

粒子法による直立護岸前面砕波・越波の 数値シミュレーション

後藤仁志¹・林 稔²・目見田 哲³・酒井哲郎⁴

¹正会員 工博 京都大学助教授 工学研究科土木工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

²正会員 工修 和歌山県西牟婁振興建設部 技師 (〒640-8580 和歌山県田辺市朝日ヶ丘23-1)

³正会員 工博 関西電力(株)総合技術研究所 シニアリサーチャー (〒661-0974 尼崎市若王寺3-11-20)

⁴フェロー 工博 京都大学教授 工学研究科土木工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

砕波・越波現象は、ジェットの水面との衝突・飛沫の発生といった水塊分裂・再合体を伴う複雑な水面の挙動に特徴付けられるので、高解像度の水面追跡が数値モデルの必須要件である。計算格子を用いない粒子法は、簡潔なアルゴリズムで移流慣性項の離散化に伴う数値拡散を効率的に回避できる方法である。本稿では、このような粒子法の利点に注目し、砕波・越波過程の水面形の時系列および越波流量を対象とした水理実験結果や既往の自由表面流解析による計算結果との比較を通じて、直立壁前面における砕波・越波過程への粒子法の適用性を検証する。また、粒子法の弱点の一つである計算負荷の大きさについて、近傍粒子検索にスクリーニングのプロセスを導入し、計算の所要時間の大幅な短縮が可能となることを実証する。

Key Words: wave breaking, wave overtopping, vertical seawall, free surface model, particle method, MPS method

1. 緒 言

水工学上の問題の中で自由表面追跡モデルが重要な役割を演じる典型的な例の一つが、砕波の数値解析である。砕波帯内部の流速場は海浜過程を考える上でも重要であるし、砕波の衝撃波圧や砕波後の越波の問題は、防波堤・護岸の設計上の重要項目である。このように、砕波とそれに伴う流れ場の構造を明らかにすることの重要性は、広く認識されるところであるが、気泡混入や強い非定常性の存在は、計測によるデータの収集を未だ難しくしており、LDV、PIV等の先進の計測技術の適用も必ずしも容易ではない。

このような状況から、計測と平行して数値モデルの開発・適用が続けられてきた。一様斜面上の砕波については、MAC法 (Harlow and Welch¹⁾) を適用した Sakai²⁾ および滝川³⁾ の研究と、その後の多くのVOF法 (Hirt and Nicols⁴⁾) の適用例 (例えば、van der Meer⁵⁾) が見られる。近年では、水面を不鮮明化させる数値拡散の抑制に有効なCIP(Cubic-Interpolated Pseudo-Particle Scheme)法 (Yabe and Aoki⁶⁾) に基づいた研究 (例えば、渡部・佐伯⁷⁾、陸田⁸⁾) も行われている。

一方、海岸構造物周辺の波・流れについては、多くのVOF法の適用例 (例えば、van Gent⁹⁾ による透過性構造物上での砕波変形計算、Wu¹⁰⁾ による直立壁に作用する衝撃砕波圧の計算、岩田¹¹⁾ による水中構造物による砕波変形の計算、榊山・今井¹²⁾ による消波護岸前面での砕波と越波の計算) がある。VOF法は、商用コードにも用いられる一般的な手法で、適用実績の豊富さにおいて優れているが、その一方で、砕波に付随する水塊の分裂・合体や飛沫の発生などについての再現性は、充分には実証されていない。

本稿では、簡潔なアルゴリズムで数値拡散を効率的に抑制できる手法として近年注目を集めつつあるKoshizuka¹³⁾ のMPS法(moving particle semi-implicit method)を直立護岸前面の砕波・越波過程に適用し、既存の自由表面流解析法や造波水槽での実験結果と比較して、粒子法の適用性を明らかにする。また、計算技術面では、近傍粒子検索にスクリーニングを加えた2段階法の計算負荷軽減効果を定性的に考察し、さらに、そのコード化を実施して、計算負荷の軽減による計算時間の大幅な短縮を実現する。

表-1 自由水面の追跡法

A. 格子を用いる方法 : 物理量の定義点の位置関係を一括把握				
	グリッドの位置	グリッドの歪み	移動境界の追跡	手法の呼称
Lagrange法	流体と共に移動	大変形で問題化	容易(グリッドの歪みの許容範囲で)	BFC法
Euler法	固定	発生せず	追跡モデルが必要	Height function法, MAC法, VOF法, C-CUP法(CIP法), GAL法
折衷型	移動可	調整可		ALE法
B. 格子を用いない方法 : 物理量の定義点の位置関係を個々の計算点近傍で個別に把握				
	物理量定義点	計算点の移動		手法の呼称
Lagrange法	粒子(計算点)	流体と共に移動		SPH, MPS法(粒子法)
Euler法		分散した固定計算点		Gridless法
折衷型	粒子と局所座標系	流体と共に移動		MPS-MAFL法

2. 自由水面流解析における粒子法の位置付け

粒子法の位置付けを明らかにするため、自由水面の追跡法の特徴を比較したのが、表-1である。自由水面の追跡法は、計算格子を用いるか否かによって大別される。計算格子を用いる方法、用いない方法の双方にEuler的な方法、Lagrange的な方法、両者の折衷型の方法が存在する。

(1) 格子を用いる方法

格子を用いる方法では、i) 自由水面の変形に追隨して格子を変形させ再構成するLagrange的な方法と ii) 水面の変形と連動しない固定格子を用い、別途導入されたモデルで水面を追跡するEuler的な方法がある。

a) Lagrange型の方法

Lagrange型の方法では、移動座標系を用いるので水面変動を明瞭に追跡できるが(Hirtら¹⁴⁾)、格子が著しく歪む場合に計算の不安定化や精度の低下を招く点が問題である。この問題を軽減するために、格子の異常な歪みを修正する(移動量を減じる)のが、ALE(Arbitrary Lagrangian Eulerian)法(Hirtら¹⁵⁾)であるが、水塊分裂等の複雑な水面の挙動に対しては無効である。

b) Euler型の方法

Euler型の方法では固定格子を用いるので、どのような水面変動でも原理的には追跡できるが、別途必要となる水面の追跡モデルが適切でない場合には水面が不鮮明化する。Height function法は、固定壁(水底)からの高さの1価関数として水面の位置を定義する極めて単純な方法であるが、水面が直立したり、水塊分裂が生じたりして水面の1価性が失われると適用できない。MAC(Maker-and-Cell)法(Harlow and Welch¹⁾)は、局所流速値を用いて計算格子内に配置したマーカーを移動させ、マーカーを含む領域と含ま

ない領域の界面として水面を定義する方法である。水面付近に存在するマーカーの数密度が低下すると水面の追跡精度が低下するので、流体運動の計算は固定格子で行うにもかかわらず、多数のマーカーを投入しなければならない点で効率が悪い。ただし、Lagrange型の水面追跡モデルであるので、原理的には、いかなる水面形状も追跡できる。

MAC法の計算効率上の弱点を克服するためにHirt and Nichols⁴⁾はVOF(Volume of Fluid)法を提案した。VOF法では流体のセル体積占有率 F を補助変数として導入し、 F の移流方程式を解いて計算領域内での F の変化を追跡し、 $0 < F < 1$ のセルに水面が存在するとして水面を追跡する。MAC法で用いられていた離散的なマーカーに代わって、体積占有率というセル代表値を全てのセルで定義することにより、マーカーの存在位置の不均質性がもたらす問題や水面追跡計算の負担が改善された。ただし、数値拡散の影響による水面形状の不鮮明化を減減するには、 F の移流計算にDonor-Acceptor法を導入して隣接セル間での質量保存を確保しなければならない。Donor-Acceptor法付きのVOF法は多くの商用コードにも導入されている極めて一般的な方法であるので適用実績も多く、その意味で信頼性も高いが、極めて複雑な水面形状の計算で十分な精度を得るには困難を伴う。

