

鉄道車両の上下動特性の同定 および軌道保守への適用

古川 敦¹・吉村彰芳²

¹正会員 工修 (財)鉄道総合技術研究所 軌道技術研究部 (〒185-8540 東京都分寺市光町 2-8-38)

²正会員 工博 東京工科大学 工学部 自然・基礎学系 (〒192-8580 東京都八王子市片倉町 1404-1)

鉄道軌道狂いの効率的な管理のためには、軌道狂い測定データの振幅ではなく、軌道狂いから予測される車両走行特性値を管理することが望ましい。本研究では、近年制御系設計等で盛んに研究されている「システム同定」の理論を用いて、高低狂いから上下動揺の予測を試みた。その結果、従来からのFFTによるモデリングと比較して、低い次数の多項式で精度の良い予測モデルを構築することが可能となった。この予測モデルは乗り心地を考慮した軌道狂い管理の他、列車速度向上時の動揺予測等にも利用可能である。

Key Words : system identification, vehicle vertical dynamics, track irregularity, ARX-model, state space model

1. はじめに

鉄道の軌道は、日々の列車走行による荷重を受け、徐々にレールの位置が変化する。この変位量を「軌道狂い」と呼ぶ。軌道狂いは列車の走行安全性および乗り心地に悪影響をおよぼすため、鉄道事業者はその管理値を定め、定期的に検測し必要により保守を行っている。一般に、軌道狂いのうち、高低・通り狂いは後述する10m弦正矢法の振幅により管理される。鉄道事業者各社は、線区の最高速度や通過トン数、軌道構造等に応じて10m弦正矢法による高低、通り狂いの振幅の限度値を定め、これを定期的に測定し、必要により軌道保守を行っている。10m弦正矢法は、数学的には軌道狂い実波形の2階差分に相当するが、このような特殊な評価指標が用いられている背景には、軌道狂い検測の原理的な面と、保線現場における適用のし易さがある。また、JR民営化以降の列車高速化に対しては、20m弦、40m弦正矢法を併用し、長波長軌道狂いを評価してきた。

しかし、軌道狂い管理の本来の目的は、軌道狂いの振幅そのものを小さくすることではなく、車両の走行安全性および良好な乗り心地の確保等にある。10m弦、20m弦、40m弦正矢法は、検測倍率が大きい周波数域と車両の固有振動数とが各々概ね一致していることから、その振幅の大きさを評価指標とすることは、車両走行特性値の一次近似としては有効であり、今後も活用されていくことと思われる。しかし、より合理的な軌道狂い保守のためには、軌道狂いに起因する車両の上下左右振動加速度や輪重・横圧等を直接予測し、その大きさを管理す

ることが望ましい。

軌道狂いから車両の動的挙動を予測するには、車両の物理的、力学的なモデルを構築し、時刻歴シミュレーションを行う方法が考えられる。しかしそのためには大変な計算時間を要し、また多種多様な車種ごとにモデルを構築するのは現実的ではない。一方軌道保守管理を考えた場合、車両の構造的特性を知ることが目的ではないので、与えられた軌道狂いからできるだけ簡便な方法で、車両の動的挙動を精度良く予測できると、実務上好都合である。また近年、JRでは保線現場機関において信号処理ソフトウェアが一般的に用いられており、10m弦正矢値に演算処理を施したものを軌道状態の評価指標として用いることに実務上の困難は無い¹⁾。

このような背景に対し、本研究では信号処理手法を応用した、軌道狂いによる車両上下振動加速度の予測モデルの検討を行う。鉄道では、従来からデータのスペクトル解析を通じて入出力間の周波数応答を求める方法が行われ(その場合、計算に高速フーリエ変換(FFT)を用いるので、本論文では、従来の方法を「FFTによる方法」と呼ぶ)、軌道狂いと車両振動加速度との線形依存関係などが明らかにされてきた²⁾。実際、両者の線形性を用いれば、周波数応答関数の逆フーリエ変換によりインパルス応答を求め、これと軌道狂いとたたみ込みによって車両振動を予測することは可能である。しかしこのような方法は、求められたインパルス応答が、次数を含めて最適なものかどうか明確な根拠がないことや、FFT演算の際に必要なデータの定常性の仮定が現実の軌道狂いでは成立しないことから、実際の軌道保守管理に適

用された例はほとんどみられなかった。

これに対し、近年制御系設計の分野等で盛んに研究されている「システム同定法」³⁾では、周波数スペクトルを介さずに、始めから時間領域において「予測誤差法」や「部分空間法」のような統計的根拠の確立した方法で、時系列予測モデルを求める。これらの方法では測定されたデータを最大限有効に活用でき、結果として比較的短い観測データからでも実用上十分有効な時系列予測モデルが求められる。

そこで本研究では、FFTによる方法で入出力間の線形依存性が確認されている高低狂いと車両上下振動を対象に、システム同定法を適用した新たな時系列予測モデルを構築し、それらの軌道保守管理への適用可能性を検討する。

2. システム同定法の分類

軌道狂いによる車両の動的挙動のような多くの物理システムは、一般に図-1のような入出力システムとして表わされる。軌道狂いによる車両の動的挙動を考える場合、入力信号は軌道狂いによってレールから車輪に作用する強制変位であり、出力信号は車両振動加速度や輪重、横圧である。

入出力信号間に線形性が成り立つ場合を、線形システムと呼ぶ。軌道狂いと車両動的振動との関係全てに線形性が成り立つとは限らないが、微小変位の範囲では、線形性を仮定しても大局的な傾向を見失うことはない。本研究でも、軌道狂いと車両の動的挙動の間には線形性が成り立つものとする。

システムの物理特性が明らかでない場合、出力信号の予測のためには、入出力信号の関係を運動方程式として表現し、これを解けばよい。しかし一般の物理システムの振動を運動方程式の形で表すには、ある種の近似（モデル化）が必要であり、モデルの構造によっては予測精度が落ちる場合がある。

一方、システムに関する物理特性等を用いないモデリング法をブラックボックスモデリングと呼ぶ。ブラックボックスモデリングで、入出力信号からシステムの動特性を推定することを、特に「システム同定」と呼ぶ。システム同定に関する理論は、特に制御を必要とするシステムの解析を目的として近年急速に発展しつつある。

