

急曲線を低速で通過する車両の 走行シミュレーション

松浦章夫

正会員 工博 芝浦工業大学教授 工学部土木工学科 (〒108-8548 東京都港区芝浦三丁目 9-14)

E-mail: matuura@sic.shibaura-it.ac.jp

急曲線部を走行する鉄道車両においては、車輪に大きな横圧が作用し、出口側の緩和曲線部では軌道の平面のねじれも加わり、外軌側の車輪のフランジはレールに乗り上がり易くなる。本研究では、このような場合を想定し、急曲線を低速で通過する車両の走行安全性を検討することを目的とした数値解析シミュレーション法の開発を行い、主要なパラメータが車輪のレールへの乗り上がりに対してどのような影響を与えるかを二三の解析例で示した。その結果、曲線に沿った車両の回転運動による左右レールの相対移動速度差を解析上無視することはできないこと、低速走行時に静止輪重のアンバランスが大きな値に保持され、さらに車輪・レール間の摩擦係数がある大きな値に達する場合は、車輪がレールに完全に乗り上がり、脱輪に至ること等が明らかになった。

Key Words: curved track with small radius, railway vehicle, running safety, friction factor and numerical simulation

1. 概要

鉄道車両の動的挙動を検討する上で、時刻歴数値シミュレーションは有力な研究方法のひとつである。この種の研究は車両運動学などの専門分野を中心に、これまでもさかに行われており、それぞれの目的に応じた数値シミュレーション手法が開発されている¹⁾。これらの中には曲線通過時を対象とした研究もいくつかあるが、車両の蛇行動や走行安定性など左右系の運動の解明²⁾、あるいは輪重抜け現象の解明³⁾を主としたものが多い。

また、低速域における車輪のレールへの乗り上がり現象に関する実験的研究も行われているが⁴⁾、乗り上がり現象を直接的に再現するシミュレーションに関する研究はあまり見当たらない。

急曲線を低速で走行する鉄道車両においては、車輪に大きな横圧が作用し、曲線出口側の緩和曲線部では軌道の平面のねじれが加わり、外軌側の車輪のフランジはレールに乗り上がり易くなる。特に、外軌側の車輪の静止輪重が、左右車輪の静止輪重の平均値よりも極端に小さくなり、さらに車輪・レール間の摩擦係数が大きくなるような場合においては、車輪フランジは完全な乗り上がり状態となり、脱輪に至ることも考えられる⁵⁾。

このような課題に対する研究では、車両の運動とともに軌道の線形やその構造、さらに両者の相互作用を考慮した解析が必要となってくる。本研究では、急曲線を低速で通過する車両の走行安全性を検討することを目的と

した数値解析シミュレーション法の開発を行った。そして、車輪フランジの乗り上がり現象が、車両や軌道の主要なパラメータに対してどのような影響を受けるかを二三の解析例で示し、あわせて今後の課題について言及した。

2. 車両及びレールのモデル化

(1) 車両のモデル化

解析の対象とする車両は、図-1 に示すように一般的な2軸ボギー車である。以下、本図に従って運動方程式を導く際に必要となる諸量の説明を行う。車両は、車体、台車枠及び車輪軸からなる。車両の運動を示す座標は、車両の長手進行方向を x 軸に定めた右手系3次元直角座標を、左右 y 、上下 z 、ピッチング θ 、ローリング ϕ 、ヨーイング ψ と定める。車体に関しては、 $y_b, z_b, \theta_b, \phi_b, \psi_b$ 、台車枠に関しては、第1, 第2台車枠ごとに、 $y_{i,k}, z_{i,k}, \theta_{i,k}, \phi_{i,k}, \psi_{i,k}$ 、車輪軸に関しては、第1-4車輪軸ごとに、 $y_{w,j}, z_{w,j}, \phi_{w,j}, \psi_{w,j}$ とする。ここに、 $k=1, 2$ 、 $j=1, 2, 3, 4$ である。車両全体としては合計31自由度のモデルとなる。これらの座標の原点は、水平面上の直線軌道に静止している車両の各質量の重心点とする。また、車体重心直下の軌道面上の点を車両全体の基準点とする。この基準点は、後に定める車両座標の原点となる。

車輪軸と台車枠とは、上下・前後・左右軸ばねで、ま

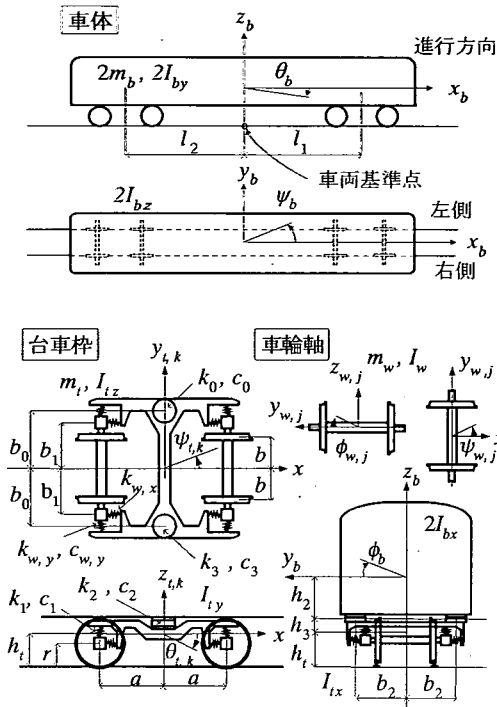


図-1 車両モデル

た車両と台車枠とは、左右動ダンパー、空気ばねで結ばれている。これらのばね等はそれぞれに減衰を有し、一定の特性を有するストッパーを備えている。なお、空気ばねは、上下、左右、前後の各方向にばね作用を及ぼすものであるが、ここでは便宜上、それぞれを上下空気ばね、左右空気ばね及び前後空気ばねと呼ぶこととする。

車両各部の取り付け位置を示す記号に関しては、台車中心位置を l_1, l_2 、前後の車輪軸間を $2a$ 、左右の車輪間を $2b$ 、左右の軸ばね間を $2b_1$ 、上下・左右空気ばね間を $2b_2$ 、前後空気ばね間を $2b_0$ とする。また、台車枠の重心高さを h_1 、車体重心と空気ばね、空気ばねと台車枠重心の距離を、それぞれ h_2, h_3 で示し、車輪半径を r で示す。

車体、台車枠及び車輪軸の質量に記号 m_b, m_r, m_w 、同様に回転慣性に記号 $I_{bx}, I_{by}, I_{bz}, I_{rx}, I_{ry}, I_{rz}, I_w$ 等を用いる。

