

# 既設水圧鉄管の振動事例と 固有振動数算定式の提案

中村 秀治<sup>1</sup>・山本 広祐<sup>2</sup>

<sup>1</sup>フェロー会員 工博 広島大学教授 大学院工学研究科 (〒739-8527 広島県東広島市鏡山 1-4-1)

<sup>2</sup>正会員 工博 (財)電力中央研究所 我孫子研究所 (〒270-1194 千葉県我孫子市我孫子 1646)

水力発電所の水車や吸出管に水圧変動が発生し、その周波数が水圧鉄管の固有振動数に近くなると管胴部が共振して顕著な振動を生じることがある。近年、水車の回転数は高まる傾向にあり、水圧鉄管は以前より軽量化しているため、水車の回転数と水圧鉄管の一次固有振動数が接近し、周方向モード次数2で振動する事例が幾つか観察されている。従来の水門鉄管技術基準における振動防止規定が、必ずしも周方向モード次数2に注目し重点的に対応していない現状に鑑み、本研究では最近30年間に設置あるいは更新された鉄管の形状パラメータおよび振動事例調査を行い、数値解析的検討に基づいて固有振動数算定式を提案し、過去の振動事例に適用して算定結果の妥当性を確認した。さらに、周方向モード次数2に対する周方向スチフナー付き水圧鉄管の固有振動数算定法を示した。

*Key Words* : steel penstock, pressure pulsation, resonance, numerical analysis, design formula

## 1. まえがき

水力開発の最盛期を過ぎて久しく、全体の発電量に占める水力発電の割合は現状で10%程度に過ぎないが、その重要性に変わりはなく、水圧鉄管の維持管理、更新が行われている。水圧鉄管は圧力容器としての耐圧設計が重要であるが、山岳地に建設されるため軽量化に対する要請が強く、高張力鋼を指向すれば必然的に振動問題に直面することになる。既設の水圧鉄管における従来の振動発生事例を調査すると、次の3つのケースに分類できる。

- ①分岐部の整流板や補強板の振動
- ②管胴部の水圧変化に伴う断面変形
- ③水車や吸出管に水圧変動が発生し、圧力脈動の周波数が管胴部の固有振動数に近接したことによる共振

この中で、①は局所的な問題であり、当該個所の補強によって解決が可能である。②は管内水の気柱振動に対する考察から解明されることもあるが、水圧鉄管側からみれば現象的に振動とは言えず、管胴表面に大きな面外変位を生じることが少ない(通常、面外変位1mm以下程度)。③の共振は、貯水池に近く比較的低水圧で相対的に薄肉の径間に生じることが多く、管胴

表面の面外変位が数mmから10mm以上に達して、管胴部に疲労損傷をもたらすことがあり、周方向スチフナーの設置によっても防振対策が容易でないことが知られている。

本論文で対象とするのはこの共振現象であるが、我が国における最初の関連研究は、昭和26年、27年に日本機械学会水車研究部会で行われ、理論的検討により水圧鉄管の固有振動数算定式が発表された<sup>1)~6)</sup>。本算定式による値は、比較的良好に実測値に一致するとされており、昭和48年版の水門鉄管技術基準<sup>7)</sup>に記載され適用されるようになり、その後、昭和56年版で見直しが行われ精緻化されて現在に至っているが<sup>8),9)</sup>、水圧鉄管特有の振動モードに焦点をあてた記載はなされていない。

水圧鉄管の共振現象は水車特性に起因することが多いため、鉄管の諸元のみで事前に固有振動数や振動モードを的確に予測するのは難しいが、過去の振動事例調査によれば、水車の回転数に近い6~8Hzで周方向モード次数 $n=2$ 、軸方向モード次数 $k=1$ (図-1)で振動する様子が観察されている。解析的検討結果からも、水圧鉄管の形状、支持条件および使用条件において、多くの場合、最低次の振動モードは $n=2$ 、 $k=1$ であり、相対的に径が大きくなると $n=3$ 、 $k=1$ が最低次

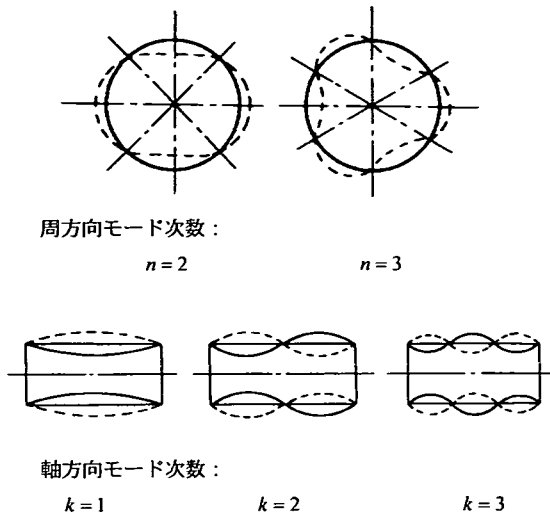


図-1 水圧鉄管の振動モード

になることが知られている<sup>10)</sup>。

近年、水車の回転数は高まる傾向にあり、一方、水圧鉄管は以前より薄肉化し、かつ支点間距離が増大する傾向にあるため、鉄管の一次固有振動数と水車の回転数は接近しつつある。したがって、共振は実際に起こり得る問題であるため、実現象を精度よく推定できる固有振動数算定式の重要性は高まっているものと考えられるが、前述の通り現行の水門鉄管技術基準における固有振動数算定式は、 $n=2$  に必ずしも十分対応したものとは言い難い。また、剛性の高いリングガーダー間に複数の周方向スチフナーが設置された場合、周方向スチフナーの剛性が振動数に及ぼす影響や、固定間隔の取り方などについて、明確な見解が示されていない。その結果として、剛性の大小に無関係に周方向スチフナーの設置間隔が固定間隔と見なされて固有振動数算定式が利用され、実態とかけ離れた振動数予測のもとに設計されるケースが生じることになる。

本研究ではこのような現状認識に立ち、まず、最近30年間に新設あるいは更新された水圧鉄管の形状、支持条件、使用条件、および振動発生事例を調査し、水圧鉄管に特有の振動現象の実態を明らかにする。次に、実態調査結果と多数の解析的検討結果に基づいて、最も重要な

- (i)  $n=2$ ,  $k=1$  で20Hz以下
- (ii)  $n=3$ ,  $k=1$  で30Hz以下

の固有振動数算定に適用可能な簡易式を新たに提案する。さらに、周方向スチフナーの固有振動数に及ぼす影響を解析的に検討し、 $n=2$  に対して設計計算上、等価板厚に置換して固有振動数を評価できる方法を提案する。最後に、提案する固有振動数算定法を過去の振

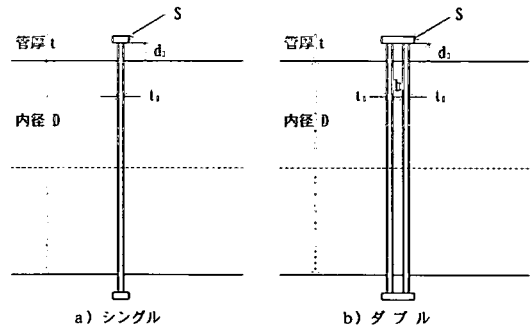


図-2 想定するスチフナーの形式

動事例にあてはめて、概ね妥当な振動数の推定が可能なることを示す。

## 2. 既設水圧鉄管の実態調査

既設水圧鉄管の実態調査は、形状寸法の範囲を把握し、振動事例を抽出して、固有振動数算定式の提案を行う上で不可欠な基礎データを得るために、(社)水門鉄管協会「水圧鉄管の振動防止に関する研究委員会」の活動の一環として平成12年6月～12月に実施したものである。(社)水門鉄管協会から電力各社、公営電力等にアンケート調査を依頼し集計して、以下の調査結果を得た。

### (1) アンケート調査項目

- ①1970年以降に利用を開始(新設または更新)した露出型の水圧鉄管(1970年以降の全数ということではない)を対象とし、設備諸元、設計条件、構造形式、基本形状、材質、等。
- ②水車の形式、回転数、ランナーの羽根枚数など、水車に関わる事項。(ベルトン水車などの衝動水車は水圧鉄管の振動源になり得ないため調査対象から除外し、フランシス水車・カブラン水車等、反動水車のみを対象とした。)
- ③水圧鉄管の内径、管厚(余裕厚を含む)、静水頭(作用水圧)、スチフナーの位置・断面形状(図-2)、鉄管の支持形式(支台の形式)、スパン長(固定間隔と同じ意味で用いている、図-3)、等、水圧鉄管の固有振動数に関わる事項。
- ④振動が確認された年月日、発生場所、発生時の運転条件、構造形態、現地で確認された振動状況、振動調査の時期・方法・結果およびそこから導き出された振動原因、振動防止対策、設備改修(構造変更)事項、復旧時期、等々の過去の振動事例に関わる事項。

