

画像解析を利用した連続体の変形場の計測法

吉田純司¹・阿部雅人²・CHAMINDALAL Sujewa Lewangamage³・藤野陽三⁴

¹正会員 博士(工) 山梨大学講師 工学部土木環境工学科 (〒400-8511 山梨県甲府市武田 4-3-11)

²正会員 Ph.D. 東京大学助教授 工学系研究科社会基盤工学専攻 (〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1)

³学生員 修士(工) 東京大学 工学系研究科社会基盤工学専攻 (同上)

⁴フェロー会員 Ph.D. 東京大学教授 工学系研究科社会基盤工学専攻 (同上)

近年、デジタル機器の発達から画像解析を応用した計測が注目されつつある。本研究では、画像を利用して大変形する連続体を対象とした変形場の計測システムを構築した。まず、従来の画像計測手法を拡張し、対象の変形を考慮した画像相関法による計測システムを構築した。次いで得られた計測データから計測対象の体積変化を考慮して補正する手法を提案した。最後に本計測システムを用いて、流体のスロッシング現象、積層ゴム支承の圧縮せん断変形および円筒形鉛試験片の引張り変形を計測し、構築したシステムの有効性を示した。

Key Words: *image processing, continua, deformation field, matching, strain field, sloshing, laminated rubber bearing, lead, necking phenomenon*

1. はじめに

近年、積層ゴム支承、鉛ダンパーおよび同調液体ダンパーなどを免震・制振デバイスとして利用している橋梁や建築物が普及定着している。これらのデバイスは複雑な力学特性を有することから実験的に性能の確認を行うことが主である。しかし、免震・制振デバイスの多くは、大変形し数 100% の大ひずみを呈することを前提としているため、従来のひずみゲージではデバイスに生じるひずみ場を計測することは困難となる。したがってこれまで載荷実験で得られる計測値は変位・荷重関係のみに限定されており、ひずみ場を精緻に把握している実験例はない。そのため、免震・制振デバイスに生じるひずみ分布を得るには、数値計算により予測することが唯一の方法であった。

一方、コンピュータのここ数年における発展はめざましく、従来では扱うことのできなかつた高精度で大容量の画像データをパーソナルコンピュータでも処理できるようになってきている¹⁾。画像は可視情報を精緻に計測できるため従来では観測のみに留まっていたものを定量的に把握することが可能となってきている。このことより画像による計測手法の将来性は極めて広いものと考えられる。

既往の画像計測手法を大別すると、粒子追跡法

と画像相関法がある²⁾。粒子追跡法は、文字通り計測対象中に混入された粒子 1 つ 1 つを追跡するものであるが、対象に粒子を混入できない場合や粒子数が非常に多い場合、あるいは画像間で粒子の移動量が大きい場合には適用が困難となる。そのため、既往の研究では、粒子の移動量が比較的小さく互いに判別が可能なものを計測の対象としているものが主となっている^{2), 3), 4)}。

画像相関法は特定の大きさを有する領域同士の濃淡パターンから変形場の移動を判定する手法である。そのため、濃淡パターンさえ存在すればどのような計測対象にも適用可能となる。既往の研究では、主として流体の変形場を計測対象としている。そのため、後処理に都合のよい Euler 座標系において計測法および誤差補正法は数多く提案されているものの^{5), 6)}、これらの手法では物質点を追跡できず、大変形する対象の変形過程を直接的に把握することはできない。

そこで本研究では、大変形する連続体を対象とした画像計測システムの構築を目的とする。

まず、従来の画像相関法を応用し、物質点の追跡を可能とする計測手法を構築する。また、画像間での変形量が大きく、画像相関法で利用する領域が剛体回転、変形をする場合を考慮し、回転・変形を取り入れた手法を提案する。

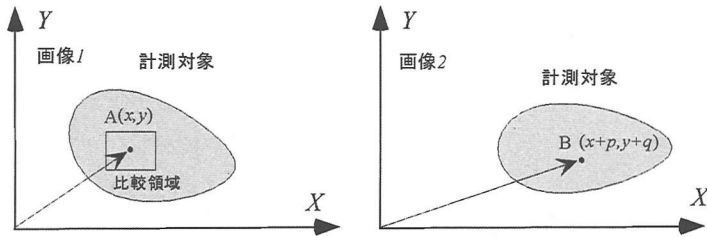


図-1 画像による計測の概念図

次いで計測誤差を補正するために、圧縮性材料の合理的な体積変化を考慮した補正手法を提案する。

最後に本画像計測システムを利用した実計測例を示す。計測対象としては、免震・制振デバイスとして広く利用されており、かつこれまで計測手法がないことから定量的に変形場を計測できていないものを対象とした。具体的には、

- 1) 流体のスロッシングにおける内部の流速場
 - 2) 圧縮とせん断変形を受ける積層ゴム支承の表面変位場、
 - 3) 引張り変形を受ける円筒系形状の鉛の表面変位場、
- について計測を行う。

2. 画像解析を利用した計測手法

ここでは画像相関法を利用した連続体の変形場の計測手法について述べる。

(1) 画像相関法^{6), 7), 8)}

画像間の類似性を判断する代表的な方法であるパターン相関法について述べる。

比較する2つのデジタル画像のうち、前に記録されたものを画像1、後に記録されたものを画像2と呼ぶことにする。図-1のように画像1における点Aの位置座標を (x, y) とし、点Aを重心としパターンと比較のための N 画素を含む領域における色の強さ(黒色0から白色255～256段階)をそれぞれ $f(x_i, y_i)$, $i=1, 2, \dots, N$ とする。以後この色の強さを表す0～255の値を階調値と呼ぶことにする。一方、画像2において点Aの移動後の位置を点Bとし、点Bの位置座標を $(x+p, y+q)$ とおく。また点Bを重心とした同一形状の領域における階調値を $g(x_i, y_i)$, $i=1, 2, \dots, N$ とする。

画像相関法は、それぞれ点A、点Bを重心とする比較領域について相関係数 Ξ を求め、それを評価指標にする方法である。

$$\Xi(p, q) = \frac{\sum_{i=1}^N \{f(x_i, y_i) - \bar{f}\} \{g(x_i + p, y_i + q) - \bar{g}\}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N \{f(x_i, y_i) - \bar{f}\}^2 \sum_{i=1}^N \{g(x_i + p, y_i + q) - \bar{g}\}^2}} \quad (1)$$

ただし、

$$\bar{f} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i, y_i) \quad (2a)$$

$$\bar{g} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(x_i + p, y_i + q) \quad (2b)$$

である。 $\Xi(p, q)$ は相関係数だから $\Xi(p, q) \leq 1$ であり、比較する画像領域の階調値が近似している場合には1に近い値を取る。従って任意の (p, q) のなかで相関が最も大きかった場所が点Aの移動後の位置と判断できる。

パターン相関法は、画像間の輝度の差を評価指標とする輝度差累積法^{5), 6)}と比較して計算量が多く時間がかかるという欠点を有している。しかし線形変化に対しては不変の値をとり、任意の定数 c_2 , c_1 を用いて、2つの画像の輝度情報が

$$g = c_1 f + c_2 \quad (3)$$

となる場合には相関が1となる。そのため、計測対象の変形に伴い対象に照射されている光の強度が局部的に一定量増減した場合、あるいは定数倍になる場合にパターン相関法を用いると、その影響を無視することができる。このことから本研究ではパターン相関法を利用した。

(2) 局所的な変形場の追跡

画像相関法では画像間の変形量を追跡するために、特定の大きさを持つ領域の濃度情報を比較して、類似性を判定している。以下はこの領域のことを比較領域と呼ぶことにする。比較領域は、計測対象においてお互いの比較領域が区別できる程度の濃淡パターンを有していなくてはならない。

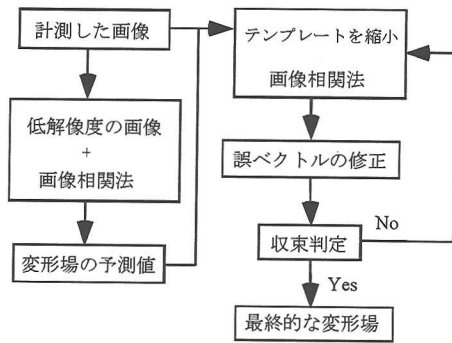


図-2 画像相関法の手順

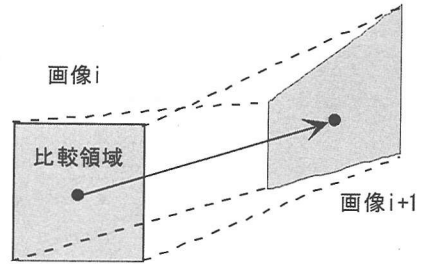


図-3 射影変換を受ける矩形比較領域

比較領域を大きく設定した場合にはより多くの画像情報から類似性を判定するために、判定結果の信頼性が向上する。しかし、判定は平均的な量で行われているために、局所的に現れる変形場を追跡することはできない。一方で、比較領域を小さく設定すると濃淡パターン情報が少ないため部分的な変形場を追跡できるものの、パターンの類似性が低下し、周囲の変位ベクトルとは明らかに異なる誤ベクトルが現れやすくなる。