軸ばね定数及び同減衰係数を、それぞれ上下 k_1, c_1 、前後 k_{wx}, c_{wx} 、左右 k_{wy}, c_{wy} として、空気ばね定数、同減衰係数は、それぞれ前後 k_0, c_0 、上下 k_2, c_2 、左右 k_3, c_3 等で示す。その他、それぞれの軸ばね及び空気ばねのストッパーには所定のストローク、ばね定数、同減衰係数が与えられる。また、左右動ダンパーの効果は左

右空気ばね及び前後空気ばね定数に変換して用いる。

車輪番号 i は、右(奇数)左(偶数)と交互に先頭から順に付していく。車輪軸番号 j 及び台車枠番号 k は、それぞれ先頭から順に付していく。なお、記号 j は空気ばねの番号も兼ねるが、この場合も左右交互に先頭から順に付していく。ここに、 $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ である。

以下の数式において、右辺で使われる j, k は、左辺で与えられた i を含む車輪軸または空気ばねの番号を示すこととして、同様に右辺で使われる k は、左辺で与えられた j を含む台車枠の番号を示すこととする。

(2) 車輪の静止輪重

車両の構造や空気ばねの調整状態によっては、各車輪の静止輪重の間にばらつきが見られることがある⁵⁾。これは1車輪軸における左右車輪の平均静止輪重 $\bar{P}_{s,j}$ に対する静止輪重の増減割合で示すことができる。本研究ではこれを「静止輪重のアンバランス」と呼ぶこととし、記号 Λ でその値を示す。

ここで静止輪重とは、水平面上の直線軌道に車両が静止状態にあるときの静的輪重を示すもので、走行中には空気ばねなどのばね特性が変化しないものとして、その値は一定値を保つものとする。なお、走行中に車両運動や軌道狂いによって変動する動的輪重は、ここでは単に輪重と呼ぶこととする。

第1車輪の静止輪重が最小となる場合を例示すれば式(1)のとおりとなる。

$$P_{s,1} = \bar{P}_{s,1}(1 - \Lambda) \quad (1a)$$

$$P_{s,2} = \bar{P}_{s,1}(1 + \Lambda) \quad (1b)$$

台車枠に作用する力、すなわち、4個の軸ばね反力、2個の上下空気ばね反力及び台車枠の重量に関する力の釣り合い条件とモーメントの釣り合い条件を用いれば、与えられた静止輪重 $P_{s,i}$ から、各軸ばねの静止時の反力 $P_{1,s,i}$ 、及び各上下空気ばねの静止時の反力 $P_{2,s,j}$ が容易に導かれる。

(3) レールのモデル化

レールは、線路長手方向にまくらぎ間隔で弾性支持された連続ばりと考えられる。その変形は軌道面内及び軌道垂直面内の曲げ変形、レール軸まわりのねじれ変形である。これらの変形は、輪重、横圧などの外力と支持ばねの特性及びレールの弾性特性に応じて定められる^{6), 7)}。

ここでは、複雑さを避けるために、レールの力学モデルを以下のように簡略化する⁸⁾。すなわち、レールの分布質量は、車両とともに移動する車輪直下に与えた等価質量に集約し、レールの剛性と締結ばねの特性を総合して等価的な横ばね及び垂直ばねを導入することとする。

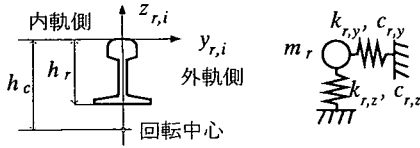


図-2 レールモデル

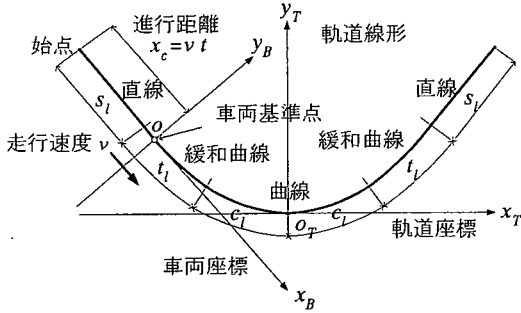


図-3 軌道モデル

レールの変形は、横変位を $y_{r,i}$ 、垂直変位を $z_{r,i}$ とするレール局所座標を用いて表す。レール局所座標では、横変位は軌道外方を、垂直変位は上方を正として、これらの座標原点を、モデル化したレール質量の無載荷時の重心位置に置く。横ばね定数は、レールの軌道面内の曲げ剛性、ねじり剛性及び締結ばねによる回転剛性によって定められる。なお、モデル化されたレールの番号 i は、それぞれの車輪番号に対応することになる。垂直ばねも、同様に軌道垂直面内の曲げ剛性、締結ばね及び支持部のばね特性が総合された値となる。

レールの高さは h_r であるが、レールの車輪接触点から回転中心までの距離 h_c などのモデル化されたレールの諸元と記号を 図-2 に示す。レールの等価質量、横ばね定数及び減衰定数、垂直ばね定数及び減衰定数はそれぞれ $m_r, k_{r,y}, c_{r,y}, k_{r,z}, c_{r,z}$ で示される。

3. 軌道のモデル化及び車輪とレールの接触力

(1) 軌道のモデル化

軌道の線形は、図-3 に示すように、直線、緩和曲線及び曲線からなる5区間を連続的に組み合わせて構成し、曲線区間の中央点を原点とする軌道座標 (x_B, y_B, z_B) の3次元直角座標を用いて定める。曲線半径を R 、曲線部の設定カントを c_m とする。車両は軌道の始点から軌道中心線に沿って一定速度 v で走行する。任意時刻 t にお

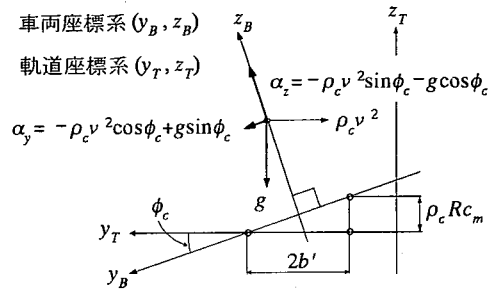


図-4 車両座標における加速度

ける車両基準点の位置は $x_c = vt$ である。この点を原点とする車両座標 (x_B, y_B, z_B) の3次元直角座標を、 x_B 軸が軌道中心の接線に一致し、 y_B 軸の方向がその点の設定カント勾配 $\phi_c \cong \rho_c R c_m / (2b')$ に一致するように定める。ここで、 $b' = b \cos \phi_c$ であるが、図-4 に示すように、車両座標は y_B 及び z_B 方向にそれぞれ式 (2a) 及び式 (2b) で示す加速度場が存在する座標系となる。

$$\alpha_y = -\rho_c v^2 \cos \phi_c + g \sin \phi_c \quad (2a)$$

$$\alpha_z = -\rho_c v^2 \sin \phi_c - g \cos \phi_c \quad (2b)$$

また、 z_B 及び y_B 軸回りには、それぞれ式 (3a) 及び式 (3b) に示す角加速度場が存在する。

$$\alpha_{yz} = -\rho_c' v^2 \cos \phi_c \quad (3a)$$

$$\alpha_{zy} = \rho_c' v^2 \sin \phi_c \quad (3b)$$

ここに、式(2)及び式(3)における ρ_c, ρ_c' は、それぞれ点 x_c における軌道の平面曲率及びその距離に対する変化率であり、 g は重力加速度である。なお、他の成分の加速度場は小さいので無視する。