水面の鮮明化には、水面追跡のための補助変数の移流方程式を高精度で解くことが不可欠であり、多くの試みがなされている。Yabe and Wang¹⁶⁾のC-CUP(CIP combined Unified Procedure)法では、水面を関数値(密度)の不連続点として定義する密度関数法が用いられ、移流項に起因する数値拡散を抑制して不連続面を高精度でとらえるためのスキームとしてCIP法が導入される。CIP法は質量保存を厳密には満足しないが、物理量とその空間1階微分を変数とすることにより他の高次スキームと比較して少ない数の格子点の情報で

高精度の移流計算が可能な特徴を有する。

二瓶・灘岡¹⁷⁾は、固液二相流の解析法として灘岡ら¹⁸⁾によって開発されたGAL(Grid-Averaged Lagrangian)法を自由水面の追跡に適用した。VOF法と同様に流体のセル体積占有率(GAL法では体積濃度関数と呼ばれる)が補助変数として導入され、セル体積占有率の移流方程式を解いて水面が追跡されるが、移流方程式の解法にグリッド近傍の局所的なLagrange型モデルを用いて数値拡散が抑制される。GAL法は、水面近傍セルの情報として、体積占有率に加えて、流体により占有される部分の重心を導入しているため、セル内の水面勾配も考慮できる点が、VOF法と異なる(VOF法ではセル内の水面は水平または垂直の何れかであるとして局所的な水面の形状は考慮しない)。GAL法は、VOF法の普及により薄められたMAC法のLagrange型の水面追跡の方法を、対象セル近傍の局所的Lagrangeモデルという形式で再導入することにより、水面追跡の高精度化を実現した手法と位置付けることができる。

(2) 格子を用いない方法

格子を用いる方法では物理量の定義点相互の位置関係は格子で規定されている。言い換えると、ある格子点の物理量の離散化に必要な周囲の格子点の座標は、格子を配置した時点で決定されている。これに対して、格子を用いない方法では、計算空間に分散させた計算点において、離散化方程式を解く際に近傍に存在する他の計算点を検索し、それらの計算点との間の相互作用として流体の支配方程式の各項をモデル化する方法が採られる。計算点が流体と共に移動する場合がLagrange型、計算点が空間に固定されている場合がEuler型である(例えば、越塚¹⁹⁾)。格子を用いる方法においても解析対象の形状への追従性を向上させるなどの要求に応えるために非構造格子法が普及しつつあるが、格子を用いないEuler型の方法であるGridless法(Batina²⁰⁾)は究極的な非構造格子法と見ることができる。

Lagrange型の格子を用いない方法は、Gingold and Monaghan²¹⁾のSPH(Smoothed Particle Hydrodynamics)、Koshizukaら¹³⁾のMPS法に代表され、粒子法と呼ばれる。格子を用いるモデルの弱点は移流項の離散化に伴う数値拡散であるが、粒子法では移流項が計算点の移動を追跡することにより計算されるため、数値拡散の影響が排除できる。したがって、格子を用いる多くの方法に見られたようなセル体積占有率等の補助変数や数値拡散の抑制スキームの導入なしに、水面形状の複雑な変化を高精度で計算できる。さらに、粒子法の離散化プロセスは簡潔で、VOF法をはじめとする従

来の自由表面流の数値解析で見られた多くの項を有する離散型基礎式のコード化と比較するとコードの作成も容易である。

SPHでは、粒子(計算点)近傍に空間分布した物理量を想定し、分布形状をkernel関数(例えばGauss分布)で規定する。物理量の空間分布はkernelの重ね合わせで計算され、微分演算もkernelを介して行われる。これに対して、MPS法では、物理量は計算点上で定義され、物理量の分布は考慮されないが、微分演算は重み関数を用いた粒子間相互作用モデルを用いて計算される。計算点周囲の物理量分布を考慮しないのでSPHと比較して解像度の低下が懸念されるが、微分演算等がSPHより簡便であり、計算機への同一の負荷の下なら計算点数を多く設定して解像度を確保できる。

粒子法は、数値拡散の抑制には有効で、水面変動を良好に追跡できる優れた手法であるが、VOF法に代表される固定格子を用いる方法と比較して不利な点がないわけではない。第1には、圧力擾乱の発生がある。粒子法では個々の粒子の座標は、粒子同士が相互に排除しあうことにより維持されている。言い換えると、過度の粒子集中が圧力の局所的増大を誘発して排斥力を生み出すようにモデルが構成されている。したがって圧力擾乱は不可避である。第2は、空間的解像度設定の自由度に関する制約である。格子を用いる方法では格子の密度を変化させることにより空間的解像度を調整できるが、粒子法では、通常は均一粒子を用いているため解像度の調整は簡単ではない。高解像度を確保すべき座標に粒子を追加的に投入するなどの対応は可能であるが、それらの粒子も移流されるので、特定の点を継続的に高精度に解像するのは難しい。これらの問題点はあるものの、水塊の分裂・合体といった極めて激しい現象に対しても安定して機能し、シャープな水面形状を計算できる点はやはり注目に値する。なお、解像度の問題への対応策に関しては、局所格子補間(MAFL=Meshless Advection using Flow-directional Local-grid)を導入して移流計算に高次差分を用いるMPS-MAFL法(Yoonら²²⁾)が提案されているが、この手法は格子を用いない方法におけるALEと位置付けられる。

(3) 粒子法による砕波の数値解析

粒子法の砕波の数値解析への適用は端緒に着いたばかりであり、一様勾配斜面を対象にしたKoshizukaら²³⁾、後藤ら²⁴⁾のMPS法による計算、急勾配斜面の遡上を対象にしたMonaghan and Kos²⁵⁾によるSPHの適用、後藤ら²⁶⁾およびGotoh and Sakai²⁷⁾による直立壁前面の飛沫の発生過程の再現計算などが行われ

ているの過ぎない。特に、直立壁前面での碎波過程については、現象の定性的な再現の域を出ていない現状である。本稿では、水理実験や既往の実験および計算結果との比較を通じて、MPS法の適用性を確認する。

3. 粒子法

(1) MPS法による解法の概要

MPS法によるNavier-Stokes式の解法に関しては、越塚¹⁹⁾に詳しく示されているので、ここでは、概要のみを示すこととする。MPS法では、計算領域に多数の粒子(計算点)を配置し、個々の粒子の周囲に設定した影響域内での粒子間相互作用として基礎式の各項がモデル化される。

均一で質量が変化しない粒子を用い、粒子数を一定に保つことで、質量保存(連続式)

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

は厳密に満足される。さらに、粒子数密度(単位体積あたりの粒子数)を一定値 n_0 に保つことにより、非圧縮条件が満足される。

一方、運動方程式(Navier-Stokes式)

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{g} \quad (2)$$

については、移流項、圧力項、粘性項、重力項の各々について、粒子周囲の影響域内の他の粒子との相互作用を通じて離散化が行われる。ここに、 \mathbf{u} :流速ベクトル、 p :圧力、 ρ :流体の密度、 \mathbf{g} :重力加速度ベクトル、 ν :渦動粘性係数である。MPS法では、移流項は粒子移動の追跡を通じて計算される。そのため、複雑な手続きなしに移流項の差分化に起因する数値拡散の問題を回避できる。