このように比較領域を特定の値に設定してしまうと、以上のような問題が生じる。そこで、ここでは両者の長所を取り入れた手法を用いる¹¹⁾。

具体的には

- 1) 設定した濃淡パターンを誤ることなく認識するために、粒子が 20~30 個程度含まれる大きな比較領域を設定し、領域内の変形場の平均的な値を算出してそれを予測値の初期の値とする。
- 2) 予測値に含まれる誤ベクトルを補正する。
- 3) 比較領域を縮小して予測値の周辺を探索する。探索された相関の最大点を次の予測値とする。
- 4) 収束判定を行う。収束していなければ再び 2) に戻り、2)~4) の繰り返し計算を行う。ここに収束判定では、変形場の増分が 1 画素になったときには計算が収束したと判定し、それ以外の場合には収束していないと判定するものとする。

本手法のフローチャートを図-2 に示す。

以上のように逐次変形場を予測して予測値周辺のみを探索することで、誤ベクトルを減少させることができる。また、比較領域を縮小していくことで局所的な変形場を追跡できるようになる。

(3) 回転・変形の追跡

画像相関法を用いて粒子を追跡する既往の計測に

おいては、比較領域の回転・変形を考慮しておらず平均的な移動量を表す並行移動を追跡している。しかし、大変形する連続体を対象とすると、比較領域の回転・変形の影響が大きい場合がある。そのため、局所的な変形を精度よく計測するためには、回転・変形を取り入れた計測システムが必要となる。

そこで本研究では比較領域の任意の変形を追跡するために射影変換を応用した。具体的には、

- 1) 対象とする物質点を重心とする矩形の比較領域を設定する。
- 2) 比較領域内に含まれるすべての点について、重心からの相対位置座標を作成する。
- 3) 相対位置座標に射影変換を適用し、比較領域を再配列する。
- 4) 再配列した位置座標を検査領域として、画像相関法を適用する。

ここに、一般の射影変換⁷⁾は変換前の位置座標を $(U_1, V_1)^T$ 、変換後の位置座標を $(U_0, V_0)^T$ として

$$\begin{Bmatrix} U_1 \\ V_1 \end{Bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_0 \\ V_0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} t_u \\ t_v \end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix} a & b & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} U_0 \\ V_0 \\ 1 \end{Bmatrix}} \quad (4)$$

のように表される。ただし A_{ij} , t_u , t_v , a および b は、任意の実数である。

式(4)に含まれる定数に幾何学的な意味を持たせるために、式(4)右辺の分子第 1 項のマトリクス \mathbf{A} を以下のように分解する。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_v & 0 \\ 0 & e_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \tan \beta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

ただし

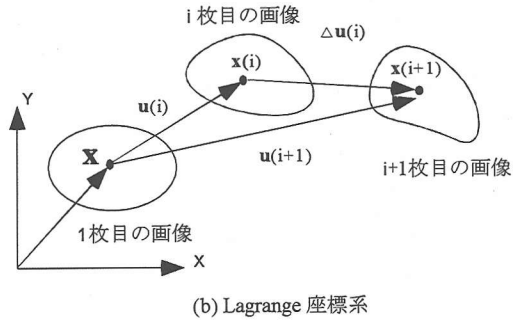
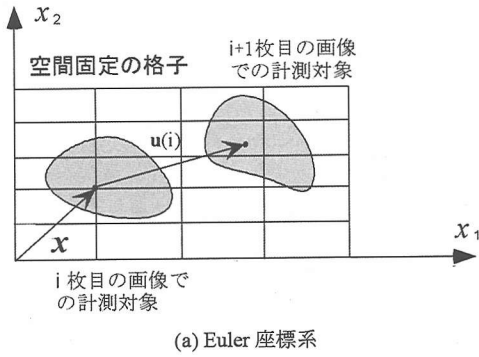


図-4 各座標系における変形の追跡

$$-\pi < \alpha \leq \pi, \quad 0 < e_v < \infty, \\ 0 < e_r < \infty, \quad -\pi/2 < \beta < \pi/2 \quad (6)$$

である。式(5)のように分解すると、マトリクス \mathbf{A} は、回転を表すマトリクス、拡大・縮小を表すマトリクス、せん断変形を表すマトリクスの積に分解できる。従って \mathbf{A} による変換を、幾何的意味を持つ回転角 α 、拡大・縮小倍率 e_v, e_r およびせん断角 β を有する変換の合成に置きかえることができる。

一方、式(5)右辺の分子第2項は、 $(U_0, V_0)^T$ を並行移動する変換である。また、式(5)右辺の分母は、非線型の変換を表し具体的には、図-3のように四角形が台形になるような変換を表す。

(4) サブピクセルレベルまでの追跡¹¹⁾

画像計測の量子誤差を軽減するために、変形場をサブピクセルレベルまで予測する。相関係数の分布に2次元のガウス分布を仮定すると、サブピクセルレベルでのピークの予測位置 (x_d, y_d) は、

$$x_d = i + \frac{\ln \Xi_{i-1,j} - \ln \Xi_{i+1,j}}{2 \ln \Xi_{i-1,j} - 4 \ln \Xi_{i,j} + 2 \ln \Xi_{i+1,j}} \quad (7a)$$

$$y_d = j + \frac{\ln \Xi_{i,j-1} - \ln \Xi_{i,j+1}}{2 \ln \Xi_{i,j-1} - 4 \ln \Xi_{i,j} + 2 \ln \Xi_{i,j+1}} \quad (7b)$$

のようになる。ただし (i, j) は、マッチングで得られたピクセルレベルでの最大相関位置である。また、 $\Xi_{k,l}$ は位置 (k, l) における相関係数である。

(5) 座標系に対応した計測手法

a) Euler 表示に対応した計測

Euler 座標系における計測では、座標上に固定点 \mathbf{x} を設定し、その上を通過する粒子の移動量を計測することになる。そのため、図-4 (a) のようにすべての画像上で定義した同一の格子点 \mathbf{x} において、連続

する2つの画像データに上述の画像相関法を適用することで変形量を算出できる。

b) Lagrange 座標系に対応した計測

Lagrange 座標系では、基準となる画像において物質点の位置座 \mathbf{X} を定義し、全体の変形を通して移動していく物質点の位置 $\mathbf{x} = \mathbf{X} + \mathbf{u}$ を追跡することになる。

Lagrange 座標系では、画像相関法を適用する位置が物体の変形に伴って移動する。図-4 (b) に示すように i 番目の画像における物質点 \mathbf{X} の位置を $\mathbf{x}(i)$ とする。 \mathbf{X} の追跡は、 $\mathbf{x}(i+1)$ を i 番目と $i+1$ 番目の画像に画像相関法を適用し、変形の増分

$$\Delta \mathbf{u}(i) = \mathbf{x}(i+1) - \mathbf{x}(i) \quad (8)$$

を順次変形 $\mathbf{u}(i)$ に加え、

$$\mathbf{u}(i+1) = \mathbf{u}(i) + \Delta \mathbf{u}(i) \quad (9)$$

のように更新していくことで算出できる。

3. 空間導関数の算出

前節で示したように画像解析を用いると対象の変形場を計測することが可能である。しかし、実際には、計測量として求めたい値が変形場自身ではなくひずみテンソルや温度など、変形場の空間導関数であることが多い。離散的に得られる変形場からその空間導関数を算出する具体的な手法としてここでは、差分法ならびに内挿関数を利用する方法について説明する。