ブラックボックスモデルは、ノンパラメトリックモデルとパラメトリックモデルに大別される。

ノンパラメトリックモデルは、インパルス応答や周波数応答関数のように、システムが（理論上）無限または非常に多数のパラメータにより構成される。

デジタルデータの信号処理を行う場合、ノンパラメ

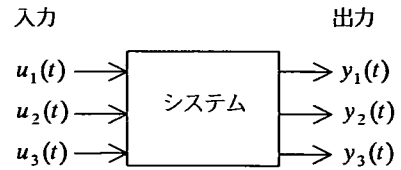


図-1 入出力システムのブロック図

トリックモデルの同定は、FFTをベースに行われることが多い。例えばフィードバックの無いシステムでは、周波数応答関数 $H(\omega)$ は、入力信号のパワースペクトル密度 $S_{uu}(\omega)$ と入出力信号のクロススペクトル密度 $S_{uy}(\omega)$ の比から求められる。

$$H(\omega) = \frac{S_{uy}(\omega)}{S_{uu}(\omega)} \quad (1)$$

フーリエ変換でスペクトル密度を求める場合、ある一定長以上の定常データが必要となる。ここではいう定常とは、入出力信号の統計的性質が対象とする区間内で変化しないことであるが、鉄道では曲線や勾配等で速度が変化するため、時間的かつ空間的に定常なデータを一定長得ることは容易ではない。また得られるシステムの精度は、データ長およびそのデータの周波数特性によって変化する。さらにスペクトルを求める際のウィンドウ関数の種類や、ウィンドウの幅によっても計算結果は影響を受ける。FFTの発見によってデジタル信号処理は飛躍的な発展を遂げたが、一方で上記のように、計算結果がデータの特性やユーザーのウィンドウ選択に依存する等の欠点もみられる。

一方パラメトリックモデルは、システムの動特性を有限個のパラメータで特徴づけたモデルのことであり、離散データでは差分方程式やその z 変換である伝達関数が代表である。パラメトリックモデルは、モデルの構造とその評価法によって分類される。

モデルの構造としては、入力と出力の関係を記述する「伝達関数モデル」と、入出力にさらに状態変数を加えた「状態空間モデル」とがある。

評価法としては、伝達関数モデルに対しては予測誤差の分散を最小にする「予測誤差法」と、予測誤差が出力データと無相関になるように同定する「相関法」とがある。状態空間モデルに対しては、「CVA（正準変量解析）法」と「SVD（特異値分解）法」がある。

パラメトリックモデルのシステム同定には、上のような分類を基本として、評価法を具体的に実現する際、一般の統計的推定法としての「最尤法」、「最小二乗法」、「非線形最小二乗法」とが関連する。例えば、モデルとして後述するARXモデルを選び、評価方法として予測誤差法を選ぶと、結果的にモデルのパラメータ推定は最小二乗法と一致する。

以上のことを踏まえた上で、本研究では、鉄道軌道保守への適用を念頭に、各種システム同定法を比較・評価する。

3. 入出力信号の定義

システム同定では、図-1 に示すように入出力信号を用いて対象とする動的システムの特性を同定する。本研究の場合、入力信号は高低狂い、出力信号は車両上下振動加速度、動的システムは鉄道車両の上下動特性となる。以下、入出力信号の測定方法とその特性を述べる。

(1) 高低狂い

軌道狂いのうち、レールの上下方向の狂いを高低狂いと呼ぶ。冒頭で述べたように高低狂いは 10m 弦正矢法と呼ばれる方法によって測定される。これは図-2 に示すように、10m の長さの弦をレールにあて、両端を結ぶ直線に対する弦中央でのレールとの離れを測定するものである。軌道狂いの測定は新幹線の場合 10 日に 1 回、在来線の場合四半期に 1 回、軌道検測車によって行われる。測定されたデータは 1m サンプリングで離散化する。

10m 弦正矢法は、数学的には軌道狂いの 2 階差分を測定していることと等価であり、周波数毎に検測倍率が異なる(図-3) 2)。このため、得られる高低狂いの波形は実形状ではない。一方、車両の動特性を同定するためには、入力信号として、高低狂いの実形状を用いる必要がある。これを得るために、図-3 に示した 10m 弦正矢法の検測倍率の逆特性をもつデジタルフィルタ(これを復元フィルタと呼ぶ)を作成し、10m 弦正矢波形をフィルタリングする。このようにして得られた波形を「復元波形」と呼ぶ 2)。本論文では特に断らない限り、入力信号として復元波形を用いる。この場合、図-3 に示すように 10m 弦正矢法では周波数 0.2[1/m]等で検測倍率が 0 となるので、これより高い周波数については復元できない。また低周波域では S/N 比が低下するので、新幹線の速度および車両の上下一次固有振動数を考慮して、0.008[1/m]を復元帯域の下限とする。復元フィルタの周波数特性を図-4 に示す。

また、車両動特性同定に用いた区間は直線であるので、高低狂いは左右レールの平均を用いる。

(2) 車両上下振動加速度

鉄道車両の振動加速度は、進行方向前側台車の心皿直上の床面で測定する。一般に振動加速度は時間軸上で測定するが、軌道狂いによる車両の応答を解析する場合、軌道狂いと等間隔にサンプリングされた距離軸上のデータに変換する必要がある。この変換には、加速度測定車

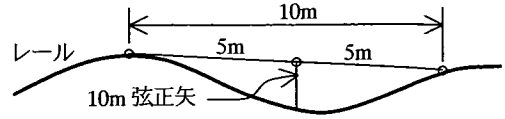


図-2 10m 弦正矢法

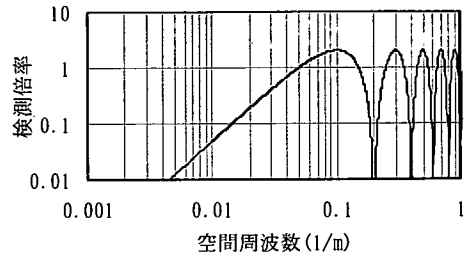


図-3 10m 弦正矢法の周波数特性

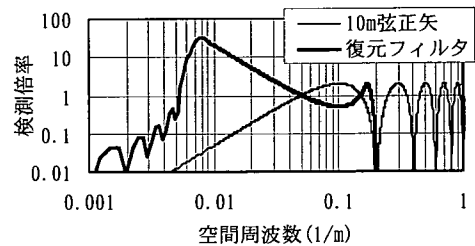


図-4 復元フィルタの周波数特性

両の速度発電機が発生する等距離間隔パルス波を用いる。

鉄道車両に限らず、システムの動特性は時間周波数軸上で定義される。一方、軌道狂い、車両振動加速度は、前述のように距離軸上でサンプリングされるため、周波数特性は空間周波数軸上で定義される。時間周波数と空間周波数を 1 対 1 に対応させるためには、システム同定に用いる振動加速度は、走行速度一定の状態でも測定されたものでなければならない。このとき、時間周波数 f [Hz] と空間周波数 F [1/m] の関係は式(2)のようになる。

$$Fv = f \quad (2)$$

ただし、 v : 秒速[m/s]

