する簡便な構造解析手法を「拡張はり理論」として紹介した。(以下、このような性状を有するはりをCWB(Corrugated Web Beam)と呼ぶ。)「初等はり理論」ではせん断変形を無視し、はり全断面の曲げを考慮するのに対して、「拡張はり理論」ではウェブのアコーディオン効果と、それに伴う上下床版単独の曲げをはり全断面の曲げと区別して扱う。本論文はこの理論を発展させ、2重3連モーメント公式、あるいはCWBマトリックス変位法を定式化し、CWB要素からなる連続はりに適用可能とすることによって、波形鋼板ウェブを有する、連続桁橋、斜張橋等に対する解析法を示すことを目的とする。加えて、より合理的な実設計を行いたいという実務者からの要請に応えるべく、解析例を示し、波形鋼板ウェブ橋の設計に際して考慮されるべき重要点を明らかにする。

## 2. 拡張はり理論式の誘導

図-1 のようにコンクリート床版は軸力  $N_1, N_2$ , せん断力  $Q_1, Q_2$ , モーメント  $M_1, M_2$ , を分担し, ウェブはせん断力  $Q_w$  のみ分担するものとする.

$$M_g = (M_1 + M_2) - N_1 \eta_1 + N_2 \eta_2 = M_f + M_n \quad (2.1)$$

$$Q_g = Q_1 + Q_2 + Q_w = Q_n + Q_w \quad (2.2)$$

考慮する変位は鉛直変位  $v$ , ウェブの水平軸周りの回転角  $\theta$  で, ウェブのせん断ひずみ  $\gamma$  との間に以下の関係がある.

$$\gamma = v' - \theta \quad (\text{は } d/dx \text{ を示す}) \quad (2.3)$$

また, 図-2 の変位場において上下コンクリート床版のそれぞれの図心を結ぶ直線の回転角  $\phi$  とウェブの回転角  $\theta$  の間には以下の関係がある.

$$h_d \phi = (e_1 + e_2) v' + h \theta \quad (2.4)$$

上下コンクリート床版に作用する軸力, 曲げモーメントおよびせん断力は

$$\begin{aligned} N_1 &= EA_1 \eta_1 \phi', & M_1 &= -EI_1 v'', & Q_1 &= -EI_1 v''' \\ N_2 &= -EA_2 \eta_2 \phi', & M_2 &= -EI_2 v'', & Q_2 &= -EI_2 v''' \end{aligned} \quad (2.5-6)$$

$EA_i$ ,  $EI_i$  は床版の鋼換算伸びおよび曲げ剛性である. ウェブのせん断力はせん断剛性を  $GA_w$  として

$$Q_w = GA_w \gamma \quad (2.7)$$

これら式(2.5~7)の関係を式(2.1), (2.2)に代入すると

$$\begin{aligned} M_g &= M_1 + M_2 - (N_1 \eta_1 - N_2 \eta_2) \\ &= -EI_f v'' - E(A_1 \eta_1^2 + A_2 \eta_2^2) \phi' \\ &= -EI_f v'' - EI_n \phi' = M_f + M_n \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$Q_g = Q_1 + Q_2 + Q_w = -EI_f v''' + GA_w \gamma \quad (2.9)$$

$$\text{ここに, } I_f = I_1 + I_2, \quad I_n = A_1 \eta_1^2 + A_2 \eta_2^2 \quad (2.10)$$

$$I_g = I_f + I_n \quad (2.11)$$

式(2.9)を変形し, 式(2.4)に代入すると下記となり,

$$\phi = v' - (h/h_d)(EI_f/GA_w)v''' - (h/h_d)Q_g/GA_w \quad (2.12)$$

断面全体の断面力と外力のつりあいを考慮すると次式が与えられる.

$$M_g'' = -q \quad (2.13)$$

式(2.8)に式(2.12)を一回微分して代入し, 断面全体の曲げモーメント  $M_g$  をたわみ  $v$  の関数で表す.

$$M_g = -EI_g v'' + EI_n \frac{h}{h_d} \frac{EI_f}{GA_w} v'' + EI_n \frac{h}{h_d} \frac{1}{GA_w} Q_g' \quad (2.14)$$

断面全体のせん断力  $Q_g = M_g'$  の関係から

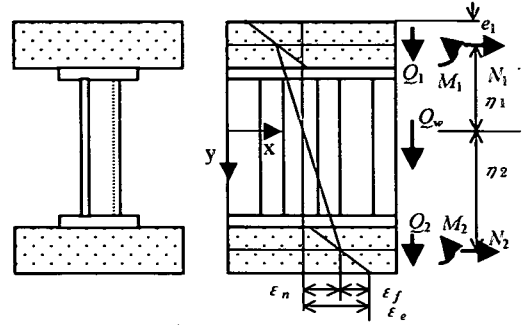
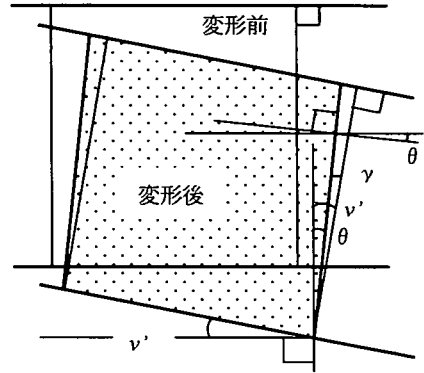
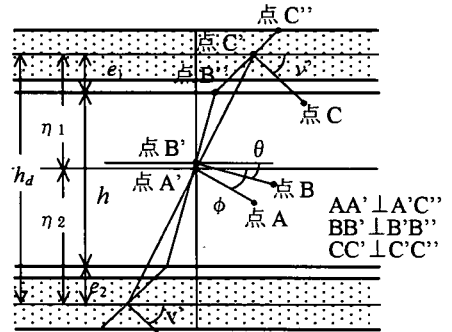


図-1 内力とひずみ分布



a) ウェブ内変位場



b) 桁全体変位場  
図-2 変位場

$$Q_g = -EI_g v'' + EI_n \frac{h}{h_d} \frac{EI_f}{GA_w} v'' + EI_n \frac{h}{h_d} \frac{1}{GA_w} Q_g'' \quad (2.15)$$

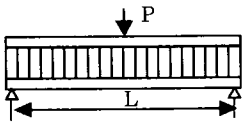
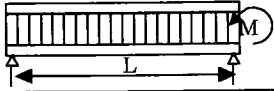
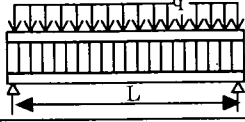
式(2.14)の両辺を2階微分し, 式(2.13)に代入すると下記6階の微分方程式が与えられる.

ただし,  $Q_g' = -q$ ,  $Q_g'' = -q'$  の関係を用いる.

$$v^{VI} - \frac{I_g h_d GA_w}{I_n h EI_f} v^{IV} = -\frac{1}{EI_n h} \frac{GA_w}{EI_f} q + \frac{1}{EI_f} q' \quad (2.16)$$

ここで,  $\alpha^2 = \frac{I_g h_d GA_w}{I_n h EI_f}$  とおくとこの微分方程式の解は下記となる.

表-1 代表的荷重状態に関する積分定数

	中央集中荷重	支点集中モーメント	分布荷重
			
$C_0$	0	0	$\frac{q}{24EI_g}$
$C_1$	0	0	$-\frac{q}{\alpha^4} \frac{I_n}{EI_g I_f}$
$C_2$	$\frac{P}{2EI_g} \left( \frac{L^2}{8} + \frac{I_n}{I_f \alpha^2} \right)$	$\frac{ML}{EI_g} \left( \frac{1}{6} - \frac{1}{(\alpha L)^2} \frac{I_f - \rho I_g}{I_f} \right)$	$\frac{qL}{2\alpha^2} \frac{I_n}{EI_g I_f} + \frac{qL^3}{24EI_g}$
$C_3$	0	0	$-\frac{q}{2\alpha^2} \frac{I_n}{EI_g I_f}$
$C_4$	$-\frac{P}{12EI_g}$	$-\frac{M}{6EI_g}$	$-\frac{qL}{12EI_g}$
$C_5$	0	0	$\frac{q}{\alpha^4} \frac{I_n}{EI_g I_f}$
$C_6$	$-\frac{PI_n}{2EI_g I_f \alpha^3 \cosh(\alpha L/2)}$	$\frac{M}{EI_g \alpha^2 \sinh(\alpha L)} \frac{I_f - \rho I_g}{I_f}$	$-\frac{q}{\alpha^4} \frac{I_n}{EI_g I_f} \frac{\sinh(\alpha L/2)}{\cosh(\alpha L/2)}$

$\rho$  は作用モーメント  $M$  のうち床版で負担されるモーメント  $M_f$  の分担率を表し,  $M_f = \rho M$  なる関係を有する

$$v = C_1 + C_2 x + C_3 x^2 + C_4 x^3 + C_5 \cosh(\alpha x) + C_6 \sinh(\alpha x) + C_0 x^4 \quad (2.17)$$