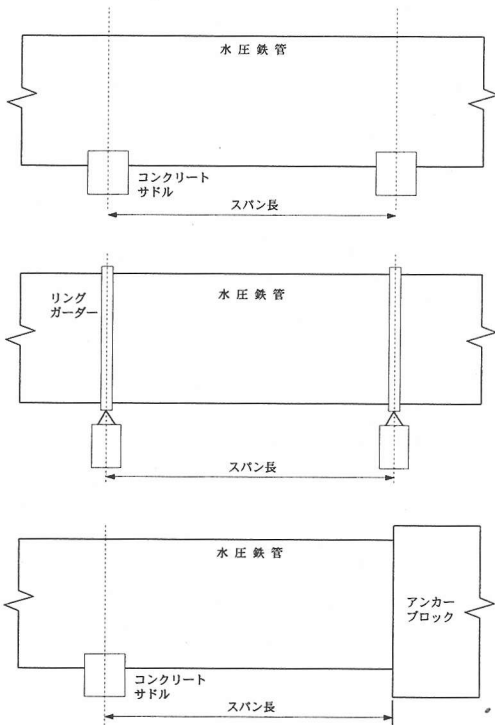


図-3 水圧鉄管のスパン長の取り方

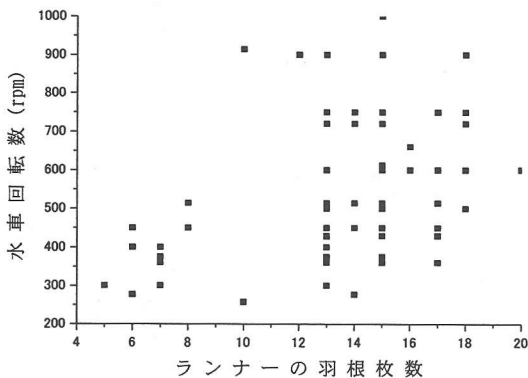


図-4 発電機の回転数とランナーの羽根枚数の関係

(2) アンケート調査の依頼先と入手したデータ数

アンケート調査の依頼先は国内の11電力会社、および6公営電力であり、総計99発電所のデータを収集した。

(3) アンケート調査結果の分析

a) 水車発電機の回転数とランナーの羽根枚数

水車回転数とランナーの羽根枚数との関係を、図-4に示す。水車回転数とランナーの羽根枚数には特に明

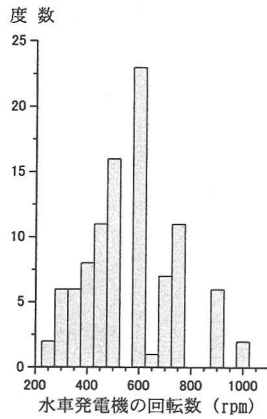


図-5 水車回転数の度数分布

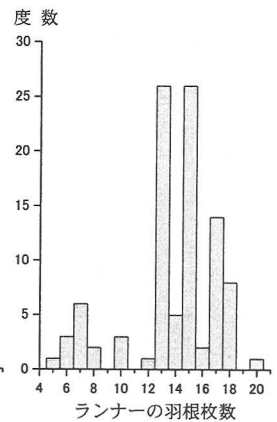


図-6 ランナーの羽根枚数の度数分布

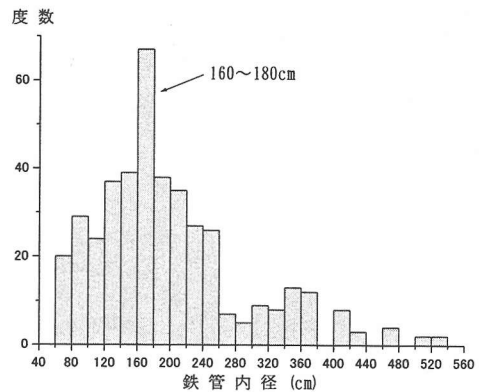


図-7 鉄管内径の度数分布

確な相関は認められないが、水車回転数は250～1000rpm(回転/分)の範囲で600rpmを最大度数として500, 750rpm付近にも度数の増加が見られる(図-5)。一方、水車ランナーの羽根枚数は13, 15, 17枚が全体の70%を占め、10枚以下は15%に過ぎない(図-6)。

b) 鉄管内径, 鉄管板厚, スパン長, 発生応力比

中間スチフナーの有無に関わらない集計結果として、図-7に鉄管内径、図-8に鉄管板厚、図-9にスパン長、図-10に周方向の発生応力比 $\sigma/\sigma_a$ ( $\sigma$ :平均膜応力、 $\sigma_a$ :許容引張応力)の度数分布を示す。

鉄管内径は160～180cmを最大度数として60～300cmの範囲でほぼなだらかな凸状の分布となっている。また、340～380cmにも僅かに度数の増大が見られ、540cmまでの範囲内で揚水発電所等に設置される大口径鉄管の分布が見られる。

鉄管板厚は0.8～0.9cmに最大度数があるが、水門鉄

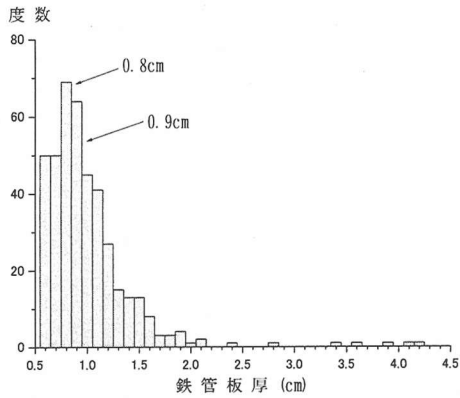


図-8 鉄管板厚の度数分布

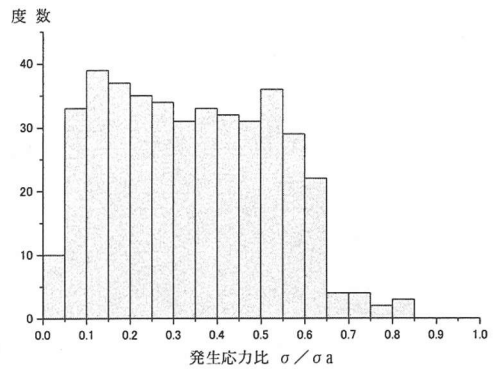


図-10 発生応力比の度数分布

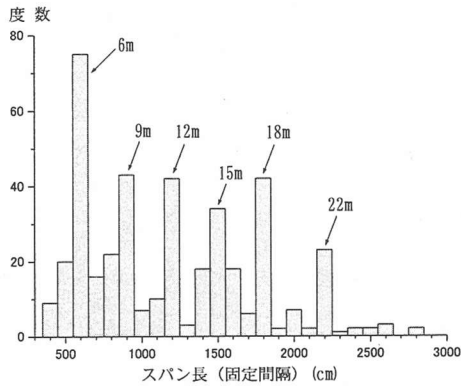


図-9 スパン長（固定間隔）の度数分布

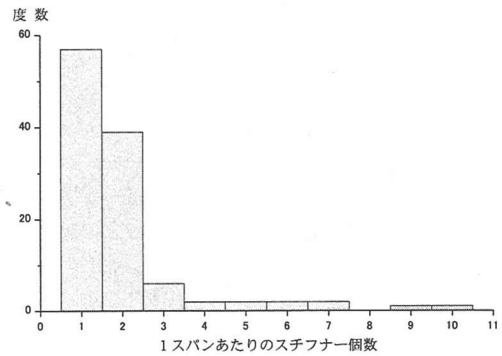


図-11 スチフナー個数の度数分布

管技術基準で規定された最小板厚 0.6cm から 1.1cm の範囲に多くのデータが集中している。板厚 1.2cm 以上は順次度数が減少し、2.0cm 以上はまれにしか見られない。

スパン長（固定間隔）は 6m を最大度数に、9、12、15、18、22m にも度数の増加が見られる。古い水圧鉄管の場合、単管（円周継手のない最小単位の管）が 2m、単位管（工場で製作される 1 ブロックの管）が 6m との認識があるが、最近の水圧鉄管には 6m から 3m ずつ増加した長さで度数の増加が見られる。

周方向の発生応力比は  $\sigma/\sigma_a \leq 0.65$  の範囲内にむらなく分布している。これは、調査票の記入要領において、鉄管路の始端から末端まで各板厚毎にデータの作成を依頼したためと思われる。一方、 $\sigma/\sigma_a > 0.65$  の範囲においては、ほとんど分布が見られない。

c) 中間スチフナーが有る場合の鉄管内径、鉄管板厚、スパン長、発生応力比

中間スチフナーが有る場合の図は示していないが、鉄管内径については 160~180cm に最大度数があるこ

とに変わりはなく、相対的に径が大きくなる領域での分布が増えている。鉄管板厚では 0.9cm が突出している。スパン長は 12、18、22m に度数の増加が見られ、相対的にスパンが長くなる領域での分布が増えている。発生応力比は  $\sigma/\sigma_a = 0.3 \sim 0.5$  の領域に度数の落ち込みが見られ、発生応力が低い領域 ( $\sigma = 0.3 \sigma_a$  以下) および高い領域 ( $\sigma = 0.5 \sigma_a$ ) に二分化する傾向が認められた。

d) 1スパンあたりのスチフナー個数および断面形状

図-11 に 1 スパンあたりのスチフナー個数の度数分布を示す。スチフナー形状は、同心円状に鉄板を裁断して管胴に溶接したものから、さらにフランジをつけて T 字状にしたものなどがあるが、形状に顕著な相関関係は見られず、高さ 8~20cm、板厚 0.9~1.6cm あたりに多く分布している様子が見出された。度数分布では 1 スパンあたり 2 個以下が大半を占めており、3 個以上はまれにしか見られない。振動が発生した時点でスチフナーを多数増設することなどを考慮すれば、建設当初はほとんどが 1 スパンあたり 2 個以下であった