粒子 i の圧力項および粘性項は、

$$-\frac{1}{\rho} \langle \nabla p \rangle_i = -\frac{1}{\rho} \frac{D_0}{n_0} \sum_{j \neq i} \left\{ \frac{p_j - p_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2} (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) \cdot \mathbf{w}(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \right\} \quad (3)$$

$$\nu \langle \nabla^2 \mathbf{u} \rangle_i = \frac{2\nu D_0}{n_0 \lambda} \sum_{j \neq i} (\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i) \mathbf{w}(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (4)$$

$$\lambda = \sum_{j \neq i} \mathbf{w}(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2 / \sum_{j \neq i} \mathbf{w}(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (5)$$

のように近傍に存在する粒子との相互作用としてモデル化される(D_0 :次元数)。式(3)は2粒子間の圧力勾配を重み付きで重ね合わせることを意味し、式(4)は当該粒子の物理量が周囲粒子に配分される(拡散すること)を意味している。モデルの概念を図-1に示す。相互作用を伴う影響範囲は重み関数²⁸⁾

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_c}{r} - 1 & \text{for } r \leq r_c \\ 0 & \text{for } r > r_c \end{cases} \quad (6)$$

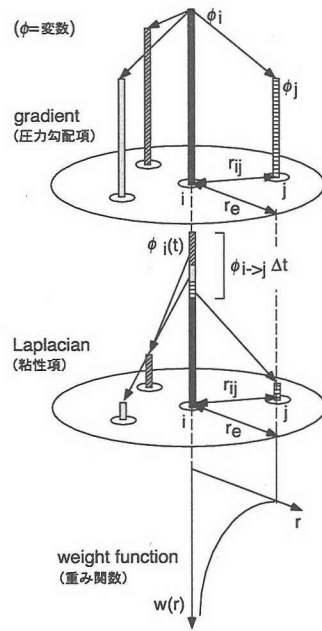


図-1 圧力項、粘性項のモデル化

により、当該粒子を中心とする半径 r_e の円周内部に限定される。また、粒子数密度は重み関数を用いて、

$$\langle n \rangle_i = \sum_{j \neq i} w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (7)$$

と定義される。

時間積分過程には2段階法が用いられ、第1段階は、粘性項と重力項を与えて粒子の速度(流速)を計算し、粒子の仮位置および仮の数密度 n_k^* を算定する陽的なプロセスである。第1段階で更新された場では、質量保存(粒子数密度が一定値 n_0 に一致すること)が満足されていないから、第2段階では、第1段階で考慮しなかった圧力項を考慮し、数密度で記述された質量保存則とともに用いることで誘導される圧力に関するPoisson方程式

$$\nabla^2 p_{k+1} = \frac{\rho}{(\Delta t)^2} \frac{n_k^* - n_0}{n_0} \quad (8)$$

を陰的に解いて圧力場を更新し、流速の修正量を求めて流速場および粒子の位置を修正する。なお、式中の Δt は計算時間間隔、添字 k は計算ステップを表す。

壁面境界条件は、数列の厚さで規則配列された固定粒子により与えられる。壁粒子群の厚みは数密度計算に必要で、重み関数の閾値 r_e より大きく設定する必要がある。流体と接する壁面構成粒子に関しては、流速を与え(例えば、non-slip条件ならば流速ゼロ)、座標の更新(移流)計算は行わずに、圧力の更新計算のみを行う。

自由水面の判定は粒子数密度の条件、

$$n'_i < \beta \cdot n_0 \quad (9)$$

を用い、圧力に関する境界条件($p=0$)を与える。ここに、 β :モデル定数であり、標準値として、 $\beta=0.97$ と与えられる²⁸⁾。この条件は水面形状に依存しないので、水塊分裂など複雑で激しい水面の挙動に対しても容易に適用できる。なお、水塊分裂が進行して、粒子が孤立する状況が生じた場合には、孤立粒子(飛沫に相当)では、圧力 $p=0$ を与え、当該粒子の近傍粒子との相互作用項を計算しない。言い換えると、孤立粒子は所与の初速度(孤立時の粒子の流速)の下に重力場に放出されて自由落下する。

また、計算時間間隔は、Courantの安定条件を考慮して、

$$\Delta t = \min(\alpha_{dt} d_0 / u_{\max}, 1.0 \times 10^{-3}) \quad (10)$$

により設定される²⁸⁾。ここに、 α_{dt} :計算時間間隔とCourant数の比、 u_{\max} :瞬間粒子速度の最大値、 d_0 :粒子径(粒子(計算点)の間隔を規定する距離スケール)である。

(2) 無反射境界条件

造波は、沖側境界壁を強制移動させることにより行う。粒子法の造波方法は、水理実験のそれと原理的には同一であるので、造波水槽の無反射造波法を援用して、無反射境界条件を実現できる。川口²⁹⁾によると、無反射造波板移動速度は、

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{A} \{2\eta_D - (\eta_0 - \bar{c}_x)\} \quad (11)$$

$$\bar{A} = \frac{2 \sinh^2 \kappa h}{\kappa h + \sinh \kappa h \cosh \kappa h} \quad (12)$$

$$\bar{c} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \kappa_n h}{\kappa_n h + \sin \kappa_n h \cos \kappa_n h} \quad (13)$$

$$-\kappa_n \tan \kappa_n h = \omega^2 / g \quad (14)$$

で与えられる。ここに、 ω :角周波数、 η_D :目標とする水位変動、 η_0 :造波板前面の水位変動、 x :造波板の座標、 κ :波数、 h :静水深である。なお、造波板前面の水位変動に関しては、沖側境界の移動壁前面の幅 $3d_0$ の領域の水位を空間平均して算出する。式(11)に従って造波板を制御することにより、沖側に向かう進行波を消波しつつ、岸側に向かう所与の進行波を造波することができる。

4. 近傍粒子検索の効率化

粒子法では、固定計算格子を用いずに支配方程式の緒項をモデル化するので、計算対象粒子の近傍に位置する粒子を常に把握する必要がある。具体的には、近傍粒子番号を記述したリストを個々の粒子ごとに準備

表-2 CPU時間(検索格子なし)

d_0 (m)	N	t_{total} (s)	t_{list} (s)	t_{mat} (s)	t_{dec} (s)	t_{iter} (s)
0.02	434	19.96	17.50	0.09	0.07	0.21
0.01	904	83.65	77.03	0.41	0.14	1.23
0.005	2144	468.59	444.38	1.12	0.71	9.21
0.004	2914	925.33	889.56	1.68	0.89	15.72
0.002	8264	8086.85	7929.16	6.64	3.19	93.77

