

DEMとFEMの結合解析手法の開発と 落石覆工解析への適用について

梶谷 浩¹・中田吉彦²

¹正会員 工博 金沢大学助教授 工学部土木建設工学科(〒920-8667 金沢市小立野2-40-20)

²正会員 博(工) 小松市都市建設部(研究当時 金沢大学大学院)(〒923-8650 小松市小馬出町91)

落石覆工の衝撃挙動を解明するために、サンドクッションなど離散体の解析に有利な個別要素法と、覆工屋根など連続体の解析に多用されている有限要素法を用い、それぞれの長所を活かした結合解析手法を開発した。まず、弾性範囲内でサンドクッションと覆工の諸定数の検討および実験結果との比較検討により数値シミュレーションの有効性について検証を行った。また、数値解析的に落石の落下高さ、落石質量、覆工の一次固有周期などの落石条件と衝撃力の関係を検討し、衝撃特性について明らかにした。さらに、覆工への伝達エネルギーに着目し、単純ばり形式の落石覆工が落石による衝撃を受けた場合について、エネルギー伝達率による落石覆工の衝撃力評価に関する一つのアプローチを示した。

Key Words: Distinct Element Method, Finite Element Method, rock fall, impact force, energy transmission rate, sand cushion, rock shed

1. まえがき

1989年7月に福井県越前町で起きた岩盤崩落による落石覆工の崩壊事故以来、構造物の衝撃挙動の解明に対する必要性が認識され、官・民・学さまさまの分野から研究が盛んに行なわれている^{1)~6)}。また、1996年2月には、北海道豊平町で起きた岩盤崩落による豊浜トンネルの崩壊事故があり、落石覆工などの衝撃を受ける構造物の設計法の確立が急がれている。このためには、落石が覆工に衝突した時に発生する衝撃力の評価や覆工の衝撃挙動を明らかにすることが重要である。

落石覆工の設計では、道路橋を設計する際に用いられる「道路橋示方書」のような基準がなく、唯一現場技術者の処理判断の参考となる「落石対策便覧」⁷⁾があるにすぎない。ただし、各種条件下での落石荷重の評価をはじめ大規模な落石が発生した場合の対策やその場合の設計の考え方など明確でない。このような背景により著者ら^{8),9)}は落石覆工の設計の現状と問題点を指摘し、より合理的と考えられる限界状態設計法の導入について具体的な検討を行っている。落石荷重は地震荷重と同様の偶発荷重と考えられるため、落石覆工の耐衝撃設計に道路橋示方書の耐震設計に準じた二段階設計法の概念が提

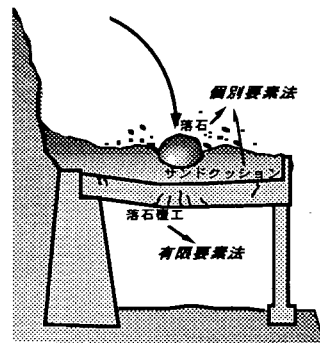


図-1 落石と落石覆工

案されている¹⁾。また、このような設計概念に基づく安全性照査法が検討されている^{2),3)}。

しかし、覆工の落石時の衝撃挙動と落石より緩衝材を通して覆工に伝わるエネルギー、また一般的な衝撃荷重下での各種構造材の破壊挙動とそのじん性の評価については、十分明らかにされているわけではなく、設計の具体的なプロセスまで至っていないのが現状である。著者ら^{10),11)}は緩衝材として砂を用いた実験を行い、単純ばり形式の覆工に作用する衝撃力とエネルギー量を実際に示している。しかし、

覆工の実物破壊事例や研究例が少ないため、衝撃力とエネルギー伝達の関係そして終局限界状態については不明な点もあるのが現状である。落石荷重も地震と同様の偶発荷重であるため、耐震設計法に準ずる2段階設計法が望ましいと考えられており、今後、覆工の終局限界状態に対する安全性の照査法が落石対策便覧式などによる最大荷重のピーク値およびエネルギー基準により行うことが考えられている¹⁾²⁾。このような意味で覆工におけるエネルギー伝達に関して明らかにしていくことが重要と考えられる。