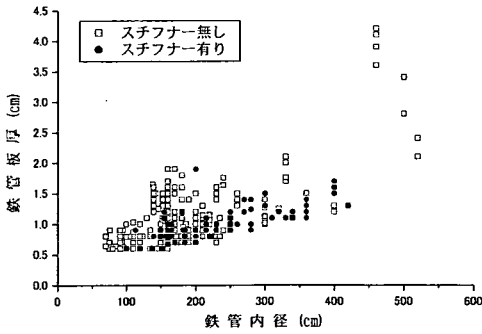


図-12 鉄管内径と鉄管板厚の関係

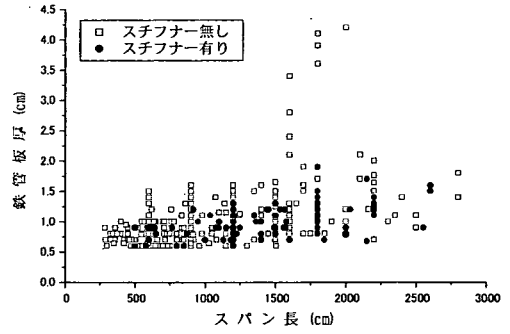


図-14 スパン長と鉄管板厚の関係

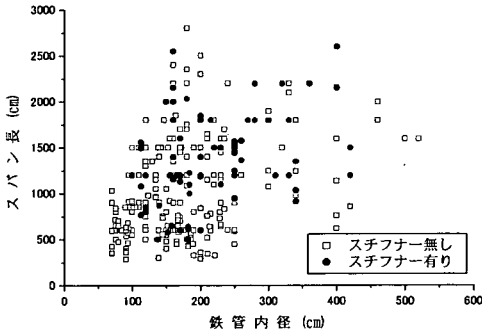


図-13 鉄管内径とスパン長の関係

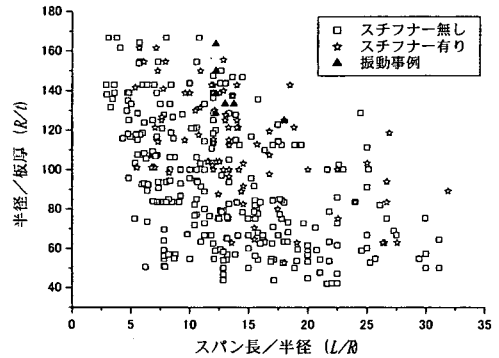


図-15 水圧鉄管の形状比と振動事例

と考えられる。なお、全112ケースのうち、ダブルの  
 スチフナー(図-2参照)は1ケース、またT字スチフ  
 ナーは11ケースであった。

e) スチフナーの有無と水圧鉄管の形状比

図-12 にスチフナーの有無による鉄管内径と鉄管板  
 厚との関係を示す。スチフナー有りの事例は相対的に  
 薄肉・大口径の領域に分布している。図-13 には鉄管  
 内径とスパン長との関係を示すが、スチフナーの有無  
 に伴う顕著な傾向は見い出せない。図-14 にスパン長  
 と鉄管板厚との関係を示す。スチフナー有りの事例は  
 相対的に薄肉・長スパンの領域に分布している。

f) 振動事例と水圧鉄管の形状比

図-15 は横軸をスパン長・半径比  $L/R$ 、縦軸を半径・  
 板厚比  $R/t$  として、実在する水圧鉄管の形状比の分布  
 を示したものである。また、図中、過去に振動事例が  
 あった4地点(総計8箇所)のデータを書き込んでいる  
 が、振動事例の大半が1箇所には集まっていることに  
 は注意すべきである。

全体の分布としては、 $L/R=3\sim 32$ 程度、 $R/t=40\sim 170$   
 程度の領域にあり、分布図には右下がりの傾向が見ら  
 れる。一般に、厚肉・小口径・短スパンではスチフナ

ーが不要、薄肉・大口径・長スパンではスチフナーが  
 必要となるため、データ領域の左上および右下に近い  
 ところにスチフナー有りの事例が多く見られるはずで  
 ある。図-15 においてもスチフナー有りの事例はデー  
 タ領域の左上および右下に比較的多く分布しているが、  
 それほど明確な傾向にはなっていない。

3. 水圧鉄管の固有振動数

水圧鉄管内における水圧変動の主な原因としては、  
 次の事項があげられる。水圧変動の周波数を  $f_w$  (Hz)と  
 すれば、

- ①水車の回転数  $N$  (rpm) に起因するもの:  $f_w = N / 60$
- ②ランナーの羽根枚数  $Z$  に起因するもの:  $f_w = NZ / 60$
- ③吸出管内の水の旋回流によるもの:  $f_w = N / (60 \times 3.6)$

であるが、これらは水車の仕様で定まる。水圧変動の  
 振幅は水車毎の特性によるが、水圧鉄管の固有振動数  
 $f$  と水圧変動の周波数  $f_w$  が一致すると、顕著な共振に  
 つながるため、鉄管側の固有振動数を精度良く算定す  
 る必要がある。

## (1) 既往の振動数算定式に関する考察

微小変位理論に基づく円筒殻の線形振動解析においては、Flügge の理論に基づくのが最も厳密な取り扱いであるが、解を解析的に陽な形で表わすことができず、振動特性の全貌を見通すには不便である。現行の水門鉄管技術基準における固有振動数算定式は、Flügge の理論と同等な円筒殻の式に流体連成効果を加味して振動方程式を立て、解析解の誘導過程で簡略化を施しつつ2重フーリエ級数解として導いたものである。解析解の誘導過程において用いられた仮定は次の通りである<sup>9,9)</sup>。

- ① 円筒殻の両端は単純支持。
- ② 板厚一定で中間に周方向スチフナーは無い。
- ③ 円筒殻の中央面は伸び無し変形を仮定し、

$$\left(\frac{kr_m}{L}\right)^2 \equiv \alpha^2 \ll n^2 \quad (1)$$

とする。ここで、

- $r_m$  : 円の中心から板厚中心までの距離
- $L$  : 鉄管のスパン長,  $k$  : 軸方向モード次数
- $n$  : 周方向モード次数

- ④ 円筒殻の接線方向および軸方向の慣性力は、内圧に比べて小さいため無視する。
- ⑤ 内部流体は非圧縮性で、静止状態と見なし得る。

これらの仮定は、流体まで含めて2重フーリエ級数解で解くために必要で、概ね合理的と思われるが、③の仮定については注意すべきである。③の仮定は、曲げたわみが優先する薄肉円筒殻の場合に成立し、式を簡略化するために用いられるが、水圧鉄管に関して安易に用いると、最も重要な  $n=2$  に対して精度低下を引き起こすことになる。

理論的な検討結果として、最終的に水門鉄管技術基準(昭和56年版,平成5年版)では次式、

$$f = \frac{1}{2\pi r_m} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{n^2}{n^2+1} \varepsilon}} \sqrt{\frac{n^2}{n^2+1}} \quad (2)$$

$$\sqrt{\frac{\alpha^4}{(n^2 + \alpha^2)^2} + \beta \frac{(n^2 - 1)^2}{1 - \nu^2} + \frac{r_m P}{Et} (n^2 - 1)}$$

ここで、

- $f$  : 振動数 [1/sec.]
- $E$  : 鋼の弾性係数  
[206kN/mm<sup>2</sup> → 2.06 × 10<sup>8</sup>kg/mm<sup>2</sup>sec<sup>2</sup>]
- $\nu$  : 鋼のポアソン比
- $\rho$  : 鋼の密度 [7.85 × 10<sup>6</sup>kg/mm<sup>3</sup>]
- $t$  : 鉄管板厚 [mm],  $r_m$  : 板厚中心までの半径 [mm]
- $n$  : 周方向モード次数,  $k$  : 軸方向モード次数
- $L$  : 鉄管のスパン長 [mm],  $P$  : 内圧 [MPa]
- $\alpha = kr_m/L$ ,  $\beta = t^2/12r_m^2$

$$\varepsilon : (\text{水の密度}/\text{鋼の密度}) \cdot \frac{r_m}{t} \cdot \frac{1}{n}$$

を提示している。式(2)は簡略化された Donnell の式をもとに誘導される解と同様、右辺最後の根号内における各項で、以下が分離されて与えられている。

第1項：面内剛性の影響

第2項：曲げ剛性の影響

第3項：内圧の影響

厳密な円筒殻の式から出発して、最終的な解に至るどの段階で Donnell の式をもとにした解と類似な形になったのかは、今日、既発表文献のみからその詳細を知ることにはできないが、③のような簡略化の仮定を用いると、

- i) 周方向モード次数が  $n=5$  未満の場合
- ii) 半径に対してスパン長が短い場合
- iii) 相対的に厚肉の場合

ほど、精度低下の傾向が顕著になるのは周知の通りである<sup>10,11)</sup>。

実際、式(2)を用いて振動数を算定した場合、鉄管の空虚時の振動数については、 $n=2, n=3$  で、 $L/R$  が小さく、 $R/t$  が相対的に小さくなるほど、無視し得ない誤差の生じることを確認している。充水時は付加質量や内圧の影響により、相対的に誤差が減少する傾向にはあるが、特に、後述する通り(表-4)、 $L/R < 10$  のように鉄管のスパン長が短い場合に誤差が大きくなるのは、上記③の仮定が影響していることを裏付けるものと考えられる。

## (2) 水圧鉄管の固有振動数のパラメータ解析

### a) パラメータ解析の目的

本論文においては、厳密な円筒殻の理論式をもとにした新たな解析解の誘導を目指していない。理論式に固執すれば、いたずらに振動数算定式を複雑にし、水圧鉄管の振動数特性全体を見通すことが困難になるからである。

2. の実態調査結果で示した通り、既設水圧鉄管の形状パラメータおよび形状比の範囲は把握されている。したがって、実在する鉄管の寸法および形状比を網羅するような多数の詳細な有限要素解析を実施し、その解析結果に対する近似式を検討することで、 $n=2, 3, k=1$  の振動に特化した振動数算定式の提案を目的としている。

### b) 有限要素法による流体連成振動解析方法

薄肉軸対称シェル要素による静的有限要素解析法は周知の技術であるため<sup>12</sup>, 文献13)に示した解析手法およびプログラムに次の改良を施して流体連成解析を行った。

