

連続合成桁の各種ひび割れ幅算定法とその相違 に関する一考察

長井正嗣¹・奥井義昭²・岩崎英治³

¹正会員 工博 長岡技術科学大学教授 工学部環境・建設系 (〒 940-2188 長岡市上富岡町 1603-1)

²正会員 博士(工学) 埼玉大学工学部助教授 工学部建設工学科 (〒 338-8570 さいたま市下大久保 255)

³正会員 博士(工学) 長岡技術科学大学助教授 工学部環境・建設系 (〒 940-2188 長岡市上富岡町 1603-1)

連続合成桁の中間支点上における負の曲げモーメントに対し、コンクリート床版にひび割れを許容する設計法(ひび割れ制御設計)が主流になりつつある。もちろんコンクリート床版の耐久性を保証する観点からひび割れ幅の最大値は制限が必要があり、ひび割れ幅の合理的算定がひび割れ制御設計の最重要課題といえる。本論文ではこのひび割れ制御設計におけるひび割れ算定式として、土木学会コンクリート標準示方書、Hanswilleの論文、CEB/FIP-90を対象として、これらと比較し、どの程度の差異が生じるかを明らかにし、あわせて適用上の問題点について整理した。

Key Words : crack width control, composite girder, bond-slip behavior, tension stiffening

1. まえがき

近年、連続合成2主I桁橋の建設が活発になりつつあるが、周知の通り、中間支点部では負曲げモーメントが作用して、コンクリート床版に引張応力が生じる。このとき、引張応力によるひび割れを許す設計と、プレストレスを導入してひび割れを許さない設計の2通りの設計法が考えられる。現在建設中の多くの連続合成桁では、経済性、施工の省力化等の観点から、前者の設計方法、“ひび割れ制御設計”が行われている。すなわち、ひび割れ幅を要求性能以下にコントロールする設計である。

さて、我が国で現在広く適用されているひび割れ制御設計法^{1),2)}は、曲げ引張りを受ける部材を対象に規定されたコンクリート標準示方書³⁾に準じるもので、許容値も同標準を参照に決定されている。一方、合成桁を対象とした設計法としてはドイツのHanswilleの提案した設計法^{4),5)}が有名である。この詳細は既に紹介されているので詳しい説明を省略するが、作用する負曲げモーメントをコンクリート(曲げ成分を無視)と鋼桁に分担させる分担断面力法と呼ばれる手法によるもので、平面保持の仮定を前提に、コンクリートのひび割れに伴う剛性の変化を考慮しつつ、その剛性に応じて鋼桁、コンクリートの分担する断面力が変化するのを扱う理論である。また、この手法はEC4-2(ENV)⁶⁾のベースとなっている。以上のように同じひび割れ制御設計でも幾つかの考えがあるため、これらを整理し、それぞれの考え方やまた計算方法によってどの程度の差異が

生じるかを知っておくことは実務上重要と考える。

そこで、本文では、我が国では使用頻度の高いコンクリート標準示方書³⁾とともにHanswilleの論文^{4),5)}、さらに海外の例としてCEB/FIP-90^{7),8)}の設計法を対象に、それぞれどのような違いがあるか、また計算上どの程度の差異が生じるか、あわせて適用上の問題点について整理する。なお、Hanswilleの論文については、比較的最近公表された論文⁴⁾で、EC4-2(ENV)のひび割れ制御に関する力学的背景を記述したものと、我が国で近年行われた連続合成桁への再挑戦の際に多く引用されたHanswilleの論文⁵⁾を対象にしている。

2. 分担断面力法の概念

既に知られた方法であるが、ここでは以後の理解のために簡単に説明する。図-1に負曲げモーメント M が作用している合成桁断面と側面を、あわせて分担断面力を示す。一般にコンクリートの分担モーメント M_c は小さいことから無視して議論する。すなわち、

$$M = N_c a + M_g \quad (1)$$

が成立し、作用モーメントは分担軸力($N_c = N_g$)によるモーメント $N_c a$ と、鋼桁モーメント M_g で分担される。

先にも説明したとおり、Hanswilleは引張を受けるコンクリートを平面保持の仮定を導入して鋼桁と結合し、コンクリートの引張りひび割れに伴う剛性の変化を考慮してコンクリート、鋼桁間の分担断面力の変化を扱うものとしている。

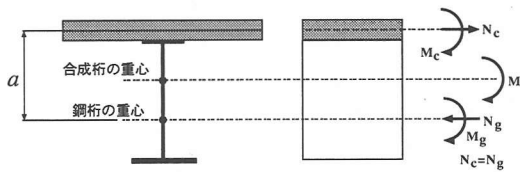


図-1 分担断面力

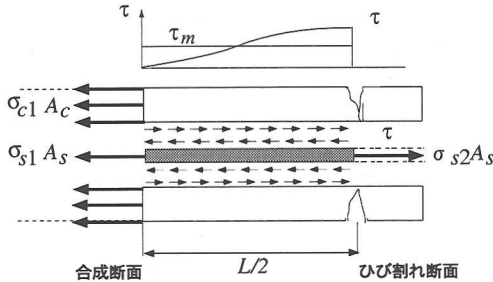


図-2 付着応力 τ の分布と力のつり合い (τ_m は平均付着応力)

3. 付着すべりの区間長

この章ではまず、付着すべりの区間長 L の比較を行う。ここで、付着すべりの区間長とは1つのひび割れ近傍で付着すべりの生じている長さを表し、初期ひび割れ時ではいわゆるひび割れ導入長さ L_{ER} の2倍、安定ひび割れ状態ではひび割れ間隔に相当する。また、ここでひび割れ導入長さとはひび割れ位置から合成断面(状態I)までの長さを表す。

(1) CEB/FIP-90

a) 初期ひび割れ時

引張を受ける部材にひび割れが生じた状態を対象とした図-2を参照して、力のつり合いを考えると、以下の式が得られる。

$$(\sigma_{s2} - \sigma_{s1})A_s = \tau_m \pi \phi \frac{L}{2} \quad (2)$$

ここで、 τ_m は平均付着応力、 ϕ は鉄筋径、 A_s は鉄筋断面積、 σ_{s1} 、 σ_{s2} は各々付着すべり0の点および、ひび割れ位置での鉄筋応力を表す。

合成断面内の状態Iにおける鉄筋応力 σ_{s1} を σ_{s2} で表せば付着すべり区間長として次式を得る。

$$L = \frac{\sigma_{s2} \phi}{2\tau_m(1 + n\rho_s)} \quad (3)$$

ここで、 n は鋼とコンクリートのヤング係数比、 ρ_s は鉄筋断面積 A_s とコンクリート断面積 A_c の比で鉄筋比と呼ばれる。

b) 安定ひび割れ状態

安定ひび割れ状態においては σ_{c1} がコンクリートの平均引張強度 f_{ctm} に達していると考え、コンクリート部分のつり合い条件より、次式を得る。

$$L = \frac{f_{ctm} \phi}{2\tau_m \rho_s} \quad (4)$$

さらに $f_{ctm}/\tau_m = 1.8$ とおくと、

$$L = \frac{\phi}{3.6\rho_s} \quad (5)$$

を得る。結局、CEB/FIP-90では、付着すべりの区間長として、初期ひび割れ状態においては式(3)、安定ひび割れ状態においては式(5)を用いる。

(2) コンクリート標準示方書

よく知られているように、

$$L = 4c + 0.7(c_s - \phi) \quad (6)$$

と与えられている。ここで、 c はコンクリートのかぶり、 c_s は鉄筋のピッチ(橋軸直角方向)である。この式は安定ひび割れ状態におけるひび割れ間隔の実験結果⁹⁾に基づいて提案されたものであり、基本的には安定ひび割れ状態についてのみ適用可能である。