(1) 差分法

差分法は、変形場 $u_i(x_j)$ が計測データとして得られている場合にその空間導関数を、計測値である変形場を直接除して算出する手法である。

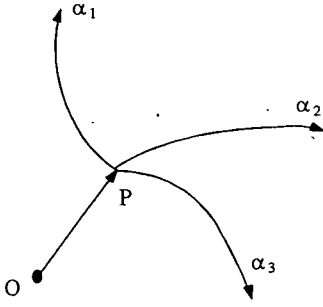


図-5 任意の点Pにおける曲線座標系

計測点が任意の曲線座標系 α_i に沿って定義され、 (k,l) 番目の計測点 $\alpha_j^{(k+1,l)}$ で変形場 $u_i^{(k,l)}$ が得られている場合を考える。このとき、 (k,l) 番目の計測点における空間導関数の算出には、前進差分、中央差分、後退差分および Richardson の外挿法などの手法^{8),13)} が考えられるが、本研究では既往の流速場の計測において簡便で精度の良いとされる¹³⁾以下の中央差分法を用いる。

$$\left. \frac{\partial u_i}{\partial \alpha_j} \right|_{k,l} = \frac{u_i^{(k+1,l)} - u_i^{(k-1,l)}}{\alpha_j^{(k+1,l)} - \alpha_j^{(k-1,l)}} \quad (10)$$

(2) 内挿関数を利用する方法

複数の計測点が囲む領域内において、各計測点で得られた計測値を内挿関数により内挿する。するとその領域内では連続する変形場が定義されることから空間導関数を解析的に求めることができる。

m 個の計測点が囲む領域を Γ とし、 Γ において任意の曲線座標系 α_i に沿った変形場を u_i とする。領域 Γ において、座標系 α_i および変形場 u_i を得るために有限要素法に利用される内挿関数を利用する。すると座標系 α_i および変形場 u_i は、領域内の m 個の計測点における座標 $\alpha_i^{(k)}$ および変形場 $u_i^{(k)}$ に内挿関数 $N^{(k)}$ を適用して

$$\alpha_i = N^{(k)} \alpha_i^{(k)} \quad (11a)$$

$$u_i = N^{(k)} u_i^{(k)} \quad (11b)$$

のように内挿される。上式より領域 Γ における変形場 u_i の空間導関数は、

$$\frac{\partial u_i}{\partial \alpha_j} = \frac{\partial u_i}{\partial r_k} \cdot \frac{\partial r_k}{\partial \alpha_j} \quad (12)$$

となる。ここに r_k は内挿関数 $N^{(k)}$ が定義される自然座標系である。また、式(12)の右辺の値は、

$$\frac{\partial u_i}{\partial r_j} = \frac{\partial N^{(k)}}{\partial r_j} u_i^{(k)} \quad (13a)$$

$$\frac{\partial r_i}{\partial \alpha_j} = \left[\left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{u}} \right)^{-1} \right]_{ij} \quad (13b)$$

ただし、

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{u}} = \frac{\partial r_i}{\partial q_j} = \frac{\partial N^{(k)}}{\partial q_j} r_i^{(k)} \quad (14)$$

である。

(3) 一般座標系におけるひずみ場¹²⁾

ここでは、計測対象の任意の変形量を評価する 1 つの例として、対象の形状に沿った曲線座標におけるひずみ場の定式化を示す。

図-5 のような 3 次元の曲線座標 α_i ($i=1,2,3$) を設定し、変形前の基準配置における物質点の位置ベクトルを \mathbf{X} 、変形後の物質点の位置ベクトルを \mathbf{x} と置く。変形前および変形後の微小なベクトルをそれぞれ $d\mathbf{X}$ および $d\mathbf{x}$ とすると微分の連鎖則より、

$$d\mathbf{X} = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \alpha_i} d\alpha_i = \mathbf{G}_i d\alpha_i \quad (15a)$$

$$d\mathbf{x} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \alpha_i} d\alpha_i = \mathbf{g}_i d\alpha_i \quad (15b)$$

と記述することができる。ただし、 \mathbf{G}_i および \mathbf{g}_i は、それぞれ位置 \mathbf{X} および \mathbf{x} における共変基底ベクトルで次式により定義される。

$$\mathbf{G}_i \equiv \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \alpha_i} \quad (16a)$$

$$\mathbf{g}_i \equiv \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \alpha_i} \quad (16b)$$

ここで Green-Lagrange ひずみ \mathbf{E} の共変成分 E_{ij} は、

$$E_{ij} d\alpha_i d\alpha_j = \frac{1}{2} (d\mathbf{x} \cdot d\mathbf{x} - d\mathbf{X} \cdot d\mathbf{X}) \quad (17)$$

を満足するものとして定義されるから、上式に式(17)を代入して、

$$E_{ij} = \frac{1}{2} (\mathbf{g}_{ij} - \mathbf{G}_{ij}) \quad (18)$$

の関係をj得る。ただし \mathbf{g}_{ij} および \mathbf{G}_{ij} は計量テンソルとよばれるテンソルであり、次式のように定義される。

$$\mathbf{g}_{ij} = \mathbf{g}_i \cdot \mathbf{g}_j \quad (19a)$$

$$\mathbf{G}_{ij} = \mathbf{G}_i \cdot \mathbf{G}_j \quad (19b)$$

式(19)を用いて Green-Lagrange ひずみ \mathbf{E} は、

$$\mathbf{E} = E_{ij} \mathbf{G}^i \otimes \mathbf{G}^j = \frac{1}{2} (\mathbf{g}_{ij} - \mathbf{G}_{ij}) \mathbf{G}^i \otimes \mathbf{G}^j \quad (20)$$

のように記述される。ここに \mathbf{G}^j は、位置 \mathbf{X} における

反変基底ベクトルであり以下のように定義される.

$$\mathbf{G}^1 = \frac{\mathbf{G}_2 \times \mathbf{G}_3}{V_G} \quad (21a)$$

$$\mathbf{G}^2 = \frac{\mathbf{G}_3 \times \mathbf{G}_1}{V_G} \quad (21b)$$

$$\mathbf{G}^3 = \frac{\mathbf{G}_1 \times \mathbf{G}_2}{V_G} \quad (21c)$$

$$V_G = (\mathbf{G}_1 \times \mathbf{G}_2) \cdot \mathbf{G}_3 \quad (21d)$$

ただし, 上式において \times はベクトルの外積を表すものとする. 式(20)より Green-Lagrange ひずみを算出するためには, 計測した変形場から変形前後の共変基底ベクトル \mathbf{G}_i および \mathbf{g}_i を求めればよいことがわかる.

4. 計測結果の補正法

画像計測では, 高解像度のデジタル機器を利用した場合でも解像度が有限であるため量子誤差が生じる. そこで, この誤差の影響を低減するために, 本研究では本文3節で示した空間導関数を用い, 連続の式を考慮して計測結果を補正する手法を提案する.

(1) 連続の式

対象が連続体である場合には, 質量保存の法則から以下の連続の式が成立する⁹⁾.

$$\dot{\rho} + \rho \operatorname{div}(\dot{\mathbf{u}}) = 0 \quad (22a)$$

あるいは

$$\frac{\partial \rho(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \dot{\mathbf{u}}) = 0 \quad (22b)$$

ここに ρ は質量密度, \mathbf{u} は変位ベクトルである. また, $\dot{\mathbf{u}}$ は \mathbf{u} の物質時間導関数を表すものとする.

ここで対象とする連続体が質量密度を一定とみなせる場合, すなわち非圧縮性を有している場合を考えると連続の式は

$$\operatorname{div}(\dot{\mathbf{u}}) = \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (23)$$

のような簡単な式に帰着する. さらに変形勾配テンソルを \mathbf{F} とし $J \equiv \det(\mathbf{F})$ とおくと式(23)は

$$\frac{\partial J}{\partial t} = 0 \Leftrightarrow J = 1 \quad (24)$$

のように記述することもできる. ただし上式では, $J|_{t=0} = 1$ の初期条件を用いて積分している.

(2) ポテンシャル関数

ここでは上述した連続の式を用いて計測した変形場を補正するために, 補正後の変形場が満足する方程式を導出する. そのために以下のような変形量に関連したポテンシャル関数 Φ を設定し, それを最小化することで方程式を導出する.

$$\Phi(u_i^{(k)}) = \Phi^D(u_i^{(k)}, \hat{u}_i^{(k)}) + \Phi^V(u_i^{(k)}) \quad (25)$$

ここに $u_i^{(k)}$, $\hat{u}_i^{(k)}$ はそれぞれ点 k における補正後および補正前の i 方向変位である. ただし, Φ^D は補正前後での変位量の関係を示すポテンシャルであり, Φ^V は連続の式を表すポテンシャルである.

(3) 差分法を利用した補正手法

ここでは, 各計測点での補正前後の値を直接ポテンシャル関数に導入する手法を用いる. 具体的には, 補正前後における (k, l) 番目の計測点での変形場の時間導関数をそれぞれ $\dot{u}_i^{(k,l)}$, $\hat{\dot{u}}_i^{(k,l)}$ とし, その差を関数 Φ^D に用いて

$$\Phi^D = C_i^{(k,l)} \left(u_i^{(k,l)} - \hat{u}_i^{(k,l)} \right)^2 \frac{1}{\Delta t^2} \quad (26)$$

とおく. ただし, $C_i^{(k,l)}$ は接合係数であり, 計測データが近傍に4点以上ある場合には, $C_i^{(k,l)} = 1.0$ とし, 4点以下の場合には, $C_i^{(k,l)} = 0.1$ とした. また Δt は画像計測において記録した時間の刻み幅である.