流体とシェルの連成解析においては、運動方程式を別個に求め、接水部での境界条件を用いて両者を結合すればよい<sup>14,15)</sup>。シェルの運動方程式

$$[M_s]\ddot{U} + [C_s]\dot{U} + [K_s]U = \{f_p\} \quad (3)$$

に対して、流体の圧縮性、粘性、回転流れと表面波の影

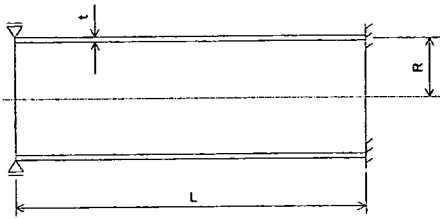


図-16 解析モデルの形状と支持条件

表-1 解析モデルの形状パラメーター一覧

a) 半径・板厚比 (R/t)

t (mm) \ R (m)	6	9	12	18	21
0.50	83	56	42		
0.75	125	83	63	42	
1.00	167	111	83	55	48
1.50		167	125	83	71
2.00			167	111	95
2.50				139	119

b) スパン長・半径比 (L/R)

L (m) \ R (m)	6	12	18	24
0.50	12	24		
0.75	8	16	24	
1.00	6	12	18	24
1.50		8	12	16
2.00		6	9	12
2.50			7.2	9.6

表-2 周方向スチフナー有りの場合の解析パラメータ値

a) 半径・板厚比 (R/t)

t (mm) \ R (m)	9	12	18
1.00	111	83	
2.00		167	111

b) スパン長・半径比 (L/R)

L (m) \ R (m)	6	12	18	24
1.00	6	12	18	
2.00		6	9	12

c) スチフナー無しの場合の解析条件

水圧鉄管は連続梁構造で伸縮継手が設けられることから、解析モデル(板厚一定)は図-16に示すように、一端は完全固定、他端は半径方向変位のみ固定とした。鉄管内は充水状態とし、形状パラメータを表-1に示すように設定した。さらに内圧の影響も考慮するため、 $0.3\sigma_a$  および  $0.6\sigma_a$  (許容引張応力  $\sigma_a = 135\text{N/mm}^2$ ) 相当の周方向膜応力が生じる条件も付加して固有振動解析を行った。

メッシュサイズは、数値解析結果がメッシュ分割に依存しなくなるまで細かくするものとし、予備検討の結果から7.5cmピッチを選択した。

d) スチフナー有りの場合の解析条件

リングガーダー間に周方向スチフナーがある場合については、前述の通り現行の水門鉄管技術基準にも振動数算定式は示されていない。実務上、スチフナーの剛性に関係なくスチフナー間距離を鉄管のスパン長と見なして振動数算定式を適用することが多いが、特に周方向モード次数  $n=2$  の場合はスチフナーの効果が現れにくく、実体とかけ離れた評価に陥り易い点に留意すべきである。

そこで、2.に示したアンケート調査結果に基づきスチフナー付き水圧鉄管の代表的なパラメータ範囲を表-2のように設定し、固有振動解析を実施した。4種類の周方向スチフナー(F100, F150, F200, T250)(図-17)を配置したことによる水圧鉄管の局所の剛性変化(スチフナーを中心とした有効幅内<sup>7)</sup>)は表-3に示す通りである。なお、スチフナー無しの場合と同様、内圧の影響も考慮するため、静水圧で  $0.3\sigma_a$  および  $0.6\sigma_a$  相当の周方向膜応力が生じる条件で固有振動解析を実施した。

e) 解析結果

スチフナー無しの場合の結果を表-4、スチフナー有りの結果を表-5に示す。表-4では、有限要素解析による固有振動数をFEMの欄に、後述する著者提案式から求めた値を簡易式の欄に、現行の水門鉄管技術基準式(式(2))から求めた値を水鉄式の欄に記載した。また、表-5には有限要素解析の結果のみ示した。

響を無視した流体の運動方程式は、単に、

$$[K_f]\{p\} + \rho[S]^T\{\ddot{u}\} = 0 \quad (4)$$

であり、接水部での境界条件は、

$$\{f_p\} = [S]\{p\} \quad (5)$$

となる。ここで、

$\{\ddot{u}\}, \{\dot{u}\}, \{u\}, \{p\}$  : 加速度, 速度, 変位, 圧力ベクトル

$[M_s], [C_s], [K_s]$  : シェルの質量, 減衰, 剛性マトリクス

$[K_f]$  : 流体側から導かれたマトリクス

$\{f_p\}, [S]$  : 流体力ベクトル, 流体・構造連成マトリクス

次に式(5)を用いて式(3), (4)を結合し、減衰項を無視すれば流体を付加質量として考慮した式(6)が導かれ、固有値解析により水圧鉄管の固有振動数が求められる。

$$[M_s + \rho S K_f^{-1} S^T]\{\ddot{U}\} + [K_s]\{U\} = 0 \quad (6)$$

#### 4. 水圧鉄管の固有振動数簡易算定式の提案

前述の通り、式(2)は緻密な円筒殻の式から出発しているが、最終的に Donnell の式から導かれる形と同様な式に至っている。したがって、精度上の議論を別とすれば、円筒殻の振動数特性が式(2)のような単純な形で良く表されることは明らかである。即ち、式(2)の定数等をまとめて整理しなおすと式(7)のようになり、振動数算定の近似式を提案するとすれば、単なる高次多項式よりも、この形を基本にすべきである。

$$f = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \sqrt{a \frac{tR}{L^4} + b \frac{t^3}{R^5} + \frac{c}{E} \frac{P}{R^2}} \quad (7)$$

ここで、 $a, b, c$  は新たな定数

他の記号は式(2)と同じ。

そこで、以下の手順で定数  $a, b, c$  を調整し、表-4 の固有振動数解析結果に近似させるものとした。近似させる方法は、誤差  $E_{rr}$  を次式で定め、 $\partial E_{rr} / \partial a, \partial E_{rr} / \partial b, \partial E_{rr} / \partial c$  を求める。

$$E_{rr} = \sum (f_e - f_{app})^2 \quad (8)$$

ここで、 $f_e$  : 有限要素解析で求められた表-4 の固有振動数

$f_{app}$  : 近似式(7)で計算した振動数 (最初、定数  $a, b, c$  は仮に定めた値を用いる)

次に、 $a, b, c$  の初期値として種々の数値を仮定し、最急降下法により  $E_{rr}$  の極小値を見出す試行を繰り返し、最も近似度のよい定数  $a, b, c$  を決定するものである。その結果として、有限要素解析で得られた  $n=2, 3$  に対する振動数の近似値  $f_2, f_3$  を算定するための式は次の通りである。

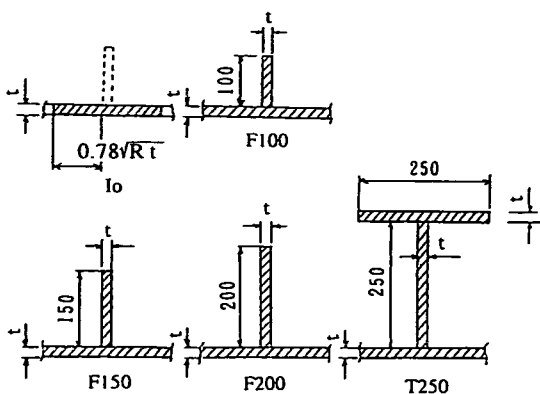


図-17 周方向スチフナーの形状

表-3 管胴本体 (有効幅) のみ、および周方向スチフナーが有る場合の断面 2 次モーメント

R (m)	1		2	
t (mm)	9	12	12	18
管胴のみ $I_0$ (cm <sup>4</sup> )	0.95	2.63	3.65	15.26
F100 : $I$ (cm <sup>4</sup> )	239	346	374	641
$I/I_0$	251	131	102	42
F150 : $I$ (cm <sup>4</sup> )	690	989		
$I/I_0$	724	375		
F200 : $I$ (cm <sup>4</sup> )	1466	2091	2311	3828
$I/I_0$	1536	794	633	251
T250 : $I$ (cm <sup>4</sup> )			11941	20438
$I/I_0$			3270	1339

注)  $I_0$  : 管胴の断面 2 次モーメント (スチフナーが有る場合の有効幅で計算した)

$I$  : 周方向スチフナー+管胴 (有効幅) における断面 2 次モーメント

表-4 a) パラメータ解析結果と後述の簡易算定式による固有振動数の比較 ( $L=6m$ , スチフナー無し)