(3) Hanswille の論文⁴⁾

付着すべりの区間長の表示式は、CEB/FIP-90の説明で導かれた初期ひび割れ状態に関する式(3)、安定ひび割れ状態に関する式(4)と同じである。

しかし、平均付着応力 τ_m についてはひび割れ幅および、付着力 τ とすべり量 v 間の構成関係のパラメータ A' と N によって与えている。すなわち、

$$\tau_m = \frac{A'}{1 + Nb} \left(\frac{w}{2} \right)^N \quad (7)$$

ここで、 w はひび割れ幅を表し、

$$b = \left(\frac{2}{1 - N} - 1 \right) \left(\frac{\sigma_{sr2}}{\sigma_{s2}} \right)^{1.5} + 1 \quad (8)$$

であり、 σ_{sr2} は初期ひび割れ時 ($\sigma_{c1} = f_{ctm}$) の鉄筋の最大応力を表す。式(7)の誘導において用いられている付着の構成則は

$$\tau = A'v^N \quad (9)$$

である。ここで、パラメータ A' 、 N はコンクリート強度、鉄筋の節形状に依存するが、コンクリートのシリンダー圧縮強度を f_{cm} とすると、 $A' = 0.3f_{cm}$ 、 $N = 0.3$ が参考値として与えられている。

(4) Hanswille の論文⁵⁾

a) 初期ひび割れ時

付着の微分方程式を境界条件 $\sigma_{c1} = f_{ctm}$ のもとで解くことで次式が導かれる。

$$L = 2L_{ER} = \frac{4}{1-N} \left[\left(\frac{E_s}{\sigma_{sr2} - \varepsilon_{cs} E_s} \right)^N \Delta\sigma_{sr} \frac{1+N\phi}{8 A f_{cw}} \right]^{\frac{1}{1+N}} \quad (10)$$

ここで、 L_{ER} はひび割れ導入長さ、 E_s は鋼のヤング係数、 ε_{cs} はコンクリートの乾燥収縮ひずみ (収縮: 負) である。 σ_{sr2} 、 $\Delta\sigma_{sr} = \sigma_{sr2} - \sigma_{sr1}$ はそれぞれ、初期ひび割れ時のひび割れ位置での鉄筋応力と応力の増分、 f_{cw} はコンクリートの立方体圧縮強度である。また、 A, N は付着の構成則を規定するパラメータで、式 (10) の誘導では次式を仮定している。

$$\tau = A f_{cw} v^N \quad (11)$$

上式の形からも分かるように A, N は単位系に依存するパラメータとなっており、長さの単位として cm を用い通常の付着特性の場合、それぞれ 0.58, 0.3 と与えられている。

b) 初期ひび割れ状態

式 (10) において、 σ_{sr2} 、 $\Delta\sigma_{sr}$ に代り、初期ひび割れ状態での最大応力 σ_{s2} とその際の応力増分 $\Delta\sigma_s = \sigma_{s2} - \sigma_{s1}$ を代入する。これより、ひび割れ導入長さが短くなるが、この状態でコンクリートの引張軸力を一定と見なせば (図-5 参照)、式 (10) と一致する。

c) 安定ひび割れ状態

付着すべりの区間長 (安定ひび割れ状態では $L =$ ひび割れ間隔) は応力状態によって変化し、次式で与えられる。

$$L = \eta L_{ER} \quad (12)$$

ここで、 η は換算ひび割れ間隔と呼ばれ次式で計算される。

$$\eta = \eta_{max} = 2(\alpha^* - \beta^*)$$

$$\alpha^* = \left(\frac{\sigma_{s2} - \varepsilon_{cs} E_s}{\sigma_{sr2} - \varepsilon_{cs} E_s} \right)^{\frac{1-N}{1+N} \frac{2+N}{2}} \quad (13)$$

$$\beta^* = \left(\frac{\sigma_{s2} - \varepsilon_{cs} E_s}{\sigma_{sr2} - \varepsilon_{cs} E_s} - 1 \right)^{\frac{1-N}{1+N} \frac{2+N}{2}}$$

式 (13) で計算される換算ひび割れ間隔は、ある荷重レベルでの最大ひび割れ間隔を表し、同じ荷重レベルでも最小値として半分値 $\eta_{min} = \eta_{max}/2$ をとる可能性もある。Hanswille⁵⁾ は発生確率を考慮した平均値として $\eta_m = \eta_{max}/1.1$ を提案している。

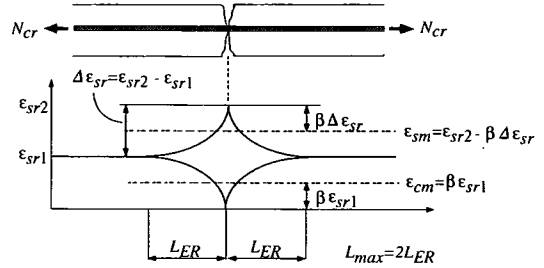


図-3 初期ひび割れ時の鉄筋、およびコンクリートのひずみ

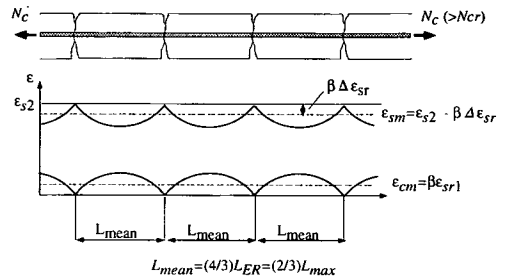


図-4 安定ひび割れ状態の鉄筋、およびコンクリートのひずみ

4. 平均ひずみ

CEB/FIP-90, コンクリート標準示方書, Hanswille の論文⁴⁾ では次式

$$w = L \Delta \varepsilon_m \quad (14)$$

に基づいてひび割れ幅 w を算出している。ここで、 $\Delta \varepsilon_m$ は鉄筋とコンクリートの平均ひずみの差を表す。この章では $\Delta \varepsilon_m$ の表示式について比較を行う。

初期ひび割れ状態では、図-3 に示すような関係があり、安定ひび割れ状態では図-4 に示す状態となっている。また、図-5 に床版軸力 N_c と鉄筋ひずみの関係を示す。