ここに,  $C_0 x^4$  は等分布荷重が作用する場合の特解,  $C_1 \sim C_6$  は境界条件から決定される定数である。

単純はりを対象として, 種々の荷重状態に対するこれら定数を表-1 にまとめる。

また, 式(2.17)を順次微分し, 以下を得る。

$$v' = C_2 + C_3(2x) + C_4(3x^2) + C_5 \alpha \sinh(\alpha x) + C_6 \alpha \cosh(\alpha x) + 4C_0 x^3 \quad (2.18)$$

$$v'' = C_3(2) + C_4(6x) + C_5 \alpha^2 \cosh(\alpha x) + C_6 \alpha^2 \sinh(\alpha x) + 12C_0 x^2 \quad (2.19)$$

$$v''' = C_4(6) + C_5 \alpha^3 \sinh(\alpha x) + C_6 \alpha^3 \cosh(\alpha x) + 24C_0 x \quad (2.20)$$

はり中間部に荷重が無い場合, 要素の変形形状はこれら式中の  $C_0$  を  $C_0 = 0$  としたものとなる。

またこの場合, 式(2.14)中の  $Q_g'$  は  $Q_g' = 0$  となり, 式(2.19), (2.20)を代入して, 以下の関係を得る。

$$M_g = C_3(-2EI_g) + C_4(-6EI_g x) \quad (2.21)$$

さらに  $Q_g = M_g'$  の関係より

$$Q_g = C_4(-6EI_g) \quad (2.22)$$

式(2.12)に式(2.18), (2.20), (2.22)を代入すると,

$$\phi = C_2 + C_3 2x + C_4(3x^2 + 6\beta) + C_5 \eta \sinh(\alpha x) + C_6 \eta \cosh(\alpha x) \quad (2.23)$$

$$\text{ここに, } \beta = \frac{I_g}{I_f \alpha^2} \quad \eta = -\alpha \frac{I_f}{I_n}$$

式(2.23)を一階微分して

$$\phi' = C_3(2) + C_4(6x) + C_5 \eta \alpha \cosh(\alpha x) + C_6 \eta \alpha \sinh(\alpha x) \quad (2.24)$$

式(2.8)の第1項に式(2.19)を代入して,

$$M_f = C_3(-2EI_f) + C_4(-6EI_f x) + C_5(-EI_f \alpha^2 \cosh(\alpha x)) + C_6(-EI_f \alpha^2 \sinh(\alpha x)) \quad (2.25)$$

また, 式(2.8)の第2項に式(2.24)を代入して下式を得る。

$$M_n = C_3(-2EI_n) + C_4(-6EI_n x) + C_5(-EI_n \eta \alpha \cosh(\alpha x)) + C_6(-EI_n \eta \alpha \sinh(\alpha x)) \quad (2.26)$$

### 3. 2重3連モーメント公式

これまでに誘導した拡張はり理論による係数のうち、表-1に示すはり端に集中モーメントが作用する場合の公式を用いて初等はり理論による3連モーメント公式<sup>12)</sup>と同様の拡張はり理論による3連モーメント公式を誘導する。3連モーメント公式によれば連続桁のような不静定問題に対して与式に剛性、荷重を代入することにより手計算あるいは表計算で簡便に解を得ることができ、後述する電算プログラム作成時の検証にも有用である。以下、初等はり理論による要素を一般要素、拡張はり理論による要素をCWB要素と呼ぶ。初等はり理論による3連モーメント公式は隣接する2部材の中間節点を挟む左右の回転角 $\phi_i$ が等しくなるよう方程式が誘導されるのに対して、拡張はり理論の場合、基本は同様であり、回転角 $\phi_i$ に加えて、たわみ角 $v'_i$ も等しくする。 $\phi_i$ の連続性が保たれることから、また $v'_i$ の連続性からそれぞれ、床版の軸力によって生じる桁全体のモーメント $M_n$ と床版単独に生じるモーメント $M_{f_i}$ の連続性が保証される。ここに、添え字 $i$ は考慮する節点番号を表す。(以下、拡張はり理論の3連モーメント公式を2重3連モーメント公式と呼ぶ。)

さらに、せん断力について各節点を挟む左右の部材の左端、右端のせん断力と節点に作用する外力の釣り合いから別途、方程式が得られるのは初等理論、拡張理論ともに共通である。

右端にモーメントが作用する時のはり形状を決定する各係数を $C_{m1} \sim C_{m6}$ で示す時、

$$v' = C_{m2} + C_{m3}2x + C_{m4}3x^2 + C_{m5}\alpha \sinh(\alpha x) + C_{m6}\alpha \cosh(\alpha x) \quad (3.1)$$

$$\phi = C_{m2} + C_{m3}2x + C_{m4}(3x^2 + 6\beta) + C_{m5}\eta \sinh(\alpha x) + C_{m6}\eta \cosh(\alpha x) \quad (3.2)$$

$$Q_g = C_{m4}(-6EI_g) \quad (3.3)$$

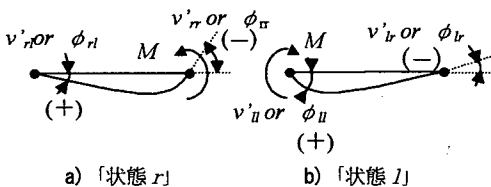


図-3 材端モーメント作用時の $v'$ と $\phi$

ただし、表-1より、 $C_{m1} = C_{m3} = C_{m5} = 0$

図-3 a)に示す、要素の右端に左回りのモーメント $M$ が作用する状態(以下、「状態 $r$ 」と呼ぶ。)を考え、左右端の $v'$ および $\phi$ を求める。 $v'$ および $\phi$ に添え字を付し、「状態 $r$ 」を1番目の添え字 $r$ で示し、その状態での左端または右端の変量であることを2番目の添え字 $l$ または $r$ で表現する。

左端  $at x=0$

$$\begin{aligned} v'_{rl} &= C_{m2} + C_{m6}\alpha \\ \phi_{rl} &= C_{m2} + C_{m4}(6\beta) + C_{m6}\eta \end{aligned} \quad (3.4-5)$$

右端  $at x=L$

$$\begin{aligned} v'_{rr} &= C_{m2} + C_{m4}(3L^2) + C_{m6}\alpha \cosh(\alpha L) \\ \phi_{rr} &= C_{m2} + C_{m4}(3L^2 + 6\beta) + C_{m6}\eta \cosh(\alpha L) \end{aligned} \quad (3.6-7)$$

左端に右回りのモーメント $M$ が作用する状態(以下、「状態 $l$ 」と呼ぶ。)を1番目の添え字 $l$ で示す。この状態における左端および右端の $v'$ と $\phi$ を求める。

$$v'_{ll} = -v'_{rr}, \quad v'_{lr} = -v'_{rl} \quad (3.8-9)$$

$$\phi_{ll} = -\phi_{rr}, \quad \phi_{lr} = -\phi_{rl} \quad (3.10-11)$$

下記関係を用いつつ $v'$ を計算する。

$$\frac{I_f - \rho I_g}{I_f} = \frac{I_f M_n - I_n M_f}{I_f (M_f + M_n)} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} v'_{rl} &= C_{m2} + C_{m6}\alpha \\ &= \frac{1}{EI_g} \left\{ \frac{L}{6} + \frac{I_n}{I_f} \left( \frac{1}{\alpha^2 L} - \frac{1}{\alpha \sinh(\alpha L)} \right) \right\} M_f \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$+ \frac{1}{EI_g} \left\{ \frac{L}{6} - \left( \frac{1}{\alpha^2 L} - \frac{1}{\alpha \sinh(\alpha L)} \right) \right\} M_n$$

$$\begin{aligned} v'_{rr} &= C_{m2} + C_{m4}(3L^2) + C_{m6}\alpha \cosh(\alpha L) \\ &= \frac{1}{EI_g} \left\{ -\frac{L}{3} + \frac{I_n}{I_f} \left( \frac{1}{\alpha^2 L} - \frac{\cosh(\alpha L)}{\alpha \sinh(\alpha L)} \right) \right\} M_f \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$+ \frac{1}{EI_g} \left\{ -\frac{L}{3} - \left( \frac{1}{\alpha^2 L} - \frac{\cosh(\alpha L)}{\alpha \sinh(\alpha L)} \right) \right\} M_n$$

ここで  $\gamma \equiv I_n/I_f$

$$D_6 \equiv \frac{L}{6EI_g} \quad D_1 \equiv \frac{1}{EI_g} \left( \frac{1}{\alpha^2 L} - \frac{1}{\alpha \sinh(\alpha L)} \right)$$

$$D_3 \equiv -\frac{L}{3EI_g} \quad D_c \equiv \frac{1}{EI_g} \left( \frac{1}{\alpha^2 L} - \frac{\cosh(\alpha L)}{\alpha \sinh(\alpha L)} \right)$$

$$(3.15-17)$$

とおくと下式を得る。

$$v'_{rl} = (D_6 + \gamma D_1)M_f + (D_6 - D_1)M_n \quad (3.18)$$

$$v'_{rr} = (D_3 + \gamma D_c)M_f + (D_3 - D_c)M_n \quad (3.19)$$

図-4に示す通り、節点 $i$ を挟む左右2つの部材 $j$ および部材 $j+1$ の節点 $i$ における $v'$ を考慮することとし、これらを3番目の添え字、 $j$ または $j+1$ で表記する。