固定間隔 L m	半径 R m	板厚 t mm	内圧により発生する周方向応力	圧力 P MPa	R/t	L/R	固有振動数 (Hz) k: 軸方向モード次数, n: 周方向モード次数								
							k=1, n=2				k=1, n=3				
							FEM (fe)	簡易式 (fs)	fs / fe	水鉄式	FEM (fe)	簡易式 (fs)	fs / fe	水鉄式	
6	0.50	6	0.3σ <sub>a</sub>	0.476	83	12	22.1	21.4	0.97	19.9	36.8	36.3	0.99	37.4	
							27.5	27.1	0.99	25.0	51.3	50.8	0.99	51.8	
							32.8	32.7	1.00	30.2	67.5	67.6	1.00	67.7	
	0.75	6	0.3σ <sub>a</sub>	0.318	125	8	21.0	20.2	0.96	16.0	21.1	20.4	0.97	20.1	
							25.1	24.8	0.99	19.3	27.2	26.5	0.98	26.0	
							28.5	28.9	1.01	22.1	33.6	33.0	0.98	32.3	
	1.00	6	0.3σ <sub>a</sub>	0.238	167	6	21.8	22.0	1.01	16.3	16.9	16.1	0.95	14.6	
							26.1	26.9	1.03	19.5	20.8	20.2	0.97	18.1	
							29.5	31.2	1.06	22.1	24.5	24.0	0.98	21.6	
	6	0.50	6	0.6σ <sub>a</sub>	0.953	83	12	25.8	25.7	0.99	25.1	46.3	47.4	1.02	47.7
								31.6	32.2	1.02	30.8	60.7	63.0	1.04	62.1
								37.0	38.4	1.04	36.1	76.3	80.1	1.05	77.5
0.75		6	0.6σ <sub>a</sub>	0.635	125	8	22.3	21.6	0.97	18.2	26.4	26.3	0.99	26.2	
							26.6	26.6	1.00	21.9	33.0	33.4	1.01	32.7	
							30.2	30.9	1.02	24.9	39.5	40.5	1.02	39.1	
1.00		6	0.6σ <sub>a</sub>	0.476	167	6	22.4	22.6	1.01	17.2	20.0	19.3	0.97	18.4	
							26.8	27.7	1.03	20.6	24.3	24.1	0.99	22.5	
							30.3	32.0	1.06	23.4	28.3	28.4	1.00	26.2	
1.00		6	0.6σ <sub>a</sub>	0.953	83	6	35.8	39.3	1.10	27.7	35.9	36.9	1.03	33.5	
							38.0	42.5	1.12	29.6	39.8	41.3	1.04	37.2	



表-4 b) パラメータ解析結果と後述の簡易算定式による固有振動数の比較 (L=12m, スチフナー無し)

固定間隔 L m	半径 R m	板厚 t mm	内圧により 発生する 周方向応力	圧力 P MPa	R/t	L/R	固有振動数(Hz) k:軸方向モード次数, n:周方向モード次数								
							k=1, n=2			k=1, n=3					
							FEM (fe)	簡易式 (fs)	fs / fe	水鉄式	FEM (fe)	簡易式 (fs)	fs / fe	水鉄式	
12	0.50	6	0.3σ <sub>a</sub>	0.476	83	24	15.6	15.6	1.00	17.0	35.7	35.4	0.99	37.0	
		9		0.714	56	24	20.4	20.3	1.00	21.9	50.2	49.9	0.99	51.4	
		12		0.953	42	24	25.5	25.3	0.99	27.0	66.3	66.7	1.00	67.4	
	0.75	6	0.3σ <sub>a</sub>	0.318	125	16	9.5	9.2	0.97	9.6	18.2	18.0	0.99	18.9	
		9		0.476	83	16	11.8	11.6	0.98	11.9	24.0	23.8	0.99	24.7	
		12		0.635	63	16	14.0	13.8	0.99	14.1	30.3	30.0	0.99	31.0	
	1.00	6	0.3σ <sub>a</sub>	0.238	167	12	7.9	7.4	0.94	7.1	11.8	11.6	0.98	12.1	
		9		0.357	111	12	9.6	9.1	0.95	8.6	15.1	14.8	0.98	15.4	
		12		0.476	83	12	11.1	10.7	0.97	10.0	18.4	18.1	0.99	18.7	
	1.50	6	0.3σ <sub>a</sub>	0.238	167	8	9.2	8.7	0.95	7.0	9.0	8.6	0.96	8.6	
		9		0.357	111	8	10.5	10.1	0.96	8.0	10.6	10.2	0.97	10.1	
		12		0.476	83	8	12.6	12.4	0.99	9.7	13.6	13.3	0.98	13.0	
	2.00	6	0.3σ <sub>a</sub>	0.238	167	6	10.9	11.0	1.01	8.1	8.5	8.0	0.95	7.3	
		9		0.357	111	6	13.0	13.5	1.04	9.7	10.4	10.1	0.97	9.1	
		12		0.476	83	6	13.9	14.6	1.05	10.4	11.3	11.0	0.97	9.9	
	12	0.50	6	0.6σ <sub>a</sub>	0.953	83	24	20.5	21.1	1.03	22.9	45.3	46.7	1.03	47.4
			9		1.429	56	24	25.6	26.8	1.05	28.3	59.7	62.3	1.04	61.8
			12		1.905	42	24	30.8	32.4	1.05	33.5	75.2	79.4	1.05	77.2
		0.75	6	0.6σ <sub>a</sub>	0.635	125	16	12.1	12.1	1.00	12.9	24.1	24.5	1.01	25.3
			9		0.953	83	16	14.7	15.0	1.02	15.7	30.4	31.3	1.03	31.7
12			1.270		63	16	17.1	17.6	1.03	18.1	36.7	38.1	1.04	38.0	
1.00		6	0.6σ <sub>a</sub>	0.476	167	12	9.3	9.0	0.96	9.1	15.9	15.8	1.00	16.5	
		9		0.714	111	12	11.3	11.0	0.98	11.0	19.6	19.9	1.01	20.3	
		12		0.953	83	12	12.9	12.9	1.00	12.6	23.1	23.7	1.02	23.9	
1.50		6	0.6σ <sub>a</sub>	0.476	167	8	9.8	9.3	0.95	8.0	11.4	11.2	0.98	11.4	
		9		0.635	125	8	11.1	10.8	0.97	9.1	13.2	13.1	0.99	13.1	
		12		0.953	83	8	13.3	13.3	1.00	10.9	16.5	16.7	1.01	16.4	
2.00		6	0.6σ <sub>a</sub>	0.476	167	6	11.2	11.3	1.01	8.6	10.0	9.7	0.97	9.2	
		9		0.714	111	6	13.4	13.8	1.03	10.3	12.2	12.0	0.99	11.2	
		12		0.953	83	6	14.3	14.9	1.04	11.0	13.2	13.1	1.00	12.2	

表-4 c) パラメータ解析結果と後述の簡易算定式による固有振動数の比較 (L=18m, スチフナー無し)

固定間隔 L m	半径 R m	板厚 t mm	内圧により 発生する 周方向応力	圧力 P MPa	R/t	L/R	固有振動数(Hz) k:軸方向モード次数, n:周方向モード次数								
							k=1, n=2			k=1, n=3					
							FEM (fe)	簡易式 (fs)	fs / fe	水鉄式	FEM (fe)	簡易式 (fs)	fs / fe	水鉄式	
18	0.75	6	0.3σ <sub>a</sub>	0.318	125	24	8.3	8.2	0.99	9.1	18.0	17.8	0.99	18.8	
		9		0.476	83	24	10.4	10.4	1.00	11.3	23.8	23.6	0.99	24.6	
		12		0.635	63	24	12.5	12.5	1.00	13.5	30.1	29.9	0.99	30.9	
	1.00	6	0.3σ <sub>a</sub>	0.238	167	18	5.8	5.6	0.97	6.1	11.4	11.3	0.99	12.0	
		9		0.357	111	18	7.1	7.0	0.98	7.5	14.6	14.5	0.99	15.2	
		12		0.476	83	18	8.4	8.3	0.99	8.7	17.9	17.8	0.99	18.5	
	1.50	6	0.3σ <sub>a</sub>	0.238	167	12	6.3	4.9	0.93	4.7	7.9	7.7	0.98	8.1	
		9		0.357	111	12	5.0	5.7	0.95	5.4	9.3	9.2	0.98	9.5	
		12		0.476	83	12	7.4	7.1	0.96	6.6	12.3	12.1	0.99	12.5	
	2.00	6	0.3σ <sub>a</sub>	0.238	167	9	5.8	5.4	0.94	4.6	6.4	6.2	0.96	6.3	
		9		0.357	111	9	6.9	6.6	0.96	5.5	8.1	7.9	0.98	7.9	
		12		0.476	83	9	7.4	7.2	0.97	5.9	8.9	8.7	0.98	8.7	
	2.50	6	0.3σ <sub>a</sub>	0.286	139	7	7.1	6.9	0.97	5.3	6.4	6.1	0.96	5.9	
		9		0.333	119	7	7.6	7.4	0.98	5.7	6.9	6.7	0.96	6.4	
		12		0.476	83	7	8.0	7.8	0.98	7.2	13.8	13.6	0.99	14.0	
	18	0.75	6	0.6σ <sub>a</sub>	0.635	125	24	11.1	11.3	1.02	12.5	24.0	24.4	1.02	25.2
			9		0.953	83	24	13.6	14.1	1.03	15.3	30.2	31.1	1.03	31.6
			12		1.270	63	24	15.9	16.6	1.04	17.7	36.5	38.0	1.04	37.9
		1.00	6	0.6σ <sub>a</sub>	0.476	167	18	7.6	7.6	1.00	8.3	15.6	15.6	1.00	16.4
			9		0.714	111	18	9.3	9.3	1.00	10.1	19.2	19.6	1.02	20.2
12			0.953		83	18	10.9	10.9	1.02	11.6	22.7	23.4	1.03	23.7	
1.50		6	0.6σ <sub>a</sub>	0.476	167	12	6.2	6.0	0.96	6.0	10.6	10.5	1.00	11.0	
		9		0.635	125	12	7.1	6.9	0.97	6.9	12.3	12.4	1.01	12.7	
		12		0.953	83	12	8.6	8.6	1.00	8.4	15.4	15.8	1.02	15.9	
2.00		6	0.6σ <sub>a</sub>	0.476	167	9	6.3	6.0	0.96	5.4	8.3	8.2	0.99	8.4	
		9		0.714	111	9	7.6	7.3	0.97	6.5	10.2	10.3	1.00	10.3	
		12		0.953	83	9	8.1	7.9	0.98	6.9	11.1	11.2	1.01	11.2	
2.50		6	0.6σ <sub>a</sub>	0.572	139	7	7.4	7.2	0.97	5.9	7.8	7.7	0.98	7.6	
		9		0.667	119	7	7.9	7.8	0.98	6.3	8.5	8.4	0.99	8.2	
		12		0.953	83	7	8.0	7.8	0.98	7.2	13.8	13.6	0.99	14.0	