次に連続の式に関連したポテンシャル関数 Φ^V を定義する. ここでは, 計測対象に非圧縮性を仮定すし, Euler座標系で表される式(23)を用いて

$$\Phi^V = \mu L^2 \sum_{all} \operatorname{div}(\dot{\mathbf{u}})^2 = \mu L^2 \left. \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_i} \right|_{i,j} \cdot \left. \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_j} \right|_{i,j} \quad (27)$$

のようにおく. ただし, (26)の Φ^D との次元の釣り合いを考慮し, 係数 μ と代表長さ L の2乗をかけた量を用いている. 上式を直接 $u_i^{(k,l)}$ と関連付けるために式(10)を適用すると,

$$\Phi^V = \mu L^2 \left\{ \frac{u_i^{(k+1,l)} - u_i^{(k-1,l)}}{x_i^{(k+1,l)} - x_i^{(k-1,l)}} \right\}^2 \frac{1}{\Delta t^2} \quad (28)$$

となる. このように定義したポテンシャル関数 Φ をまとめて記すと,

$$\Phi^D = \frac{C_i^{(k,l)}}{\Delta t^2} (u_i^{(k,l)} - \hat{u}_i^{(k,l)})^2 + \frac{\mu L^2}{\Delta t^2} \left(\frac{u_i^{(k+1,l)} - u_i^{(k-1,l)}}{x_i^{(k+1,l)} - x_i^{(k-1,l)}} \right)^2 \quad (29)$$

上式のポテンシャル関数 Φ を最小とする極値を求めるために, Φ を多変数関数と考え, 準ニュートン法¹³⁾で数値的に最適解を探した.

(4) 有限要素法を利用した補正手法

計測点に囲まれる任意の領域 Ω に着目し、各領域 Ω においてポテンシャル関数を定義してそれを最小化することを試みる。

領域 Ω において計測対象が

$$\Phi^V = \frac{\chi}{2} \int_{\Omega} (W^V)^2 d\Omega \quad (30)$$

のような体積弾性ポテンシャル関数 Φ^V を有する圧縮性材料である場合を考える。ここに W^V は右 Cauchy-Green テンソルの 3 次不変量 III_C の関数であり無変形状態において $W^V = 0$ $\partial W^V / \partial III_C = 1$ を満足するものである。具体的には、

$$W^V = \ln III_C \quad (31)$$

などである。また、 χ は材料定数であり体積弾性係数を κ とおくと、

$$\kappa = 4\chi \quad (32)$$

の関係がある¹²⁾。以下では、式(31)で表される体積ポテンシャルを有する圧縮性材料について、画像計測された変位場を補正する。

補正を行う手法としては、体積弾性ポテンシャル関数 Φ^V と、以下で定義する Φ^D との和 Φ を最小とする離散的変位場 $u_i^{(k)}$ を求める。

$$\Phi = \Phi^D + \Phi^V \quad (33)$$

ただし

$$\Phi^D = \int_{\Omega} W d\Omega \quad (34a)$$

$$W = \frac{1}{2} (C_{ij} - \tilde{C}_{ij})(C_{ij} - \tilde{C}_{ij}) \quad (34b)$$

である。ここに C_{ij} および \tilde{C}_{ij} は、それぞれ補正後および補正前の離散変位場 $u_i^{(k)}$ 、 $\tilde{u}_i^{(k)}$ を内挿したのから計算される右 Cauchy-Green テンソルである。式(33)に変分原理を用いて Φ を最小とする変位場 $u_i^{(k)}$ を得ることができるものの、対象材料が微圧縮性を有している場合には、 Φ^V の項が Φ^D の項と比較して大きな値となり、数値誤差の影響で正しい解を得られないことがある。

そこで以下のように費用関数 Φ を修正する^{10), 11)}。まず、 χW^V の圧力空間 Q への正射影を λ とおく。すなわち λ は、

$$\int_{\Omega} \left(W^V - \frac{\lambda}{\chi} \right) \delta \lambda d\Omega = 0 \quad \forall \delta \lambda \in Q \quad (35)$$

を満たすものである。ここで χW^V を λ に対応させる作用素を P とする。すなわち作用素 P は、

$$P(\chi W^V) = \lambda \quad (36)$$

である。式(35)より P は明らかに線形変換である。

この作用素 P を用いて体積弾性ポテンシャル Φ を以下のように置きかえる。

$$\tilde{\Phi} = \int_{\Omega} \left\{ W + \frac{\chi}{2} P(W^V)^2 \right\} d\Omega \quad (37)$$

このとき求める解 \mathbf{u} は、 $\tilde{\Phi}$ を最小とすることより、

$$\delta \tilde{\Phi} = \int_{\Omega} \frac{\partial W}{\partial C_{ij}} \delta C_{ij} d\Omega + \chi \int_{\Omega} P(W^V) P(\delta W^V) d\Omega = 0 \quad (38)$$

を得る。以下では、式(38)を作用素 P が含まれない形に変形する。

まず、 $P(W^V) = \lambda / \chi$ なので

$$\int_{\Omega} \left(P(W^V) - \frac{\lambda}{\chi} \right) P(\delta W^V) d\Omega = 0 \quad \forall \delta \mathbf{u} \in V \quad (39)$$

を得る。ただし V は変位ベクトル \mathbf{u} が属する母空間である。上式より式(38)の第 2 項は、

$$\chi \int_{\Omega} P(W^V) P(\delta W^V) d\Omega = \int_{\Omega} \lambda P(\delta W^V) d\Omega \quad \forall \delta \mathbf{u} \in V \quad (40)$$

ここで P の定義に従うと $\forall \delta \mathbf{u} \in V$ に対し、

$$\int_{\Omega} \{ \delta W^V - P(\delta W^V) \} \delta \lambda d\Omega = 0 \quad \forall \delta \lambda \in Q \quad (41)$$

が成立する。 $\lambda \in Q$ であることを考慮して、式(41)の $\delta \lambda$ に λ を代入し、それを用いて式(40)の右辺を変形すると、

$$\int_{\Omega} \lambda P(\delta W^V) d\Omega = \int_{\Omega} \lambda \delta W^V d\Omega \quad \forall \delta \mathbf{u} \in V \quad (42)$$

のように作用素 P を含まない形に変形できる。さらに

$$\delta W^V = \frac{\partial W^V}{\partial C_{ij}} \delta C_{ij} \quad (43)$$

を用いると結局、費用関数 $\tilde{\Phi}$ の変分 $\delta \tilde{\Phi}$ は、次式のようなになる。

$$\delta \tilde{\Phi} = \int_{\Omega} \left(\frac{\partial W}{\partial C_{ij}} \delta C_{ij} + \lambda \frac{\partial W^V}{\partial C_{ij}} \delta C_{ij} \right) d\Omega = 0 \quad (44a)$$

ただし

$$\int_{\Omega} \left(W^V - \frac{\lambda}{\chi} \right) \delta \lambda d\Omega = 0 \quad (44b)$$

である。式(44a,b)が解 $u_i^{(k)}$ および λ を求めるための弱形式である。ここで材料定数 $\chi \rightarrow \infty$ すなわち材料が非圧縮である場合を考えると式(44b)より、