このような座標系において、第 j 車輪軸の位置における軌道の x_B 軸から測った横方向へのずれ $d_{B,j}$ 及びその変化率 $d'_{B,j}$ を計算することができる。また、あらかじめ計測などにより得られたレールの通り狂い $\delta_{T,i}$ 及びその変化率 $\delta'_{T,i}$ を用いて、車両座標における車輪直下のレールの横偏差及びその距離に対する変化率が、それぞれ式(4a)及び式(4b)のように与えられる。

$$\eta_{B,i} = d_{B,j} + \delta_{T,i} \quad (4a)$$

$$\eta'_{B,i} = d'_{B,j} + \delta'_{T,i} \quad (4b)$$

なお、ここでレールの通り狂いは、軌道の通り狂い、軌間狂い及びスラックから得ることができる。

次に運動方程式を誘導する際に必要となる軌道に関する主要な変数をあげる。荷重が作用していないときの

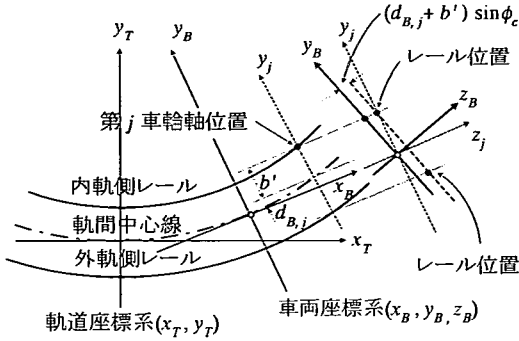


図-5 車両座標におけるレールの高さ

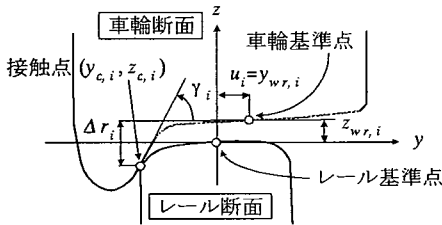


図-6 レール・車輪の断面内における接触状態

第 j 車輪軸の位置におけるレールの横方向物質速度をレールの局所座標で示せば、式(5)のようになる。

$$\dot{y}_{e,i} = \mp \lambda_j \rho_c v \quad (5)$$

ここに、 $(\dot{\quad})$ は時間に関する微分を、符号は上下の順に右レール及び左レールを示す(以下同様)。また、 λ_j は、車両重心点から第 j 車輪軸までの距離である。

軌道狂いを考慮した車両座標から見た無載荷時のレールの横偏差、横偏差速度及び横偏差変化率をレールの局所座標で表せば、それぞれ式(6a)、式(6b)及び式(6c)のようになる。

$$y_{g,i} = \mp \eta_{B,i} \quad (6a)$$

$$\dot{y}_{g,i} = \mp \eta_{B,i} v + \dot{y}_{e,i} \quad (6b)$$

$$\psi_{r,i} = \eta'_{B,i} \quad (6c)$$

車両座標におけるレール面の高さは、軌道の高低狂い、水準狂い及びカント等を考慮して求めることができる。カントは、緩和曲線内では曲率に比例するものとし、内軌レールは軌道座標における水平面を基準にして、外軌レールに高低差をつけて設定するものとする。車両座標はカントの角度だけ傾くように決められているから、

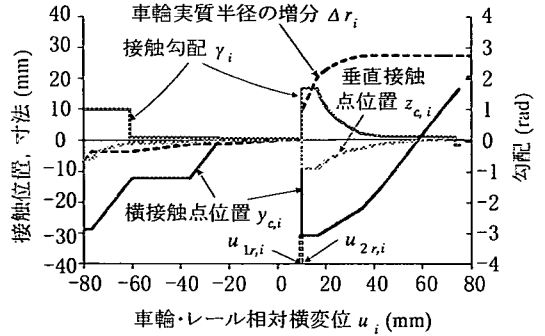


図-7 車輪・レール接触パラメータ(勾配60度の円錐踏面車輪と基本頭面形状の50キロレール)

図-5により車両座標から見た外・内軌レール面の無載荷時の高さはそれぞれ以下の式(7a)及び式(7b)のようにレールの局所座標で表される。

$$z_{g,i} = z_{g,i+1} + (\rho_j - \rho_c) R c_m, \quad i; \text{奇数} \quad (7a)$$

$$z_{g,i} = (d_{B,j} + b') \sin \phi_c, \quad i; \text{偶数} \quad (7b)$$

ここに、 ρ_j は第 j 車輪軸の位置における曲率である。

(2) 車輪・レールの接触パラメータ

車輪・レールの断面内における接触状態を図-6に示す。本図における $z_{w,r,i}$ は第 i 車輪のレールに対する上昇量を示す。以下において、これを簡単に「車輪上昇量」と呼ぶこととする。その他の垂直接触点位置 $z_{c,i}$ 、横接触点位置 $y_{c,i}$ 、接触勾配 γ_i 及び車輪実質半径の増分 Δr_i 等の接触パラメータは、図-7に示すように、車輪・レール相対横変位 u_i に対して計算することができる。なお、車輪・レール相対横変位は式(8)で計算される。

$$u_i = \mp y_{w,j} \mp r_i \phi_{w,j} - y_{r,i} \quad (8)$$

ここに、 $r_i = r + \Delta r_i$ である。また、単位法線力に対する接触楕円の前後、左右半径 $e_{a,i}$ 、 $e_{b,i}$ も同様にして、車輪・レール相対横変位に対して計算することができる⁹⁾。

なお、あらたに $u_{1r,i}$ 、 $u_{2r,i}$ を、それぞれ車輪・レール相対横変位の踏面接触上限、フランジ接触下限として、同図にその位置を付記した。

さらに、レールの垂直変位及び輪重は、それぞれ式(9a)及び式(9b)で表すことができる。

$$z_{r,i} = z_{w,i} \mp b \phi_{w,j} - \Delta r_i - z_{c,i} - \phi_{r,i} y_{c,i} \quad (9a)$$

$$P_i = -k_{rz} (z_{r,i} - z_{g,i}) - c_{rz} (\dot{z}_{r,i} - \dot{z}_{g,i}) - m_r \ddot{z}_{r,i} + P_{s,i} \cos \phi_c \quad (9b)$$