図-3 より、乾燥収縮の影響を無視すると、初期ひび割れ状態における鉄筋とコンクリートの平均ひずみの差は、

$$\Delta \varepsilon_m = \varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \varepsilon_{s2} - \beta \Delta \varepsilon_{sr} - \beta \varepsilon_{sr1} \quad (15)$$

となり、図-5 を参照して、

$$\Delta \varepsilon_m = \varepsilon_{s2} - \beta \frac{f_{ctm}(1 + n\rho_s)}{E_s \rho_s} \quad (16)$$

と与えられる。ここで、 $\varepsilon_{s2} = \sigma_{s2}/E_s$ はひび割れ位置での鉄筋のひずみ、 $\Delta \varepsilon_{sr} = \varepsilon_{sr2} - \varepsilon_{sr1}$ である。

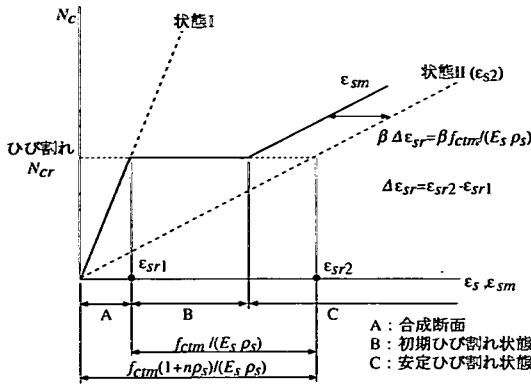


図-5 作用軸力とひずみの関係

もし、コンクリートの平均ひずみ ϵ_{cm} を、安全側の立場から無視すると、

$$\Delta\epsilon_m \approx \epsilon_{sm} = \epsilon_{s2} - \beta \frac{f_{ctm}}{E_s \rho_s} \quad (17)$$

とおける。

Hanswille⁴⁾は初期荷重で $\beta = 0.6$ を推奨している。また、安定ひび割れ状態では、 $\beta = 0.4$ を推奨している。

(1) CEB/FIP-90

先に説明した考えに基づき、さらに乾燥収縮の影響を考慮して、次式を与えている。

$$\Delta\epsilon_m = \epsilon_{s2} - \beta\epsilon_{sr2} - \epsilon_{cs} \quad (18)$$

ここで、 ϵ_{cs} は乾燥収縮によるひずみを表し、 β は短期(瞬間)荷重で0.6を、長期(繰返し)荷重では、初期ひび割れに対して0.6を、安定ひび割れ状態で0.38を用いる。

(2) コンクリート標準示方書

コンクリート標準示方書では安全側の立場からコンクリートの平均ひずみ ϵ_{cm} の項を無視する。これより、ひび割れ幅算定用のひずみとして次式を与えられている。

$$\Delta\epsilon_m = \frac{\sigma_{se}}{E_s} - \epsilon_{cs} \quad (19)$$

ここで、 σ_{se} 鉄筋応力の増加量である。しかし、 σ_{se} として最大値または平均値を用いるといった明確な記述がない。

(3) Hanswille の論文⁴⁾

a) 初期ひび割れ時(初期ひび割れ状態も同様)

初期ひび割れに対して、

$$\Delta\epsilon_m = (1 - \beta)(\epsilon_{sr2} - \epsilon_{cs,eff}) \quad (20)$$

ここで、 $\epsilon_{cs,eff}$ ($= -250\mu$: C30クラス) は有効乾燥収縮ひずみである。先に定義した ϵ_{cs} と同等と考えてよい。また、 β は図-5の定義と同様であるが、文献⁴⁾では式(8)で定義されるパラメータ b によって次式

$$\beta = \frac{1 + Nb}{2 + Nb} \quad (21)$$

で与えられている。

乾燥収縮度に係数 $(1 - \beta)$ が乗せられるのは、コンクリートの平均応力を考慮するためである(著者がインタビュー¹⁰⁾した際に伺った Hanswille のコメントであり、今後実体について検討を要すると考える)。

b) 安定ひび割れ状態

$$\Delta\epsilon_m = \epsilon_{s2} - \beta\epsilon_{sr2} - (1 - \beta)\epsilon_{cs,eff} \quad (22)$$

と与えられ、右辺の最初の2項は式(16)に対応する。

(4) Hanswille の論文⁵⁾

Hanswille の論文⁵⁾では、ひび割れ幅は付着の微分方程式の解より直接求まるため、ひび割れ幅算定には平均ひずみの差は直接利用されない。しかし、比較のため、以下に鉄筋の平均ひずみの表示式を示す。

a) 初期ひび割れ状態

$$\epsilon_{sm} = \frac{1 - N}{\eta} \Delta\epsilon_s \alpha + \epsilon_{s1} \quad (23)$$

$$\alpha = \left(\frac{\sigma_{s2} - \epsilon_{cs} E_s}{\sigma_{sr2} - \epsilon_{cs} E_s} \right)^{\frac{1}{1+N}} \quad (24)$$

ここで、 $\Delta\epsilon_s = \epsilon_{s2} - \epsilon_{s1}$ であり、 ϵ_{s1} は付着すべりが0(状態I)の部分での鉄筋ひずみである。

式(23)の右辺第1項は状態Iからのひずみの増分を表し、 η が小さくなるにつれて、すなわち付着すべり区間長が小さくなるにつれて平均ひずみが大きくなることを表している。また、 η が2より小さくなるとひび割れ間の相互干渉が始まり、次に説明する安定ひび割れ状態となる。なお、初期ひび割れ状態での床版分担軸力が初期ひび割れ時と同じで一定とすれば $\alpha = 1$ となる。

b) 安定ひび割れ状態

安定ひび割れ状態における平均ひずみの表示式も微分方程式の解より導かれるが、複雑な式となるため、Hanswille⁵⁾は次の近似式を与えている。

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{s2} - 0.45\Delta\epsilon_{sr} \left(1 + \frac{N}{1 - N} \frac{\epsilon_{sr2} - \epsilon_{cs}}{\epsilon_{s2} - \epsilon_{cs}} \right) \quad (25)$$

いま、乾燥収縮の影響を無視して、さらに $N = 0.3$ を仮定し、 $\Delta\epsilon_{sr} = f_{ctm}/E_s \rho_s$ なる関係を用いると、

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{s2} - 0.45 \frac{f_{ctm}}{E_s \rho_s} \left(1 + 0.429 \frac{\epsilon_{sr2}}{\epsilon_{s2}} \right) \quad (26)$$

が得られる。

一方、式(22)において、乾燥収縮度を無視し、同式中の $(1+n\rho_s)$ は、 $n=7$ として ρ_s を0.015-0.02の範囲で考えると、1.105-1.140となる。これに $\beta=0.4$ を乗じると0.442-0.456となつて、式(26)の係数0.45にほぼ対応する。これより、式(22)は、

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{s2} - 0.45 \frac{f_{ctm}}{E_s \rho_s} + 0.4 \varepsilon_{sr1} \quad (27)$$

とも書ける。

式(26)と(27)を比較すると Hanswille の論文⁵⁾は文献⁴⁾に比べて、式(26)の右辺の括弧内の第2項分を小さく評価することになる。同一著者ではあるが、差異が生じることになる。