$$W^V = 0 \Leftrightarrow J = 1 \quad (45)$$

となり連続の式と一致する。このことより $\chi < \infty$ において、式(44b)は圧縮材料の体積変形に関する条件

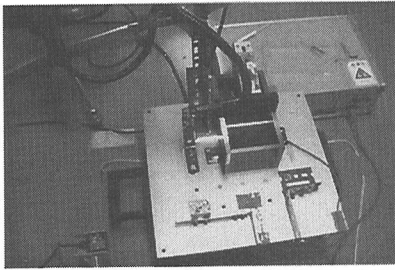


図-6 振動台を用いた加振実験装置

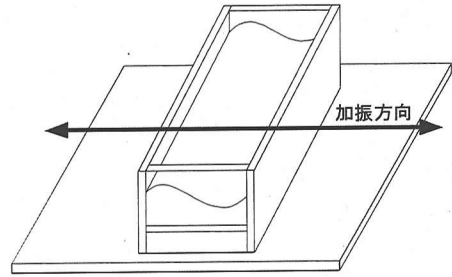


図-7 加振実験におけるスロッシング現象の概略

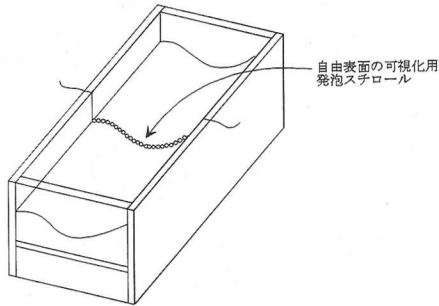


図-8 自由境界面の可視化手法

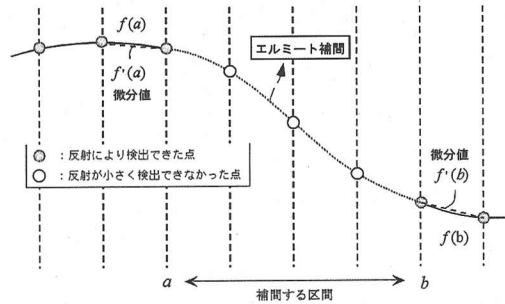


図-9 容器端部以外の部分におけるエルミートの補間関数を用いた自由境界面の内挿

式を表していることがわかる。

実際の数値計算においては、式(44)は非線形方程式であるため、未知数である $u_i^{(j)}$ および λ を直接求めることできない。そこで、有限要素法により式(44)を離散化し^{10),11)}その増分である $\Delta u_i^{(j)}$ および $\Delta \lambda$ を Newton-Raphson 法¹³⁾による繰り返し計算を用いて求めた。

5. 画像計測システムによる実計測例

以下では、本画像計測システムの実用例として、流体のスロッシング現象、積層ゴム支承の圧縮せん断変形、鉛片の引張り変形およびを対象とした場合の計測について記す。

流体のスロッシングは、風や交通による振動を制御するための同調液体ダンパー (Tuned Liquid Damper: TLD) 等で研著に現れる現象である。TLD の性能を精緻に把握するためには、実験的な検討が不可欠である。しかしこれまで自由表面形状を把握することが困難なことからスロッシングにおける流れ場を実験により把握する試みはなされておらず、現象を把握するために必要な情報を得られていない。

一方、積層ゴム支承および鉛材料は、固体である

が非常に大きく変形し、数 100%以上の大ひずみを生じる。そのため、これまで実際の変形場を計測する手法がなく、実験で得られる情報は非常に限定されていた。そのため、精緻なモデルを構築するために必要な実験データが不足しているのが現状である。

(1) 流体のスロッシング現象

a) 振動台による加振実験

流体のスロッシング現象を発生させるため、図-6に示すように、振動台の上に液体を満した立方体型の容器を設置した。この振動台を 2[Hz]程度の振動数で加振することで、容器内の液体にスロッシング現象を発生させることができる。

b) 計測デバイス

上述したように本実験では、流体に 2[Hz]程度の水平振動を与えている。このとき流体は高速度で移動するため、時間的な分解性能が高い画像取得デバイスが必要となる。ここでは、表-1に示す性能のデジタルビデオカメラを用いて画像を取得した。

c) 計測方法

容器内の流体に発生するスロッシング現象は、図-7のように奥行き方向に同一のもので変形場は、2次元で近似することができる。

本実験では、流体内にトレーサー粒子を混入し上

表-1 利用した画像計測デバイスの諸元

デバイス	アナログカメラ	デジタルビデオカメラ
計測対象	積層ゴム支承, 円筒型の鉛	流体のスロッシングにおける速度場
時間分解性能	1 [frame/sec]	30 [frame/sec]
空間解像度	フィルムサイズ: 60×45 [mm]	画素数: 720×465
撮影形式	モノクロ	CCD 固体撮影素子×3(RGB)
デジタル化	1800[dpi]のスキヤナーにより 8bit グレースケールのビットマップファイルにデジタル化	24bit カラーのビットマップファイル

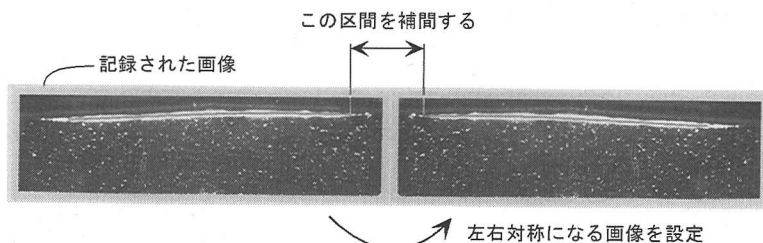


図-10 容器端部における自由境界面の内挿

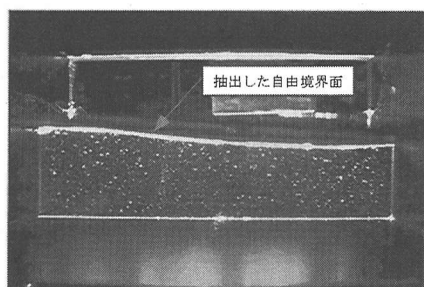


図-11 抽出した自由境界面

からスリットにより狭められたストロボ光を照射することで対象断面内の粒子のみを可視化することができる。これらの粒子の動きを Euler 座標系における手法により画像計測した。

d) 自由境界面の抽出

流体の境界部を正確に把握するために、図-8 のように自由表面に発泡スチロール球を浮かべ、この発泡スチロール球が反射する光を抽出した。反射光は記録された画像において大きな輝度を示す。このことから、輝度に閾値を設け、閾値以上の輝度を有する画素を抽出して境界部とした。

ただし境界面は変動することから、境界の形状によっては反射光の輝度が小さくなり、境界を抽出できない点が現れる。このような点が流体容器の端部以外で発生する場合には、反射光の輝度から抽出できた両端の点を用いてエルミートの補間関数により内挿して境界を求めた。図-9 に示すようにエルミ

ートの補間関数では、両端での値とその導関数を用いて内挿を行う。また、流体容器端部において反射光が消失してしまう場合には、図-10 に示すように同一画像を対象に設置し、エルミートの補間関数を用いて内挿した。

以上の方法により、流体の境界部を抽出したところ、実験で現れたスロッシング現象におけるすべての形状の自由表面を抽出できた。図-11 に本手法により抽出した境界部を示す。図-11 をみると抽出した境界部が実際の自由表面の形状と一致していることがわかる。

e) 座標変換

等間隔に設定されている格子点 (x, z) を座標変換により自由表面形状に適合した座標系 (ξ, s) に変換し、改めて流速ベクトルを定義する。これにより画像から抽出した自由表面形状を解析に取り入れ、かつ壁面付近のメッシュを細かくすることができる。

ここでは、自由表面の取り扱いを容易にするために格子点の位置座標 z を水深で除し基準化する座標変換を用いる。具体的に利用した座標変換式を以下に示す。

$$\xi = 4 \left(\frac{x}{w_0} \right)^3 + \left(\frac{x}{w_0} \right) \quad (46a)$$

$$s = 2 \left(\frac{z}{\eta} \right)^3 - 3 \left(\frac{z}{\eta} \right)^2 + 2 \left(\frac{z}{\eta} \right) \quad (46b)$$

ただし図-12 に示すように w_0 は容器の幅である。ま

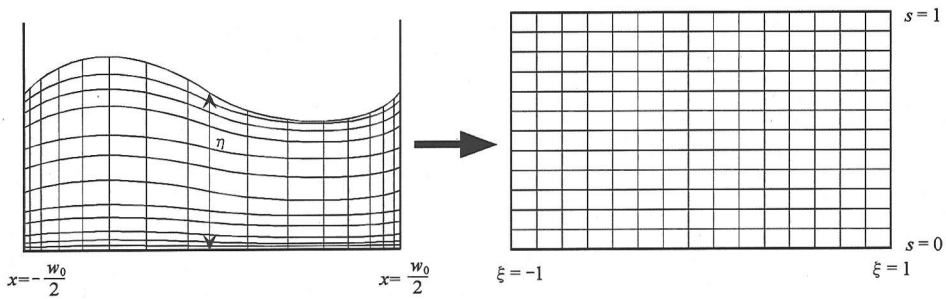


図-12 自由表面形状を取り入れた座標変換の概念図

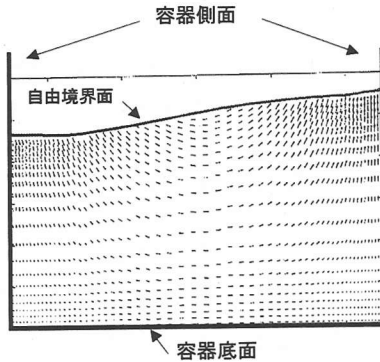


図-13 スリット光を差し込んだ位置での2次元流速ベクトル (容器幅:50[mm], 水深:25[mm])