式(2)の関係を用いて、本研究では車両の動特性を空間周波数軸上で記述する。

また、軌道狂いによる車両振動加速度を考える場合、乗り心地に影響する 0Hz~10Hz 程度の帯域を扱うことが多い。この帯域の車両振動加速度を「動揺」と呼ぶ。本研究では、距離軸上の上下振動加速度に対し、図-4 の復元フィルタの帯域に対応したバンドパスフィルタ処理を行い、得られた波形を「上下動揺」と呼ぶ。

4. 伝達関数モデルによるシステム同定結果

(1) 伝達関数モデル

時刻 k における入力信号を $u(k)$ 、出力信号を $y(k)$ 、雑音項を $w(k)$ (正規白色性と仮定) とする。このとき伝達関数モデルは式(3)で表される。

$$A(q)y(k) = \frac{B(q)}{F(q)}u(k) + \frac{C(q)}{D(q)}w(k) \quad (3)$$

$A(q) \sim F(q)$ は、シフトオペレータ q^{-1} の多項式である。例えば、

$$A(q) = 1 + \sum_{m=1}^{n_a} a_m q^{-m} \quad (4)$$

ただし、 $q^{-m}u(k) = u(k-m)$

しかし通常は、式(3)ほど複雑なモデルを用いなくても差し支えない。ここで $C(q) = D(q) = F(q) = 1$ の場合を考える。これを ARX (Auto Regressive eXogenous input) モデルと呼ぶ。

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + w(k) \quad (5)$$

このときシステムの伝達関数、雑音モデルは次のようになる。

$$\text{伝達関数} \quad G(q) = \frac{B(q)}{A(q)} \quad (6)$$

$$\text{雑音モデル} \quad W(q) = \frac{1}{A(q)} \quad (7)$$

$$\text{ただし} \quad B(q) = \sum_{m=1}^{n_b} b_m q^{-m}$$

式(6)に $q^{-m} = e^{-im\omega}$ を代入すると、角周波数 $m\omega$ に対応した周波数応答関数が求められる (角周波数は、ナイキスト周波数が π [rad/s] となるよう基準化する)。また、

$$\theta = (a_1, a_2, \dots, a_{n_a}, b_1, b_2, \dots, b_{n_b})$$

をモデルのパラメータと呼ぶ。

式(3)の一般的な伝達関数モデルでは、パラメータの推定問題が非線形最適化問題となり、計算に時間がかかり、かつ局所最適解に陥る可能性がある。しかし ARX モデルでは、雑音項 $w(k)$ が正規白色性の場合、パラメータの最尤推定値が線形最小二乗法の解に一致する。線形最小二乗法は、連立一次方程式で容易に解くことができるので、伝達関数モデルの中では、ARX モデルが広く用いられる。

また、伝達関数の極が単位円の外にあると、出力の予測結果が発散する。そこで、モデルの同定精度上特に問題が無ければ $A(q) = 1$ のモデルを考えることがある。こ

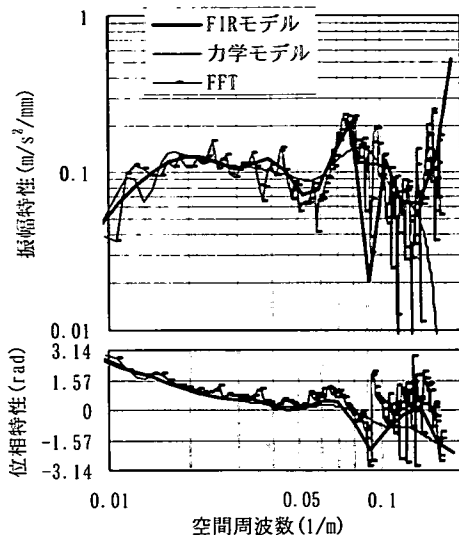


図-5 FIR モデルによる周波数応答関数同定結果

のとき、入出力の関係 (式(5)) が FIR 型デジタルフィルタと同じ形となるため、このようなモデルを特に FIR モデルと呼ぶ。本研究でも、車両の動特性の同定に FIR モデルを用いる。

(2) モデル次数の選択

先述したように、ARX モデルではモデルの次数 $n = n_a + n_b$ が与えられたとき、パラメータの最尤推定値は線形最小二乗法の解に一致する。ここでは、次数 n の決定方法について述べる。

最小二乗法とは、パラメータ θ が与えられた場合の、時刻 k における出力の条件付き期待値 $\hat{y}(k|\theta)$ と出力の実測値 $y(k)$ との差 (予測誤差) の二乗平均が最小となるように、 θ を求めるものである。具体的には、式(8)を最小化する。

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \{y(k) - \hat{y}(k|\theta)\}^2 \quad (8)$$

この $\hat{\sigma}^2$ は、 n が大きいほど小さくなる。これは、モデルの次数を高くし、構造を複雑にするほど、雑音項にも適合するようなモデルとなってしまうためである。このようなモデルは、モデルの同定に使用したデータの再現性は良いが、別の入力データで出力を予測しようとした場合、必ずしも予測誤差が小さくなるとは限らない。

これに対し、予測誤差の二乗平均の不偏推定量は、式(9)となることから、赤池によって示された⁹⁾。これを FPE (Final Prediction Error) と呼ぶ。