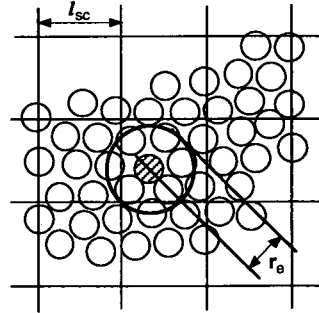


図-2 検索格子

し、粒子の座標の変更が生じるたびにこのリストを更新しつつ計算を続行する。表-2は、高さ0.2m、幅0.1mの水中の崩壊計算を例に、崩壊開始直後の100ステップの計算に要する時間の操作ごとの内訳を示したものである。粒子総数 N と粒子径 d_0 を変化させた5ケースについて示している。粒子数が最も少ない $N=434$ のケースでも全計算時間の約87%を近傍粒子検索時間 t_{list} が占めており、この(近傍粒子検索時間の負荷が大きいという)傾向は粒子数の増大に伴って一層顕著となる。この計算例は、水中崩壊の初期という粒子相対位置の変化が比較的小さい状態で計測されているので、行列のCholesky分解に要する時間 t_{mat} および圧力のPoisson方程式の収束計算時間 t_{iter} の割合が小さくなっているが、複雑な流況では t_{dec} 、 t_{iter} はともに増大する。しかし、その場合ですら、 t_{list} は t_{dec} 、 t_{iter} の数倍以上となり、総計算時間に与える影響は依然として大きい。したがって、近傍粒子検索時間 t_{list} を如何に短縮するかが、総計算時間抑制において最も重要となる。なお、表中の t_{mat} 、 t_{other} は、行列配置に要する時間およびその他の計算時間である。

ここでは、図-2に示すような粒子検索補助格子(格子間隔 l_{sc} の正方格子;以下では検索格子と略記)を計算領域を覆うように配置し、近傍粒子検索を効率化する方法を適用する。まず、この検索格子によって粒子検索における演算回数がどの程度変化するかについて検討する。演算は、i)近傍粒子候補リスト(検索格子と個々の粒子を対応付けて、粒子の粗い位置情報を記録したリスト)の作成と、ii)近傍粒子候補リストを活用した局所的な(領域限定的な)近傍粒子検索の

表-3 CPU時間 (検索格子あり)

$d_0(m)$	N	$t_{total}(s)$	$t_{list}(s)$	$t_{mat}(s)$	$t_{dec}(s)$	$t_{iter}(s)$
0.02	434	5.30	2.23	0.09	0.07	0.21
0.01	904	11.19	3.50	0.41	0.14	1.23
0.005	2144	33.65	10.13	1.12	0.71	9.21
0.004	2914	51.53	15.01	1.68	0.89	15.72
0.002	8264	211.24	52.33	6.64	3.19	93.77

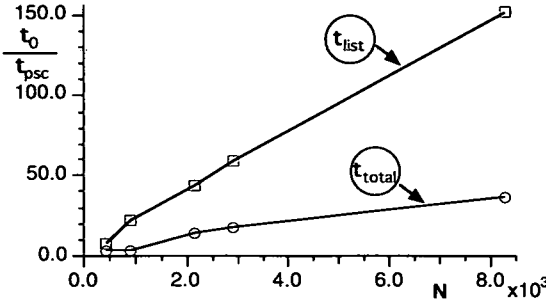


図-3 検索格子の効果

2段階から成る。

近傍粒子候補リスト作成に要する演算回数 N_{can} は、

$$N_{can} = aN + \frac{A_0}{l_{sc}^2} \quad (15)$$

で与えられる。ここに、 A_0 : 計算領域の総面積 (時間発展過程で粒子が通過する軌跡を完全に覆うように設定)、 a : 1粒子に対する演算数である。式(15)の第1項は、全粒子の座標を検索格子のセル番号と関係付ける操作に要する演算回数、第2項は検索格子の初期化に要する演算回数を示している。

個々の粒子に対する近傍粒子検索は、計算対象粒子が所属するセルとそのセルを取り囲む8個のセルに限定して実施する。この検索に要する演算回数は、

$$N_{nei} = bM_c N ; \quad M_c = \frac{9l_{sc}^2}{\pi r_e^2} M \quad (16)$$

と書ける。ここに、 M : 相互作用円 (半径 r_e) 内の近傍粒子数、 M_c : 近傍粒子検索の対象領域内の粒子数、 b : 1粒子に対する演算数である。

したがって、近傍検索に要する総演算回数は、

$$N_{list} = N_{can} + N_{nei} = (a + bM_c)N + \frac{A_0}{l_{sc}^2} \quad (17)$$

となり、大略的には、 MN のスケールとなる。一方、検索格子を用いたスクリーニングを実施しない場合の近傍検索回数は

$$N_{list0} \propto N^2 \quad (18)$$

となり、 $M < N$ ならばスクリーニングが演算数の低減に効果を発揮することとなる。

局所的近傍検索の対象領域の大きさは、近傍粒子候

補リストの更新頻度に依存して変化する。ここでは、MPS法で粒子の座標が更新されるごとに近傍粒子候補リストも更新することとしたので、検索範囲を計算対象粒子が所属するセルとそのセルを取り囲む8個のセルに限定しても、近傍粒子を見逃す危険はない。さらに、MPS法ではCourantの安定条件で計算時間間隔 Δt が制限され、

$$\frac{u_{max} \Delta t}{d_0} \leq 0.1 \quad (19)$$

の条件が満足されている。したがって、 Δt 時間内に個々の粒子が粒子径以上移動することは、原則としてあり得ない。

近傍粒子検索の効率化は、Koshizukaら^{2,3)}によっても行われている。Koshizukaらは、個々の粒子の周囲に予備検索領域 (重み関数の有効範囲である円領域より大きい円形の領域) を設定して、Courantの安定条件を拘束条件として近傍粒子候補リストの更新頻度を最適化し、 M^2 に比例する近傍検索回数の減法を提案している。本稿で提案した方法では、近傍検索回数が N に比例するので、Koshizukaらの方法より更に効率的である。ただし、本稿の方法では、予備検索格子を導入しており、予備検索の面では格子依存している。

検索格子を適用して表-2に示した5ケースを計算した結果を表-3にまとめる。また、近傍粒子検索時間 t_{list} と総計算時間 t_{total} について検索格子を適用した場合と適用しない場合の時間の比を図-3に示す。粒子数が最も少ない $N=434$ のケースですら t_{list} が1/8程度に短縮されており、検索格子の導入効果は粒子数の増加とともにさらに顕在化する。これは、単に演算数が減少するだけでなく、粒子間距離算定のための浮動小数点演算が、粒子の所属するセル番号を求める整数演算で代用されるといった演算の質の変化にも関連していると思われる。何れにしても、検索格子の導入は演算の効率化に極めて効果的である。

5. 越波を伴わない直立壁遡上過程

はじめに、本シミュレーションの精度を確認するため、孤立波の鉛直壁への遡上を対象に、MAC法、SPHといった自由表面流解析の方法と本シミュレーションの数値解析結果を比較する。計算領域を図-4に示す。沖側の移動壁によって造波されたクノイド波型の孤立波が一様水深部を伝播して、岸側の鉛直壁を遡上する過程を、発生波の波高 H_0 を変化させつつ、系統的に計算した。

図-5に、計算結果の瞬間像の例 ($H_0=19.7$ cm, 周期 $T=2.0$ s) を、図-6に、MPS法によって計算された沖波

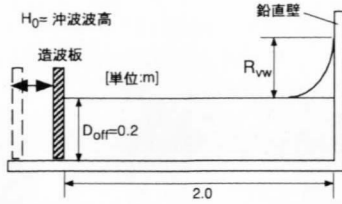


図-4 計算領域 (孤立波・鉛直壁遡上)