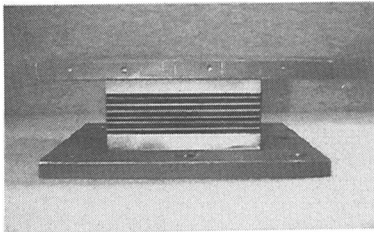


図-15 載荷実験に用いた積層ゴム支承

た、 η は水深を表し具体的には抽出した自由表面の位置と底面の位置の差を用いた。

f) 計測結果と考察

上述した座標変換後に本文 4. (1) で示した差分法による補正手法を適用して最終的な流速場を算出した。図-13 にスリット光を差し込んだ断面における流速のベクトル場を示す。ただし図-13 では、水平軸が容器底面を表しており、鉛直軸が容器の高さ方向である。図-13 をみると、スロッシング現象における自由表面形状が得られており、また、得られた流速場が連続的に分布していることがわかる。

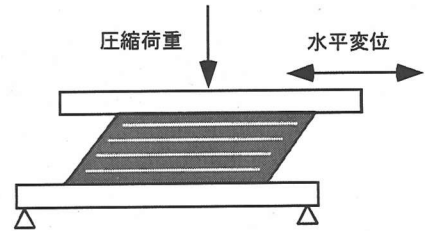


図-14 積層ゴム支承の圧縮せん断変形

(2) 積層ゴム支承の圧縮せん断変形場

a) 支承の圧縮せん断試験

本研究では、図-14 のように一定の鉛直荷重下で積層ゴム支承に圧縮せん断変形を加える載荷実験を行い、このときに支承の表面に生じる変形場を本画像計測システムにより計測した。図-15 および図-16 にそれぞれ利用した試験体と載荷実験の状況を示す。

b) 計測デバイス

支承の載荷実験は、周期 200 秒程度のサイン波により載荷を行った。そのため、支承の表面の変形速度は非常に遅く、画像の取得において時間的な解像度は低いものでも十分計測可能である。一方で積層ゴム支承の局所的な変形を精緻に計測するためには、空間的な分解能が必要となる。そこで本研究では、現段階で空間的な分解性能が優れているアナログカメラを用いた。

また、アナログカメラによりフィルムに記録した画像は現像して写真にしたのち、1800[dpi]の解像度を有する市販のスキャナーにより 8bit グレースケールのビットマップファイルとしてコンピュータに取り込んだ。表-1 に利用した計測機器の性能を示す。

c) 計測方法

支承のせん断変形方向と直角をなす位置にアナロ

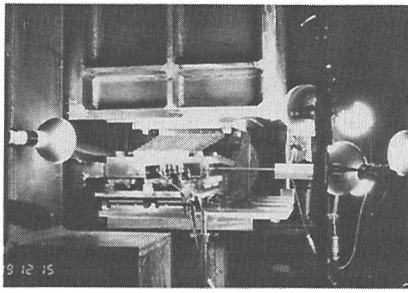


図-16 積層ゴム支承の荷重試験の状況

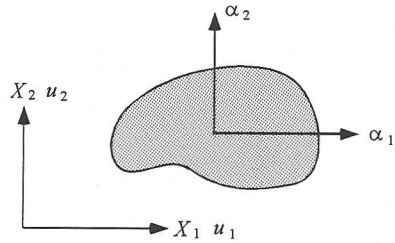
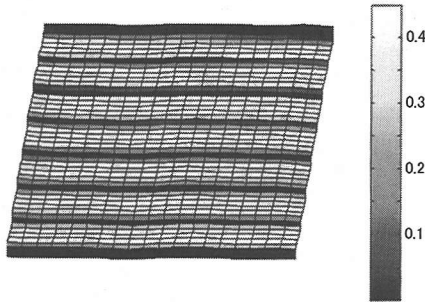
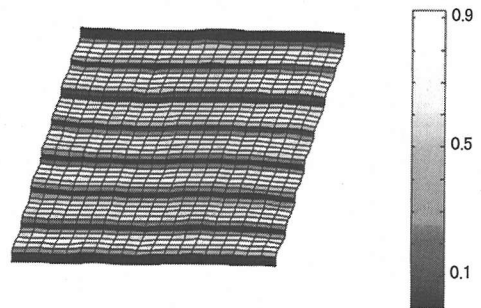


図-17 2次元の平面を計測する場合の座標系



(a) 水平変位 30[mm]



(b) 水平変位 53[mm]

図-18 積層ゴム支承のせん断ひずみ場 (Green-Lagrange ひずみ)

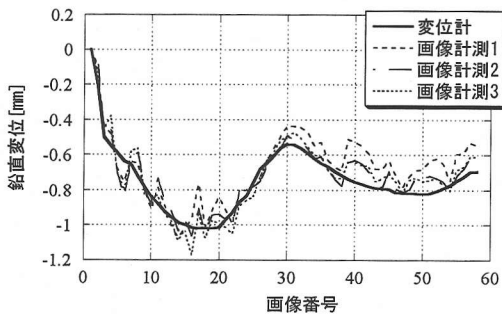


図-19 積層ゴム支承の鉛直変形における変位計と画像計測結果の比較

カメラを設置し、無変形状態における画像を初めとして、変形を段階的にフィルムに記録した。取得した総画像数は58枚である。

この計測手法では、カメラのレンズの歪み、写真の現像処理およびスキャナーによるデジタル化処理で誤差が介入する。ただし、計測に用いたレンズの歪みによる結像点の誤差は、画像端部において最大で0.05 [%]と非常に微小であるため、ここでは考慮しないことにした。一方、他の2つの誤差については、それらが剛体的変形ならびに等方的な拡大・縮小変形であると考え、以下のような補正を行った。

まず、補正を行うために計測対象付近に標点を設け、画像記録時に計測対象とともに同一写真内に記録する。標点は画像上で明確に認識することができ、かつすべての画像上で不動であることが望ましい。

画像は2次元の情報を持つことから、この標点を2つ以上設置し、標点がすべての画像上で同一座標に位置するように、画像全体を平行移動、剛体回転および拡大・縮小することで誤差の補正を行った。

d) ひずみ場の算出

計測対象の変形量を評価するために式(20)を用いてひずみ場を算出する。ここでは計測対象としている物質点の基準配置 \mathbf{X} およびその変位場 \mathbf{u} が2次元であることから、図-14のように対象平面に2次元の直交デカルト座標を設定する。すなわち図-5において

$$\alpha_i = X_i \quad (i=1,2) \quad (47)$$

となるよう座標軸 α' を設定する。式(16)より共変基底ベクトル \mathbf{G}_i および \mathbf{g}_i は、

$$\mathbf{G}_1 = (1 \ 0) \quad (48a)$$

$$\mathbf{G}_2 = (0 \ 1) \quad (48b)$$

$$\mathbf{g}_i = \left(1 + \frac{\partial u_1}{\partial X_1} \quad \frac{\partial u_2}{\partial X_1} \right) \quad (48c)$$

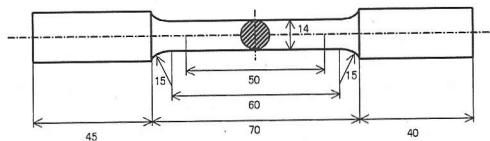


図-20 引張り試験用の円筒形鉛片

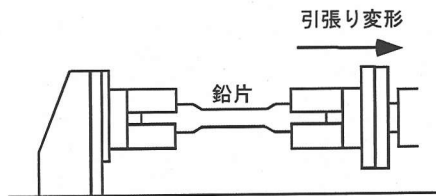


図-21 鉛片の引張り変形

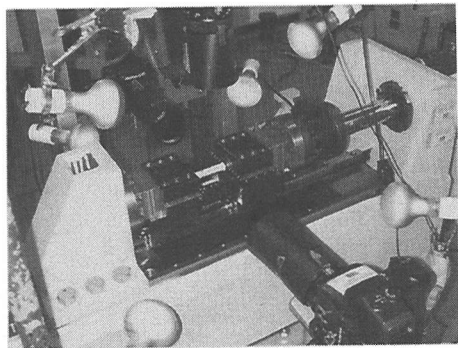


図-22 鉛片引張り試験の状況

一方、1回のマッチングを用いた画像処理において生じる誤差は、最大で1画素分である。図-19に示した計測では、57回のマッチングを行っていることから集積する誤差は、最大で 1×57 画素分となる。これは、長さに変換すると1.6[mm]に相当する。計測での最大誤差0.2[mm]は、この値と比較すると十分小さいことから、本画像計測システムにより精度よく計測できていることがわかる。