表-4 d) パラメータ解析結果と後述の簡易算定式による固有振動数の比較 (L=24m, スチフナー無し)

固定間隔 L m	半径 R m	板厚 t mm	内圧により 発生する 周方向応力 $0.3\sigma_a$	圧力 P MPa	R/t	L/R	固有振動数(Hz) k:軸方向モード次数, n:周方向モード次数							
							k=1, n=2			k=1, n=3				
							FEM (fe)	簡易式 (fs)	fs / fe	水鉄式	FEM (fe)	簡易式 (fs)	fs / fe	水鉄式
24	1.00	6	$0.3\sigma_a$	0.238	167	24	5.3	5.3	0.99	5.9	11.4	11.2	0.99	11.9
		9		0.357	111	24	6.6	6.6	1.00	7.3	14.6	14.4	0.99	15.2
		12		0.476	83	24	7.8	7.8	1.00	8.5	17.8	17.7	0.99	18.5
		18		0.714	56	24	10.2	10.2	1.00	10.9	25.1	25.0	1.00	25.7
	21	0.833	48	24	11.3	11.4	1.01	12.2	28.8	29.0	1.01	29.6		
	1.50	9	$0.3\sigma_a$	0.238	167	16	4.1	4.0	0.97	4.2	7.7	7.6	0.99	8.0
		12		0.318	125	16	4.8	4.6	0.97	4.8	9.1	9.0	0.99	9.4
		18		0.476	83	16	5.9	5.8	0.98	6.0	12.0	11.9	0.99	12.4
		21		0.556	71	16	6.4	6.3	0.98	6.5	13.6	13.4	0.99	13.9
	2.00	12	$0.3\sigma_a$	0.238	167	12	4.0	3.7	0.93	3.5	5.9	5.8	0.98	6.1
		18		0.357	111	12	4.8	4.6	0.96	4.3	7.5	7.4	0.98	7.7
	2.50	18	$0.3\sigma_a$	0.417	95	12	5.2	5.0	0.97	4.7	8.4	8.2	0.99	8.5
21		0.286		139	10	4.6	4.3	0.94	3.7	5.5	5.4	0.97	5.5	
24	1.00	6	$0.6\sigma_a$	0.476	167	24	7.3	7.3	1.00	8.2	15.5	15.6	1.00	16.4
		9		0.714	111	24	8.8	9.0	1.02	10.0	19.2	19.6	1.02	20.2
		12		0.953	83	24	10.2	10.6	1.04	11.4	22.7	23.3	1.03	23.7
		18		1.429	56	24	12.8	13.4	1.05	14.1	29.9	31.1	1.04	30.9
	21	1.667	48	24	14.1	14.8	1.05	15.4	33.7	35.3	1.05	34.7		
	1.50	9	$0.6\sigma_a$	0.476	167	16	5.3	5.2	0.99	5.6	10.4	10.4	1.00	10.9
		12		0.635	125	16	6.0	6.0	1.00	6.5	12.1	12.2	1.01	12.6
		18		0.953	83	16	7.4	7.5	1.02	7.8	15.2	15.6	1.03	15.8
		21		1.111	71	16	8.0	8.2	1.03	8.5	16.8	17.3	1.03	17.4
	2.00	12	$0.6\sigma_a$	0.476	167	12	4.7	4.5	0.96	4.5	7.9	7.9	1.00	8.2
		18		0.714	111	12	5.6	5.5	0.98	5.5	9.8	9.9	1.01	10.2
		21		0.833	95	12	6.1	6.0	0.99	5.9	10.7	10.9	1.02	11.0
2.50	18	$0.6\sigma_a$	0.572	139	10	5.1	4.8	0.95	4.4	7.2	7.2	1.00	7.3	
	21		0.667	139	10	5.4	5.2	0.96	4.8	7.8	7.8	1.00	7.9	

表-5 パラメータ解析結果 (スチフナー有り, 等間隔配置)

固定間隔 L m	半径 R m	板厚 t mm	内圧により 発生する 周方向応力	圧力 P MPa	R/t	L/R	スチフナー 形状	スチフナー 剛比	固有振動数(Hz) k:軸方向モード次数, n:周方向モード次数											
									k=1, n=2				k=1, n=3							
									スチフナー本数				スチフナー本数							
0	1	2	3	0	1	2	3													
6	1.00	12	$0.3\sigma_a$	0.476	83	6	F100	131	29.5	30.4	30.8	24.5	32.3	35.8						
				F200	794	29.5	33.6	35.4	24.5	42.6	53.7									
			$0.6\sigma_a$	0.953		F100	191	30.3	31.1	31.5	24.5	35.3	38.5							
				F200	794	30.3	34.3	36.0	24.5	44.9	55.5									
			12	1.00	9	$0.3\sigma_a$	0.357	111	12	F100	251	9.6	10.7	11.1	11.6	15.1	18.1	21.5	23.7	
							F150	724	9.6	12.1	13.1	14.1	15.1	18.5	25.8	30.2				
F200	1536	9.6					13.6	15.4	17.0	15.1	18.6	26.9	35.0							
12	$0.3\sigma_a$	0.476			83	12	F100	131	11.1	12.3	12.8	13.3	18.4	21.6	25.5	28.0				
		F150			375	11.1	13.9	15.1	16.3	18.4	22.1	30.3	35.4							
		F200			794	11.1	15.8	17.8	19.6	18.4	22.2	31.2	40.9							
12	$0.6\sigma_a$	0.953		83	12	F100	131	12.9	14.0	14.4	14.9	23.1	25.8	29.1	31.3					
		F150		375	12.9	15.4	16.5	17.6	23.1	26.2	33.4	38.0								
		F200		794	12.9	17.1	19.0	20.7	23.1	26.3	34.2	43.3								
2.00	12	$0.3\sigma_a$		0.238	167	6	F100	102	10.9	11.0	11.0	8.5	9.1	9.4						
				F200	633	10.9	11.2	11.4	8.5	11.3	12.5									
				T250	3270	10.9	12.0		8.5	14.2										
	18	$0.3\sigma_a$	0.357	111	6	F100	42	13.0	13.1	13.1	10.4	11.2	11.6							
			F200	251	13.0	13.4	13.6	10.4	13.9	15.4										
			T250	1339	13.0	14.5		10.4	17.6											
18	$0.6\sigma_a$	0.714	111	6	F100	42	13.4	13.5	13.5	12.2	12.9	13.2								
		F200	251	13.4	13.8	13.9	12.2	15.3	16.7											
		T250	1339	13.4	14.8		12.2	18.7												
18	1.00	9	$0.3\sigma_a$	0.357	111	18	F100	251	7.1	8.1	8.5	8.9	14.6	15.5	18.0	20.5				
				F150	724	7.1	9.1	10.2	11.1	14.6	15.6	18.1	23.1							
				F200	1536	7.1	10.1	12.0	13.4	14.6	15.6	18.2	23.3							
		12	$0.3\sigma_a$	0.476	83	18	F100	131	8.4	9.4	9.9	10.4	17.9	18.9	21.5	24.3				
				F150	375	8.4	10.6	11.9	13.2	17.9	18.9	21.7	27.1							
				F200	794	8.4	11.7	14.0	15.6	17.9	18.9	21.7	27.2							
	12	$0.6\sigma_a$	0.953	83	18	F100	131	10.7	11.5	11.9	12.3	22.7	23.6	25.7	28.1					
			F150	375	10.7	12.5	13.6	14.5	22.7	23.6	25.9	30.5								
			F200	794	10.7	13.4	15.5	17.0	22.7	23.6	25.9	30.7								
	2.00	12	$0.3\sigma_a$	0.238	167	9	F100	102	5.8	5.8	5.9	6.4	7.0	7.2						
				F200	633	5.8	6.2	6.3	6.4	8.5	9.8									
				T250	3270	5.8	7.1	7.6	6.4	9.7	13.2									
18		$0.3\sigma_a$	0.357	111	9	F100	42	6.9	7.0	7.1	8.1	8.8	9.1							
			F200	251	6.9	7.4	7.6	8.1	10.6	12.2										
			T250	1339	6.9	8.6	9.3	8.1	11.9	16.6										
18	$0.6\sigma_a$	0.714	111	9	F100	42	7.6	7.6	7.7	10.2	10.8	11.0								
		F200	251	7.6	8.0	8.2	10.2	12.4	13.7											
		T250	1339	7.6	9.1	9.8	10.2	13.5	17.8											
24	2.00	12	$0.3\sigma_a$	0.238	167	12	F100	102	4.0	4.0	4.1	4.1	5.9	6.4	6.6	6.8				
				F200	633	4.0	4.4	4.6	4.7	5.9	7.2	8.6	9.5							
				T250	3270	4.0	5.3	5.8	6.3	5.9	7.5	10.9	13.1							
	18	$0.3\sigma_a$	0.357	111	12	F100	42	4.8	4.9	4.9	5.0	7.5	8.1	8.4	8.6					
			F200	251	4.8	5.3	5.6	5.8	7.5	9.0	10.8	11.9								
			T250	1339	4.8	6.5	7.2	7.9	7.5	9.3	13.3	16.5								
18	$0.6\sigma_a$	0.714	111	12	F100	42	5.6	5.7	5.8	5.8	9.8	10.2	10.5	10.7						
		F200	251	5.6	6.1	6.3	6.5	9.8	11.0	12.5	13.4									
		T250	1339	5.6	7.2	7.8	8.4	9.8	11.2	14.8	17.6									