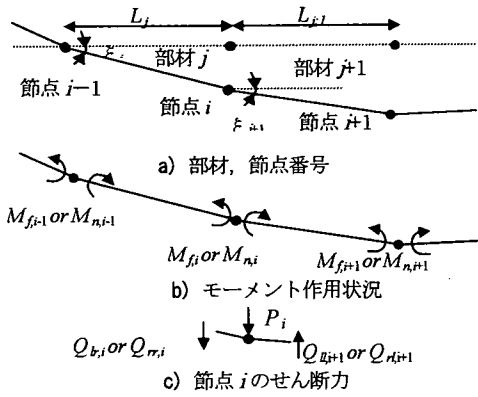


図-4 2重3連モーメント公式

節点*i*における*v*が連続であるという条件を考慮し.

$$v_{lr,j} + v_{rr,j} + v_{or,j} + \xi_j = v_{ll,j+1} + v_{rl,j+1} + v_{ol,j+1} + \xi_{j+1} \quad (3.20)$$

これに(3.18-19)を代入して下式を得る.

$$\begin{aligned} & -(D_{6,j} + \gamma_j D_{1,j})M_{f,i-1} - (D_{6,j} - D_{1,j})M_{n,i-1} \\ & + (D_{3,j} + \gamma_j D_{c,j} + D_{3,j+1} + \gamma_{j+1} D_{c,j+1})M_{f,i} \\ & + (D_{3,j} - D_{c,j} + D_{3,j+1} - D_{c,j+1})M_{n,i} \\ & - (D_{6,j+1} + \gamma_{j+1} D_{1,j+1})M_{f,i+1} - (D_{6,j+1} - D_{1,j+1})M_{n,i+1} \\ & + v_{or,j} - v_{ol,j+1} + \xi_j - \xi_{j+1} = 0 \end{aligned} \quad (3.21)$$

ここに、 $v_{or,j}$ 、 $v_{ol,j+1}$ はそれぞれ部材*j*、部材*j+1*の部材中間荷重による右端、左端における*v*であり、 $\xi_j$ 、 $\xi_{j+1}$ はそれぞれ節点*i-1*、節点*i*、節点*i+1*の沈下による部材*j*、部材*j+1*の回転角で以下の関係を有する.

$$\xi_j - \xi_{j+1} = -\frac{1}{L_j} v_{i-1} + \left( \frac{1}{L_j} + \frac{1}{L_{j+1}} \right) v_i - \frac{1}{L_{j+1}} v_{i+1} \quad (3.22)$$

ここで

$$\begin{aligned} U_{1,j} & \equiv -D_{6,j} - \gamma_j D_{1,j}, & U_{2,j} & \equiv -D_{6,j} + D_{1,j} \\ U_{3,j} & \equiv D_{3,j} + \gamma_j D_{c,j} + D_{3,j+1} + \gamma_{j+1} D_{c,j+1} \\ U_{4,j} & \equiv D_{3,j} - D_{c,j} + D_{3,j+1} - D_{c,j+1} \\ U_{5,j} & \equiv -D_{6,j+1} - \gamma_{j+1} D_{1,j+1}, & U_{6,j} & \equiv -D_{6,j+1} + D_{1,j+1} \\ U_{0,j} & \equiv -v_{or,j} + v_{ol,j+1} \\ T_{1,j} & \equiv -1/L_j, & T_{2,j} & \equiv 1/L_j + 1/L_{j+1}, & T_{3,j} & \equiv -1/L_{j+1} \end{aligned} \quad (3.23-28)$$

とおくと、下式を得る.

$$\begin{aligned} & U_{1,j}M_{f,i-1} + U_{2,j}M_{n,i-1} + T_{1,j}v_{i-1} \\ & + U_{3,j}M_{f,i} + U_{4,j}M_{n,i} + T_{2,j}v_i \\ & + U_{5,j}M_{f,i+1} + U_{6,j}M_{n,i+1} + T_{3,j}v_{i+1} = U_{0,j} \end{aligned} \quad (3.29)$$

以下、同様に*φ*について計算する.

$$\phi_{ri} = C_{m2} + C_{m4}(6\beta) + C_{m6}\eta$$

$$\begin{aligned} & = + \frac{1}{EI_g} \left\{ \frac{L}{6} - \frac{I_g}{I_f \alpha^2 L} + \frac{I_n}{I_f} \left( \frac{1}{\alpha^2 L} + \frac{I_f}{I_n} \frac{1}{\alpha \sinh(\alpha L)} \right) \right\} M_f \\ & + \frac{1}{EI_g} \left\{ \frac{L}{6} - \frac{I_g}{I_f \alpha^2 L} - \left( \frac{1}{\alpha^2 L} + \frac{I_f}{I_n} \frac{1}{\alpha \sinh(\alpha L)} \right) \right\} M_n \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$\begin{aligned} \phi_{rr} & = C_{m2} + C_{m4}(3L^2 + 6\beta) + C_{m6}\eta \cosh(\alpha L) \\ & = + \frac{1}{EI_g} \left\{ \frac{L}{3} - \frac{I_g}{I_f \alpha^2 L} + \frac{I_n}{I_f} \left( \frac{1}{\alpha^2 L} + \frac{I_f}{I_n} \frac{\cosh(\alpha L)}{\alpha \sinh(\alpha L)} \right) \right\} M_f \\ & + \frac{1}{EI_g} \left\{ -\frac{L}{3} - \frac{I_g}{I_f \alpha^2 L} - \left( \frac{1}{\alpha^2 L} + \frac{I_f}{I_n} \frac{\cosh(\alpha L)}{\alpha \sinh(\alpha L)} \right) \right\} M_n \end{aligned} \quad (3.31)$$

ここで

$$\begin{aligned} E_6 & \equiv \frac{1}{EI_g} \left( \frac{L}{6} - \frac{I_g}{I_f \alpha^2 L} \right), & E_1 & \equiv \frac{1}{EI_g} \left( \frac{1}{\alpha^2 L} + \frac{I_f}{I_n} \frac{1}{\alpha \sinh(\alpha L)} \right) \\ E_3 & \equiv \frac{1}{EI_g} \left( -\frac{L}{3} - \frac{I_g}{I_f \alpha^2 L} \right), & E_c & \equiv \frac{1}{EI_g} \left( \frac{1}{\alpha^2 L} + \frac{I_f}{I_n} \frac{\cosh(\alpha L)}{\alpha \sinh(\alpha L)} \right) \end{aligned} \quad (3.32-33)$$

とおくと、下式を得る.

$$\phi_{ri} = (E_6 + \gamma E_1)M_f + (E_6 - E_1)M_n \quad (3.34)$$

$$\phi_{rr} = (E_3 + \gamma E_c)M_f + (E_3 - E_c)M_n \quad (3.35)$$

*v'*の場合と同様に節点*i*における部材*i*右端と部材*i+1*の左端の*φ*の連続性を考慮すると

$$\phi_{lr,j} + \phi_{rr,j} + \phi_{or,j} + \xi_j = \phi_{ll,j+1} + \phi_{rl,j+1} + \phi_{ol,j+1} + \xi_{j+1} \quad (3.36)$$

これに(3.34-35)を代入して下式を得る.

$$\begin{aligned} & -(E_{6,j} + \gamma_j E_{1,j})M_{f,i-1} - (E_{6,j} - E_{1,j})M_{n,i-1} \\ & + (E_{3,j} + \gamma_j E_{c,j} + E_{3,j+1} + \gamma_{j+1} E_{c,j+1})M_{f,i} \\ & + (E_{3,j} - E_{c,j} + E_{3,j+1} - E_{c,j+1})M_{n,i} \\ & - (E_{6,j+1} + \gamma_{j+1} E_{1,j+1})M_{f,i+1} - (E_{6,j+1} - E_{1,j+1})M_{n,i+1} \\ & + \phi_{or,j} - \phi_{ol,j+1} + \xi_j - \xi_{j+1} = 0 \end{aligned} \quad (3.37)$$

ここで、

$$\begin{aligned} V_{1,j} & \equiv -E_{6,j} - \gamma_j E_{1,j}, & V_{2,j} & \equiv -E_{6,j} + E_{1,j} \\ V_{3,j} & \equiv E_{3,j} + \gamma_j E_{c,j} + E_{3,j+1} + \gamma_{j+1} E_{c,j+1} \\ V_{4,j} & \equiv E_{3,j} - E_{c,j} + E_{3,j+1} - E_{c,j+1} \\ V_{5,j} & \equiv -E_{6,j+1} - \gamma_{j+1} E_{1,j+1}, & V_{6,j} & \equiv -E_{6,j+1} + E_{1,j+1} \\ V_{0,j} & \equiv -\phi_{or,j} + \phi_{ol,j+1} \end{aligned} \quad (3.38-42)$$

とおくと、下式を得る.

$$\begin{aligned} & V_{1,j}M_{f,i-1} + V_{2,j}M_{n,i-1} + T_{1,j}v_{i-1} \\ & + V_{3,j}M_{f,i} + V_{4,j}M_{n,i} + T_{2,j}v_i \\ & + V_{5,j}M_{f,i+1} + V_{6,j}M_{n,i+1} + T_{3,j}v_{i+1} = V_{0,j} \end{aligned} \quad (3.43)$$