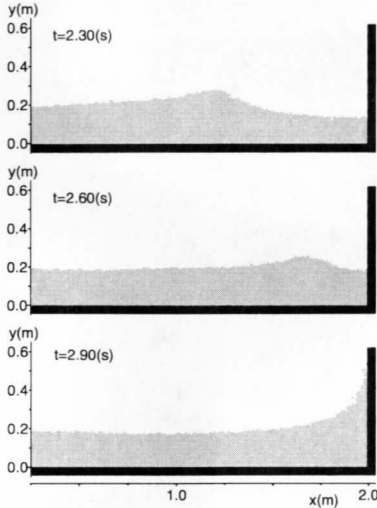


図-5 孤立波の鉛直壁遡上過程

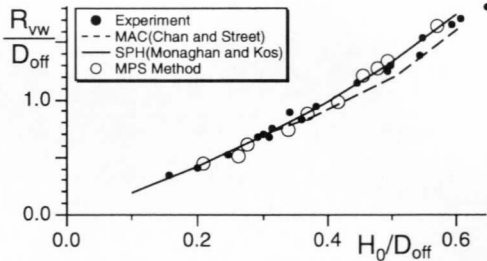


図-6 沖波波高と遡上高

波高 H_0 と遡上高 R_{vw} の関係を示す。ところで、Chan and Street³⁰⁾ は、同種の水平水槽における孤立波の鉛直壁遡上の問題をMAC法により計算し、実験結果と比較している。図-6には、Chan and Street³⁰⁾ の水理実験およびMAC法の計算結果、およびMonaghan and Kos²⁵⁾ によるSPHの計算結果を併示した。MPS法の計算に用いた粒子は、粒径 $d=1.0$ cm、粒子総数約5,600個(水粒子4,000個；壁粒子1,600個)である。モデル定数(相互作用を規定する影響域の半径と水面判定のための定数)については、本稿で取り扱う全ての計算条件で共通して、Koshizuka and Oka²⁸⁾ による標準的推奨値：

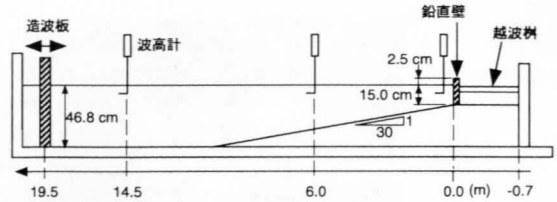


図-7 造波水槽 (水理実験)

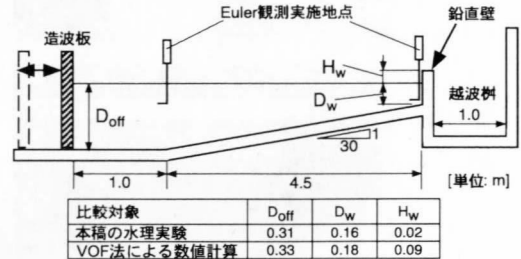


図-8 数値造波水槽

$r_e=2.1$ for gradient, $r_e=3.1$ for Laplacian, $\beta=0.97$ を用いた。

図-6 から、MPS法による計算結果が、SPHと同程度の精度で水理実験結果と一致していることが分かる。

6. 直立壁前面の砕波・越波過程

(1) 水理実験の概要

実験は、反射波吸収式造波装置を有する2次元造波水槽(全長50.0m、幅1.0m、高さ1.2m；図-7参照)を用いて行った。一様勾配1/30の斜面上で、造波板から19.5 mの地点に直立壁(初期水面からの天端高さ2.5cm)を設置し、直立壁の背後には越波量計測用の集水柵を置いた。波高計は合計12本設置し、最も沖側の波高計(直立壁から沖側へ14.5mの地点)で測定される波高を沖波波高 H_0 とした。実験に際しては、一様水深 $h_0=46.8$ cm、直立壁前面部の水深 $h=15.0$ cmとなるように初期水面の高さを設定し、周期 $T=1.0, 1.2, 1.4, 1.6$ sの4種について沖波波高 $H_0=7.0, 12.0, 15.0$ cmの正弦波形の規則波を発生させた。

計測項目は直立壁前面の水面形の時間変化および平均越波流量である。直立壁前面の水面形は、水槽側方からサンプリング間隔1/30 sでCCDビデオカメラにより撮影し、静止画をビデオキャプチャーシステムを通じてパーソナルコンピュータに取り込んで処理した。また、越波流量に関しては、各ケースで5波の平均を数回繰り返して測定した。

(2) 計算領域の設定

計算は、図-8に示す数値造波水槽で行った。計算負

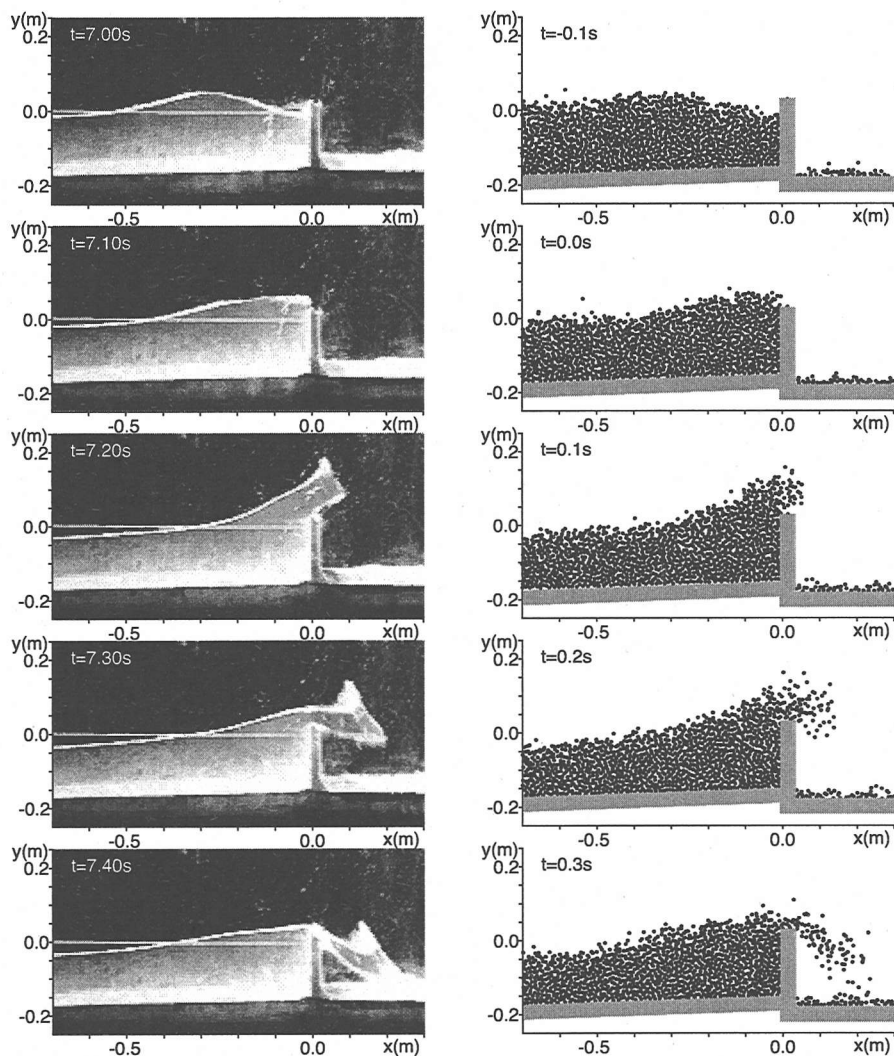


図-9 越波過程（非碎波）の瞬間像

荷上の制約から、水理実験と同一の計算領域を確保できないので、1/30勾配斜面を4.5mで打ち切り、平坦床に接続した。なお、水理実験との比較に対しては、直立壁前面の波高（水位変動時系列のピーク）が実験結果と一致するように発生波を制御した。この制御の下では、直立壁から4.5m沖側の地点の水位変動時系列が、計算と水理実験で、ほぼ良好に一致することを確認している。また、既往の実験結果および計算結果との比較では、換算沖波波高を用いた。