$n=2, k=1$  の場合,

$$f_2 = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \sqrt{3.77 \frac{tR}{L^4} + 0.142 \frac{t^3}{R^5} + 0.837 \frac{P}{ER^2}} \quad (9)$$

$n=3, k=1$  の場合,

$$f_3 = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \sqrt{1.09 \frac{tR}{L^4} + 1.78 \frac{t^3}{R^5} + 3.82 \frac{P}{ER^2}} \quad (10)$$

ここで,

$E$  : 鋼の弾性係数

[ $206 \text{ kN/mm}^2 \rightarrow 2.06 \times 10^8 \text{ kg/mm} \cdot \text{sec}^2$ ]

$\rho$  : 鋼の密度 [ $7.85 \times 10^6 \text{ kg/mm}^3$ ]

$t$  : 鉄管板厚 [mm],  $L$  : 鉄管のスパン長 [mm]

$R$  : 板厚中心までの半径 [mm]

$P$  : 内圧 [MPa]

$$\sqrt{\frac{E}{\rho}} : = 0.512 \times 10^7 \text{ [mm/sec]}$$

なお、式(9)、(10)の適用結果は、表-4中に、簡易式 $f_s$ として示してあるが、本式の適用範囲は概ね次の通りである。

- ① 鉄管半径 :  $0.50 \text{ (m)} \leq R \leq 2.50 \text{ (m)}$
- ② 鉄管板厚 :  $6 \text{ (mm)} \leq t \leq 21 \text{ (mm)}$
- ③ スパン長 :  $6 \text{ (m)} \leq L \leq 24 \text{ (m)}$
- ④ 圧力 (水圧) :  $0.2 < P < 2 \text{ (MPa)}$
- ⑤ 軸方向モード次数 :  $k=1$  の場合のみ
- ⑥ 周方向モード次数 :

$n=2$  の場合, 概ね 20Hz 以下

$n=3$  の場合, 概ね 30Hz 以下

他のモード次数の場合, 適用できない。

さらに、適用上注意すべき点は、有限要素解析の境界条件から明らかな通り、中間に周方向スチフナーは無く、両端はリングガーダー支持を前提としており、コンクリートサドル支持では精度が低下することに注意が必要である。また、鋼と水の密度比は定数としてあるので、泥水や管胴が鋼材以外の場合のように、密度比の大きく異なる組合せに対しては適用外となることを指摘しておきたい。

## 5. 周方向スチフナーが固有振動数に及ぼす効果の検討

1. でも述べた通り、周方向スチフナーが固有振動数に及ぼす効果は、理論的取り扱いが難しく、現行の水門鉄管技術基準においても明確な記述がなされていない。設計にあたっては、リングガーダーおよび周方向スチフナー間をスパン長 $L$ として固有振動数算定式

を適用することが多いが、実態とかけ離れた評価を避けるためには、スチフナー効果の定量的検討が必要である。表-6は、表-4および表-5をもとに作成したもので、スパン長が短くスチフナーが無い場合と、スパン長がその整数倍長くスチフナー有りで、無補剛の管胴長さがスチフナー無しに等しい場合の固有振動数を比較したものである。

### (1) $n=2$ の場合

表-6の $n=2, k=1$ の場合を考察する。スチフナーの剛性が無限大であれば、スパン長が短くスチフナーが無い場合の固有振動数に一致するはずであるにも拘わらず、通常用いられるスチフナー程度の剛性では、固有振動数の増加にほとんど寄与していないことがわかる。したがって、高剛性のリングガーダーと、周方向スチフナーの剛性の違いを無視して、スチフナー間隔を鉄管のスパン長として固有振動数算定式を適用するのは適切ではない。そこで、表-5の結果について、等価板厚の視点から検討を行った。即ち、スチフナー有りの場合の振動数と、スチフナー無しで鉄管板厚を増した場合の振動数が等しくなるときの板厚を等価板厚 $t_{eq}$ として算出する。一例として、図-18は $L/R=12$ における等価板厚比 $\lambda$  ( $t_{eq}$ と元の板厚の比)を示したものである。

図中では、スチフナーの有効幅内<sup>7)</sup>におけるスチフナー付き管胴の曲げ剛性( $I$ )と、管胴のみの曲げ剛性( $I_0$ )の比の常用対数 $\log(I/I_0)$ を横軸にとり、 $\lambda$ を縦軸ととっている。顕著な特徴として言えるのは、

- ① スチフナーの固有振動数に対する効果は $L/R$ に大きく依存する。
- ②  $I/I_0 < 100$ では、ほとんどスチフナーの効果は無視できる。

ことである。

以上の検討結果に基づいて、スチフナー1個で、 $n=2$ に対する振動数評価のための等価板厚 $t_{eq}$ は、

$$t_{eq} = \lambda \cdot t \quad (11)$$

ここで、

( $\log(I/I_0) \geq 2$ ) の場合 :

$$\lambda = 1 + \varepsilon \{ \log(I/I_0) - 2 \} \quad (12)$$

( $\log(I/I_0) < 2$ ) の場合 :

$$\lambda = 1 \quad (13)$$

とするのが実用的であり、 $L/R=12$ 以外の形状に関しても同様の検討を行って $\varepsilon$ の値を最小2乗法で求めると、概ね表-7の通りである。

$\varepsilon$ と $L/R$ の関係はS字型カーブとなり、簡易式の提

表-6 周方向スチフナーによる固有振動数の変化

	$n=2, k=1$	$n=3, k=1$
$L=6m, R=1.00m, t=12mm,$ $\sigma = 0.3\sigma_a, \text{スチフナー無し}$	29.5 Hz	24.5 Hz
$L=12m$ でスチフナー1個の場合 (F100, F150, F200 については図-17 参照)	F100: 12.3 F150: 13.9 F200: 15.8	21.6 22.1 22.2
$L=18m$ でスチフナー2個の場合	F100: 9.9 F150: 11.9 F200: 14.0	21.5 21.7 21.7

表-7  $\epsilon$  の値

$L/R$	6	9	12	18
$\epsilon$	0.20	0.48	1.03	1.30

示が難しい。したがって、 $L/R$  が、丁度、表-7 中の値にならない場合には直線内挿を行うものとする。 $L/R$  が 18 を越える事例もまれに見られるが、鉄管形状のほぼ上限に近いと考えられることから、 $L/R > 18$  で表-7 の範囲からはずれない場合にも  $\epsilon = 1.30$  とするのが適切と考えられる。

周方向スチフナーが 2 個の場合には、 $\log(I/I_0)$  を 2 倍して評価を行う。図-18 に○で示したデータがスチフナー 2 個の解析事例に相当するが、この評価法を用いてもスチフナー 1 個の場合と傾向が大きく変わることはない。

図-11 に示した通り、1 スパンあたりのスチフナー個数は大半が 2 個以下である。3 個以上もわずかに見られるが、これらは供用段階で何らかの問題が生じたためにスチフナーを増設した事例であり、製作・施工経費の問題を含めて設計時に 3 個以上のスチフナー設置が計画されることはまずない。そのため、周方向スチフナー 2 個までの等価板厚評価式が準備されていれば実用上問題は生じない。

(2)  $n=3$  の場合

表-6 から明らかな通り、 $n=3$  の場合は  $n=2$  に比べて遥かにスチフナーの効果は顕著である。通常用いられる周方向スチフナーで、無補剛間隔が同じであれば、その剛性に関わらず、固有振動数はほぼ等しくなり、スチフナーがよく機能していることは明らかである。また、共振による振動発生に関する過去の調査においても、さらに 2. で述べた実態調査においても、 $n=3$  での振動事例が見られないことから、複雑な設計式を提案することは不適切と判断される。したがって、 $n=3$  に対しては、設計評価上、スチフナー間をスパン長と

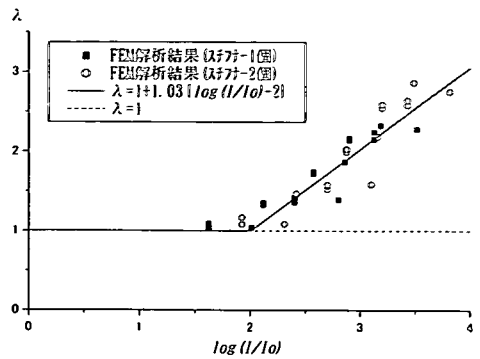


図-18  $L/R = 12$  の場合の等価板厚比

見なして、式(10)を適用するのが適切であり、 $n \geq 4$  に対しては、従来の水門鉄管技術基準における式(2)を同様に適用するのが適切である。

6. 提案する振動数算定法の適用性検討

図-19 は提案する固有振動数算定式(9)から求めた振動数を縦軸に、水車回転数 (Hz) を横軸にとり、両者の関係を示したものである。図-19 に示した振動事例 (4 地点、8 箇所) の事例は、振動発生時の構造諸元をもとに計算したものである。図中の  $Y=X$  は水車回転数 ( $X$ ) と鉄管振動数 ( $Y$ ) が一致する状態、 $Y=X/3.6$  は発電機の部分負荷時における吸出管内の水の旋回流による振動数が鉄管振動数と一致する状態を意味している。

4 地点の振動事例は  $Y=X$  に近いところに分布しており、この周辺では顕著な水圧変動 (脈動) が存在すれば共振する可能性があることがわかる。一方、 $Y=X$  (あるいは  $Y=X/3.6$ ) の周辺でも振動が認められない事例が多数存在することから、顕著な水圧変動さえなければ水車回転数と鉄管振動数が近接していても問題が生じないものと考えられる。なお、ここに示した振動事例は、すべてリングガード支持の鉄管である。