断面に作用するせん断力*Q<sub>g</sub>*を以下*Q*で表記する.

$$Q_{rl} = C_{m^4}(-6EI_g) = -\frac{M}{6LEI_g}(-6EI_g) = \frac{M}{L}$$

$$Q_{rr} = C_{m^4}(-6EI_g) = \frac{M}{L}$$

$$Q_{ll} = -Q_{rr}, \quad Q_{lr} = -Q_{rl} \quad (3.44-46)$$

節点  $i$  に作用する鉛直荷重を  $P_i$  とし、節点  $i$  における節点  $i$  に隣接する部材  $j$  と  $j+1$  からのせん断力の釣り合いから下式を得る。

$$-Q_{lr,j} - Q_{rr,j} - Q_{or,j} + Q_{ll,j+1} + Q_{rl,j+1} + Q_{ol,j+1} + P_i = 0 \quad (3.47)$$

$$\frac{M_{f,i-1} + M_{n,i-1}}{L_j} - \left( \frac{1}{L_j} + \frac{1}{L_{j+1}} \right) (M_{f,i} + M_{n,i}) + \frac{M_{f,i+1} + M_{n,i+1}}{L_{j+1}} - Q_{or,j} + Q_{ol,j+1} + P_i = 0 \quad (3.48)$$

ここで

$$\begin{aligned} W_{1,j} &= W_{2,j} \equiv 1/L_j = -T_{1,j} \\ W_{3,j} &= W_{4,j} \equiv -1/L_j - 1/L_{j+1} = -T_{2,j} \\ W_{5,j} &= W_{6,j} \equiv 1/L_{j+1} = -T_{3,j} \\ W_{0,j} &= Q_{or,j} - Q_{ol,j+1} - P_i \end{aligned} \quad (3.49-52)$$

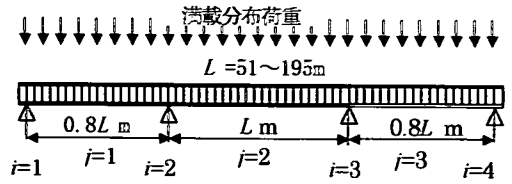
とおくと、下式を得る。

$$\begin{aligned} W_{1,j}M_{f,i-1} + W_{2,j}M_{n,i-1} + W_{3,j}M_{f,i} + W_{4,j}M_{n,i} \\ + W_{5,j}M_{f,i+1} + W_{6,j}M_{n,i+1} = W_{0,j} \end{aligned} \quad (3.53)$$

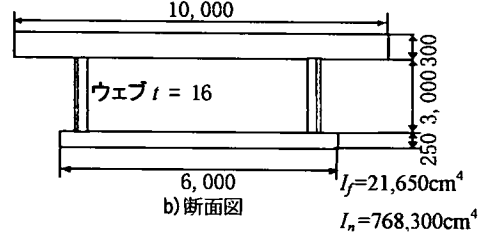
式(3.29)と(3.43)は連続する 3 節点上のモーメント  $\{M_{f,i-1}; M_{f,i}; M_{f,i+1}\}$  および  $\{M_{n,i-1}; M_{n,i}; M_{n,i+1}\}$  に関する方程式であり、さらに  $i$  点でのせん断力の釣り合いに関する式(3.53)を加え  $i$  点でのモーメント  $M_f$ ,  $M_n$  およびたわみ  $v_i$  を未知数とする連立方程式が得られる。

## 4. 2重3連モーメント公式例題

CWB要素に関する2重3連モーメント公式を用いて、図-5 a) に示す全橋長に渡ってウェブが波形鋼板で構成される3径間連続橋に、満載分布荷重が作用する場合の中間支点上の作用モーメント  $M_f$ ,  $M_n$  を算出し、これらの比  $M_f/M_n = M_f/(M_f+M_n)$  が後述するCWBマトリクス変位法による解と一致することを検証する。さらに、支間長が増大する場合、文献(1)に紹介されるようにCWBの影響が少なくなり、比が小さくなることを表計算によって簡便にパラメトリック解析を行い確認する。支間長を  $L=51, 64, 80, 100, 125, 156, 195\text{m}$  まで変化させ、剛性は断面を図-5 b) の形状とし、



a) 3径間連続橋解析モデル



b) 断面図

図-5 2重3連モーメント公式例題

$I_f=0.00217\text{m}^4$ ,  $I_n=0.76612\text{m}^4$  として解析を行う。前章で得られた公式を節点数が 4 の場合についてマトリクス表示する。

$$\mathbf{AM} = \mathbf{P} \quad (4.1)$$

ここに、

$$\mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} U_{11} & V_{11} & W_{11} & 0 & 0 & 0 \\ U_{21} & V_{21} & W_{21} & 0 & 0 & 0 \\ T_{11} & T_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ U_{31} & V_{31} & W_{31} & U_{12} & V_{12} & W_{12} \\ U_{41} & V_{41} & W_{41} & U_{22} & V_{22} & W_{22} \\ T_{21} & T_{21} & 0 & T_{12} & T_{12} & 0 \\ U_{51} & V_{51} & W_{51} & U_{32} & V_{32} & W_{32} \\ U_{61} & V_{61} & W_{61} & U_{42} & V_{42} & W_{42} \\ T_{31} & T_{31} & 0 & T_{22} & T_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & U_{52} & V_{52} & W_{52} \\ 0 & 0 & 0 & U_{62} & V_{62} & W_{62} \\ 0 & 0 & 0 & T_{33} & T_{33} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$\mathbf{M}^T = \left\{ \begin{array}{l} M_{f1}; M_{n1}; v_1; M_{f2}; M_{n2}; v_2; \\ M_{f3}; M_{n3}; v_3; M_{f4}; M_{n4}; v_4 \end{array} \right\} \quad (4.3)$$

$$\mathbf{P}^T = \{U_{01}; V_{01}; W_{01}; U_{02}; V_{02}; W_{02}\} \quad (4.4)$$

本例題では端節点  $i=1, 4$  はヒンジ支点であるから  $M_f=M_n=v_i=0$  ( $i=1$  and  $4$ )。また、中間支点では  $v_i=0$  ( $i=2$  and  $3$ )であるからこれらを考慮し、残る  $M_f, M_n$  ( $i=2$  and  $3$ )を未知数として再整理すると以下を得る。

$$\begin{bmatrix} U_{31} & U_{41} & U_{51} & U_{61} \\ V_{31} & V_{41} & V_{51} & V_{61} \\ U_{12} & U_{22} & U_{32} & U_{42} \\ V_{12} & V_{22} & V_{32} & V_{42} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_{f2} \\ M_{n2} \\ M_{f3} \\ M_{n3} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U_{01} \\ V_{01} \\ U_{02} \\ V_{02} \end{Bmatrix} \quad (4.5)$$

各々の支間長に対して上記連立方程式を解き、 $M_f$  と  $M_n$  の比を求め、図-6 のグラフにプロットして示す。

$L=80\text{m}$  においては  $M_f/M_g=0.0277$  となり、マトリックス変位法による図-10b) に示される  $M_f/M_g$  の比と一致する。また、支間が増大するに従い、 $M_f/M_g$  の比が減少することとなり、CWB の影響が少なくなることが確認できた。なお、6 章にて詳述するが、この  $M_f/M_g$  の比そのものは小さいにもかかわらず、 $M_f$  によって生じる直応力は断面全体に生じる  $M_n$  による応力と同程度となり、設計上十分配慮する必要がある。

## 5. CWB マトリックス変位法

構造力学の教科書が初等はり理論による 3 連モーメント法(応力法)を紹介し、各節点での断面力の連続性を考慮するマトリックス変位法いわゆる骨組み解析<sup>13)</sup>にたどりつくように、拡張はり理論についてもマトリックス変位法による解析が可能である。この拡張はり理論による面内のマトリックス変位法(以下、CWB マトリックス変位法と呼ぶ)について定式化を示す。

初等はり理論によるマトリックス変位法では変位  $u, v$  と回転角  $\phi$  を未知数として連立方程式を解法することになるが、拡張はり理論ではこれらの変位に加え、変位  $v$  の一回微分  $v'$  を考慮する必要がある。CWB 要素の 1 要素について両端での変位と作用力の関係を導く。要素の両端を  $i$  点、 $j$  点としてその変位は先述の通り、

$$\{u_i; v_i; v'_i; \phi_i; u_j; v_j; v'_j; \phi_j\} \quad (5.1)$$

また、材端力は下記とする。

$$\{P_{x,i}; P_{y,i}; M_{f,i}; M_{n,i}; P_{x,j}; P_{y,j}; M_{f,j}; M_{n,j}\} \quad (5.2)$$