沖側の移動壁は、式(11)の反射波吸収型の造波波形にしたがって移動させ、水理実験に対応した周期・波高の正弦波を発生させた。反射波吸収形の造波については、別途実施した水平床における計算の波高の時間変化から適正な動作を確認している。図-8の計算領域

は、本稿における水理実験との比較計算およびVOFコード（CADMAS-SURF³¹⁾）との比較計算の双方に用いたので、2つのケースでの水深、天端高を図中の表に示した。

(3) シミュレーション結果

非碎波で越波する場合（周期 $T=1.6$ s 沖波波高 $H_0=7.5$ cm）について、越波過程の計算結果と水理実験との比較を図-9に示す。計算に用いた粒子は、粒径 $d=1.0$ cm、粒子総数約19,100個（水粒子11,400個；壁粒子7,700個）である。主波峰の直立壁への到達の直前から衝突・越波に至る一連の過程が良好に再現されており、越波水脈の挙動も含めて計算の高い再現性が確認されたと言える。

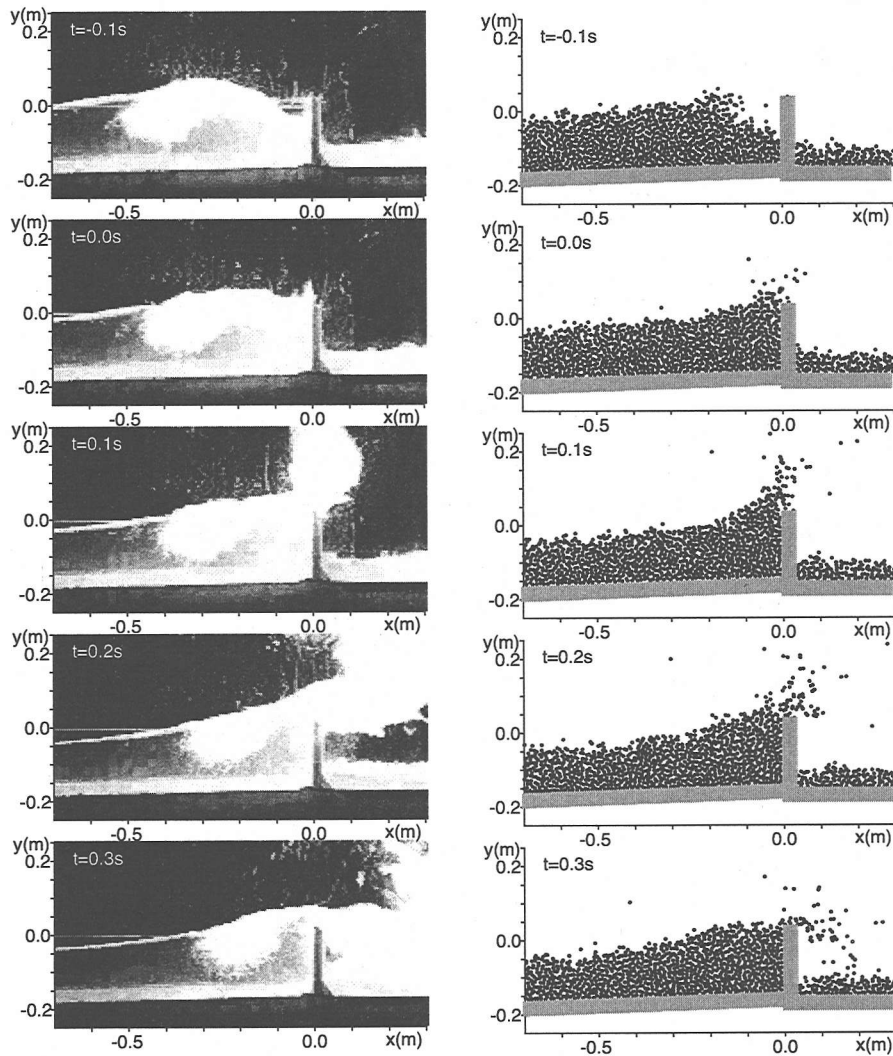


図-10 越波過程（砕波）の瞬間像

同様の粒子数設定で、砕波後に越波する場合（周期 $T=1.6\text{ s}$ 沖波波高 $H_0=11.6\text{ cm}$ ）について、越波過程の計算結果と水理実験との比較を示したのが図-10である。ところで、越波は連続する入射波に対して遷移的な現象である。すなわち、越波を繰り返すと平均水深は徐々に低下するので、瞬間時の水面形は厳密には越波ごとに異なるはずである。一方、計算では、計算負荷の制約から、実験より領域を狭く採っているため、造波開始後の同一時間を実験と比較しても、同一状態の比較にはならない。図-11は、実験と計算で直立壁への第1波の到達の瞬間を一致させるようにプロットした直立壁前面の水位変動時系列を示している。第2波以降の両者の一致は、ほぼ良好であることから、周期的な変動が安定した時点の実験と計算の瞬間像の比較（図-

10）を、第4波を対象に実施した。なお、図中の横軸副目盛りは、図-10の瞬間像のサンプリング時間を示している。

水理実験では、 $t=0.1\text{ s}$ に砕波した主波峰の前面が白色を呈し、さらに続く時刻においても、主波峰の鉛直壁との衝突により発生する飛沫が拡散し、鉛直壁上部から前面にかけて白色の領域が大きく広がっている。MPS法では、粒子スケール以下の現象は解像できないので、水塊分裂が連鎖して微細な霧状の飛沫となる過程は再現できないが、飛沫の拡散範囲の中心付近の領域に水粒子が分散して運動している様子が現れている。時刻 $t=0.3\text{ s}$ には、飛沫は落下し、白色を呈する領域も撮影範囲の下方にシフトするが、MPS法の計算結果の水粒子分布にも同様の傾向が確認できる。以上のような

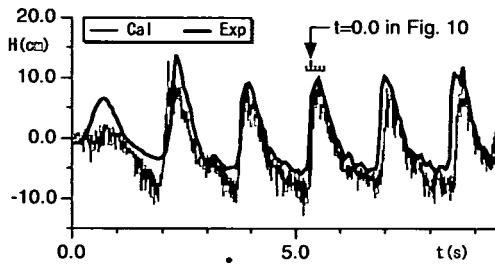


図-11 直立堤前面の水位変動時系列

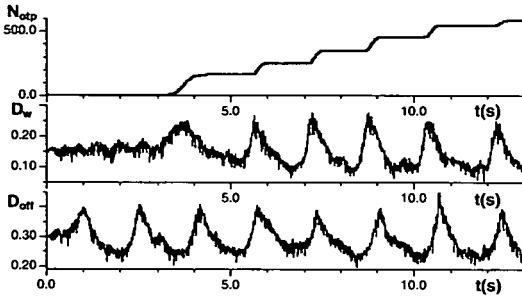


図-12 水位変動と越波粒子数の時系列

に、計算負荷上の制約から、飛沫の挙動を完全に再現するには至らないが、砕波・非砕波の両条件において、MPS法の数値解は、水理実験の特性をほぼ良好に再現しており、越波過程に対しても十分に適用可能な数値モデルであると判断できる。