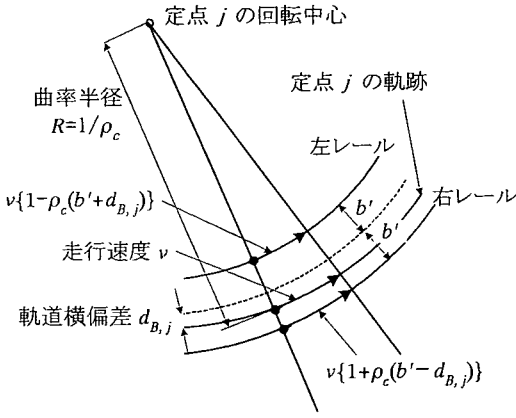


図-8 左右レールの相対移動速度

ここで、 $\phi_{r,i}$ はレールの傾斜角で、レール回転中心から輪重作用点までの高さ h_c を用いて、式(10)で表される。

$$\phi_{r,i} = (y_{r,i} - y_{g,i}) / h_c \quad (10)$$

輪重の作用線はレール回転中心点に対して式(11)を示す $y_{cp,i}$ だけ偏心することになる。

$$y_{cp,i} = y_{c,i} + \phi_{r,i} h_c - \gamma_i h_r \quad (11)$$

ここに、 γ_i はレールの初期設置勾配である。この輪重の作用線の偏心はレールにねじりモーメントを与え、輪重がレールに横方向分力を生じさせる要因となる。

なお、車輪・レールの接触パラメータは、車輪断面形状及びレール断面形状によって一義的に定められるものとして、レールの軸まわりの回転と車輪軸のローリング角との相対角変化の影響は小さいものとして無視する。

(3) クリープ率及びスピン率

車輪とレールの接触点が踏面のみ ($u_i < u_{1r,i}$) の場合かフランジのみ ($u_i > u_{2r,i}$) の場合を1点接触状態という。この場合、縦クリープ率、横クリープ率及びスピン率は、それぞれ式(12a)、式(12b)及び式(12c)で表される。

$$c_{x,i} = \{(\dot{\psi}_{w,j} b \mp v \Delta r_i / r_i) - (\mp \bar{v}_i)\} / \bar{v}_i \quad (12a)$$

$$c_{y,i} = \{(\mp \dot{y}_{w,j} \mp r_i \dot{\phi}_{w,j} \pm v \psi_{w,j}) / c_i - (\dot{y}_{r,i} + \dot{y}_{e,i} - \dot{y}_{g,i}) / c_i\} / \bar{v}_i \quad (12b)$$

$$c_{sp,i} = \{(\mp \dot{\psi}_{w,j} c_i - v / r_i s_i) - (\pm \rho_c v c_i)\} / \bar{v}_i \quad (12c)$$

ここに、 $c_i = \cos \gamma_i$ 、 $s_i = \sin \gamma_i$ とした。また、 \bar{v}_i は、車両とレールの進行方向の相対移動速度であり、図-8に示すように車両座標の軌道座標に対する回転運動を考慮して、式(13)のように表される。

$$\bar{v}_i = v \{1 \pm \rho_c (b' \mp d_{B,j})\} \quad (13)$$

このように、車両とレールの相対移動速度は左右のレールで異なる。本研究では、左右レールの相対移動速度の差異が結果に及ぼす影響は無視できないことを想定して、式(12)に示されたように、この項を定式化の中に取り入れることとする。

以下、式(12)の説明を順に行う。すなわち、縦クリープ率は、右レールで進行方向、左レールでその逆方向を正として、車輪の回転速度及び車輪実質半径の増分に伴う縦方向(車両進行方向)の変位速度からレールの移動速度を差し引いた値を移動速度で除して得られる。

横クリープ率の正方向を軌道外方として、車輪横変位速度と車輪軸のヨーイング角により得られる移動速度から、レールの横方向物質速度を差し引いた値を移動速度で除して得られるが、各々の変位速度は接触勾配により接触面に投影してある。ここに、レールの横方向物質速度は、レールの横変位速度に式(5)を加え、さらに、式(6b)を差し引いた値である。

スピン率は、車輪アタック角の方向を正とする。これは、車輪のヨーイングによる回転速度と車輪の転がりによる回転速度からレールの回転速度を差し引いた値を移動速度で除して得られるが、各回転速度には接触面の法線を軸とする回転成分を用いている。

これらの値に、車輪・レール間の摩擦係数及び接触楕円半径を与えて、横圧 Q_i 及び縦接線力(車両進行方向の力) T_i を、3.(5)で示す方法で計算することができる。

(4) 2点接触の場合

2点接触の条件は、踏面の接触状態とフランジの接触状態が同時に存在する場合であり、車輪・レール相対横変位 u_i が条件 $u_{1r,i} \leq u_i \leq u_{2r,i}$ のときになる。このように、踏面接触とフランジ接触が混在する場合は、接触パラメータを別々に求めて、それぞれに対する各クリープ率を前と同様にして求める。

この方法に関する定式化に関しては、文献8)で詳しく述べているので、以下簡単に概要を述べる。すなわち、計算に当たっては、それぞれに対する横圧及び縦接線力を3.(5)に示す方法で求め、最後にこれらを合成することとする。各々の接触パラメータを求めるために、それぞれに作用する輪重を振り分ける。すなわち、その時点における車輪・レール相対横変位に応じて、式(9b)で表された輪重を比例配分などにより、踏面とフランジに振り分けることとする。

(5) 車輪とレールの接触力

車輪・レール間に働く接触力、すなわち横圧 Q_i 及び縦接線力 T_i は、輪重 P_i に対して前述の車輪・レール接

触パラメータ及びクリープ係数を用いて、以下のように計算される。なお、この方法はすでに文献1)などによって詳しく解説されているが、本研究においてこれまでに導いた諸量が、運動方程式の誘導で重要な役割を持つ横圧と縦接線力に変換されていく過程を追いつながら、やや詳しく説明することとする。

まず、輪重 P_i 及び接触勾配 γ_i を用いて、仮の横圧 Q'_i を与えると、式(14)に示す接触面に作用する法線力が求められる。以下、レール座標を用いる。

$$P_{n,i} = P_i \cos \gamma_i + Q'_i \sin \gamma_i \quad (14)$$

これにクリープ率、スピン率、接触楕円半径及び接触部の摩擦係数を与えて、線形縦接線力及び線形横接線力を以下の式(15a)及び式(15b)で求める。

$$T'_{cx,i} = -G a_i P_{n,i}^{2/3} C_{11} c_{x,i} \quad (15a)$$

$$T'_{cy,i} = -G a_i P_{n,i}^{2/3} C_{22} c_{y,i} - G a_i^{3/2} P_{n,i} C_{23} c_{xy,i} \quad (15b)$$