部材軸方向の変位  $u$  と軸力  $P_x$  は他の変数と独立のため、これらを除く各節点での 3 自由度について考察する。

まず、節点の変位と係数  $C_1 \sim C_6$  の関係を導く。

式(2.17)、(2.18)、(2.23)に  $x=0$  および  $L$  を代入することによってそれぞれ以下を得る。

at  $x=0$

$$v_i = C_1 + C_5 \quad (5.3)$$

$$v'_i = C_2 + C_6 \alpha \quad (5.4)$$

$$\phi_i = C_2 + C_4 6\beta + C_6 \eta \quad (5.5)$$

at  $x=L$

$$v_j = C_1 + C_2 L + C_3 L^2 + C_4 L^3 + C_5 \cosh(\alpha L) + C_6 \sinh(\alpha L) \quad (5.6)$$

$$v'_j = C_2 + C_3(2L) + C_4(3L^2) + C_5 \alpha \sinh(\alpha L) + C_6 \alpha \cosh(\alpha L) \quad (5.7)$$

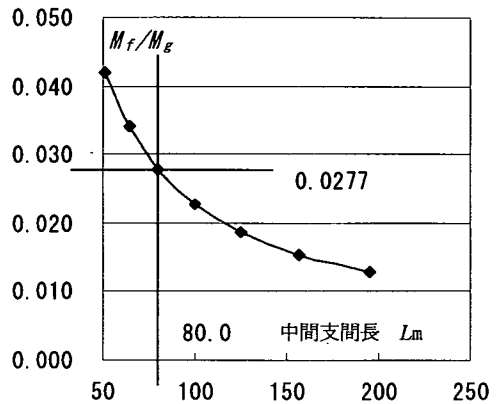


図-6 中間支点の  $M_f/M_g$

$$\phi_j = C_2 + C_3 2L + C_4(3L^2 + 6\beta) + C_5 \eta \sinh(\alpha L) + C_6 \eta \cosh(\alpha L) \quad (5.8)$$

これらの関係をマトリックス表示する。

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{C} \quad (5.9)$$

$$\text{ここに、} \mathbf{x} = \{v_i; v'_i; \phi_i; v_j; v'_j; \phi_j\} \quad (5.10)$$

$$\mathbf{C}^T = \{C_1; C_2; C_3; C_4; C_5; C_6\} \quad (5.11)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \alpha \\ 0 & 1 & 0 & 6\beta & 0 & \eta \\ 1 & L & L^2 & L^3 & C_h & S_h \\ 0 & 1 & 2L & 3L^2 & \alpha S_h & \alpha C_h \\ 0 & 1 & 2L & 3L^2 + 6\beta & \eta S_h & \eta C_h \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

ただし、 $C_h = \cosh(\alpha L)$ 、 $S_h = \sinh(\alpha L)$

次に、材端力と係数  $C_1 \sim C_6$  の関係を導く。

式(2.22)、(2.25)、(2.26)に  $x=0$  および  $L$  を代入することによってそれぞれ以下を得る。ただし、これらの式は通常のはり理論の正方向に対して誘導された式であり、図-7 に示す通り、一般化した骨組要素の右手系では  $P_{y,i}$ 、 $M_{f,j}$ 、 $M_{n,j}$  の符号を逆転させる必要がある。

なお、 $M_f$  と  $M_n$  また、 $v'$  と  $\phi$  の正方向は同一とする。

$$P_{y,i} = -Q_g = C_4(6EI_g) \quad (5.13)$$

$$M_{f,i} = M_f = C_3(-2EI_f) + C_5(-EI_f \alpha^2) \quad (5.14)$$

$$M_{n,i} = M_n = C_3(-2EI_n) + C_5(-EI_n \alpha) \quad (5.15)$$

$$P_{y,j} = Q_g = C_4(-6EI_g) \quad (5.16)$$

$$M_{f,j} = -M_f = C_3(2EI_f) + C_4(6EI_f L) + C_5(EI_f \alpha^2 \cosh(\alpha L)) + C_6(EI_f \alpha^2 \sinh(\alpha L)) \quad (5.17)$$

$$M_{n,j} = -M_n = C_3(2EI_n) + C_4(6EI_n L) + C_5(EI_n \alpha \cosh(\alpha L)) + C_6(EI_n \alpha \sinh(\alpha L)) \quad (5.18)$$





用する状態(以下, 「状態  $c$ 」と呼ぶ。)を1番目の添え字  $c$  で示し, この状態における左端の  $v'$  と  $\phi$  を求める.

$$v'_{cl} = v'_{rl} + v'_{ll} = C_{m4}(-3L^2) + C_{m6}\alpha(1 - \cosh(\alpha L)) \quad (5.29)$$

$$\phi_{cl} = \phi_{rl} + \phi_{ll} = C_{m4}(-3L^2) + C_{m6}\eta(1 - \cosh(\alpha L)) \quad (5.30)$$

分布荷重  $q$  が満載状態 (以下, 「状態  $q$ 」と呼ぶ。)を1番目の添え字  $q$  で示し, 左端の  $v$  および  $\phi$  を求める. これらの状態を図-8 a), b) に示す. 表-1 の分布荷重時の各係数を  $C_{q0} \sim C_{q6}$  で示す時,

$$v' = C_{q2} + C_{q3}2x + C_{q4}3x^2 + C_{q5}\alpha \sinh(\alpha x) + C_{q6}\alpha \cosh(\alpha x) + 4C_{q0}x^3 \quad (5.31)$$

$$\phi = C_{q2} + C_{q3}(2x) + C_{q4}(3x^2 + 6\beta) + C_{q5}\eta \sinh(\alpha x) + C_{q6}\eta \cosh(\alpha x) + (24\beta x + 4x^3)C_{q0} \quad (5.32)$$

左端では  $x=0$

$$v'_{ql} = C_{q2} + C_{q6}\alpha \quad (5.33)$$

$$\phi_{ql} = C_{q2} + C_{q4}(6\beta) + C_{q6}\eta \quad (5.34)$$

「状態  $c$ 」と「状態  $q$ 」の荷重が同時作用し, かつ左端の  $v$  および  $\phi$  がともに0となる  $M$  と  $q$  の関係を求める.

$$v'_{cl} + v'_{ql} = 0 \text{ より,} \\ C_{m4}(-3L^2) + C_{m6}\alpha(1 - \cosh(\alpha L)) + C_{q2} + C_{q6}\alpha = 0 \quad (5.35)$$

$$\phi_{cl} + \phi_{ql} = 0 \text{ より,} \\ C_{m4}(-3L^2) + C_{m6}\eta(1 - \cosh(\alpha L)) + C_{q2} + C_{q4}(6\beta) + C_{q6}\eta = 0 \quad (5.36)$$

式(5.35), (5.36)に表-1 の  $C_{m1} \sim C_{m6}$  および,  $C_{q0} \sim C_{q6}$  の各係数を代入し,  $M$  と  $\rho$  にいて解く.

$$M = -\frac{qL^2}{12} \quad (5.37)$$

$$\rho = \frac{I_f}{I_g} \left( 1 - \frac{EI_g \alpha^2 \sinh(\alpha L)}{M} \frac{C_{q4}(6\beta) - C_{q6}(\alpha - \eta)}{(\alpha - \eta)(1 - \cosh(\alpha L))} \right) \quad (5.38)$$

以上より, CWB 要素における分布荷重に等価な  $i$  点側,  $j$  点側の節点力はそれぞれ以下となる.

$$P_{y,i} = qL/2, M_{f,i} = \rho(qL^2/12), M_{n,i} = (1-\rho)(qL^2/12) \\ P_{y,j} = qL/2, M_{f,j} = -\rho(qL^2/12), M_{n,j} = -(1-\rho)(qL^2/12) \quad (5.39-40)$$

### (3) 縮合

波形ウェブ PC 箱桁橋では一般部のウェブに波形鋼板が用いられているのに対して, 支点部のウェブはコンクリート製となっている. 骨組み解析においてこれらの状況をモデル化する場合, コンクリートウェブには一般の骨組み要素を用い, 波形ウェブに CWB 要素を用いることになるが, 前者は1節点当たり, 3自由

度であるのに対して, 後者は4自由度である. 一方, 接続点でモーメントの連続性を保証する必要がある, モデル化に際してはこの自由度数の不釣り合いを処理する必要が生じる. 通常, 支点部一般要素の部材長は3~5m程度となり, 桁高に比べて短いため, 解析に当たっては要素内のせん断変形を考慮する必要がある. この場合, 一般要素の接続点でのたわみ角  $v'$  と CWB 要素側の  $v'$  に連続性を持たせ, かつ CWB 要素側の  $\phi$  はこの  $v'$  に等しくなるようモデル化を行う. マトリックスの演算においてはいわゆる縮合法によって余分な自由度を一旦消去し, 連立方程式を解法することになる.

## 6. 連続桁の例題

これまで誘導したマトリックス法によって, 図-9 に示す, 3径間連続橋の挙動を解析する. 荷重は全長に渡って等分布荷重を満載し, 断面は簡単のため図-5 に示す等断面とする. この断面と同じ断面形状を有するがウェブに波形鋼板を採用しない, 従って全長を一般要素としたモデルを「一般要素ケース」として下記2ケースのモデルと比較を行う. この一般要素ではウェブの曲げ剛性を無視した, はりの全断面の図心に関する床版のみの断面2次モーメントを用い, せん断変形を無視した初等はり理論による要素とする.