(4) 越波流量推定

越波流量は、図-8に示した数値造波水槽で、規則波を発生させ、水位変動時系列が安定した周期的な変動を示す条件下で、5波に亘る越波粒子数の累積値を平均化し、粒子1個あたりの体積を乗じて算定した。斜面開始点(直立壁から4.5m沖側)の水位 D_{off} および直立壁前面の水位 D_w の変動と越波粒子数 N_{opt} の運転開始時からの時系列の一例を、図-12に示す。斜面開始点、直立壁前面ともに概ね安定した周期的な水位変動を呈しており、造波壁の無反射制御が有効に機能していることが分かる(なお、粒子法では、個々の粒子の座標が粒子間相互反発によって自律的に決まるので、個々の粒子の位置の揺らぎは不可避である。その結果、圧力および流速に変動成分が加わり、見掛け上の高周波成分が時系列に出現する。したがって、高周波成分を除外して得られる変動が、粒子スケール平均の時系列に対応する)。越波粒子数についても、周期的に階段状の増加特性を示しており、水位変動時系列が安定した状態では、1周期間における越波粒子数も概ね安定し

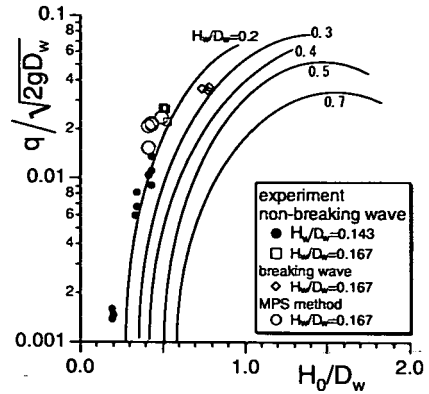


図-13 越波流量(水理実験との比較)

た一定値を示している。

図-13は、本研究で行った水理実験結果とMPS法による越波流量の計算結果を合田³²⁾による越波流量図上にプロットしたものである。MPS法の計算結果は水理実験結果と良好な一致を示している。また、水理実験は、 $H_w/D_w=0.143$ の条件で実施されていることを考慮すれば、MPS法の計算、水理実験(非砕波のケース)の両者とも、 $H_w/D_w=0.2$ の曲線より僅かに大きい値を示しており、合田の越波流量曲線と矛盾のない結果となっている。

他の自由表面流解析手法との越波流量推定における比較を行うために、近年急速に適用例が増加しつつあるVOF法を対象とした検討を行った。VOF法による数値波動水路CADMAS-SURF³¹⁾は、マニュアルと実行形式のコードが公開されていることもあり、海岸工学の関連分野で多くのユーザーを獲得しつつある。CADMAS-SURFによる越波流量の算定が佐貫ら³³⁾によって行われているが、彼らと同様の天端高 $R_w=9.0$ cmの条件での越波流量についてのMPS法による計算結果を図-14に示す。図中には、佐貫らによるVOF法(CADMAS-SURF)の計算結果(天端高 $R_w=9.0, 10.0$ cmの2種)および合田³²⁾による越波流量の実験値(天端高 $R_w=9.4$ cm)を併示した。なお、図中の H_0' は、換算沖波波高である。実験値は天端高 $R_w=9.4$ cmに対するものであり、計算は天端高 $R_w=9.0$ cmで実施していることを考慮すると、越波流量は若干でも実験値を上回るはずであるが、MPS法による計算結果は実験値と概ね一致するものとなっている。すなわち、MPS法は実験より僅かに少ない越波流量の予測を与える傾向があると判断される。VOF法は、沖波波高の小さい領域では、MPS法よりさらに小さい越波量を与える結果となっているが、沖波波高が増大すると両者の差は縮小する傾向にある。沖波波高が小さい条件では越波の規模も小さいから、飛沫の発生など小規模な水塊の分裂を如

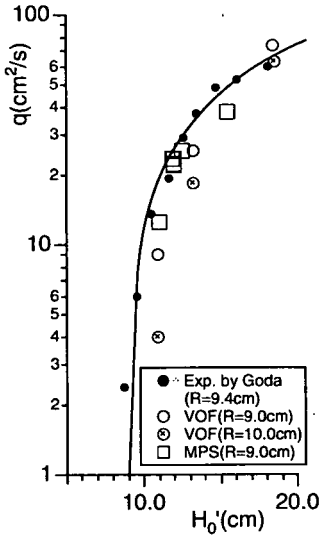


図-14 越波流量 (VOF法との比較)

何に精度良く追跡できるかが越波流量の評価に影響を与え易いと考えられる。顕著な砕波を伴わない条件下では、沖波波高の増大に応じて越波流量も増大し、鉛直壁到達時の波高の予測に大きな齟齬が無ければ越波流量の予測もほぼ良好に行えるようになるものと判断され、その分VOF法の予測成績が改善されると考えられる。

7. 結 語

本稿では、簡潔なアルゴリズムで数値拡散を効率的に抑制できる粒子法の利点に注目し、砕波・越波過程の水面形の時系列および越波流量の再現性に関して、水理実験結果および既往の自由表面流解析手法による計算結果との比較を通じて、直立護岸前面における砕波・越波過程へのMPS法の適用性を検証した。

非砕波の条件での直立壁の越波過程については、水理実験のビデオ解析から得られた水面形状の特性と良好に一致する計算結果が得られ、越波水脈の跳躍的な挙動を含めて、MPS法の高い再現性が確認された。一方、砕波直後の直立壁越波においては、砕波に伴う飛沫の挙動の再現性に一定の限界が認められた。すなわち、MPS法では、粒子スケール以下の流体の挙動を解像できないので、水塊が分裂を繰り返して霧状に拡散する様子は再現できない。しかし、飛沫の落下のタイミングなど分布域の大略的な動きの再現は可能であることが示された。さらに、定量的な面から、越波流量についての水理実験の再現性とVOF法による計算結果との関係について検討したが、水理

実験とはほぼ良好な一致を示した。また、VOF法による計算結果と比較すると、越波量の少ない条件下ではVOF法よりも良好な予測を与え、越波量の増大とともにVOF法の計算結果と一致するという傾向が確認できた。

ところで、本稿では水面形と越波流量という越波過程の比較的マクロな特性についての再現性を主眼に据えたため、粒子スケール以下の乱流特性の影響は大きくないと判断して、Sub-particle scale(=SPS)乱流モデル³⁴⁾は導入しなかった。砕波を対象にした解析でも、例えば、砕波帯内部の浮遊砂を対象にした場合なら、乱流特性がより重要となり、解析対象領域が広くなり、粒子径を大きく設定せざるを得ないような場合には、SPS乱流モデルの導入が必要となる。さらに、乱れの発生機構により忠実であるには、3次元性も考慮に入れる必要があるが、3次元計算の実行は2オーダーの粒子数の増加を必要とするので、現時点では、高性能の並列計算機等の特別な計算環境下以外では実行は困難である。