$$FPE = \hat{\sigma}^2 \frac{1 + n/N}{1 - n/N} \quad (9)$$

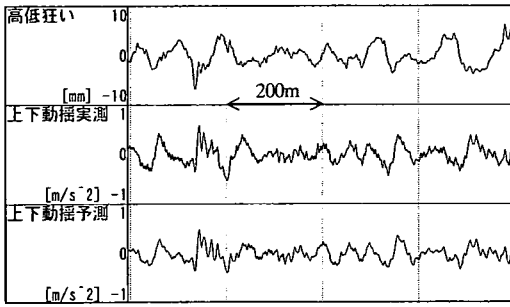


図-6 FIR モデルによる上下動揺の予測波形と実測波形

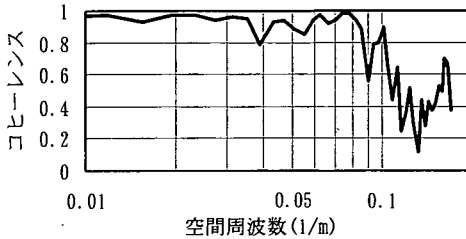


図-7 予測波形と実測波形のコヒーレンス

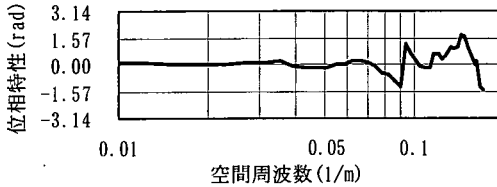


図-8 予測波形と実測波形の位相のずれ

N は同定に用いるデータ数である。

本研究では、式(9)を最小にする次数 n を最適次数として選択する。

(3) システム同定結果

新幹線試験車両の上下動揺および高低狂いを用いて FIR モデルによるシステム同定を行った。用いたデータ数は2000個(サンプリング間隔1m)、走行速度は300km/hである。車両上下動揺の周波数応答関数を図-5に、軌道狂い、上下動揺予測波形および実測波形を図-6に、予測波形と実測波形のコヒーレンスを図-7に、位相特性を図-8に、さらに FPE と次数の関係を図-9に示す。なお、図-5には周波数応答関数について、FFT による方法で求めた推定結果と、17 自由度の1車両力学モデル⁹⁾から求めた結果を比較のために示してある。

FFT による同定結果は、他と比べて統計的不安定さを示すばらつきが見られ、同定に用いるウィンドウ関数の選択等の問題が残っている。これに対し、FIR モデルによる同定結果は周波数 0.09[1/m]付近を除けば力学モデルとほぼ一致し、かつ滑らかな関数が得られている。このように、FIR モデルはパラメータの同定および次数の選定を、統計的根拠をもって行うことができ、FFT によ

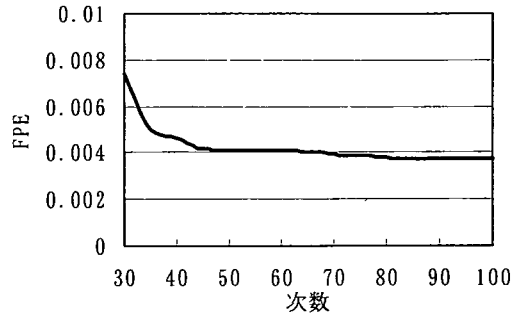


図-9 FPE と次数の関係

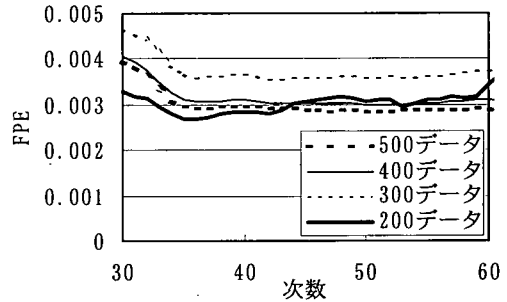


図-10 FPE と次数の関係のデータ長による変化

る方法と比較してユーザーの判断に依存する部分が少ない。このことから、FIR モデルは、FFT による方法よりも扱いやすい同定法であるといえる。

車両動特性のうち、最も低い周波数の共振点(周波数応答関数のピーク)は、0.02[1/m]付近にある。これは時間周波数で約 1.6Hz に相当し、車体ピッチングの共振点にほぼ一致する⁹⁾。なお、0.09[1/m]付近の不一致については後述する。

また、図-6 から、予測波形は実測波形とほぼ一致しており、軌道保守への適用上十分な精度を有しているといえる。図-7 のコヒーレンスは 0.09[1/m]以外ではほぼ 1 に近く、また図-8 から予測波形と実測波形に位相ずれはほとんど無いことから、予測波形と実測波形には高い相関があることがわかる。

モデルの次数については、図-9 に示すように、FPE は 40 次付近までは急激に減少し、この後なだらかに減少する。100 次まで計算した結果では、FPE は明確な極小値を持たなかったが、FPE の減少傾向が変化した点を最適次数とすると、モデルの次数は 47 次であった。このときの、予測誤差の標準偏差の期待値(FPE の平方根)は、0.06[m/s²]であった。

(4) 使用データ長と同定精度

前節の検討から、2000 データによるシステム同定では、47 次のモデルで、FFT による方法よりも実態に即した結果が得られた。ここでは、同定に用いるデータ長

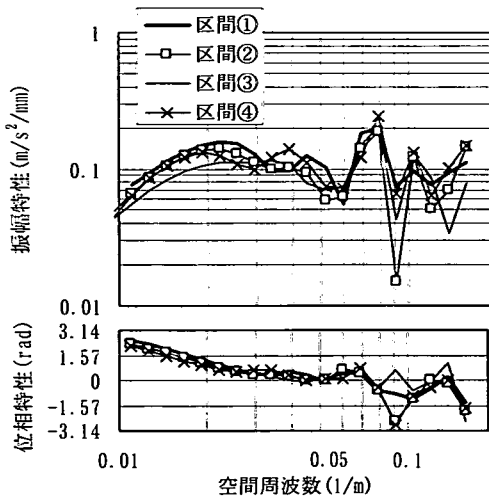


図-11 区間の違いによるシステム同定結果の違い

等を変化させた場合の、モデル次数と FPE の関係を検討する。

パラメータの同定に用いるデータ数を 500~200 まで少なくしたときの、次数と FPE との関係を図-10 に示す。

同図から、FPE はデータ長に関わらずほぼ 0.003~0.004 の間にあり、データ長との相関は見られなかった。またモデルの最適次数は、35~50 の間にあった。定性的には、モデルの次数は真のシステムが持つ振動モードの種類の 2 倍程度となる⁷⁾。これは、1つのモードで振幅と位相の 2つのパラメータを持つためである。上記の結果は、車両の上下系については、輪軸、軸箱、台車、車体等が結合された振動系について 20 種類程度の振動モードが存在すると解釈できる。

200 個のデータで同定をした際の、予測誤差の標準偏差の期待値は 0.05[m/s²]であり 2000 データで同定したときよりも、わずかに小さくなった。このように、FIR モデルでは、データ長が短くても、同程度の精度で出力が予測できることが示された。

次に、図-5 の計算に用いた区間を 500m づつ 4 区間に分けてシステム同定を行った場合の、区間毎の周波数応答関数を図-11 に示す。同図に示すように、0.09[1/m] 付近以外は、同定結果に大きな差は無く、低周波域での振幅特性がわずかに異なる程度であった。また、図-5 と比較すると、いずれの区間における同定結果も、2000 データによる同定結果や力学モデルと大きな差はなかった。なお、図-10 に示した 4 区間は、いずれも図-11 の区間③に含まれるものである。

このように、FIR モデルでは、区間によらずほぼ同様な同定結果が得られ、また、区間長が異なっても FPE のような評価規範によって、統計的根拠のあるモデル選択ができる。これに対し FFT による方法の場合、デー