そこで本論文では、図-1に示すような落石が衝突した際の落石覆工の衝撃挙動を解明するために、落石衝突時に離散体としての挙動が支配的と考えられるサンドクッションを個別要素法(Distinct Element Method)により解析し、連続体である覆工屋根を有限要素法(Finite Element Method)により解析することが理想的であると考え、2つの手法をハイブリッドさせた2次元モデルによる解析方法を開発した。なお、実際の一般的な落石覆工は3次元モデルであるが、ここでは2次元問題におけるDEM-FEM結合解析手法の開発と、その手法を用いた落石覆工などの粒状体と連続体からなる複合構造物の衝撃特性の評価における1つのアプローチを示すことを目的とした。

具体的には、この解析手法を用いて、解析に用いたサンドクッションと覆工の諸定数を検討し、弾性範囲における実験結果との比較検討により数値シミュレーションの有効性について検証した。次に、数値解析的に落石の落下高さ、落石質量、覆工の一次固有周期などの衝突体と被衝突体の条件と衝撃力特性の関係について明らかにした。また、本解析法を用いて、単純ばり形式の実験結果との検証も含め、各種条件下での覆工への伝達エネルギーについても検討し、その結果、落石覆工の伝達衝撃力の評価についての1つのアプローチを示した。

2. 解析方法

(1)個別要素法と有限要素法の結合解析の有効性

従来の衝撃問題に対するアプローチとしては、主に有限要素法および個別要素法などがあげられる。連続体の微小変形に関しては、有限要素法が広く用いられてきたが、大変形を伴う破壊の進展や弾塑性体の挙動に対して、煩雑なラグランジュ座標の導入などの工夫が必要となるなど、多くの困難を伴い問題に応じた数値解析上の工夫が必要とされるのが現状であり、残されている課題も少なくない^{12),13)}。

一方、個別要素法は基礎式である運動方程式を各要素ごとに空間に固定したオイラー座標系に基づき陽的に差分するため大容量マトリックスを必要としないこと、また各時刻における要素座標を用いるため離散体や流動する物体などの解析に適している。しかし、個別要素法は要素の接触・離散によって集合全体の変形を表現するため、ほとんどの隣接要素が接触したままの物体すなわち、いわゆる連続体の解析に用いられることは少ない^{13),14),15)}。

そこで、本研究では落石衝突時に離散体としての挙動が支配的と考えられるサンドクッションを個別要素法により解析し、連続体である覆工屋根を有限要素法により解析することが理想的であると考え、2つの手法をハイブリッドさせた解析方法を開発し、落石の衝撃問題に適用することにした。

(2)クッション材への個別要素法の適用

a)運動方程式

落石覆工上のクッション材をある一定の半径を持った要素の集合体と仮定し、要素間の法線方向および接線方向にバネとダッシュポットを挿入することで、弾性および非弾性的性質を表現する。この場合、土塊要素の水平 u 、鉛直 v 及び回転 ϕ について運動方程式は次式のように与えられる¹⁶⁾。

$$m[\ddot{u}_i]^t + c[\dot{u}_i]^t + k[u_i]^t = [f_{xi}]^t \quad (1a)$$

$$m[\ddot{v}_i]^t + c[\dot{v}_i]^t + k[v_i]^t = [f_{yi}]^t \quad (1b)$$

$$I[\ddot{\phi}_i]^t + cr^2[\dot{\phi}_i]^t + kr^2[\phi_i]^t = [f_{\phi i}]^t \quad (1c)$$