5. ひび割れ幅

CEB/FIP-90, コンクリート標準示方書, Haswille の論文⁴⁾では式(14)より得られる。

(1) CEB/FIP-90

初期ひび割れ状態については式(3)と式(18)の積で、安定ひび割れ状態では式(5)と式(18)の積で計算される。

(2) コンクリート標準示方書

式(6)と式(19)の積で計算されるが、乾燥収縮度として一般に $\varepsilon_{cs} = -150\mu$ を考慮する。

(3) Hanswille の論文⁴⁾

初期ひび割れ状態では、式(3)と式(20)の積、安定ひび割れ状態では式(4)と(22)の積で与えられる。

(4) Hanswille の論文⁵⁾

a) 初期ひび割れ時

ひび割れ幅は

$$w_R = 2 \left[\frac{1+N}{Af_{cw}} \frac{\phi}{8} \frac{\Delta\sigma_{sr}}{E_s} (\sigma_{sr2} - \varepsilon_{cs} E_s) \right]^{\frac{1}{1+N}} \quad (28)$$

と与えられる。式(10)に $(1-N)(\sigma_{sr2} - \varepsilon_{cs} E_s)/(2E_s)$ を乗じると、式(28)を得る。したがって、式(28)は、

$$w_R = 2L_{ER} \frac{1-N}{2} \frac{\sigma_{sr2} - \varepsilon_{cs} E_s}{E_s} \quad (29)$$

と書ける。いま、乾燥収縮を無視して $N=0.3$ とおくと、

$$w_R = 2L_{ER} 0.35 \frac{\sigma_{sr2}}{E_s} = 2L_{ER} 0.35 \varepsilon_{sr2} \quad (30)$$

と表せる。ひずみに関して式(20)と比較すると(乾燥収縮無視)、 β として0.65を用いたことになり、文献⁴⁾より平均ひずみを若干小さ目に評価することになる。

b) 初期ひび割れ状態

式(28)の σ_{sr2} 、 $\Delta\sigma_{sr}$ に初期ひび割れ状態の σ_{s2} 、 $\Delta\sigma_{s2}$ を代入することになる。初期ひび割れ状態で応力変化がない場合は式(28)と同じになる。

c) 安定ひび割れ状態

先に説明した係数 η が2より小さい状態で、以下に簡単に表現された式のみを紹介する。

$$w_m = w_R(2\alpha - 1) \quad (31)$$

これまで最大ひび割れ幅を対象としてきたが、ここでは平均ひび割れ幅 w_m が定義される。最大を考える場合、係数0.7で割る⁴⁾、あるいは1.5倍⁷⁾することになる。

6. 乾燥収縮の効果

よく知られているように乾燥収縮によって鋼桁で拘束を受けるコンクリートには引張応力が導入されている。したがって、荷重載荷を行うと、引張強度に対応する作用荷重またはモーメントより低いレベルで初期ひび割れが発生することになる。また、この効果はひび割れが十分に導入される安定ひび割れ状態では消滅すると言われている。

ひび割れ幅の算定にあたり、コンクリート標準示方書ではひび割れ後の乾燥収縮によるひび割れの増加量として 150μ が考慮されるが、この根拠は不明と聞いている。一方、Hanswille の論文⁴⁾では 250μ (C30クラス)が考慮されるが、式(20)に示したように、ひび割れ間のコンクリートの平均応力を考慮するための係数 $(1-\beta)$ が乾燥収縮にも乗じてある。ゆえに、初期ひび割れでは $\beta=0.6$ より、 100μ が、また安定ひび割れでは、 $\beta=0.4$ より 150μ を考慮することになる。なお、Hanswille の論文⁵⁾の算定式には乾燥収縮の項が含まれるが、ひび割れ導入長さには影響を与えない。

7. 計算例

ここでは、図-6,7に示す断面を対象にひび割れ間隔とひび割れ幅の比較検討を行う。前者をType-1、後者をType-2と呼ぶ。Type-1の断面は千鳥の沢川橋(2車線用)¹¹⁾の中間支点部の鋼桁断面とほぼ等しい断面、ならびに等しい床版厚(320mm)を用い、他の数値(鉄筋量他)は仮定したものである。一方、Type-2は広幅員用(3車線用)に試設計¹²⁾された中間支点部の鋼桁断面を利用し、その他の諸元を著者らが仮定したものである。図-6,7中には計算に必要な諸量をあわせ示す。また、表-1,2にそれぞれの断面の断面積、断面2次モーメント等の断面諸量を示す。さらに、コンクリートの上縁が平均引張強度 f_{ctm} に達した時の床版中心の応力 σ_m を図-8に示す。

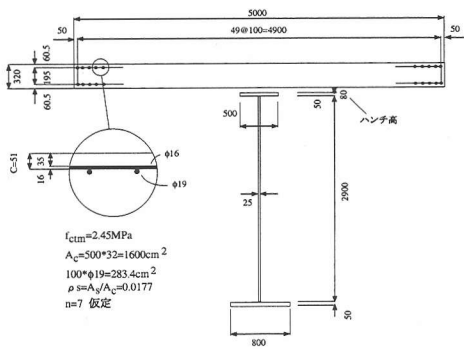


図-6 合成桁断面 (Type-1) と諸量 (単位: mm)

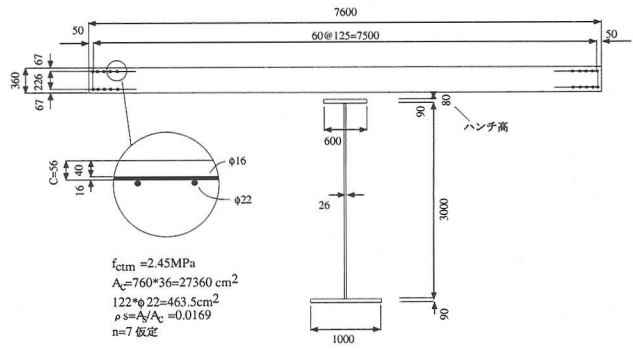


図-7 合成桁断面 (Type-2) と諸量 (単位: mm)

表-1 断面諸量 (Type-1)

断面	断面積 (cm ²)	断面 2 次モーメント (cm ⁴)	備考 (cm)
合成桁	$A_v = 3944$	51,258,243	$y_u = 82.3$
鋼桁+鉄筋	$A_{st} = 1658$	27,385,189	$y_{st} = 157.6$
鋼桁	$A_g = 1375$	18,866,191	$a = 190.1$

y_u : 合成桁断面重心から床版上縁までの距離
 y_{st} : [鋼桁+鉄筋] 断面重心から床版中心までの距離
 a : 鋼桁断面重心から床版中心までの距離
 $\alpha_{st} = (A_{st} I_{st}) / (A_g I_g) = 1.750$

表-2 断面諸量 (Type-2)