ここに、 $a_i = e_{a,i} e_{b,i}$ としたが、さらに、 G は鋼のせん断弾性係数であり、係数 C_{11} 、 C_{22} 、 C_{23} はカルカーのクリープ係数¹⁰⁾である。縦接線力及び横接線力がLevi-Chartetのモデル¹¹⁾によって、式(16a)及び式(16b)のように計算することができる。

$$T_{cx,i} = T'_{cx,i} \varepsilon_i \quad (16a)$$

$$T_{cy,i} = T'_{cy,i} \varepsilon_i \quad (16b)$$

ここに、 ε_i は式(17)に示すようにクリープ力の非線形性による飽和特性を考慮したパラメータ、 μ は車輪・レール間の摩擦係数であり、 β は飽和への漸近度を定めるパラメータである。 β の推奨値は1.5である。

$$\varepsilon_i = \frac{1}{[1 + \{\sqrt{T'^2_{cx,i} + T'^2_{cy,i}} / (\mu P_{n,i})\}^\beta]^{1/\beta}} \quad (17)$$

これらの値から、式(18a)及び式(18b)のように横圧及び縦接線力が計算される。

$$Q_i = P_{n,i} \sin \gamma_i - T_{cy,i} \cos \gamma_i \quad (18a)$$

$$T_i = -T_{cx,i} \quad (18b)$$

ここで得た式(18a)の横圧 Q_i が、先に仮定した横圧 Q'_i に一致するまで計算を繰り返す行う。

なお、縦接線力及び横接線力を求める際に、式(15)～式(17)に示したLevi-Chartetの方法を用いず、Kalkerの方法¹³⁾も利用できるが、その内容は極めて複雑であるので、ここでは記述を省略する。

4. 運動方程式及び定式化の考察

(1) 車両各部に作用する力

車輪アタック角によって、車輪フランジがレールに接触する点の位置は変化するが、車輪接触の基準点から接触点までの長さの概略値は、式(19)のように表される。

$$x_{i,i} = -r \gamma_i (\psi_{w,j} - \psi_{r,i}) \quad (19)$$

前後空気ばね、上下軸ばね、上下空気ばね、左右空気ばね、前後軸ばね、左右軸ばねの伸縮量を、車輪軸、台車枠及び車体の運動座標を用いて、式(20a)～式(20f)のように表すことができる。

$$q_{0,j} = b_0 (\psi_b - \psi_{i,k}) \quad (20a)$$

$$q_{1,i} = -z_{i,k} + z_{w,j} + \bar{j} a \theta_{i,k} + \bar{i} b_1 \phi_{i,k} - \bar{i} b_1 \phi_{w,j} \quad (20b)$$

$$q_{2,j} = -z_b + z_{i,k} + \bar{k} l_k \theta_b + \bar{j} b_2 \phi_b - \bar{j} \phi_{i,k} \quad (20c)$$

$$q_{3,j} = \bar{j} y_b + \bar{j} k l_k \psi_b + \bar{j} h_2 \phi_b - \bar{j} y_{i,k} + \bar{j} h_3 \phi_{i,k} \quad (20d)$$

$$q_{wx,i} = \bar{j} k b_1 \psi_{i,k} - \bar{j} k b_1 \psi_{w,j} - \bar{j} (h_1 - r) \theta_{i,k} \quad (20e)$$

$$q_{wy,i} = \bar{i} y_{i,k} + \bar{j} a \psi_{i,k} - \bar{i} y_{w,j} + \bar{j} (h_1 - r) \phi_{i,k} \quad (20f)$$

ここで、 \bar{i} 、 \bar{j} 、 \bar{k} を式(21)のように定めた。

$$\bar{i} = (-1)^{i+1}, \quad \bar{j} = (-1)^{j+1}, \quad \bar{k} = (-1)^{k+1} \quad (21)$$

上下軸ばね反力、前後軸ばね反力及び左右軸ばね反力は、式(22a)～式(22c)のように表される。

$$F_{1,i} = k_1 q_{1,i} + c_1 \dot{q}_{1,i} + P_{1s,i} \quad (22a)$$

$$F_{wx,i} = k_{wx} q_{wx,i} \quad (22b)$$

$$F_{wy,i} = k_{wy} q_{wy,i} + c_{wy} \dot{q}_{wy,i} \quad (22c)$$

また、前後空気ばね反力、上下空気ばね反力及び左右空気ばね反力は、式(23a)～式(23c)のように表すことができる。

$$F_{0,j} = \bar{j} k_0 q_{0,j} + \bar{j} c_0 \dot{q}_{0,j} \quad (23a)$$

$$F_{2,j} = k_2 q_{2,j} + c_2 \dot{q}_{2,j} + P_{2s,j} \quad (23b)$$

$$F_{3,j} = k_3 q_{3,j} + c_3 \dot{q}_{3,j} \quad (23c)$$

ここで、各々のばねにおいて、変位が所定のストロークを超える領域にはバイリニア特性をもたせているが、式(22)、式(23)ではその記載を省略した。

(2) 運動方程式

レール、車輪軸、台車枠及び車体の慣性力と上記の各力の釣り合いから、レール及び車両の運動方程式が得られる。ここで、 $(\dot{\quad})$ は時間に関する2回微分を表す。

レールの運動方程式は式(24)のとおりである。

$$m_r \ddot{y}_i = -k_{ry} (y_{r,i} - y_{g,i}) - c_{ry} (\dot{y}_{r,i} - \dot{y}_{g,i}) + P_i (y_{cp,i} / h_c) + Q_i + \bar{i} m_r \alpha_y \quad (24)$$

車輪軸の運動方程式は式(25a)～式(25d)のとおりである。

$$m_w \ddot{y}_{w,j} = F_{wy,2j-1} - F_{wy,2j} + Q_{2j-1} - Q_{2j} + m_w \alpha_y \quad (25a)$$

$$m_w \ddot{z}_{w,j} = -F_{1,2j-1} - F_{1,2j} + P_{2j-1} + P_{2j} + m_w \alpha_z \quad (25b)$$

$$I_w \ddot{\phi}_{w,j} = (F_{1,2j-1} - F_{1,2j})b_1 - (P_{2j-1} - P_{2j})b + (Q_{2j-1}r_{2j-1} - Q_{2j}r_{2j}) \quad (25c)$$

$$I_w \ddot{\psi}_{w,j} = -\bar{J}(-F_{wx,2j-1} + F_{wx,2j})b_1 - (T_{2j-1} + T_{2j})b + Q_{2j-1}x_{1,2j-1} + Q_{2j}x_{1,2j} + I_w \alpha_{yz} \quad (25d)$$