タ長は推定精度に大きく影響を与え、データ長が短いと、特に低周波域で誤差が大きくなる⁹⁾。このような性質を考えると、特に短い定常データしか得られない場合、FIR モデルは FFT による方法よりも扱いやすいシステム同定法といえる。

(5) コヒーレンスが小さい周波数帯に関する考察

一般に、線形システムでコヒーレンスが小さくなる原因として、以下の 3 点が考えられる。

- ① システムそのものの持つ非線形性
- ② 当該帯域での S/N 比の低下
- ③ 想定していない入力信号の存在

先述したように、本計算結果では 0.09[1/m] 付近のコヒーレンスが他の周波数と比較して小さかった。一方、文献 2) では、200km/h 走行の新幹線に対し、周波数 0.12[1/m] でのコヒーレンスの低下が報告されている。これと 300km/h 走行時の周波数 0.09[1/m] を比較すると、両者の時間周波数は共に 7~7.5Hz であり、よく似た値となった。文献 2) で解析の対象としたデータと、本論文で扱ったデータでは、車種や解析対象区間は異なっているが、共に 7~7.5Hz で高低狂いと上下動揺の線形性が低下していることは興味深い事実である。

7Hz 付近における線形性の低下については、文献 2) で詳細に検討されているので、ここでは深く触れないが、今回の同定結果と合わせると、新幹線に特有の何らかの車両構造的な要因（車体長 25m、軸距 2.5m、台車中心間隔 17.5m 等）の影響による逆共振のような現象が、この周波数で起こっている可能性が示唆される。

5. 部分空間法によるシステム同定結果

(1) 部分空間法

式(3)に記した一般的な伝達モデルは、システムの入出力変数のみに着目した表現である。より一般的な表現として、状態変数 $x(k)$ を用いた式(10)の状態空間表現を考える。

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) + w(k) \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k) + v(k) \end{aligned} \quad (10)$$

式(10)のような状態空間表現を用いる理由は、これが多入力多出力システムを含めた線形システムを表現できる最も一般的かつ簡潔な表現であることと、特にシステムの制御の場面において有効なことである。入力信号が m 種類、出力信号が p 種類のシステムの状態空間表現では、 A は $n \times n$ の正方行列、 B は $n \times m$ 行列、 C は $p \times n$ 行列、 D は $p \times m$ 行列となる。また、 $w(k), v(k)$ は雑音項である。

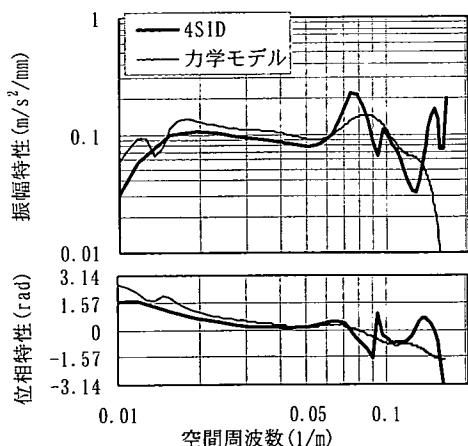


図-12 部分空間法によるシステム同定結果

状態空間表現 (式(10)) が与えられたとき、システムの伝達関数 $G(q)$ は、式(10)の両辺をシフトオペレータ q について z 変換し、状態変数の項を消去して求める。

$$G(q) = C^T (qI - A)^{-1} B + D \quad (11)$$

状態空間表現において、行列 A, B, C, D を同定する方法は近年盛んに研究されているが、ここでは部分空間法 (Sub-Space-based State Space model Identification Method: 4SID 法⁹⁾) を用いる。4SID 法は、①多入力多出力系への拡張が容易である、②入出力データからなるブロックハンケル行列の QR 分解、特異値分解など、数値的に安定な計算方法に基づいている、③非線形最適化計算が不要である、などの特徴をもち、近年様々な応用研究がなされている¹⁰⁾。なお、4SID 法の計算には Mathworks 社の MATLAB を用いた。

(2) 部分空間法による同定結果

図-5 の場合と同じ条件で、4SID 法による同定を行った。周波数応答関数を図-12 に示す。同図より、力学モデルとほぼ同様な特性が得られており、部分空間法でも、車両の上下動特性を適切に同定できることがわかる。また図には示していないが、0.09[1/m]付近でコヒーレンスが小さくなるのも、FIR モデルと同様であった。

なお、次数を高くしすぎると計算結果が不安定 (予測波形が発散) となったため、行列 A, B の次数 n は 13 とした。部分空間法では、この次数を適切に選択する評価規範がなく、実現象への適用がやりづらい面がある。

本結果から、部分空間法によっても車両の上下動特性を同定できることが示された。ただし、FIR モデルと比較して、明確な優位性も見られなかったことから、上下系の同定については伝達関数モデルを用いれば実用上十分な精度が得られるといえる。ただし、左右系については通り狂い、水準狂い等が複雑に影響すると考えられる

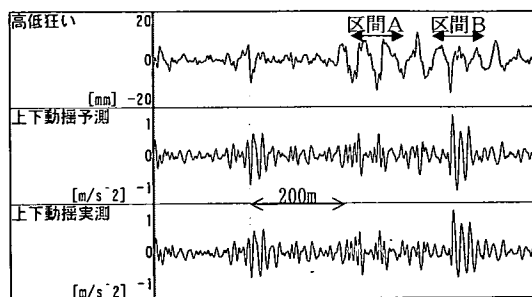


図-13 上下動揺予測波形を用いた軌道狂いの評価

ので、多入力系への拡張が容易な部分空間法の適用を検討する余地はあると思われる。

6. 軌道保守への適用

(1) 乗り心地による軌道狂い管理

冒頭に述べたように、軌道狂い管理の目的は、車両の走行安全性および良好な乗り心地の確保にある。後者の目的のためには、車両動揺を軌道検測データから予測し、評価することが望ましい。

前章までの検討結果から、FIR モデルを用いて、50 次程度の多項式を用いて、高低狂いから車両の上下動揺を予測できることを示した。動揺波形が予測できれば、上下動揺の著大値による評価のほか、上下動揺の標準偏差や、乗り心地レベル¹¹⁾による評価など、様々な面で応用が可能である。図-13 に、在来線の高低狂いと上下動揺の解析例を示す。同図の区間Aと区間Bは、高低狂い振幅の差は小さいものの、上下動揺には差がある。このような場合、本手法を用いて上下動揺を予測することで、保守の投入の優先度を定めることが可能となる。図-13 には上下動揺実測波形を合わせて示したが、動揺測定を行っていない場合、あるいは運転上の理由で線区の最高速度での動揺データが得られない場合には、本手法の有効性はさらに高まる。