断面	断面積 (cm ²)	断面 2 次モーメント (cm ⁴)	備考 (cm)
合成桁	$A_v = 6592$	103,792,914	$y_u = 88.7$
鋼桁+鉄筋	$A_{st} = 2683$	55,805,591	$y_{st} = 173.8$
鋼桁	$A_g = 2220$	38,824,538	$a = 210.1$

y_u, y_{st}, a は表-1 の説明と同じ
 $\alpha_{st} = (A_{st} I_{st}) / (A_g I_g) = 1.737$

(1) 一様引張状態の挙動を合成桁へ適用した際の問題点

結果の説明を行う前に、Hanswille の論文⁴⁾を参照して、Type-1 の断面を対象に計算した M (作用モーメント)- N_c (分担軸力)- σ_s (鉄筋応力) 関係を図-9,10 に示し検討を行う。計算では $\beta = 0.4$ としている。

乾燥収縮が無いと仮定すれば、作用荷重によって合成断面のコンクリート上縁応力が引張強度に達してひび割れが発生する。この条件からひび割れモーメントが計算できる。また、そのときのひび割れ軸力が、 σ_m (図-8を参照)を用いて以下のように表せる。

$$N_{cr} = f_{ctm} k_{c0} A_c (1 + n \rho_s) \quad (32)$$

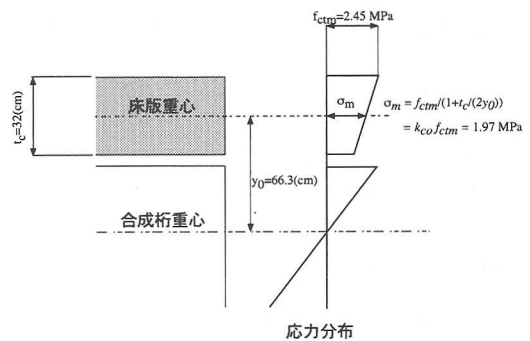


図-8 ひび割れ時のコンクリート床版中央の応力と上縁の応力の関係 (Type-1)

ここで、 k_{c0} は図-8を参照されたい。

今回のモデルでの計算では、ひび割れ発生モーメントが 10.67 MNm、ひび割れ軸力が 3.54 MN となった。実際には乾燥収縮によってコンクリートには既に引張応力が生じており、もっと低いモーメントでひび割れが発生する⁴⁾。すなわち、

$$M_{cr} = n (f_{ctm} - \sigma_{c,\epsilon}) \frac{I_v k_{c0}}{y_0} \quad (33)$$

ここで、 $\sigma_{c,\epsilon}$ は乾燥収縮による初期応力である。

図-9 中には鉄筋応力を示すが、乾燥収縮による初期応力を無視して議論する。ひび割れに伴って応力ジャンプが生じる。これは、ひび割れ軸力を鉄筋断面積で割った応力からひび割れ前の応力を引いた値である。注意すべき点は、例えば作用モーメント 12.5 MNm の時(初期ひび割れ状態)、ひび割れ位置で 125 MPa の最大応力が生じているが、[鋼桁+鉄筋]断面の状態 II を前提に計算すると、鉄筋応力を約 78 MPa と過小評価する。なお、平均ひずみは、後ほど説明するように、常に状態 II が大きい値を与える。

さて、ひび割れ幅算出に必要な平均応力(ひずみ)は、

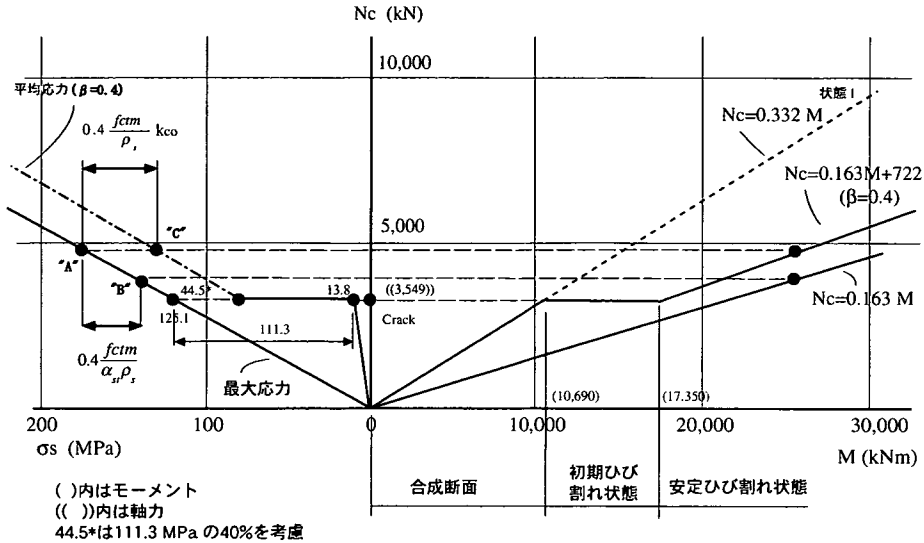


図-9 $M-N_c-\sigma$ の関係 (方法 1)

一様引張問題に対する図-5を参照して、また $\beta = 0.4$ とすれば、図-9中の一点鎖線となる。44.5MPa(図中*印)は応力ジャンプ(111.3MPa)の40%である。

次に、作用モーメントを25MNmとした場合(安定ひび割れ状態)について考察する。 $M-N_c$ 関係で2つの黒丸印が状態IIと“tension stiffening”を考慮した場合の軸力である。 $N_c-\sigma$ 関係を見ると、黒丸印“A”、“B”、“C”の順に応力が小さくなっていく。“A”はひび割れ位置の“tension stiffening”を考慮した鉄筋最大応力を表し、“C”は平均応力($\beta = 0.4$)を表す。“B”は同じ作用モーメントのもとでの状態IIの応力であり、“A”、“C”の間に位置することになる。“B”の応力が、ひび割れたコンクリートの引張剛性を考慮している平均応力“C”より大きくなるのは、状態IIはコンクリートを無視しており曲げ曲率半径が小さくなるためである。この図より“tension stiffening”を考慮した場合の最大と平均応力、また状態IIでの応力の大小関係が明確となる。

さて、図-9中の“A”、“C”間の応力差として、図-5より、 $(0.4f_{ctm}/\rho_s)$ が求まる。 f_{ctm} に2.45MPaを代入すると55.4MPaとなつて、44.5MPaと一致しない。この場合、 f_{ctm} に代わつて σ_m を代入すると44.5MPaが得られる。このように、一様引張状態の関係(図-5参照)を持ち込むと、差異が生じることになる。ゆえに、このモデルで f_{ctm} に代わつて全て σ_m を用いると、 f_{ctm} を用いた場合に対して今回の計算例で最大20%の差異となる。なお、図-9のひび割れ軸力を使用する方法を[方法-1]と呼ぶことにする。

さて、Hanswille⁴⁾は、ひび割れ軸力 N_{cr} の近似算定

式として、

$$N_{cr} = M_{cr} \frac{A_c(1+n\rho_s)}{I_v} y_0 + N_{se} \approx f_{ctm} k_c A_c (1+n\rho_s) \quad (34)$$