ここで、 m および I はそれぞれ各要素の質量、慣性モーメントであり、 k および c はバネ定数と減衰係数、 f_{xi} 、 f_{yi} 、 $f_{\phi i}$ は、それぞれ質点に直接作用する水平外力、鉛直外力、回転外力である。また r は要素を円筒とみなしたときの半径である。なお、ドット(\cdot)は時間に関する微分を表わしている。しかし、通常ある要素は複数の要素と接触しており式(1)はさらに複雑な形式の連立微分方程式となり、解くことが非常に困難となる。そこで、本研究ではこのような個々の要素の運動方程式を差分近似し、 Δt 時間ごとに逐次計算をすすめた。

$$m[\ddot{u}_i]^t = [f_{xi}]^{t-\Delta t} - c[\dot{u}_i]^{t-\Delta t} + k[u_i]^{t-\Delta t} \quad (2a)$$

$$m[\ddot{v}_i]^t = [f_{yi}]^{t-\Delta t} - c[\dot{v}_i]^{t-\Delta t} + k[v_i]^{t-\Delta t} \quad (2b)$$

$$I[\ddot{\phi}_i]^t = [f_{\phi i}]^{t-\Delta t} - cr^2[\dot{\phi}_i]^{t-\Delta t} + kr^2[\phi_i]^{t-\Delta t} \quad (2c)$$

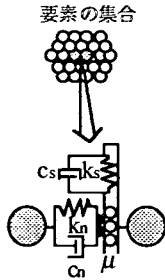


図-2 接触点における粘弾性モデル

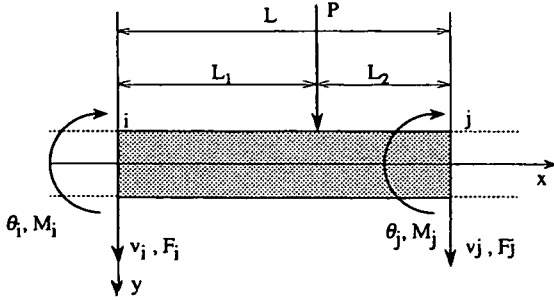


図-3 用いた解析要素

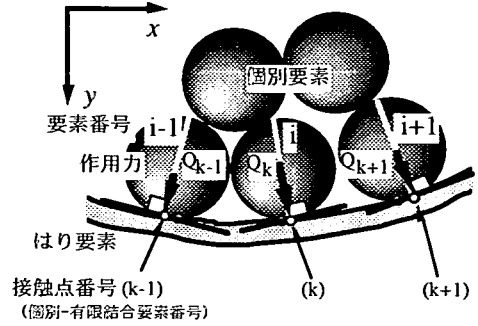
うに与えられる。

$$h_i = \frac{1}{2} \left[\frac{\alpha}{\omega_i} + \beta \omega_i \right] \quad (7)$$

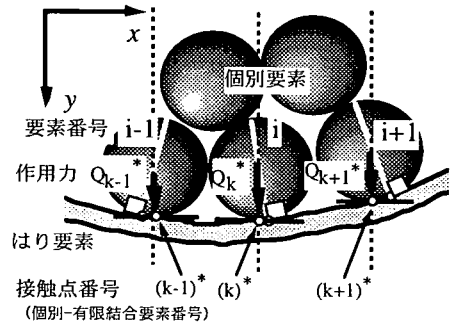
(4) 個別要素と有限要素の接触

個別要素法と有限要素法とを結合するには、個別要素（サンドクッション）と有限要素（覆工）の接触部の取り扱いが重要となる。すなわち、個別要素と有限要素間の接触判定と要素間の力の伝達が重要となる。しかし、有限要素の変形は一般に曲線によって表現されているため、時々刻々とその位置が変化するこの有限要素（本研究でははり要素）と個別要素との接触を判定する場合には、各計算ステップごとにその曲線に対して個別要素の中心から法線を引き、個別要素の半径と法線の長さとの比較により、接触を判定しなければならない(図-4(a))。このため、厳密に接触を判定するためにはかなり煩雑な処理を要求される。

そこで、本研究では、接触判定と要素間の力の伝達に関して次のように仮定した。図-4(b)に示すように個別要素と有限要素の接触は、個別要素の最下点においてのみ接触するとし、接触した時にその接触点にある特殊な要素（以後個別-有限結合要素と