台車枠の運動方程式は式(26a)～式(26e)のとおりである。

$$m_t \ddot{y}_{t,k} = F_{3,2k-1} - F_{3,2k} - F_{wy,4k-3} + F_{wy,4k-2} - F_{wy,4k-1} + F_{wy,4k} + m_t \alpha_y \quad (26a)$$

$$m_t \ddot{z}_{t,k} = -F_{2,2k-1} - F_{2,2k} + F_{1,4k-3} + F_{1,4k-2} + F_{1,4k-1} + F_{1,4k} + m_t \alpha_z \quad (26b)$$

$$I_{tx} \ddot{\theta}_{t,k} = (F_{2,2k-1} - F_{2,2k})b_2 - (F_{3,2k-1} - F_{3,2k})h_3 - (F_{1,4k-3} - F_{1,4k-2} + F_{1,4k-1} - F_{1,4k})b_1 - (F_{wy,4k-3} - F_{wy,4k-2} + F_{wy,4k-1} - F_{wy,4k})(t_t - r) \quad (26c)$$

$$I_{ty} \ddot{\theta}_{t,k} = -(F_{1,4k-3} + F_{1,4k-2} - F_{1,4k-1} - F_{1,4k})a - (F_{wx,4k-3} - F_{wx,4k-2} + F_{wx,4k-1} + F_{wx,4k})(t_t - r) + I_{ty} \alpha_{zy} \quad (26d)$$

$$I_{tz} \ddot{\psi}_{t,k} = (F_{0,2k-1} - F_{0,2k})b_0 - (F_{wx,4k-3} - F_{wx,4k-2} - F_{wx,4k-1} + F_{wx,4k})b_1 - (F_{wy,4k-3} - F_{wy,4k-2} - F_{wy,4k-1} + F_{wy,4k})a + I_{tz} \alpha_{yz} \quad (26e)$$

車体の運動方程式は式(27a)～式(27e)のとおりである。

$$2m_b \ddot{y}_b = -F_{3,1} + F_{3,2} - F_{3,3} + F_{3,4} + 2m_b \alpha_y \quad (27a)$$

$$2m_b \ddot{z}_b = F_{2,1} + F_{2,2} + F_{2,3} + F_{2,4} + 2m_b \alpha_z \quad (27b)$$

$$2I_{bx} \ddot{\theta}_b = -(F_{2,1} - F_{2,2} + F_{2,3} - F_{2,4})b_2 - (F_{3,1} - F_{3,2} + F_{3,3} - F_{3,4})h_2 \quad (27c)$$

$$2I_{by} \ddot{\theta}_b = -(F_{2,1} + F_{2,2})l_1 + (F_{2,3} + F_{2,4})l_2 + 2I_{by} \alpha_{zy} \quad (27d)$$

$$2I_{bz} \ddot{\psi}_b = -(F_{3,1} - F_{3,2})l_1 + (F_{3,3} - F_{3,4})l_2 - (F_{0,1} + F_{0,2} - F_{0,3} + F_{0,4})b_0 + 2I_{bz} \alpha_{yz} \quad (27e)$$

(3) 定式化に対する考察

本研究では、定式化に当たって、レールを車輪とともに移動する等価質量としたこと、車輪・レール接触パラメータが車輪・レール相対横変位で一義的に定められること、車輪とレールの接触力の算定に比較的単純な Levi-Chartet のモデルを用いたことなど、解析モデルの簡略化

を行っている。これらについては、低速走行域でしかも各部の運動が微小変位である場合には通常採用される方法であり、本研究の範囲でも充分に妥当性のある簡略化であると考えられる。この点に関して、高速走行時や大変位の運動を扱う場合などでは、定式化において別途詳細な検討が必要となろう。

また、静止輪重のアンバランスは、空気ばねの動作特性によっては走行中に変動する場合がある。このような場合を検討するためには、空気ばねの高き調整弁の特性など、車両支持の制御メカニズム等を取り入れた詳細な解析が別途必要となろう。

本研究では、車両座標の軌道座標に対する回転運動で生じる左右レールの相対移動速度に、見かけ上の差異が存在することを明示した。そして、この相対移動速度の差異をクリープ力の算定に直接に導入することによって、後述の解析例でも示されるように、車輪軸には車輪フランジが外軌側レールに乗り上がる方向に回転力が作用することを明らかにした。

このようにして、急曲線を低速走行する車両の車輪フランジがレールに乗り上がる現象をより忠実に再現することができたと考えられる。

5. 解析例

(1) 解析例で用いる主なパラメータの標準値

以下に示す解析例では、フランジ勾配 60 度の円錐踏面車輪でボルスタレス台車を有する軌間 1,067mm 用の車体長約 18m の付随制御電車を車両モデルとする。また、50 キロレールを PC まくらぎで支持したバラスト軌道を軌道モデルとする。これらのモデルをもとに、車両諸元及び軌道諸元の標準値を設定した。本解析例で用いる主なパラメータの標準値を以下に列挙する。

$$l_1 = 5.4\text{m}, l_2 = 6.6\text{m}, a = 1.0\text{m}, b = 0.56\text{m},$$

$$b_0 = 1.0\text{m}, b_1 = 0.82\text{m}, b_2 = 1.0\text{m},$$

$$h_1 = 0.51\text{m}, h_2 = 0.94\text{m}, h_3 = 0.37\text{m},$$

$$r = 0.42\text{m},$$

$$m_b = 7.7\text{t}, m_t = 2.1\text{t}, m_w = 1.2\text{t},$$

$$I_{bx} = 19\text{tm}^2, I_{by} = 196\text{tm}^2, I_{bz} = 249\text{tm}^2,$$

$$I_{tx} = 0.54\text{tm}^2, I_{ty} = 0.77\text{tm}^2, I_{tz} = 1.7\text{tm}^2, I_w = 0.57\text{tm}^2,$$

$$k_0 = 150\text{ kN/m},$$

$$k_1 = 1200\text{ kN/m}, k_2 = 330\text{ kN/m}, k_3 = 150\text{ kN/m},$$

$$c_1 = 0\text{ kNs/m}, c_2 = 21\text{ kNs/m}, c_3 = 18\text{ kNs/m},$$

$$m_r = 0.05\text{t}, k_{ry} = 15,000\text{ kN/m}, k_{rz} = 79,000\text{ kN/m},$$

$$c_{ry} = 5.5\text{ kNs/m}, c_{rz} = 60\text{ kNs/m},$$

$$h_c = 0.30\text{m}, \gamma_l = 1/20.$$

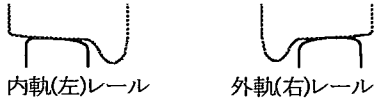


図-9 供用時の実測レール断面形状

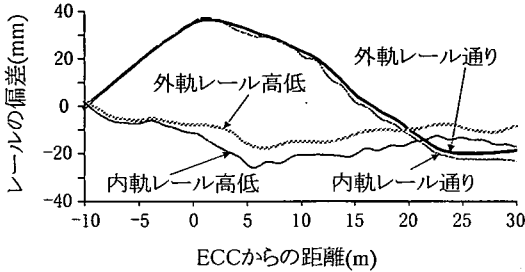


図-10 レールの通り狂い及び高低狂い波形
(解析例を示すために設定した波形)