ここで、

$$k_c = k_{c0} + k_{ce} \approx k_{c0} + 0.3 < 1.0 \quad (35)$$

を与えている。なお、以下では、このひび割れ軸力を用いる方法を[方法-2]と呼ぶ。ここで、 M_{cr} は荷重によるひび割れモーメント、 y_0 および k_{c0} は図-8を参照されたい。 N_{se} は乾燥収縮による軸力、 k_{ce} は乾燥収縮応力の勾配を考慮する係数で近似的に0.3と与えられる(作用荷重によるコンクリート応力勾配とは逆になる)。

式(32)と(34)を比較すると、係数 k_c と k_{c0} が異なる。今、式(34)をひび割れ軸力とすると、図-9に代わつて図-10が得られる。ひび割れ軸力は4.4MNに上昇し、初期ひび割れ領域や安定ひび割れ移行モーメントが大きく変化することがわかる。つまり同じ合成桁モデルでも、 N_{cr} の考え方で挙動が大きく変化することになる。ただし、“A”、“B”、“C”点の応力の大小関係は同じで、このケースでは $k_c = 1.0$ となることから、 $(0.4f_{ctm}/\rho_s)$ *は応力ジャンプ(図中の138.4MPa)の40%に対応して図-5と整合する。

乾燥収縮を考慮すれば、式(34)、すなわち図-10を使用するのが妥当と考えられる。どちらが正しい挙動を再現しているかは実験的検証が必要と考える。一方で、Hanswille⁴⁾は、コンクリートの実験室での引張強

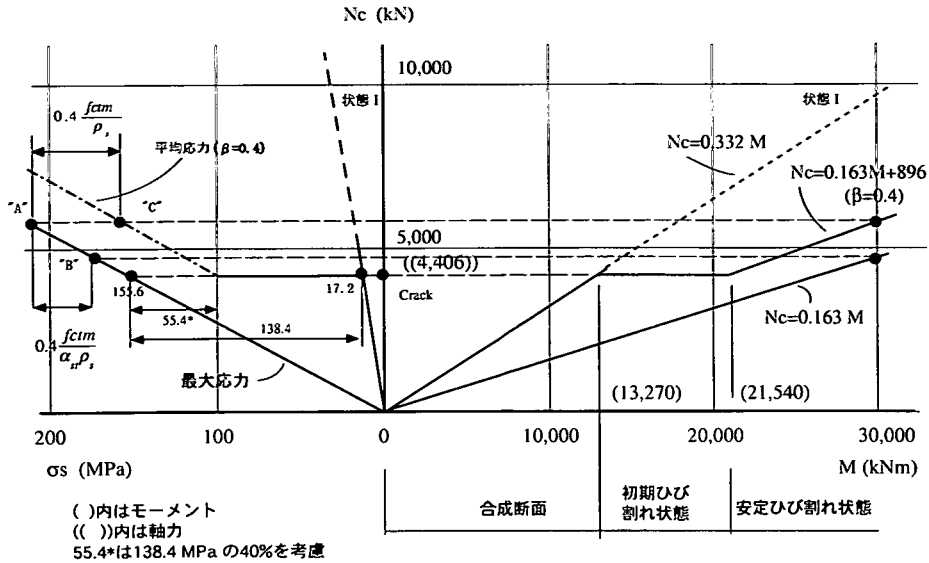


図-10 $M-N_c-\sigma_s$ の関係 (方法 2)

度を 80%程度に低減すべきとの考えを示している。これは乾燥収縮等による応力が版厚内で一定とならず不均等分布し、表面の応力が大きくなることを考慮するための経験的な係数である。以上を総合して、Hanswille の経験的な扱いに準ずるとすれば、式 (34) のひび割れ軸力に対して 80%とした値を用いることが考えられる、Type-1 のモデルでこの考えに準じると、ひび割れ軸力は 3.50MN となり、式 (32) の計算値 (3.54MN) と近い値となる。

以上、ひび割れ挙動の予測を行う上で、1) 式 (32) でひび割れ時軸力を評価した場合、一様引張問題を直接合成桁に導入するには矛盾が生じること、2) 初期ひび割れ時の軸力を正しく評価することが重要となること、3) 実際の挙動を反映させるためには多くの実験データを準備する必要があること、とくに乾燥収縮に関するデータの収集の必要性が強調される。

(2) Type-1 の結果

a) ひび割れ間隔の比較

図-11 に [方法-1,2] によるひび割れ間隔の比較結果を示す。これらの図においてグラフ曲線の左端の点が初期ひび割れ状態の終了に相当し、それ以降曲げモーメント上昇に伴い安定ひび割れ状態に移行している。Hanswille の論文⁵⁾では、ひび割れ間隔の値を用いることなく、ひび割れ幅の計算が行えるが (式 (28),(31) 参照)、他の方法との比較のためひび割れ間隔を示してある。また、この論文では計算上コンクリートの立方体圧縮強度を必

要とし、強度が小さくなるほど付着すべり区間長、幅ともに大きな値となる。計算に当たりコンクリートのシリンダー圧縮強度は $f_{cm} = 40 \text{ MPa}$ とし、コンクリートのシリンダー圧縮強度 f_{cm} から立方体圧縮強度 f_{cw} への換算には、関係式 $f_{cw} = f_{cm}/0.83$ を用いた¹³⁾。

[方法-1] では、コンクリート標準示方書の 261 mm に対して、Hanswille の論文⁴⁾で得られた初期ひび割れ状態での値は 414 mm、Hanswille の論文⁵⁾では 368 mm とかなりの差がある。しかし、モーメントの増大とともに、Hanswille の論文による付着すべり区間長は減少し、コンクリート標準示方書の結果とある点で一致することになる。一方、CEB/FIP-90 はコンクリート標準示方書に対して 15%程度の誤差となる。

[方法-2] の Hanswille の論文⁴⁾では 466 mm、Hanswille の論文⁵⁾では 413 mm と [方法-1] に比べて大きくなる。これは初期ひび割れ時の軸力および曲げモーメントが大きくなったためである。また、コンクリート標準示方書に対する誤差も [方法-1] に比べて大きくなり、 $M=28 \text{ MNm}$ になってやっとコンクリート標準示方書と Hanswille の論文⁵⁾の結果が一致する。

以上のようにケースによって結果に差異が生じるが、コンクリート標準示方書と CEB/FIP-90 との差は 15% であるが、Hanswille の論文^{4),5)}とでは大きな差が生じ、特に [方法-2] においてその差は大きい。

b) ひび割れ幅の比較

図-12 に [方法-1,2] のひび割れ幅と曲げモーメントの関係を示す。これらの図においてグラフの左端は初期ひ

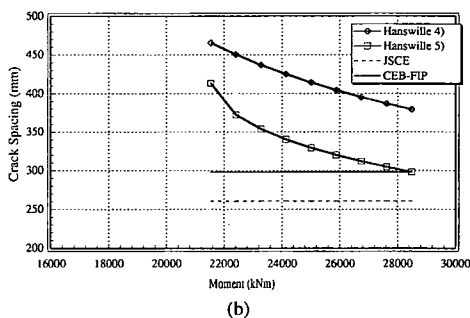
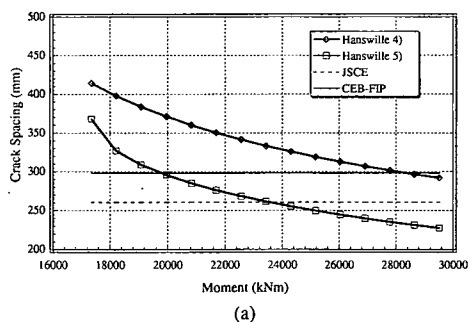