(2) 10m 弦正矢からのシステム同定

4, 5 章では車両の上下動特性を同定するため、入力信号の軌道狂いとして、10m 弦正矢波形に図-4 の復元フィルタ処理した復元波形を用いた。しかし、軌道保守業務への適用だけに限って考えれば、10m 弦正矢波形を直接入力信号として用いた方が、計算上有利となることも考えられる。

ここで、復元フィルタは線形フィルタであるので、入力信号として 10m 弦正矢波形を直接用いても、入出力間の線形性は失われない。これをブロック図で表すと、図-14 左列のようになる。この場合の周波数応答関数

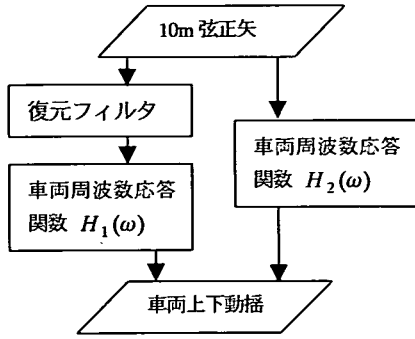


図-14 10m 弦正矢からの上下動揺直接推定

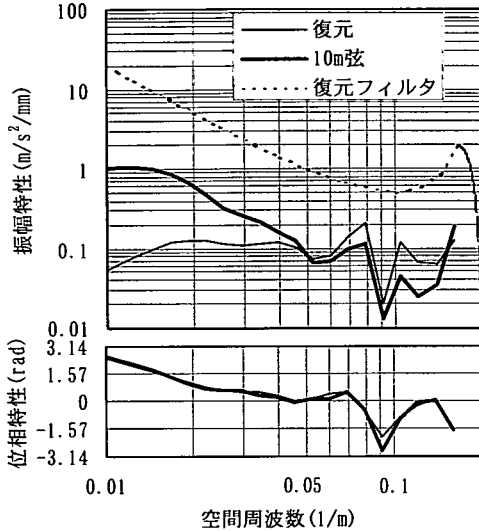


図-15 10m 弦正矢からのシステム同定結果

$H_2(\omega)$ は、車両の物理的な周波数応答関数ではなく、一種の予測フィルタとなる。

図-5 の場合と同じ条件で、上の $H_2(\omega)$ を推定した結果を図-15 に、次数と FPE の関係を図-16 に示す。図-15 に示すように、周波数 $0.166[1/m]$ 以下の帯域では、振幅特性は車両の物理的な動特性 (図-5) に復元フィルタを乗じたものとはほぼ等しい。また、位相特性は $H_1(\omega)$ と $H_2(\omega)$ ではほぼ等しい。周波数 $0.09[1/m]$ で不安定なのは、これまでの結果と同様である。

以上の結果から、車両の物理的な動特性を考えなくてよいのであれば、10m 弦正矢波形から直接上下動揺を予測できることが示された。

また、FPE と次数の関係を見ると、FPE が収束するまでに必要な次数が復元波形を用いた場合と比較して大きく、最適次数は 70 次であった。これは、10m 弦正矢の検出特性が低周波数になるほど小さくなるので、周波数分解能を上げるために必要パラメータ数が多くなったものと解釈できる。最適次数における FPE の値は両者でほとんど同じで、10m 弦正矢を入力とした場合も、精度を落とさずに上下動揺を予測できることが示された。

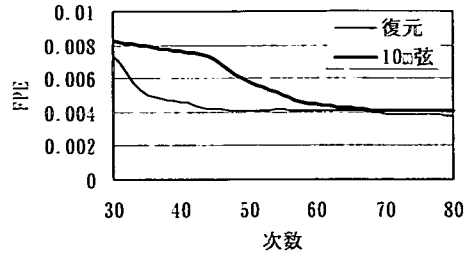


図-16 10m 弦正矢からのシステム同定における FPE と次数の関係

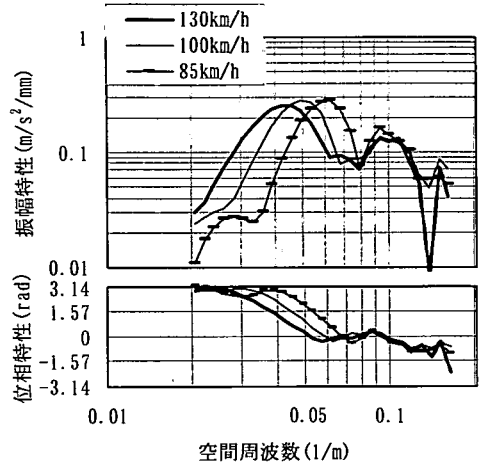


図-17 速度の違いによる周波数応答関数の違い

(3) 速度向上時の動揺予測

3章で述べたように、本システム同定で得られたパラメータは、等速走行状態における上下動揺予測にしか適用できない。また走行速度も、同定に用いた上下動揺測定データと同一の場合にしか適用できない。しかし一方で、既設線の速度向上時の動揺予測ができれば、速度向上時の軌道管理手法の検討や、軌道保守量の把握に対し有効である。本節では、まず営業列車における周波数応答関数の速度依存性について考察し、次に速度向上時の車両動揺予測手法について検討する。なお、本項では曲線等で速度制限を受け、様々な速度段のデータ取得が可能で、在来線の軌道狂いと車両動揺のデータを用いて検討を行う。

a) 異なる走行速度における周波数応答関数

図-17 は、在来線特急型直流電車の速度 85km/h、100km/h、130km/h 走行時の周波数応答関数を、FIR モデルを用いて同定した結果を示したものである。上下動揺加速度は先頭車両台車直上で測定したものであり、帯域 $0.02[1/m] \sim 0.1666[1/m]$ のバンドパスフィルタ処理を行った。また、高低狂いは波長 $6m \sim 50m$ の復元フィルタ処理を行った。