(3) 円筒型鉛片の引張り変形場

a) 鉛片の引張り試験

本研究では、図-20に示すダンベル形状で断面が円形の試験片を、図-21のように一端を固定し他端にアクチュエータを設置する。このアクチュエータにより試験片に引張り変形を与え、その変形場を画像計測システムにより計測した。ただし、実際に鉛の引張り試験を行うと、変形場は軸対象にならず著しい局所変形が生じる。そのため、1方向からの画像計測では空間的に非一様に分布する変形場を計測できない。

従って研究では、図-22に示すように互いに直交する3方向に3台の画像計測デバイス設置し、鉛片を同時計測することで3次元的な変形場を算出した。

b) 計測デバイス

上述したように鉛片の引張り試験では、局所的な変形が著しい。この局所的な変形を追跡するためには、空間的な分解性能が大きい計測デバイスが必要となる。そこで鉛の引張り試験においても、積層ゴム支承の場合と同様に、アナログカメラで画像を記録し、スキャナーによりデジタル化した。

c) 計測方法

以下では互いに直交する3方向から記録した画像を用いて3次元の変形場を得るプロセスを説明する。まず、記録した3方向の画像各々に本画像計測手法を適用し、見かけ上の2次元変位場を得る。次に得られた3つの変形場を、幾何学的な関係により変換し統合することで3次元における変位場を算出する。具体的な幾何学関係を得るために、互いに直交する方向に各々1つずつのカメラを設置する場合を考え

$$g_2 = \left(\frac{\partial u_1}{\partial X_2} \quad 1 + \frac{\partial u_2}{\partial X_2} \right) \quad (48d)$$

となるから、これらを式(20)に代入して

$$E_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} + \frac{\partial u_k}{\partial X_j} \frac{\partial u_k}{\partial X_i} \right) \quad (i, j, k = 1, 2) \quad (49)$$

を得る。上式の空間導関数を計算するにあたっては、式(12)の内挿関数による方法を用いた。

e) 計測結果と考察

図-18に計測した変形場から得たせん断ひずみ分布を示す。図-18をみると、積層ゴム支承の内部鋼板部分で、ひずみが著しく小さくなっていること、ならびにゴム部のひずみ分布が非常に滑らかになっていることがわかる。

f) 計測精度の検証

ここでは本画像計測システムの計測精度を検討するために、変形が最大でも1mm程度と微小である積層ゴム支承の鉛直変形について、画像により計測された値と、レンジ10[mm]の変位計により計測された値との比較を行う。図-19に変位計による鉛直変位と、支承の上端鋼板部分で任意に選択した3点における画像計測された鉛直変位の比較を示す。図-19をみると画像計測した値と変位計で計測した値は、平均的な量では一致しているものの、画像の量子誤差による凹凸のため最大で0.2[mm]程度の差がみられる。

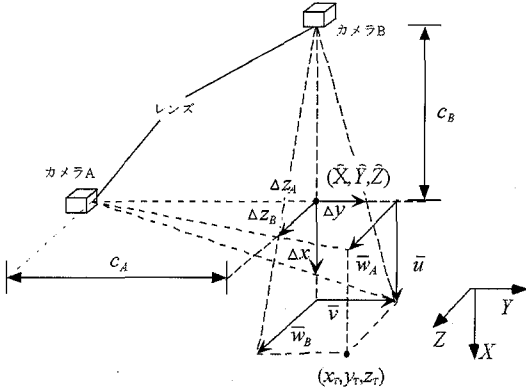


図-23 3次元計測の幾何学関係

る。図-23 に示すように、上方にあるカメラをカメラ B、左下にあるカメラをカメラ A とすると、三角測量の理論より¹⁴⁾

$$\frac{c_A}{\Delta x} = \frac{c_A + \bar{v}}{\bar{u}} \quad (50a)$$

$$\frac{c_B}{\Delta y} = \frac{c_B + \bar{u}}{\bar{v}} \quad (50b)$$

$$\frac{c_A}{\Delta z_A} = \frac{c_A + \bar{v}}{\bar{w}} \quad \text{or} \quad \frac{c_B}{\Delta z_B} = \frac{c_B + \bar{u}}{\bar{w}} \quad (50c)$$

$$\hat{X} + \bar{u} = x_T \quad (50d)$$

$$\hat{Y} + \bar{v} = y_T \quad (50e)$$

$$\hat{Z} + \bar{w}_A = z_T \quad \text{or} \quad \hat{Z} + \bar{w}_B = z_T \quad (50f)$$

ただし、変形前の物質点位置を $(\hat{X}, \hat{Y}, \hat{Z})$ 、変形後の真の物質点位置を (x_T, y_T, z_T) 、初期位置からの変位ベクトルを $(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w})$ とおく。また、カメラ A および B の焦点から変形前の供試体までの距離を c_A 、 c_B 、カメラ A により得られた X および Z 方向における見かけ上の変位を Δx 、 Δz_A 、カメラ B により得られた Y および Z 方向における見かけ上の変位を Δy 、 Δz_B とする。

上式を (x_T, y_T, z_T) について解くと次のようになる。

$$x_T = \frac{c_A c_B (\hat{X} + \Delta x) + \Delta x \Delta y (c_B - \hat{X})}{c_A c_B - \Delta x \Delta y} \quad (51a)$$

$$y_T = \frac{c_A c_B (\hat{Y} + \Delta y) + \Delta x \Delta y (c_A - \hat{Y})}{c_A c_B - \Delta x \Delta y} \quad (51b)$$

$$z_T = \hat{Z} + \frac{(c_A + \hat{Y} - x_T) \Delta z_A}{c_A} = \hat{Z} + \frac{(c_B + \hat{X} - y_T) \Delta z_B}{c_B} \quad (51c)$$

これにより物質点の真の位置および変位を求めることができる。なお z_T は 2 通りの導出式があるが、ここでは両者の平均を用いた。

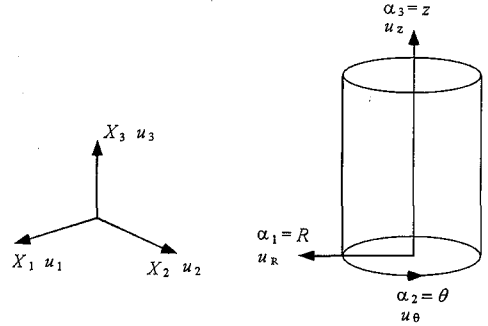


図-24 円柱側面を計測する場合の円柱座標系

d) 円筒座標系におけるひずみ場の算出

積層ゴム支承の場合と同様に式(16)を用いてひずみ場を算出する。ここでは、計測対象が円筒の側面であることより、図-24 に示す円筒座標系を用いる。この円筒座標系を図-5 の一般座標系に当てはめると

$$\alpha_1 = R \quad (52a)$$

$$\alpha_2 = \theta \quad (52b)$$

$$\alpha_3 = z \quad (52c)$$

であり、物質点の変形前後における位置ベクトル \mathbf{X} および \mathbf{x} は、

$$\mathbf{X} = (R \cos \theta \quad R \sin \theta \quad z) \quad (53a)$$

$$\mathbf{x} = \{(R + u_R) \cos(\theta + u_\theta) \quad (R + u_R) \sin(\theta + u_\theta) \quad z + u_z\} \quad (53b)$$

のように記述できる。上式を式(16)に代入して共変基底ベクトル \mathbf{G}_i および \mathbf{g}_i は、

$$\mathbf{G}_1 = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial R} = (\cos \theta \quad \sin \theta \quad 0) \quad (54a)$$

$$\mathbf{G}_2 = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \theta} = (-R \sin \theta \quad R \cos \theta \quad 0) \quad (54b)$$

$$\mathbf{G}_3 = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial z} = (0 \quad 0 \quad 1) \quad (54c)$$

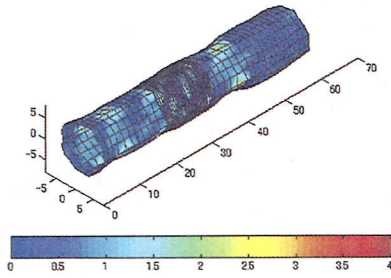
$$\mathbf{g}_1 = \left\{ \left(1 + \frac{\partial u_R}{\partial R} \right) c_\theta - \gamma s_\theta \frac{\partial u_\theta}{\partial R} \quad \left(1 + \frac{\partial u_R}{\partial R} \right) s_\theta + \gamma c_\theta \frac{\partial u_\theta}{\partial R} \quad \frac{\partial u_z}{\partial R} \right\} \quad (54d)$$

$$\mathbf{g}_2 = \left\{ \frac{\partial u_R}{\partial \theta} c_\theta - \gamma s_\theta \left(1 + \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right) \quad \frac{\partial u_R}{\partial \theta} s_\theta + \gamma c_\theta \left(1 + \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right) \quad \frac{\partial u_z}{\partial \theta} \right\} \quad (54e)$$