先述した通り, 通常の波形鋼板ウェブ橋では, 支点部直上の波形鋼板はコンクリートウェブに置き換えられる. これをモデル化し, 端支点部2m, 中間支点部4mを一般要素としたものを「部分CWBケース」. これらを無視して全長をCWB要素としたものを「全CWBケース」として解析を行う.

図-10 a) にたわみ, 図-10 b) に全モーメントに対する上下フランジであるコンクリート床版に発生するモーメントの比, ( $\rho = M_f/M_g$ ), 図-10 c) に上床版に生じる曲げ応力 ( $\sigma = M_f/I_f \cdot e_1 + M_n/I_n \cdot \eta_1$ , ただし,  $e_1, \eta_1$  は図-2 参照) を示す. たわみについては一

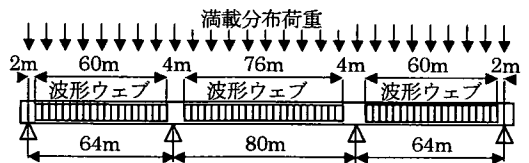


図-9 連続桁解析モデル

般要素ケースの中央支間中点におけるたわみで無次元化し、曲げ応力については一般要素ケースの中間支点における応力で無次元化して示す。

たわみの図から波形鋼板ウェブ橋では一般要素の橋

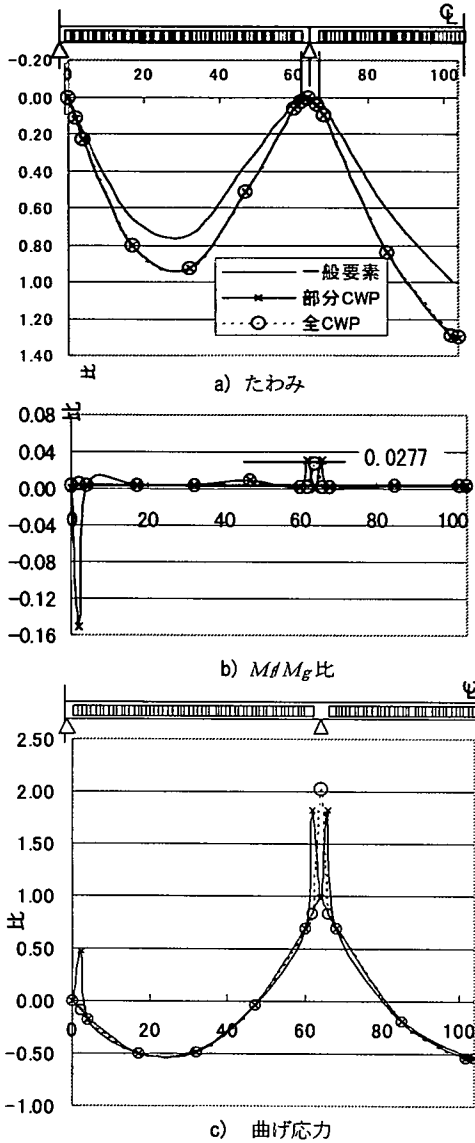


図-10 連続桁解析結果

梁に比べて支間中央で約 30%程度たわみの増加がみられる。この原因は支点近傍のたわみ角の変化が CWB 要素では非常に大きいためであり、その結果、径間中央部のたわみが大きくなっている。部分 CWB と全 CWB の間でたわみについて大きな差は見られない。

床版が負担するモーメントの比については一般要素の場合、常に一定で  $\rho = M_f / M_g = I_f / I_g$  であるが CWB 要素の場合、支点近傍で  $\rho$  が大きくなる。

曲げ応力の発生についても CWB 要素の場合、やはり支点近傍で大きな値となる。これは前述の  $\rho$  が支点近傍で大きくなることにより床版単独に生じる曲げが増大し、そのための応力であり、実設計ではこの点に注意する必要がある。支点近傍を除いた部分での挙動は一般要素による解析結果と大差なく、この部分では初等はり理論の解析結果を用いて断面を設計することができる。ただし、これまで述べてきたことは分布荷重満載時における挙動についてであり、支間中央部に集中荷重が作用する場合、あるいは斜張橋のケーブル定着点のような場合は別途検討が必要となる。

### 7. 斜張橋の例題

連続桁の例題と同じ断面を有し、図-11 に示す側面形状で支間割 90+180+90m の斜張橋を想定し、解析を試みる。ケーブルは 1 主塔から 9 本ずつ吊るすマルチケーブル(以下、「9 本タイプ」と記す。)を基本とし、比較のため 3 本のケーブル(以下、「3 本タイプ」と記す。)についても解析する。主桁は主塔基部に剛結され、主塔幅 4m の間、桁は全断面コンクリートとする。波形鋼板ウェブを斜張橋に採用する場合、図-12 に示す様にケーブルの定着点はコンクリート上床版の高さで床版の最外側に配置される。この点の桁内には鋼製ダイヤモンドフレームが設置されるが、波形ウェブはこの点においても桁方向に対して連続した形状となる。

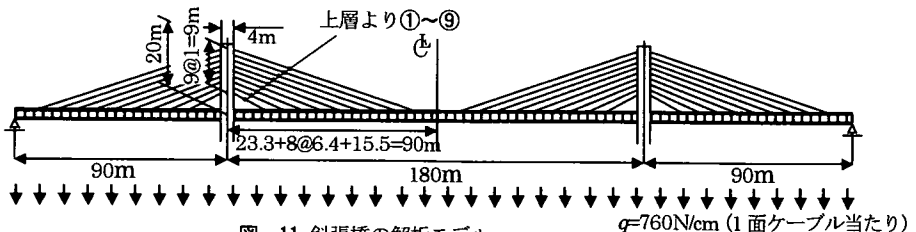


図-11 斜張橋の解析モデル

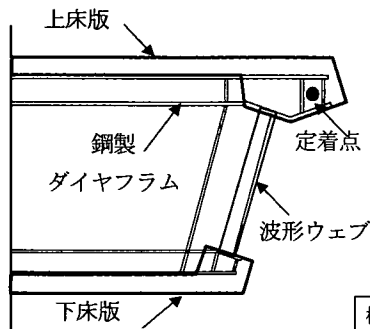
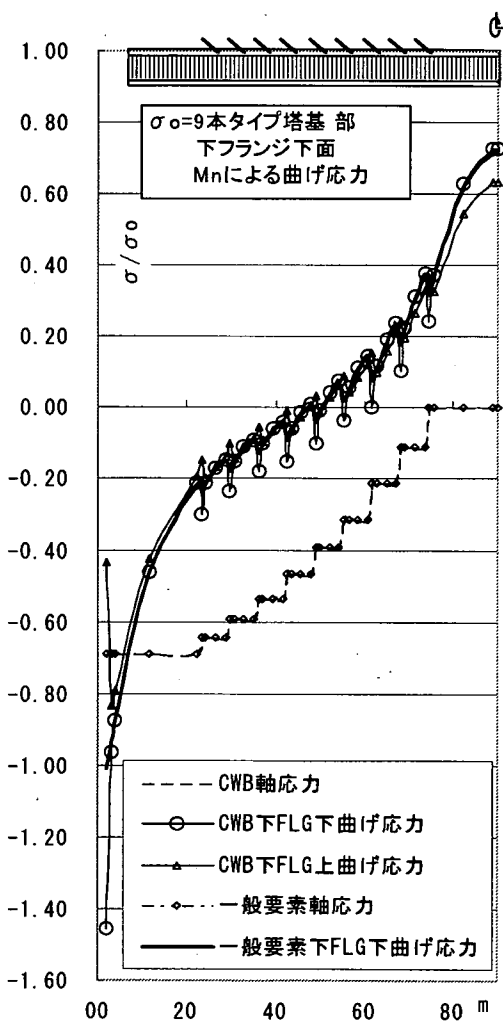


図-12 ケーブル定着点断面図

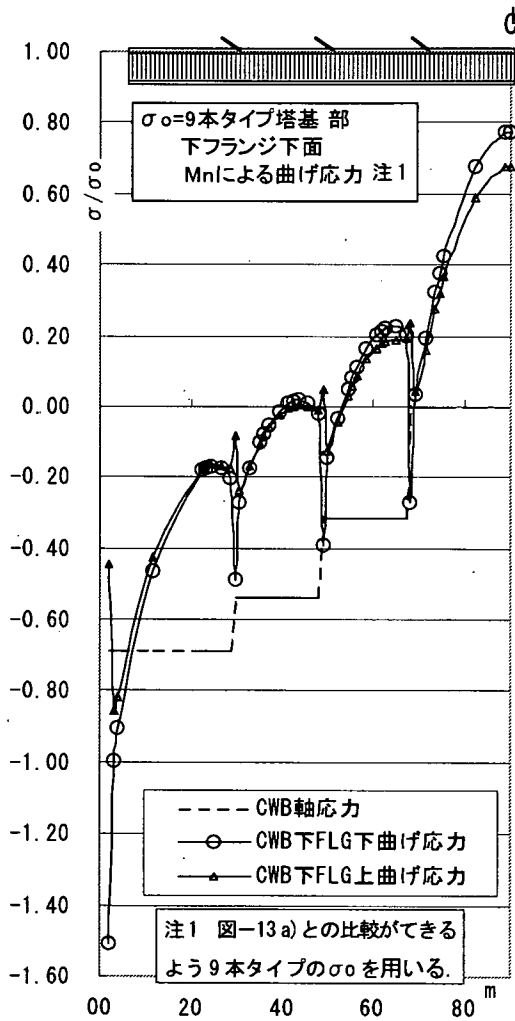
CWB要素は1つの節点において4つの自由度を有するが、ケーブルは2自由度であり、全体剛性マトリックスの作成に当たってはケーブル要素の剛性は各節点の第1と第2、すなわち水平、鉛直方向の自由度に対して組み込む。桁、主塔のケーブル定着点においてケーブル初期張力を軸力として、水平、鉛直の成分に分