(2) 完全乗り上がりに至るシミュレーション波形例

上記の車両諸元及び軌道諸元の標準値を用い、さらに軌道線形に対して、直線、緩和曲線、円曲線、緩和曲線及び直線の各区間長をそれぞれ40m, 30m, 60m, 30m及び40mとし、曲線半径を160m, カントを61mm, 曲線部スラックを10mm, レール頭面は供用状態で実測された図-9に示す断面形状, 軌道狂いは図-10に示すレールの通り狂い及び高低狂いの波形を用いた解析を行った。

なお、ここでは現象を明確に把握するため、軌道狂い波形には通常の軌道狂い整備限度値にも達するような大きな値を用いた。

図-11には、走行速度12km/hで、第1車輪の静止輪重が最小になるような静止輪重のアンバランスがあり、その値を0.3、車輪・レール間摩擦係数を車輪踏面 μ_t と車輪フランジ μ_f に分け、それぞれの値を0.6及び0.4としたときの第1車輪軸すなわち先頭の外軌側車輪の乗り上がり状況及びその横圧・輪重比の変動を示す。

本図のように、車輪フランジは、円曲線終端(ECC)から7mのやや手前でレールに乗り上がり始めている。その後、車輪フランジでレール上を走行し続けて徐々に軌道外方に移動し、ECCから11m付近で急激に移動量が増え、11.5mで完全乗り上がりの状況が示されている。ここで、完全乗り上がりとは、車輪上昇量が車輪フランジ高さに達したときをいう。この時、車輪がさらに軌道外方への運動を続けていれば、脱輪に至ることになる。

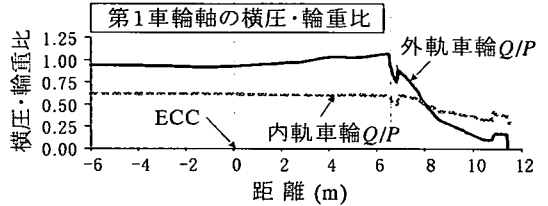
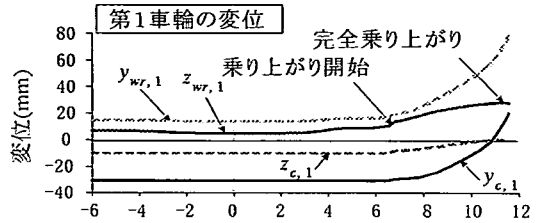


図-11 シミュレーション波形例
(供用状態レール, 軌道狂い有り)

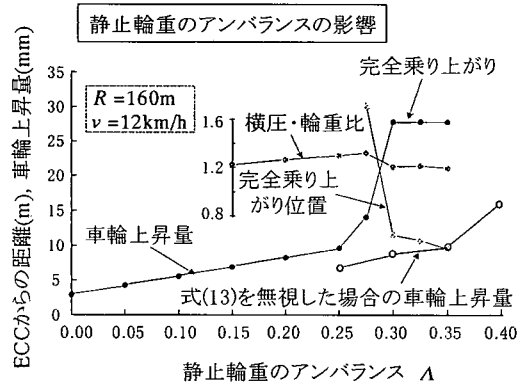


図-12 静止輪重のアンバランスの影響
(供用状態レール, 軌道狂い有り)

(3) 静止輪重のアンバランスの影響

車両諸元, 軌道諸元には5.(1)の標準値を、軌道線形, 曲線半径, カント, 曲線部スラック, レール頭面形状, 軌道狂い, 走行速度及び車輪・レール間摩擦係数は5.(2)と同一の値を用い、静止輪重のアンバランスのみを変化させた場合の解析結果を図-12に示す。

本図には、ECCから測った完全乗り上がり位置を車輪上昇量の最大値及び横圧・輪重比の最大値とともに示してある。このように、急曲線の低速走行において、車輪がレールに乗り上がる傾向は、横圧・輪重比よりも車輪上昇量の変化に顕著に表れること、静止輪重のアンバランスの僅かな差が、車輪フランジの完全乗り上がりの有

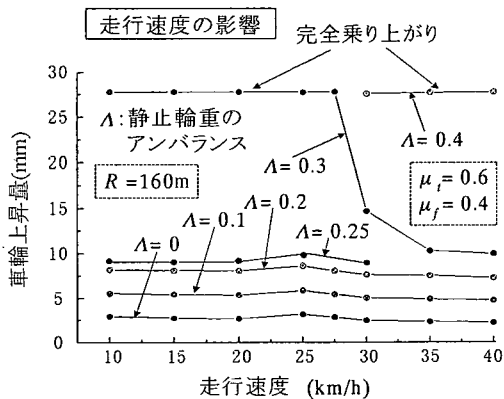


図-13 走行速度の影響
(供用状態レール，軌道狂い有り)

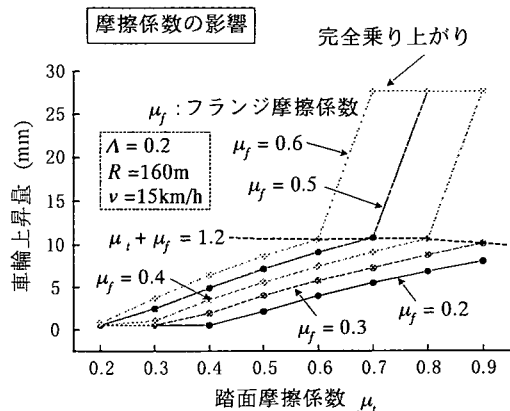


図-14 車輪・レール間摩擦係数の影響
(基本頭面形状レール，軌道狂い無し)