謝辞：計算データの整理に際しては、京都大学大学院工学研究科土木工学専攻・安藤 伶君、織田晃治君の協力を得たことを記して、謝意を表する。

参考文献

- 1) Harlow, F. H. and Welch, J. E.: Numerical Calculation of Time-dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface, *Phys. Fluids*, Vol. 8, pp.2182-2189, 1965.
- 2) Sakai, T., Mizutani, T., Tanaka, H. and Tada, Y.: Vortex formation in plunging breaker, *Proc. 20th ICCE*, pp. 711-723, 1986.
- 3) 滝川 清, 山田文彦, 有元光久, 田淵幹修: 斜面上の砕波変形過程の内部特性とその数値解析, *海岸工学論文集*, 第38巻, pp.61-65, 1991.
- 4) Hirt, C. W. and Nichols, B. D.: Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries, *J. Comput. Phys.*, Vol. 39, pp. 201-225, 1981.
- 5) van der Meer, J. W., Petit, H. A. H., van den Bosch, P., Klopman, G. and Broekens, R. D.: Numerical simulation of wave motion on and in coastal structures, *Proc. 23th ICCE*, pp. 1772-1784, 1992.
- 6) Yabe, T. and Aoki, T.: A Universal Solver for Hyperbolic Equations by Cubic-Polynomial Interpolation, I. One-Dimensional Solver, *Comput. Phys. Commun.*, Vol. 66, pp. 219-232, 1991.
- 7) 渡部靖憲, 佐伯 浩: 砕波帯内の流速場のダイレクトシミュレーション, *海岸工学論文集*, 第43巻, pp.71-75, 1996.
- 8) 睦田秀実, 河合ひろみ, 安田孝志: C-CUP法による気液界面の直接数値計算, *海岸工学論文集*, 第45巻, pp55-59, 1998.
- 9) van Gent, M. R. A., Tonjes, P., Petit, H. A. H. and van den Bosch, P.: Wave action on and in permeable structures, *Proc. 24th ICCE*, pp. 1739-1753, 1994.
- 10) Wu, N. T., Oumeraci, H. and Partenscky, H.-W.: Numerical

- modelling of breaking wave impacts on a vertical wall, *Proc. 24th ICCE*, pp. 1672-1686, 1994.
- 11) 岩田好一朗, 川崎浩司, 金 度三: 水中構造物による砕波の数値計算, 海岸工学論文集, 第42巻, pp. 781-785, 1995.
 - 12) 梶山 勉, 今井澄雄: 消波護岸の越波に関する数値シミュレーション, 海岸工学論文集, 第43巻, pp. 696-670, 1996.
 - 13) Koshizuka, S., Tamako, H. and Oka, Y.: A particle method for incompressible viscous flow with fluid fragmentation, *Computational Fluid Dynamics J.*, Vol. 4, No. 1, pp.29-46, 1995.
 - 14) Hirt, C. W., Cook, J. L. and Butler, T. D.: Lagrangian Method for Calculating the Dynamics of an Incompressible Fluid with Free Surface, *J. Comput. Phys.*, Vol. 5, pp.103-124, 1970.
 - 15) Hirt, C. W., Amsden, A. A. and Cook, J. L.: An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Computing Method for All Flow Speeds, *J. Comput. Phys.*, Vol. 14, pp.227-253, 1974.
 - 16) Yabe, T. and Wang, P.: Unified Numerical Procedure for Compressible and Incompressible Fluid, *J. Phys. Soc. Jpn.*, Vol. 60, No. 7, pp. 2105-2108, 1991.
 - 17) 二瓶泰雄, 澁岡和夫: GALモデルに基づく移動境界流れ解析法の構築とその応用, 土木学会論文集, No. 642/II-50, pp. 19-30, 2000.
 - 18) 澁岡和夫, 二瓶泰雄, 八木 宏: 新しい固相モデルに基づく固体-流体混相乱流LESモデルの開発, 土木学会論文集, No. 533/II-34, pp.61-73, 1996.
 - 19) 越塚誠一: 数値流体力学, インテリジェントエンジニアリングシリーズ, 培風館, p223, 1997.
 - 20) Batina, J. T.: A Gridless Euler/Navier-Stokes Solution Algorithm for Complex-Aircraft Applications, *AIAA Paper-93-0333*, 1993.
 - 21) Gingold, R. A. and Monaghan, J. J.: Kernel Estimates as a Basis for General Particle Methods in Hydrodynamics, *J. Comput. Phys.*, Vol. 46, pp. 429-453, 1982.
 - 22) Yoon, H. Y., Koshizuka, S. and Oka, Y.: A Particle-Glidress Hybrid Method of Incompressible Flows, *Int. J. Numer. Methods in Fluids*, Vol. 30, pp. 407-424, 1999.
 - 23) Koshizuka, S., Nobe, A. and Oka, Y.: Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi-implicit method, *Int. J. Numer. Mech. Fluids*, Vol. 26, pp. 751-769, 1998.
 - 24) 後藤仁志, 酒井哲郎, 沖 和哉, 芝原知樹: 粒子法による巻き波型砕波を伴う斜面翹上過程の数値シミュレーション, 海岸工学論文集, 第45巻, pp.181-185, 1998.
 - 25) Monaghan, J. J. and Kos, A.: Solitary waves on a cretan beach, *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng.*, ASCE, Vol. 125, pp.145-154, 1999.
 - 26) 後藤仁志, 酒井哲郎, 目見田 哲, 沖 和哉, 林 稔: 粒子法による直立護岸前面の砕波・越波過程の数値解析, 海岸工学論文集, 第46巻, pp.46-50, 1999.
 - 27) Gotoh, H. and Sakai, T.: Lagrangian Simulation of Breaking Waves using Particle Method, *Coastal Eng. Jour.*, Vol. 41, Nos. 3 & 4, pp.303-326, 1999.
 - 28) Koshizuka, S. and Oka, Y.: Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid, *Nuclear Science and Engineering*, Vol. 123, pp.421-434, 1996.
 - 29) 川口 隆: 波面検出及び速度制御を用いた無反射造波方式, 三井造船技報, 第128号, pp.20-24, 1986.
 - 30) Chan, R. K.-C. and Street, R. L.: A computer study of finite amplitude water waves, *J. Comput. Phys.*, Vol. 6, pp. 68-94, 1970.
 - 31) 磯部雅彦, 高橋重雄, 余 錫平, 梶山 勉, 藤間功司, 蔣 勤, 秋山 実, 大山洋志: 数値波動水路耐波設計への適用に関する研究-VOF法基本プログラムの作成-, 海洋開発論文集, 第15巻, pp.321-326, 1999.
 - 32) 合田良実: 防波護岸の越波流量に関する研究, 港湾技術研究所報告, 第9巻, 第4号, pp. 3-41, 1970.
 - 33) 佐貫 宏, 藤田 龍, 関本恒浩, 清水琢三: 数値モデルによる越波量の評価に関する研究, 海岸工学論文集, 第48巻, pp.736-740, 2001.
 - 34) Gotoh, H., Shibahara, T. and Sakai, T.: Sub-Particle-Scale Turbulence Model for the MPS Method -Lagrangian Flow Model for Hydraulic Engineering -, *Computational Fluid Dynamics Jour.*, Vol.9 No.4, pp.339-347, 2001.

(2002.4.3 受付)

NUMERICAL SIMULATION OF WAVE OVERTOPPING ON A VERTICAL SEAWALL BY USING MPS METHOD

Hitoshi GOTOH, Minoru HAYASHI, Tetsu-MEMITA and Tetsuo SAKAI

An accuracy of the resolution of water surface profile is an essential factor of the analysis of wave breaking and overtopping. The gridless Lagrangian method, which is generally called the particle method, is highly performing tool to describe complicated behavior of the water surface with fragmentation and coalescence of water. In this paper, a wave overtopping process on a vertical seawall is numerically simulated by the MPS, or Moving Particle Semi-implicit, method, which is categorized as the particle method. An improvement of the listing process of neighboring particle is introduced to accelerate the computational procedure of MPS method. Snapshots of the wave overtopping process in the experiments are well reproduced by the MPS method. The predictions of the MPS method of the overtopping quantity agree well with the experimental results.