表-2 斜張橋の構造諸元 (1ケーブル面当たり)

桁(鋼換算)	$E$ (N/mm <sup>2</sup> )	$I$ (cm <sup>4</sup> )	$I_0$ (cm <sup>4</sup> )	$A$ (cm <sup>2</sup> )	$A_w$ (cm <sup>2</sup> )
	$2.058 \times 10^5$	21,650	768,300	3,214	480
塔	$E$ (N/mm <sup>2</sup> )	$I$ (cm <sup>4</sup> )	$A$ (cm <sup>2</sup> )		
	$3.742 \times 10^4$	$1.067 \times 10^6$	80,000		
ケーブル	$E$ (N/mm <sup>2</sup> )	上層①~③	中層④~⑥	下層⑦~⑨	
	$1.960 \times 10^5$	N-PWS109	N-PWS85	N-PWS73	



a) 9本タイプ斜張橋発生応力



b) 3本タイプ斜張橋発生応力

図-13 斜張橋の発生応力

け、外力として作用させると同時に桁側では桁全断面の図心とこの定着点間の距離をアームとし、水平力を乗じたモーメントを作用させる。

9本タイプでは左側より3本づつグループ化し、それぞれN-PWS73, N-PWS85, N-PWS109を設定し、全死荷重の90%程度をプレストレスとして導入する。また、3本タイプでは各々のケーブルは9本タイプのグループ化した3本を束ねて1本と考える。桁の全長を一般要素としたモデルを「一般要素ケース」、全長をCWB要素としたものを「CWBケース」として比較を行う。クレーン+ベント架設を前提に、荷重としては死活荷重満載時(760N/cm)を考える。対称構造と考え、構造の左側を解析対象とする。構造諸元を表-2に示す。

図-13 a), b) に中央径間左半分のコンクリート下床版の応力分布を示す。(曲げ応力は $\sigma = \pm M_f / I_f \cdot e_2 + M_n / I_n \cdot \eta_2$ , より算出し、第1項の+は下床版下面、-は上面の応力となる。 $e_2, \eta_2$ は図-2参照。) 9本タイプのCWBケースの主塔基部の $M_n$ による曲げ応力 $\sigma$ を用いて無次元化を行い表示する。

9本タイプ、3本タイプのいずれにおいても一般要素ケースの曲げ応力はCWBケースの $M_n$ による応力にほぼ等しい。9本タイプの解析では主塔剛結点において $M_n$ による下床版側の応力は圧縮となり、CWBケースではさらに、 $M_f$ による応力が加算され、下床版下面では一般要素ケースの場合の40%増しの応力となる。一方上面では $M_f$ による応力は $M_n$ の応力をキャンセルし、60%減となる。一般要素ケース、CWBケースそれぞれの軸力による応力は同じである。CWBケースのケーブル各定着点において、床版の応力には $M_f$ による変動が見られ、中央径間中央部では上下面の応力の大小関係が橋軸前後方向におけるそれに対して逆転する。

3本タイプの解析では塔基部の性状はほぼ9本タイプの解析と同じである。一方、ケーブル定着点の応力変動は9本タイプに比べて非常に激しいものとなる。

これらより、波形鋼板ウェブを有する斜張橋を一般要素で解析した場合、塔基部での特徴的な応力性状は追跡できず、危険側の応力を算出する可能性があり、またケーブル本数が少ない場合、定着点近傍での激しい応力変動を捉えることができないことが判る。一方、CWBを用いて解析を行えばこれらの応力基本性状を的確に捉えることができ、FEM解析の結果の検証に有用である。これらの点は橋軸方向の床版断面あるいはプレストレス導入等に対する設計において十分考慮さ

れる必要がある。

## 8. 斜張橋のFEM解析

7.の斜張橋の例題と同じ構造物に対して3次元FEM解析を行い、CWB要素による解析結果と比較を行い、CWBマトリックス法の妥当性を検証する。図-14に解析全体モデルを示し、図-15に桁部分の詳細を示す。全体構造の左半分を解析対象とし、ケーブル、塔および塔より左側を一般骨組み要素、右側を有限要素でモデル化する。桁断面は左右対称構造とし、ケーブルはコンクリート上床版内に定着する。床版は8節点ソリッド要素、波形ウェブは3節点シェル要素を用いる。ケーブル定着点におけるダイアフラムの機能を上下の床版間を両端ピン結合する剛棒で表現する。また、定着点の応力集中を回避するため上床版内に水平方向の剛棒を取り付ける。荷重は7.と同じく死活荷重時とし、等分布荷重を満載する。

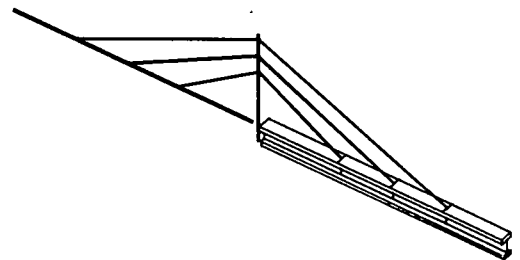


図-14 斜張橋 FEM 解析モデル

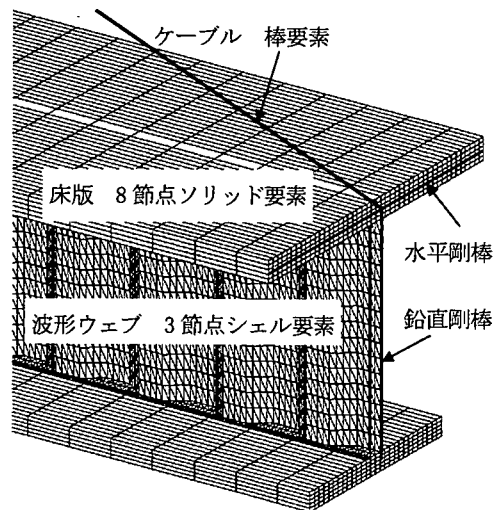


図-15 FEM 解析モデル詳細

FEMとCWBの比較を行うため9本タイプに比べ応力変動の特徴がより強調され、差異が容易に把握できる。3本タイプについて図-17に塔右側桁部の上下床版に発生する応力、表-3に塔頂ならびに中央径間中央の変位を示す。応力についてはFEMでは軸力成分、曲げ成分の合計が算出されるため、図-17ではこれらの合計の値を示す。

(1) ケーブル定着点での性状

図-17 a)に示すように、下床版ではCWBとFEMの応力分布がほぼ等しくなった。仔細な差異として、下床版下面ではFEMの応力極小値が若干CWBの極小値より小さくなった。FEMでは定着点前後の要素内

応力をプロットしているが、CWBでは定着点での断面力から応力を算出している。この意味ではCWBの極小値の方が小さくなるべきであるが、一方、CWBでは床版幅方向のシアラグが考慮されておらず、この点ではFEMの結果が下回るべきとも考えられる。別途実施した、床版内のシアラグの影響を小さくすることを目標に床版を鋼換算し、幅を狭めた解析ではCWBとFEMの極小値は概ね等しくなった。図-17b)に示す上床版でもCWBとFEMで傾向のほぼ一致した応

表-3 塔頂、支間中央の変位 (cm)