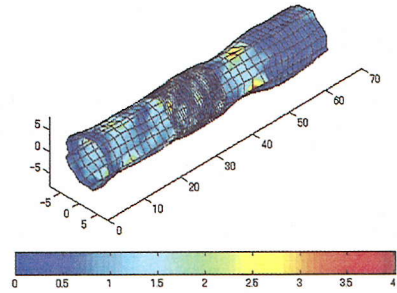
$$\mathbf{g}_3 = \left\{ c_\theta \frac{\partial u_R}{\partial z} - \gamma s_\theta \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \quad \frac{\partial u_R}{\partial z} s_\theta + \gamma c_\theta \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \quad 1 + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right\} \quad (54f)$$

ただし、

$$\gamma = R + u_R \quad (55a)$$



(a) 引張り変位 27mm



(b) 引張り変位 35mm

図-25 鉛片の引張りひずみ場 (Green-Lagrange ひずみ)

$$c_\theta = \cos(\theta + u_\theta) \quad (55b)$$

$$s_\theta = \sin(\theta + u_\theta) \quad (55c)$$

である。 \mathbf{G}_i および \mathbf{g}_i を式(20)に代入して、

$$E_{22} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u_R}{\partial \theta} \right)^2 + \gamma^2 \left(1 + \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial \theta} \right)^2 - R^2 \right] \quad (56a)$$

$$E_{33} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u_R}{\partial z} \right)^2 + \gamma^2 \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial z} \right)^2 + \left(1 + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 - 1 \right] \quad (56b)$$

$$E_{23} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_R}{\partial \theta} \frac{\partial u_R}{\partial z} + \gamma^2 \left(1 + \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right) \frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial \theta} \left(1 + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \right] \quad (56c)$$

を得る。ただし対象としている物質点は円柱の側面のみで定義されているから、 \mathbf{E} の共変成分として求めることができるものは上述した E_{22} 、 E_{33} および E_{23} ($=E_{32}$) の3成分のみである。また、式(56)に含まれる空間導関数は、差分法により算出した。

e) 計測結果と考察

図-22 に計測した変形場から得た引張りひずみ分布を示す。図-22 をみると、鉛片が引張り変形を受けた場合に、一様には変形せず局所的な変形が発生し、断面が小さくなっていくことがわかる。この現象は、鋼、ステンレス、アルミニウムなどの金属でも大変形時に現れるネッキング現象である。これらの金属は、鉛と比較して脆性的であり破断に至るまでのひずみ量が小さい。しかし部分的にズームして計測し、記録画像に本手法を適用することにより、局所変形を把握することが可能であると考えている。

なお、式(54c)において z_T の算出方法が2通りあることを述べたが両者の差は、最大で 0.01[mm]程度であった。この誤差量は、画素に換算すると約 0.8 画素分に相当し、量子誤差の最大値 1 画素よりも小さい。このことから、本計測が精度よく行われていることがわかる。

6. まとめ

本研究では、画像解析を応用し大変形する連続体の変形場を計測するシステムを構築した。得られた知見は以下の通りである。

- 1) 従来の画像相関法に領域の変形を付加し、局所的な変形を追跡できる手法を提案した。本手法は、Lagrange 座標系および Euler 座標系のどちらで行った場合でも変形場を得ることが可能である。
- 2) 圧縮性を有する材料を対象に対して、体積変化を考慮した画像計測データの補正手法を提案した。
- 3) スロッシング現象の画像計測では、時刻により変動する自由境界表面形状を計測する手法を提案した。その結果、境界部を含む流体の速度場を計測することが可能となった。
- 4) 本計測システムにより積層ゴム支承のせん断圧縮変形ならびに円筒鉛片の引張り変形を計測した。その結果、いずれの場合も数百%の大ひずみ場を精度よく計測することができた。

本計測システムより得られた変形場は、従来の計測では得られなかったものであり、大変形する免震・制振デバイスの定量的な性能評価に応用可能である。

また、局所変形する材料の変形を空間的に計測できることから、材料試験において精緻な計測が可能となった。今後、画像計測したデータを定量的に応用し、局所変形および大ひずみを生じる材料について、精緻な構成則を構築することを考えている。

謝辞：積層ゴム支承の設計・製作では、川口金属(株)比志島康久氏および鶴野禎史氏、(株)ブリジストンの水津洋二氏および須藤千秋氏、横浜ゴム(株)の遠藤和夫氏、オイレ工業(株)の伊関治郎氏、下

田郁夫氏および横川英彰氏に協力して頂いた。鉛片の製作では、オイレス工業(株)の伊関治郎氏、下田郁夫氏、横川英彰氏および増田耕一氏に協力して頂きました。計測システムの構築ならびに実計測では、元東京大学大学院生の内堀裕之氏(現、住友建設(株))ならびに竹上浩史氏(現、JR 東日本(株))に多大に協力して頂きました。また、本研究は、旭硝子財団から助成金の援助を受け行ったものです。ここに記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 可視化情報学入門編集委員会編：可視化情報学入門，電気大出版局，1994.
- 2) 吉田秀典，新村達也：モルタル材料の破壊と変形の局所化に関する研究，構造工学論文集，土木学会，Vol.44A，pp.409-416，1998.
- 3) 舘石和雄，荒木昭利：写真測量を用いた鋼材座屈部のひずみ計測，土木学会第 53 回年次学術講演会，1-A130，pp.260-261，1998.
- 4) 後藤寛英：リーデル線のねじりせん断試験と高精度画像解析による変位場の計測，東京大学修士論文，工学系研究科 社会基盤工学専攻，1997.
- 5) 加賀昭和，井上義雄，山口克人：逐次棄却法を用いたパターン追跡アルゴリズム，可視化情報，Vol.13，No.2，pp.119-124，1993.
- 6) 社団法人 可視化情報学会：実践集中講義 PIV の要点，可視化情報学会講習会，1998.
- 7) 高木幹雄，下田陽久監修：画像解析ハンドブック，東京大学出版会，1991.
- 8) M.ラッフェル，C.E.ヴィラート，J.コンペンハンス，小林敏雄監修：PIV の基礎と応用粒子画像流速計測法，シュプリンガー・フェアラーク東京，2000.
- 9) 久田俊明，野口裕久：非線形有限要素法の基礎と応用，丸善，1995.
- 10) 渡邊浩志：非圧縮性超弾性体の混合型有限要素法に関する研究，東京大学学位論文，工学系研究科 機械工学専攻，1995.
- 11) 渡邊浩志，久田俊明：混合型有限要素解の安定条件の数値解析，日本機械学会論文集(A編)，Vol.61，No.583，pp.660-667，1995.
- 12) Crisfield, M.A.: *Non-linear Finite Element Analysis of Solid and Structure, Volume2 Advanced topics*, John Wiley & Sons, 1998.
- 13) Press, H.W., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T. and Flannery, B.P. 丹慶勝市，奥村晴彦，佐藤俊郎，小林誠訳：Numerical Recipes in C [日本語版]，技術評論社，1994.
- 14) 井口征士，佐藤宏介：三次元画像計測，昭晃堂，1990.
- 15) 内堀裕之：画像計測に基づく流体スロッシングの流速場の同定とエネルギー散逸の定量化，東京大学修士論文，工学系研究科社会基盤工学専攻，1999.
- 16) 竹上浩史：画像計測を利用した鉛の力学特性の把握，東京大学 土木工学科，卒業論文，2000.
- 17) 吉田純司：画像解析を用いた連続体の計測システムの構築と積層ゴム支承のモデル化への応用，東京大学学位論文，工学系研究科 社会基盤工学専攻，2001.

(2001. 7. 16 受付)

CONSTRUCTION OF MEASUREMENT SYSTEM FOR CONTINUA BY IMAGE PROCESSING TECHNIQUE

Junji YOSHIDA, Masato ABE, CHAMINDALAL Sujeewa Lewangamage and Yozo FUJINO

In this study, the measurement system for continua by image processing technique is developed. At first, the correlation method for Eulerian coordinate system is updated to trace the large deformation field in Lagrangian coordinate more accurately by considering the deformation of the template. Then, the method to correct the measured field by using the volume constraint condition is proposed. Finally, to demonstrate the effectiveness of the proposed system, the system is applied to the measurement of the deformation field of the devices that deforms largely.