図-11 作用曲げモーメントとひび割れ間隔の関係 (Type-1) ; (a) 方法-1, (b) 方法-2

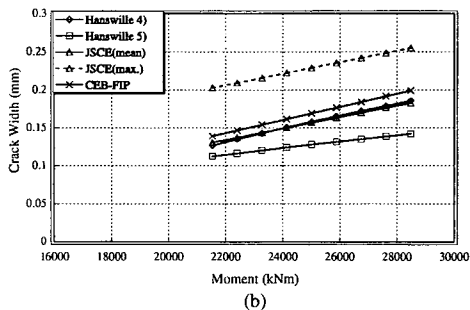
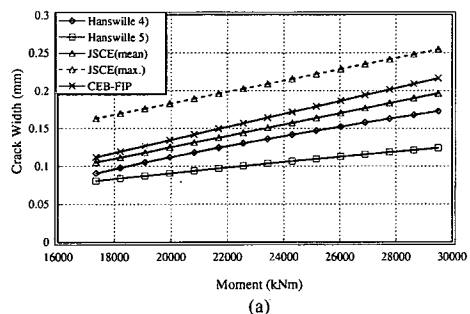


図-12 作用曲げモーメントとひび割れ幅の関係 (Type-1) ; (a) 方法-1, (b) 方法-2

ひび割れ状態の終了時の値を示す。また、参考のために、コンクリート標準示方書では最大ひずみを用いた場合の結果も記入している。初期ひび割れ状態においては最大ひずみを用いたコンクリート標準示方書の結果を除いた他の4つの結果はかなり近い結果を示すが、曲げモーメントの増大に伴い差異が大きくなる。この原因として、文献⁵⁾はモーメント増加に伴ってひび割れ幅が急激に狭くなることを評価している点が挙げられる。

図-12(b)は[方法-2]の結果であるが、この場合 Hanswille の論文⁴⁾の結果とコンクリート標準示方書(平均ひずみ)の結果は良い一致を示す。これは、用いた平均ひずみが同じなため、ひび割れ幅の差異は付着すべり区間長の差異に依存し、両者の間隔が良い一致を示すためである。CEB/FIP-90との差異も付着すべり区間長の差異に起因する。文献⁴⁾の結果とコンクリート標準示方書(平均ひずみ)の結果はCEB/FIP-90の結果とも比較的一致し、約10%程度の誤差で対応している。

今回扱った範囲で、Hanswille の論文⁵⁾とコンクリート標準示方書(最大ひずみ)を除く3つの手法間で生じた最大の差異は20%であった。

(3) Type-2の結果

a) ひび割れ間隔の比較

図-13に[方法-1,2]の結果を示す。基本的な傾向はType-1と同様である。すなわち、初期ひび割れ状態ではHanswilleの論文⁴⁾、Hanswilleの論文⁵⁾、CEB/FIP-90、コンクリート標準示方書の順にひび割れ間隔が短くなる。また、Hanswilleの論文⁴⁾と論文⁵⁾の差は曲げモーメントが増大すると大きくなり、その後ほぼ一定の差で双方とも減少する。

b) ひび割れ幅の比較

図-14にひび割れ幅の結果を示す。初期ひび割れ時の値はType-1より多少大きく、コンクリート標準示方書(最大ひずみ)を除く4つの方法による結果の差異は約40%程度である。しかし、Hanswilleの論文⁴⁾とコンクリート標準示方書(平均ひずみ)の結果は良い一致を示している。各手法間の差異についてはType-1と同様のことが言え、Type-1断面(2車線用)、Type-2断面(3車線用)で比べてみると全体的な傾向に大きな差異は生じていない。

なお、以上の全ての計算において乾燥収縮の効果が考慮されていないが、第6章で説明したように、実務上はその効果を更に見込む必要がある。

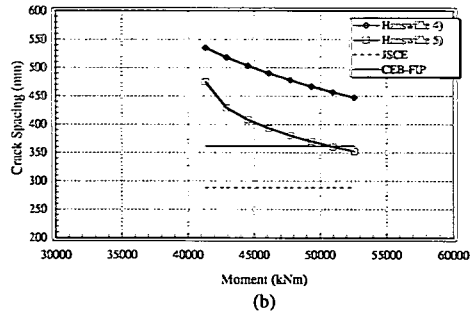
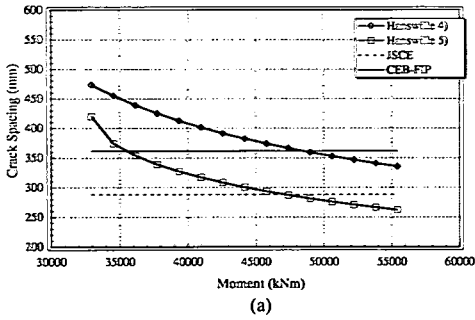


図-13 作用曲げモーメントとひび割れ間隔の関係 (Type-2) ; (a) 方法-1, (b) 方法-2

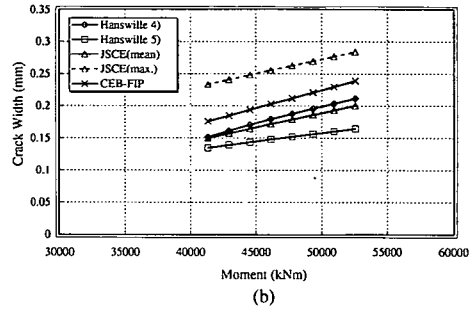
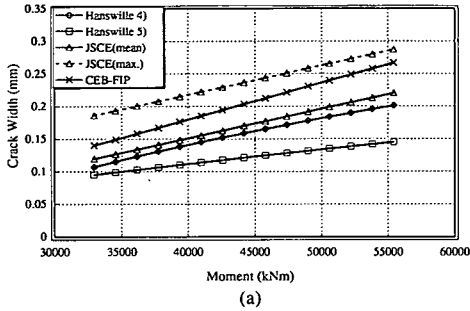


図-14 作用曲げモーメントとひび割れ幅の関係 (Type-2) ; (a) 方法-1, (b) 方法-2

8. まとめ

以上、Hanswille の論文または基準の合計 4 種の算定法を説明するとともに、付着すべり区間長、ひび割れ幅を具体的に計算し比較考察を行った。その結果をまとめると以下ようになる。