図-17 より、この車両は 2 つの共振周波数を持ち、低

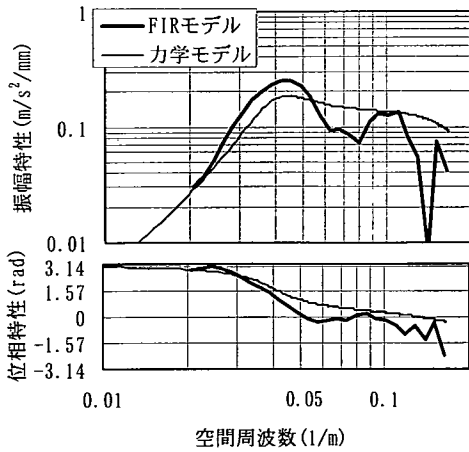


図-18 FIRモデルと力学モデルの周波数応答関数の比較

い側の共振周波数は速度が高くなるにつれてより低い側に移動し、高い側の共振周波数は速度が変化してもほぼ一定(約0.095[1/m])であることがわかる。また、位相特性が0[rad]から π [rad]へ推移していく帯域も、速度が高くなるとともに低い側に移動する。一方、周波数0.095[1/m]付近の位相特性に差はほとんど無い。これらのことから、低い側の共振周波数は時間周波数上で一定の共振周波数であり、高い側の共振周波数は幾何学的な寸法でその特性が定まる振動モードと推定される⁹⁾。

2つの共振周波数のうち、低い側と高い側で速度の変化に対する振る舞いが異なる理由について考察するため、130km/h 走行時の周波数応答を17自由度の力学モデルを用いて計算した結果を、FIRモデルによる同定結果と合わせて図-18に示す。0.04[1/m]付近の共振周波数は両モデルとも表現されているが、力学モデルでは0.095[1/m]付近の共振周波数が明確には表れていない。これは、力学モデルは車体を剛体として扱う等の近似をしている影響と考えられ、この共振周波数が、車体長さ等の幾何学的寸法によることの傍証である。

鉄道車両の各種寸法のうち、台車直上での振動に影響を与えるものとして、車体長、台車中心間距離、軸距、輪軸の質量不均一等が考えられる。0.095[1/m]は波長に換算すると10.5mであり、これは車体長の約1/2に相当することから、この共振周波数は車体の曲げ振動に起因すると考えられる。前側台車直上の車両動揺加速度データのみでは、このモードの因子に関する考察をこれ以上行うことは困難であるが、軌道保守管理上着目すべき波長が特定されたという面では、有益な情報が得られたといえる。

このように、速度が変化すると、空間周波数上での共振点の振る舞いは振動モードによって異なる。この点を踏まえて、速度向上時の上下振動予測法に関する検討を行う。

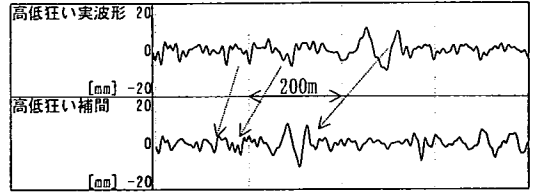


図-19 入力軌道狂いのサンプリング間隔の変更方法

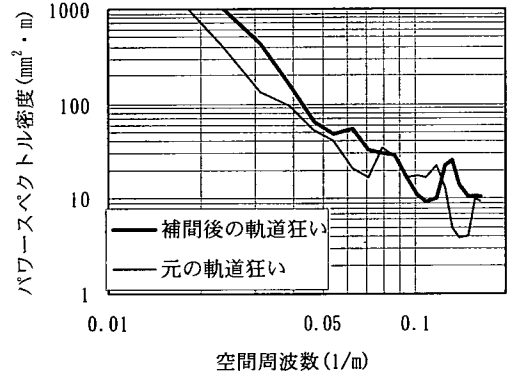


図-20 サンプリング間隔変更前後の高低狂いのパワースペクトル密度

b) 速度向上時の上下動揺予測手法

本項では、式(1)に示す空間周波数と時間周波数の関係を利用して、ある速度で得られたパラメータを用いて速度向上時の上下動揺を予測する方法を示す。

軌道狂いの距離軸上でのサンプリング間隔を Δx [m]とする。ここを v_1 [m/s]で走行する場合、時間軸上でのサンプリング間隔 Δt は、

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_1} \quad (12)$$

となる。4章の式(5)は、距離軸上のサンプリング間隔 Δx の離散データに対し定義されるが、時間軸上では、サンプリング間隔 Δt の離散データに対して定義されていると解釈できる。

ここで、走行速度が v_2 の場合を考える。時間軸上のサンプリング間隔 Δt を変えたくない場合、距離軸上のサンプリング間隔を式(13)に基づいて $\Delta x'$ に変更する。

$$\frac{\Delta x'}{v_2} = \frac{\Delta x}{v_1} \quad (13)$$

ここで注意すべきことは、単に距離軸上でのサンプリング間隔を変更するのではなく、 Δx 間隔で離散化されたデータの値はそのまま、サンプリング間隔を $\Delta x'$ に変更することである。これは、図-19に示すように、速度変化に伴って軌道狂い波形を距離軸方向に伸縮させることと等価である。図-19下段の波形を、エイリアジングを起こさないよう適切な補間法を用い、距離軸上で、 Δx 間隔で再サンプリングすると、速度 v_2 の場合の式(5)入力用の軌道狂いデータが得られる。サンプリング間隔

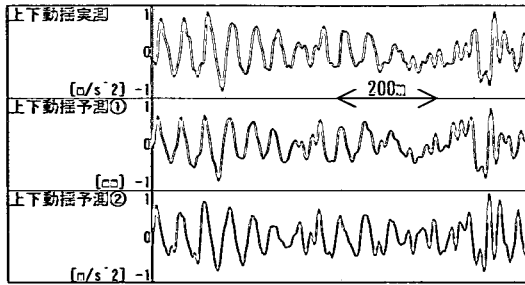


図-21 85km/h 走行時の周波数応答関数による
130km/h 走行時の上下動揺予測波形

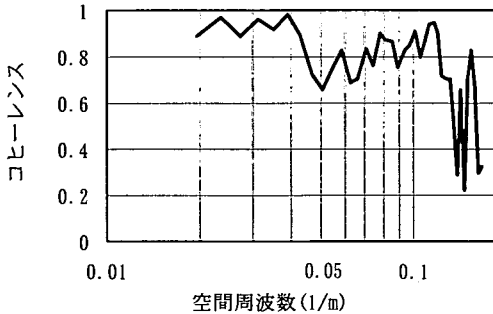


図-22 図-21 の予測波形②と実測波形のコヒーレンス

変更前後の空間周波数上での高低狂いのパワースペクトル密度を図-20 に示す。同図から、速度向上に伴って軌道狂いのサンプリング間隔を変更することは、空間周波数軸上でパワースペクトル密度を高周波側に移動することと等価であることがわかる。