無を比較的敏感に左右することなどが分かる。

また、本図には、車両座標の軌道座標に対する回転運動に起因する左右レールの相対移動速度の差を解析上考慮しなかった場合、すなわち式(13)を無視した場合の車輪上昇量を示した。このように、この項を考慮しないと車輪上昇量はかなり小さく算出される。したがって、車両座標の軌道座標に対する回転運動に起因する左右レールの相対移動速度の差は、車輪の乗り上がりに対して比較的大きな影響を与えるものといえる。

(4) 走行速度の影響

車両諸元、軌道諸元には 5. (1) の標準値を、軌道線形、曲線半径、カント、曲線部スラック、レール頭面形状、軌道狂い及び車輪・レール間摩擦係数は 5. (2) と同一の値を用い、静止輪重のアンバランス及び走行速度を変化させた場合の車輪上昇量の最大値を図-13 に示す。

この計算例では、静止輪重のアンバランスが 0.3 以上の場合は、27.5km/h 以下の走行速度で完全乗り上がり状態になっているが、静止輪重のアンバランスが 0.25 以下の場合、計算した走行速度範囲 (10~40km/h) では、車輪上昇量は 10mm を超えず、完全乗り上がり状態にはならない。

このように、急曲線の低速走行においては、車輪上昇量は、静止輪重のアンバランスが小さいときは走行速度による影響は小さいが、静止輪重のアンバランスが大きくなるとある走行速度以下から急激に増大し、完全乗り上がりに達することとなる。

(5) 車輪・レール間摩擦係数の影響

車両諸元、軌道諸元には 5. (1) の標準値を、軌道の線形、曲線半径、カント、曲線部スラックは 5. (2) と同一

の値を用い、走行速度 15 km/h、50 キロレールの基本頭面形状及び軌道狂いが無い場合において、車輪・レール間摩擦係数を変化させたときの車輪フランジの完全乗り上がり条件を解析した結果を図-14 に示す。本図は、静止輪重のアンバランスが 0.2 のとき、踏面摩擦係数とフランジ摩擦係数の組み合わせが、車輪上昇量にどのような影響を与えるかを示したものである。この場合は、踏面摩擦係数とフランジ摩擦係数の和が 1.2 を超すと車輪上昇量が急増することが分かる。

6. 結論

本研究では、急曲線を低速で通過する車両の走行安全性を検討することを目的とした数値シミュレーション法の開発を行い、解析方法の検討と二三の解析例を挙げた。その結果、以下のことが明らかになった。

- 1) 急曲線を低速で走行する鉄道車両では、静止輪重のアンバランス及び車輪・レール間の摩擦係数が大きくなる場合、車輪のレールへの乗り上がり量が増加し、これらが極端に大きくなると完全乗り上がりに達することがある。
- 2) 解析方法に関しては、急曲線走行時の車両の軌道に対する回転運動によって生じる外軌レールと内軌レールとの間に生じる見かけ上の移動速度差を考慮することが必要である。
- 3) 車輪のレールへの乗り上がり傾向は、横圧・輪重比よりも車輪上昇量の変化に顕著に表れる。
- 4) 車輪上昇量は、静止輪重のアンバランスが小さいときは走行速度による影響は小さいが、静止輪重のアンバランスが大きくなるとある走行速度以下から急激に

増大する。

- 5) 完全乗り上がりは、曲線内軌側の車輪踏面における車輪・レール間の摩擦係数と曲線外軌側の車輪フランジにおける車輪・レール間摩擦係数の両者の影響を受ける。

7. あとがき

本研究では、急曲線を低速で走行する車両の運動を解析するための数値シミュレーション法の開発を行った。

今後は、曲線半径やカントなどの曲線諸元、軌道狂いやレール頭面形状等の軌道・レールの諸元あるいは車輪踏面形状や各部のばね特性等の車両諸元を変化させた広範な解析を行う予定である。このような解析結果と実車実験との比較検討などがなされれば、急曲線における走行安全に対する実際的な提案にも寄与できるものと考えられる。

謝辞：本研究は、文部科学省「平成13年及び14年度科学研究費補助金」により行われたものである。関係各位に対し、ここに紙面を借りて謝意を表すものである。

参考文献

- 1) 日本機械学会編：鉄道車両のダイナミックス, (株)電気車研究会, 1996.
2) 藤本裕, 宮本昌幸：車両運動シミュレーションによる曲線

通過特性の解析(車輪・レールの断面形状の違いが横圧に与える影響), 日本機械学会論文集C編, Vol. 58, No. 548, pp. 73-80, 1992.

- 3) 小泉春人, 留岡正男, 是澤正人, 岩戸一典, 陸康思：曲線出口カント通過区間における輪重抜け現象に関する研究, 第6回交通・物流部門大会論文, 日本機械学会, pp. 494-500, 1997.
4) 長瀬和彦, 坂原洋行, 野村俊明：低速域におけるのり上がり脱線現象解明の一研究(第1報模型実験装置による基礎実験結果), 日本機械学会論文集C編, Vol.66, No. 652, pp. 68-75, 2000.
5) 国土交通省事故調査検討会：帝都高速度交通営団日比谷線中目黒駅構内列車脱線衝突事故に関する調査報告書, 2000.
6) 豊田正彦：レール締結装置の構造と機能に関する研究, 鉄道技術研究報告, No. 861, 1973.
7) 星野陽一：レールのねじりに関する実用的解析法, 土木学会論文集, No. 210, pp. 33-46, 1973.
8) Akio MATSUURA : Simulation for Analyzing Direct Derailment Limit of Running Vehicle on Oscillating Tracks, *Structural Eng./Earthquake Eng., JSCE.*, Vol. 15, No. 1, pp.63-72, 1998.
9) Timoshenko, S. : *Theory of Elasticity*, McGRAW-Hill, 1934.
10) Kalker, J. J. : Survey of Wheel-rail Contact Theory, *Vehicle System Dynamics*, pp. 317-358, 1979.
11) Kalker, J. J. : A Fast Algorithm for the Simplified Theory of Rolling Contact, *Vehicle System Dynamics*, pp. 1-13, 1982.

(2002. 5. 20 受付)

A SIMULATION FOR NUMERICAL ANALYSIS OF A VEHICLE RUNNING ON A STEEP CURVE SECTION AT A LOW SPEED

Akio MATSUURA

When a railway vehicle is running on a steep curve section, the wheel flanges of the outside wheel are prone to ride on the rail top surface. In this study, a simulation method for numerical analysis of a railway vehicle running on a curved track with short radius at a relatively low speed is developed and some numerical examples are shown. It is concluded that the small difference between the relative longitudinal velocity of the right rail and that of the left rail generated by the turning motion of the vehicle plays an important role in the numerical analysis, and that the dropping of the wheel from the rail top may occur, in the case that the static wheel load of vehicle holds a large unbalance number and the friction at the contact surface between the wheel and the rail reaches to a certain high value.