1) 初期ひび割れ時における付着すべり区間長は、今回扱った手法の範囲で最大 78%(Type-1)、86%(Type-2) の差異が生じる。この原因はコンクリート標準示方書の式は基本的には安定ひび割れ状態に対して提案されたためと言える。

2) Hanswille の論文⁵⁾の提案式を除いて、ひび割れ幅は付着すべり区間長と鉄筋とコンクリートの平均ひずみの差異との積で表されていることから、付着すべり区間長の差異がひび割れ幅の差異となってくる。したがって、今回扱ったモデルで、コンクリート標準示方書(平均ひずみ)、Hanswille の論文⁴⁾、CEB/FIP-90 間でのひび割れ幅の推定にあたり、最大生じる差異は 27%程度である。

3) Hanswille の論文⁵⁾による安定ひび割れ状態でのひび割れ幅は、モーメントが大きくなるほど小さい値を与える傾向にある。この原因として、モーメントとと

もにひび割れ間隔が急激に狭くなるように定式化されているためと考えられる。

4) Hanswille の論文⁴⁾より、 $M-N_c-\sigma_s$ 関係を求める際の矛盾点、すなわち、一様引張問題を合成桁に導入する場合の矛盾点を指摘した。

5) Hanswille の提案式で挙動を予測する場合、初期ひび割れ軸力を正確に予測することの重要性を明らかにした。初期軸力の設定で、その後の挙動予測が大きく変化することになる。これは、Hanswille の提案式に準じる場合に限定される問題ではなく、実務上ひび割れ時に発生する鉄筋応力を評価する上で重要な課題となる。

6) 実構造物が初期ひび割れ状態にあるときには、鉄筋の応力評価に注意が必要で、状態 II、すなわち [鋼桁+鉄筋] 断面をベースに検討を行うと、ひび割れ時、鉄筋の応力ジャンプを見逃すことになる。

7) $M-N_c-\sigma_s$ 関係を明らかにするとともに、安定ひび割れ状態での作用モーメント下における、状態 II ならびに “tension stiffening” を考慮した場合の最大、平均応力(ひずみ)の 3 つの応力の大小関係を明らかにするとともに、その理由を説明した。

現在、我が国では桁曲げ問題を対象としたコンクリー

ト標準示方書が一般的に使用されている。この方法はコンクリートの一樣引張問題をベースに導かれている。Hanswille⁴⁾は、合成桁を対象に、一樣引張を受けるコンクリートを、平面保持の仮定を導入して鋼桁と結合した独自の理論展開を行っている。そのため両者の違いを明確にしておくとことは有意義と考え一考察を行った。さらに、理論的にひび割れ幅を算定する場合、それぞれの手法で、どの程度の差異が生じるものなのかを知ることも有意義であると考え。本検討が今後の実務設計、独自の設計手法の構築また実験の整理等の参考になれば幸いである。なお、今後設計手法を構築あるいは精度アップを行う上で特に重要な検討項目を挙げると、乾燥収縮度の同定、関連する初期ひび割れ荷重の同定、繰返し载荷の効果の同定である。

付録 係数 β およびひび割れ間隔に関する補足

本検討の範囲で“tension stiffening”効果を表す係数 β として0.4を用いている。この係数は一般に初期载荷時に認められ、繰返し荷重のもとでは低下することが指摘されている。そのため、小さい値が採用されている。0.2を採用することで鉄筋の最大応力は低く見積もることになるが、平均ひずみは大きく見積もることができる(図-9の“C”点が左、すなわち応力の大きい側に移動し[鋼桁+鉄筋]断面に近づいてくる)。Hanswille自身も繰返しによる低下の事実は認めているが、例えば、現場では設計値以上のコンクリート強度が発現する場合が多く、それに対応する意味もあって0.4を推奨しているようである(著者らがインタビュー¹⁰⁾した際に伺ったHanswilleのコメント)。

また、関連する最近の研究¹⁴⁾では、载荷の初期段階から繰返し载荷して繰返し回数を大幅に増やすことで、ひび割れ間隔は主鉄筋間隔と完全に一致するという報告もあり(一般に主鉄筋位置はコンクリート断面積

の欠損箇所となるため、ひび割れが発生しやすい箇所となることは容易に想像できる)、今後も実挙動に沿った設計法の確立に向けた検討の余地があると考え。

参考文献

- 1) 日本橋梁建設協会：PC床版を有するプレストレスしない連続合成2主桁橋の設計例と解説，2001
- 2) 中園明広，安川義行，稲葉尚文，橘吉宏，秋山洋，佐々木保隆：PC床版を有する連続合成2主桁橋の設計法(上)-連続合成桁における中間支点部の設計-，橋梁と基礎，Vol.36，No.2，pp.27-35，2002
- 3) 土木学会：コンクリート標準示方書，1996
- 4) Hanswille, G. : Cracking of concrete, Mechanical model of the design rules in EUROCODE 4, Conf. Report, Composite Construction in Steel and Concrete III (ed. by C.Bucker), ASCE, pp.420-433, 1997
- 5) Hanswille, G. : Zur Rißbreitenbeschränkung bei verbundträgern, Technisch-weissenschaftliche Mitteilungen, Institut für Konstruktiven Ingenieurbau Ruhr-Universität Bochum, Mitteilung Nr.86-1, 1986
- 6) CEN : ENV1994-2, 1997
- 7) Comite Euro-International du Beton: CEB-FIP Model Code 1990, Thomas Telford, 1993
- 8) Ghali, A. and Favre, R. (川上洵他訳)：コンクリート構造物の応力と変形，技報堂出版，1995
- 9) 角田与史雄：鉄筋コンクリートの最大ひび割れ幅，コンクリートジャーナル，Vol.8，No.9，pp.1-10，1995
- 10) 長井正嗣，家村剛：Hanswille 教授に聞く(インタビュー)，橋梁と基礎，Vol.34，No.11，pp.33-39，2000
- 11) 田村陽司，川尻克利，大垣賀津雄，作川孝一：PC床版連続合成2主桁橋「千鳥の沢川橋」の設計，橋梁と基礎，Vol.32，No.9，pp.18-22，1998
- 12) 日本橋梁建設協会：連続合成桁の適用性に関する検討(W/G資料)，1996
- 13) Comite Euro-International du Beton: CEB-FIP Model Code 1978
- 14) Navarro, M.G. : Concrete cracking in the deck slabs of steel-concrete composite bridges, Thèse No. 2268, EPFL, Lausanne, Switzerland, 2000

(2001.12.28 受付)

COMPARATIVE STUDY ON CRACK WIDTH EVALUATION METHODS FOR CONTINUOUS COMPOSITE GIRDERS

Masatsugu NAGAI, Yoshiaki OKUI and Eiji IWASAKI

Recent design codes for continuous composite girder bridges allow tensile cracking in a concrete slab near intermediate supports. To ensure durability of the concrete slab, introduced crack width has to be limited within an allowable limit, and accordingly it becomes important to predict crack width under a service load. In this paper, crack width evaluation methods for steel-concrete composite girder under negative bending moment are compared to investigate differences in those mechanical background and evaluated results. Inconsistency in application of conventional methods is pointed out.