図-17 に示した、周波数応答関数の速度による変化をみればわかるように、速度向上時の車両動揺を予測するためには、周波数応答関数を空間周波数軸上で低周波側にシフトするよう変数変換をすれば、時間周波数に依存する振動モードの振動波形を空間軸上で予測することが可能である。しかし、伝達関数モデルでは、システムは式(5)のように距離軸上で定義されるため、このままでは空間周波数上での変数変換ができない。これに対しここで提案する方法は、入力側のサンプリング間隔を式(13)に従って変更し、入力軌道狂いの周波数特性を空間周波数軸上で図-20 のように高周波側にシフトすることによって、周波数応答関数を低周波側にシフトすることと等価な状態を作り出すものである。

なお、前項で検討したように、車両の共振周波数は時間周波数に依存するものと、幾何学的な寸法で定まるものがある。上記で紹介した方法は、前者に対しては有効であるが、後者に対しては有効ではない。よってここでは図-17 を参考に、本手法の適用範囲を $0.08[1/m]$ 以下の周波数域とし、これより高い周波数については、速度に関わらず低い速度域（ここでは 85km/h ）で同定した

モデルを用いることとする。

以上の準備のもとで、図-17 に示した在来線直流電車の 85km/h 走行時の動特性を用いて、速度走行時の上下動揺を予測した結果を示す。図-21 で上段は上下動揺実測波形、中段は 130km/h 走行データで同定した FIR モデルによる予測波形、下段は 85km/h 走行時のデータで同定した FIR モデルを用い、上述した方法によって 130km/h 走行時の予測を行った結果である。中・下段の予測波形とも、動揺の著大箇所や、その周波数特性などをよく再現していることがわかる。また図-22 は図-21 の上段と下段とのコヒーレンス関数である。

ここで示した予測手法は、周波数 $0.08[1/m]$ で計算モデルを変えるなど、ややヒューリスティックな点もあるが、図-21、22 に示すように、軌道状態評価の観点からは、実務上有用な方法であるといえる。

現在、鉄道事業者は軌道狂い検測と合わせて、営業車両を用いた車両動揺測定を定期的に行っている。営業車両は、運転上の都合によって必ずしも全区間を設計最高速度で走行するとは限らないが、本手法を用いればこのようなデータの補完が可能となる。また本手法は、今後の新幹線・在来線の速度向上を視野に入れた場合、車両動揺の予測や必要軌道保守量の予測等に利用できるものと考えている。ただし、これは線形振動の範囲にしか適用できないことに留意する必要がある。超高速域では、空気力学的影響等により、軌道狂いと車両動揺の線形性は必ずしも高くはない。このような場合は、軌道狂い管理のみならず、多面的な動揺対策が必要になる。

7. まとめ

本研究の実施事項をまとめると、次のようになる。

- (1) 伝達関数モデル (FIR モデル) により、鉄道車両の上下振動特性を同定した。この結果、50 次程度の線形多項式で車両の上下動揺が予測可能であることを示した。また、FIR モデルでは 200 データ程度で、2000 データの場合と同程度の精度でシステム同定できることを示した。
- (2) FIR モデルと FFT を比較すると、前者は得られたデータ長に応じて、統計的に最適なモデルを決定できることに対し、後者はウィンドウ関数の種類や幅の選択によって結果が変化する、等の特徴がある。これらを勘案すると、FIR モデルは FFT と比較して、扱い易い同定法であるといえる。
- (3) 部分空間法によって、車両の上下動特性を同定できることを示した。ただし、部分空間法の次数を適切に決定する規範が無いため、やや適用しづらい面があった。

- (4) FIR モデルにより、10m 弦正矢高低狂いから、直接上下動揺を予測できることを示した。
- (5) 鉄道車両の共振周波数には、走行速度の変化に伴って、空間周波数軸上で移動するものと、速度に依らず一定のものがあることを示した。
- (6) サンプリング間隔を適切に変更することにより、FIR モデルを用いて速度向上時の上下動揺が予測できることを示した。

8. おわりに

本論文では、従来から線形性が確認されている高低狂いと上下動揺について、パラメトリックモデルによる車両の上下動特性の同定を行い、その有効性を確認した。一方、車両の走行安全性の確保のためには、上下動揺だけではなく、左右動揺や輪重・横圧の予測も必要である。これらの動特性は、複数の種類の軌道狂い（例えば通り狂いと水準狂い）の影響を受ける。本論文で扱った部分空間法は、多入力多出力への拡張が容易であり、現在理論面での研究、および実現象への適用が多くの分野で進められている。このような現状を踏まえ、今後は部分空間法の軌道保守管理への適用を視野に入れて検討を進めたいと考えている。

参考文献

- 1) 吉村彰芳, 吉田康夫, 細川岳洋, 菊地勝浩: 軌道保守管理データベースシステム Micro LABOCS II+の開発, 鉄道総研報告, Vol.6, No.11, 1992.11.
- 2) 吉村彰芳: 軌道狂い原波形の復元に関する理論的基礎の確立とその応用, 鉄道技術研究報告, No.1336, 1987.2.
- 3) 例えば, 片山徹: システム同定入門, 朝倉書店, 1994.5.
- 4) 赤池弘次, 中川東一郎: ダイナミックシステムの統計的解析と制御 (新訂版), pp.50-54, サイエンス社, 2000.
- 5) Esvelt, C.: *Modern Railway Track*, pp.381-384, 1989.
- 6) 谷藤克也: 鉄道車両の乗心地管理と強制振動計算法に関する研究, 鉄道技術研究報告, No.1231, 1986.3.
- 7) 文献3), pp.43-44
- 8) J.S.ベンダット, A.G.ピアソル: ランダムデータの統計的処理, 培風館, pp.203-207, 1976.1.
- 9) Overschee, P.V. and Moor, B.D.: *Subspace Identification of Linear Systems, Theory, Implementation, Applications*, Kluwer Academic Publishers, 1996.
- 10) 足立修一他: ETS-VI 軌道上同定実験データによる予測誤差法と部分空間法の比較, 計測制御学会論文集, Vol.13, No.8, pp.805-811, 1997.
- 11) 三芳功達: 乗り心地管理基準の研究経緯, 鉄道技術研究資料, 38-3, 1981.3.

(2002. 5. 2 受付)

SYSTEM IDENTIFICATION OF THE VERTICAL VIBRATION OF ROLLING STOCK AND APPLYING TO TRACK IRREGULARITY MAINTENANCE

Atsushi FURUKAWA and Akiyoshi YOSHIMURA

For effective and economical track maintenance, it is essential to predict the vibration of rolling stock due to track irregularities. In this study, we applied an FIR-model and a State Space model to predict vertical vibration of rolling stock. As a result, we found that it was possible to predict vertical vibration at an equation of a lower dimension, with a shorter data series, and at higher accuracy by both models than by the Faster Fourier Transform method. By applying these models, we can estimate the riding quality of train and predict it when train velocity increases.