次に振動事例が発生した地点ではスチフナーの設置 (増設) による補強対策が施されているため、補強効果の程度について考察する。図-20 は、横軸が振動の発生した時点における固有振動数算定値、縦軸がスチフナーを設置した後の固有振動数算定値である。スチフナーを設置することによる固有振動数の増加は最低でも 20% 程度であり、これが共振回避の一つの目安になるものと考えられる。

図-21 は、図-15 に示した水圧鉄管の形状比分布図に、図-19 で鉄管の固有振動数算定値が水車回転数の  $\pm 10$

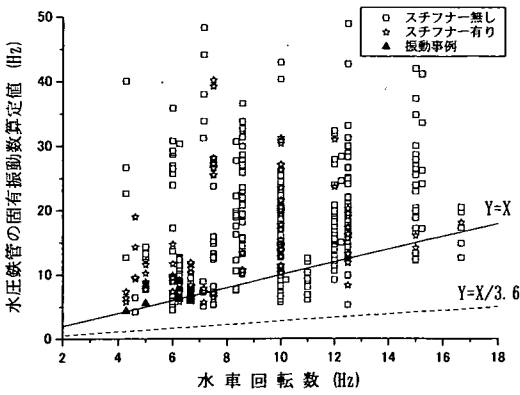


図-19 水車回転数と水圧鉄管の固有振動数算定値の比較

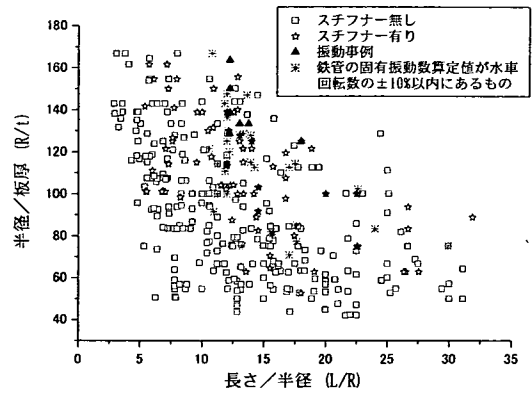


図-21 水圧変動が大きくなれば、共振が生じる可能性のある水圧鉄管の形状比

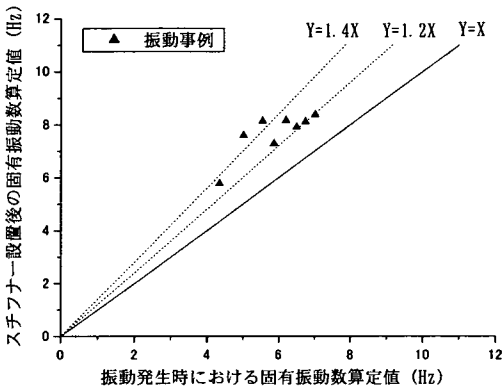


図-20 周方向スチフナーを設置することによる固有振動数の変化

%以内であった44ケース(スチフナー無し30ケース、有り14ケース)のデータを\*印でプロットし直したものである。\*印のデータは、水圧変動が大きくなれば水圧鉄管が共振する可能性のあることを示唆するものである。振動事例があった▲印のデータは、総じて\*印のデータ分布の上方に位置している。

4 地点の振動事例について、水車回転数と提案する簡易算定式、現行の水門鉄管技術基準の式による評価結果を表-8に比較して示した(振動発生時の構造諸元で評価)。表中、振動数の算定にあたり、すべて周方向モード次数  $n=2$ 、軸方向モード次数  $k=1$  としている。また、現行の水門鉄管技術基準には、スチフナーの取り扱い方法が明記されていないため、地点1の水鉄式ではスチフナーが無いものとして計算した。提案した算定式は  $n=2$ 、 $n=3$  に特化したものであるが、実態とよく一致している。

設計上、振動数の評価結果に対して、共振域を想定することが重要であるが、その値は振動数算定式の精

表-8 振動事例に対する振動数評価の比較 ( $n=2, k=1$ )

	水車回転数 (Hz)	簡易算定式 (Hz)	現行の水鉄式 (Hz)	スチフナー本数	
				初期	増設
地点1	6.3	6.2	5.2*	1	+2
地点2	6.7	6.7	7.1	0	+1
地点3	5.0	5.6	5.8	0	+10
地点4	4.3	4.3	4.4	0	+7

注) \*印は、スチフナーが無いものとして計算した。

度と減衰特性を考慮して定められるべきものである。

ASCEの水圧鉄管に関する設計ガイドライン<sup>10)</sup>では、共振域を振動数の $\pm 20\%$ の範囲としているが、本検討結果から見てやや小さめの値と考えられる。

## 7. むすび

以上、本研究により得られた結果をまとめると以下の通りである。

- (1) 最近の30年間に建設あるいは更新された水圧鉄管の形状、形状比、使用条件および振動発生事例等の調査を行って実態を明らかにした。振動発生事例は特定の形状比領域に集まっており、周方向モード次数  $n=2$  が最も考慮すべきものであることが明らかになった。
- (2) 水圧鉄管の固有振動数算定式は、設計段階で水圧鉄管の振動特性を適切に評価する上で重要である。本論文では、有限要素法による多数のパラメータ解析結果をよく近似する簡易な算定式を見出すことに努め、周方向スチフナー無しの場合について、固有振動数算定式を提案した。本提案式の適用によ

り、周方向モード次数  $n=2$  の場合は 20Hz 以下、 $n=3$  の場合は 30Hz 以下において、おおむね 1Hz 以内の精度で振動数の推定が可能である。

- (3) 周方向スチフナー有りの場合については、無しの場合より振動現象を支配するパラメータが増えるため、複雑にならざるをえない。設計上、 $n=2$  についてはスチフナーを等価板厚で考慮する方法を提案し、 $n=3$  以上については、通常用いられている程度のスチフナーで、その効果が発揮されているものと見なし得ることを示した。
- (4) 提案する固有振動数算定式を実態調査による振動発生事例に適用した結果、適切な評価の可能なことを確認した。

謝辞：本研究は（社）水門鉄管協会の「水圧管路の評価調査委員会」（平成 6 年度、7 年度）、「水圧鉄管の振動防止に関する研究委員会」（平成 12 年度）の一部として検討したものであり、実態調査の実施にあたり御協力頂いた（社）水門鉄管協会、電力各社および水圧鉄管メーカーの担当各位に謝意を表します。

#### 参考文献

- 1) 鬼頭史城：急に均等外圧を加えられる薄肉円筒殻の変形，日本機械学会論文集，第 18 巻，66 号，1952。
- 2) 鬼頭史城：水圧鉄管の振動について，日本機械学会論文集，第 18 巻，69 号，1952。
- 3) 鬼頭史城：水圧鉄管の振動に関する実地調査報告，日本機械学会誌，第 55 巻，403 号，1952。
- 4) 鬼頭史城：同上（第 3 報），日本機械学会論文集，第 19 巻，79 号，1953。
- 5) 鬼頭史城：組み合わせ応力を受けつつある薄肉円筒殻の水圧中振動について，日本機械学会論文集，第 22 巻，115 号，1956。
- 6) 鬼頭史城：水圧鉄管の振動に関する諸事項，水門鉄管，No.20，1961。
- 7) （社）水門鉄管協会：水門鉄管技術基準，昭和 48 年度版，1973，同昭和 56 年度版，1981，同平成 5 年度版，1993。
- 8) Shiraki, K., Honma, T. and Nagata, O. : The penstock vibration characteristics - On the vibrations of simply supported and ring-stiffened cylindrical shells filled with pressurized water, *Proc. of ASME Vibration Conference*, 75-DET-114, 1975.
- 9) 白木万博，本間敏秋，高山弘美，鬼頭史城：水圧鉄管の振動特性，水門鉄管，No.126，1981。
- 10) 林 毅編：軽構造の理論とその応用 上，日科技連，pp.433-436，1967。
- 11) 小林繁夫：振動学，丸善，pp.208-221，1994。
- 12) Zienkiewicz, O.C.: *The Finite Element Method (Third Edition)*, McGraw Hill, pp.388-394, 1977.
- 13) 中村秀治：鋼製円筒橋脚の動的弾塑性座屈解析，土木学会論文集，No.549/I-37，1996。
- 14) Tong, P.: The finite element method for fluid flow, *Japan-U.S. Seminar on Matrix Methods of Structural Analysis and Design*, 1969.
- 15) Zienkiewicz, O.C. and Newton, R.E. : Coupled vibrations of a structure submerged in a compressible fluid, *Proc. of Symposium on Finite Element Techniques held at the University of Stuttgart*, 1969.
- 16) ASCE : Steel Penstocks, *ASCE Manuals and Reports on Engineering Practice*, No.79, 1993.

(2000. 11. 7 受付)

## A VIBRATION FINDING SURVEY OF EXISTING STEEL PENSTOCKS AND FORMULAE FOR CALCULATING THE NATURAL FREQUENCY

Hideharu NAKAMURA and Kosuke YAMAMOTO

When a momentary pressure pulsation takes place at a turbine, and its frequency coincides with the natural frequency of a steel penstock, there occurs resonance thus resulting in a noticeable vibration. Lately, there is a tendency to increase the rotation frequency of turbines, on the other hand, the plate thickness of penstocks becomes thinner compared with before. As a result of the tendency, the oval vibration was found at some hydraulic power stations. Considering that rules on prevention of vibration are not necessarily corresponding to the oval vibration, we gathered information about existing penstocks constructed within the last 30 years. Based on the information, formulae to calculate the natural frequencies were proposed including the case with circumferential stiffener rings.