	塔頂 水平変位	中央支間 中央たわみ
CWB	1.1	-13.6
FEM	0.9	-14.4

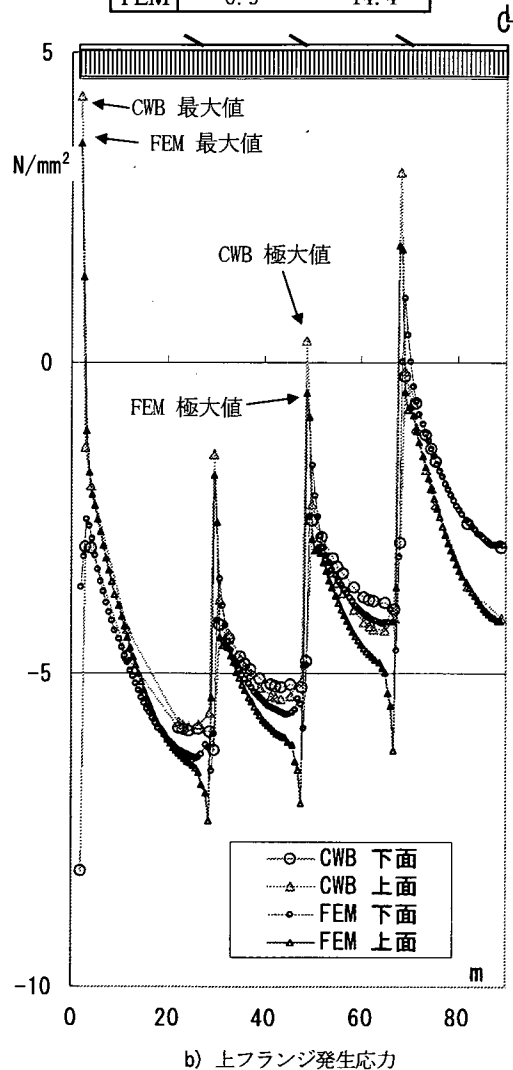
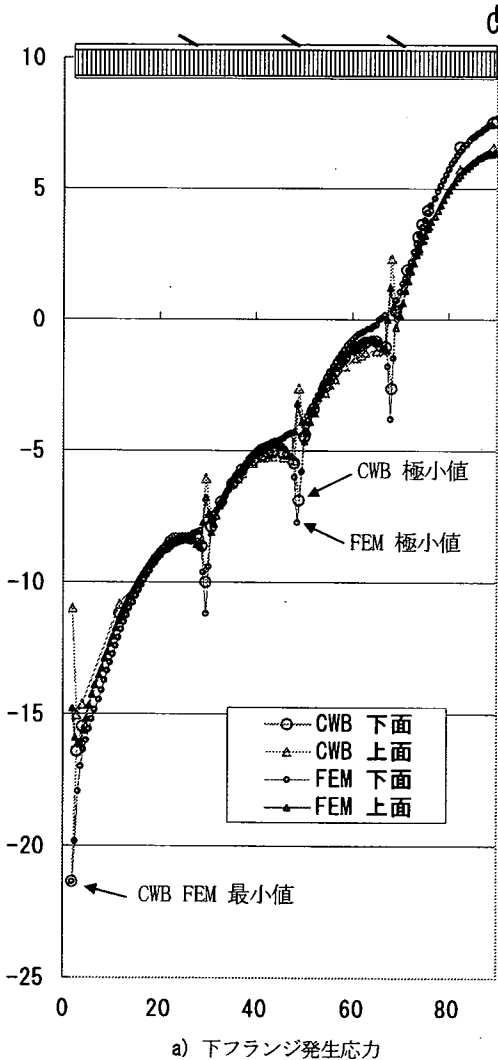


図-16 CWBとFEMによる斜張橋の解析結果比較

力分布が得られた。FEMによる上床版上面ではケーブル定着点近傍の塔側において水平方向の引棒の取り付けにもかかわらず、定着による応力集中が計算されCWBによる結果よりも大きな圧縮応力となった。また、定着点においては上述したCWBとFEMのプロット方法による差が顕著に現れ、CWBの極大値がFEMの極大値を上回った。

## (2) 塔との剛結点での性状

7. で指摘した塔への剛結点における顕著な応力増大については下床版上面、上床版下面、すなわち上下床版それぞれのウェブと反対面においてFEMとCWBでよい一致となり、それぞれ最小値、最大値を適切にとらえた。一方、上下床版のウェブ側ではFEMの結果にはCWBの結果に比べて顕著な変化が現れなかった。

塔頂変位と桁のたわみについてはCWBとFEMの間で概ね良好な一致をみた。

以上よりCWBでは上床版に生じるケーブル定着点の局所的な応力集中や床版幅方向のシアラグの影響は考慮できないが、これらは一般構造に対して骨組み解析とFEM解析を実施した場合にも見られる差異であり、従って、これらの局所要因を除けば、波形ウェブを有する斜張橋の構造全体の挙動、応力分布の基本性状がCWBによつて的確に追跡できることが検証できた。

## 9. まとめ

初等はり理論では部材軸に直交する1断面につき1つのモーメントを扱うのに対して、拡張はり理論では床版の曲げで負担されるモーメント $M_f$ と上下床版の軸力から生成され、負担されるモーメント $M_n$ の2つを扱う。初等はり理論を発展させ、3連モーメント公式や変位法によつて一般のはり要素に対する骨組み解析が行えるように、拡張はり理論を展開した2重3連モーメント公式や1節点で4つの自由度を考慮するCWBマトリックス変位法によつて波形鋼板ウェブを有するはり要素に対する面内骨組み解析が可能となる。以下に本論文で得られた知見をまとめる。

1) 拡張はり理論を展開させ、各節点でのたわみの1回微分 $v'$ と上下コンクリート床版の図心を結ぶ直線の

回転角 $\phi$ の連続性を確保する2重3連モーメント公式によつて波形鋼板ウェブを有する連続はりの解析が可能となる。

2) 1節点において水平、鉛直2方向の移動と上記 $v'$ 、 $\phi$ の4つの自由度を考慮するCWBマトリックス変位法によつて、波形鋼板ウェブを有する要素に対する面内骨組み解析が可能となる。

3) 波形鋼板ウェブを有する連続桁をCWBマトリックス変位法を用いて解析した結果、中間支点近傍の床版単独で負担するモーメントに顕著な増大がみられ、直応力が非常に大きくなった。

4) 波形鋼板ウェブを有する斜張橋をCWBマトリックス変位法を用いて解析した結果、主桁と主塔の剛結点において、床版単独のモーメントによる応力の増大が見られ、また、ケーブル本数が少ない場合、激しい応力の変動がケーブル定着点近傍に現れる。

5) 波形鋼板ウェブを有する斜張橋のCWBによる解析結果と3次元FEMによる結果との比較ではCWBではケーブル定着点の応力集中や床版内のシアラグは考慮できないが、構造全体の挙動、応力分布の基本性状が的確に追跡できることが検証できた。

6) 上記、3)、4)の性状はCWB要素の考慮および一般要素による解析あるいはFEM解析との比較によつて得られる知見であり、得られた知見は実務設計にて十分考慮されるべき事項である。

## 参考文献

- 1) 田川健吾, 岡本晴仁, 中田公夫: コルゲートウェブガーダーの研究, 日本鋼管技報, Vol. 71, pp. 25-33, 1976. 10.
- 2) Jacques Combault: The Maupre Viaduct Near Charolles, France, Proc. of AISC Engineering Conference, Miami Beach, 12-1~22, 1988. 6.
- 3) 水口和之, 芦塚憲一郎, 古田公夫, 大浦隆, 滝 憲司, 加藤卓也: 本谷橋の設計と施工, 橋梁と基礎, Vol. 32, No. 9, pp. 2-10, 1998.
- 4) プレストレストコンクリート技術協会: プレストレストコンクリートの新たなる発展—21世紀—, 第30回PC技術講習会, 2002. 2
- 5) Combault, J, Lebon, J. D., and Pei, G.: Box-Girders Using Corrugated Steel Webs and Balanced Cantilever Construction, FIP Symposium Kyoto, 1993. 10.
- 6) 上平謙二, 柳下文夫, 蛭名貴之, 園田恵一郎: ウェブに波形鋼板を有するPC箱桁橋の鋼板の継手方法に関する研究,

- コンクリート工学論文集, 第9巻, pp. 9~17, 1998. 7.
- 7) 山口恒太, 山口隆裕, 池田尚治: 波形鋼板をウェブに用いた複合プレストレスコンクリート桁の力学的挙動に関する研究, コンクリート工学論文集, 第8巻, pp. 27~41, 1997.
- 8) 谷口望, 依田照彦: 波形鋼板ウェブを持つ合成桁の簡易曲げ解析法に関する研究, 土木学会論文集, No. 577/I-41, pp. 107-120, 1997. 10
- 9) 白水晃生, 佐野泰如, 尾下里治: 一定せん断流パネルを用いた波形鋼板ウェブ合成橋の解析法に関する検討, 構造工学論文集, Vol. 46A, 2000. 3
- 10) 高速道路技術センター: 波形鋼板ウェブを有する鋼コンクリート複合構造橋梁の長支間化に伴う技術検討, 報告書, 2001. 3.
- 11) 加藤久人, 川畑篤敬, 西村宣男: 波形鋼板ウェブを有する鋼・コンクリート複合構造橋梁の変位と断面力の実用計算法, 土木学会論文集, No. 703/I-59, pp. 293-300, 2002. 4
- 12) 小松定夫: 構造解析 I, II, 丸善株式会社, 1982
- 13) William Weaver. Jr., James M. Gere: Matrix Analysis of Framed Structures, D. Van Nostrand Company, 1980
- (2002. 6. 5. 受付)

## PRACTICAL ANALYSIS OF CONTINUOUS GIRDERS AND CABLE STAYED BRIDGES WITH CORRUGATED STEEL WEB

Hisato KATO and Nobuo NISHIMURA

Recently, a developed form of the PC box girders using corrugated steel web are flourishingly under construction at many sites. The form begins to be used for the continuous girders and the usage expected to be developed even for the cable stayed bridges. Since the corrugated web does not possess rigidity along the span axis, the influence due to shear deformation strongly appears under bending. The authors have developed an elastic equation extending beam-bending theory considering shear deformation. Expanding the equation, the advanced structural analysis by the theorem of dual three-moment method and the CWB (Corrugated Web Beam) matrix displacements-method are formularized. The knowledge introduced through the analysis is so important that the practical bridge engineers should take it into their consideration.