(a) 実際の接触



(b) 簡素化した接触の取り扱い

図-4 個別要素と有限要素の接触の取り扱い

呼ぶ)を設定した。この個別-有限結合要素は個別要素と有限要素間の力の伝達だけを行う要素であり、大きさも質量も持たないものとした。このような仮定は有限要素の大変形を考える際には厳密ではないが、微小変形を対象とする場合や塑性変形が生じてもたわみ角が小さな範囲では、十分な精度を持った合理的なものと考えられる。また、簡単のため鉛直方向の力だけ伝達するものとし、水平方向の力の伝達は無視した。なお、この個別-有限結合要素は個別要素と有限要素間に接触が生じた場合に順次新たに発生するものとした。この個別-有限結合要素を用いることにより、クッション要素の間に働く作用力を各時間ステップで求めその作用力に基づき覆工を有限要素法で解析することができる。

(5) 解析の手順

2. (4)で述べた考えに基づき、サンドクッションを有する覆工の落石衝突時の衝撃応答解析は、以下に示す手順を時間ステップ毎に繰り返し実行した。なお、図-5に解析のフローチャートを示す。

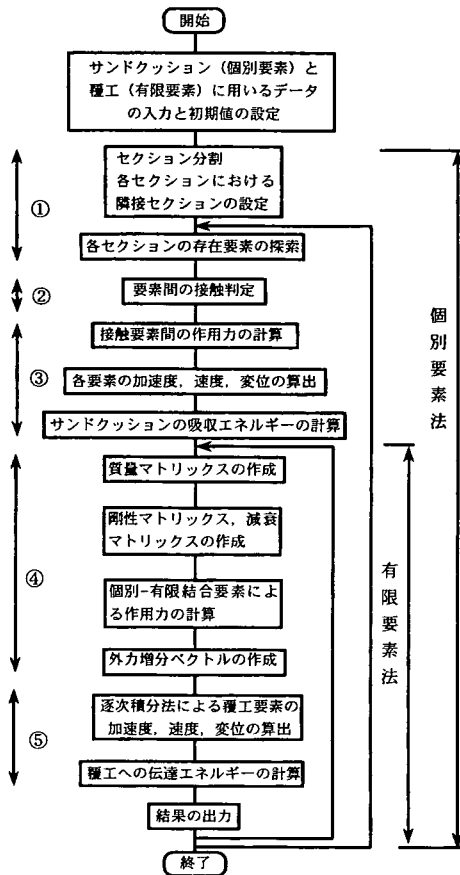


図-5 解析のフローチャート

- ①計算時間の短縮のため、全区域を小さなセクションに分け、微小時間 Δt 内に接触可能な要素の存在する領域を限定し、各セクションに存在する要素を求める。
- ②現時刻における要素間の接触判定を行う。
- ③接触している要素間の作用力を計算し、これより加速度、速度、変位を求める。同時に、個別要素で表現した落石とサンドクッションの運動エネルギーとひずみエネルギーを求める。
- ④個別-有限結合要素により有限要素に作用する力を算定する。
- ⑤逐次積分法により、覆工要素の加速度、速度、変位を求め、覆工要素の吸収エネルギーを求める。

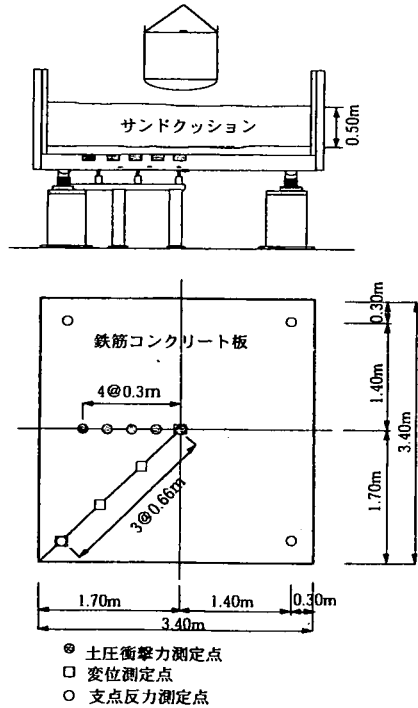


図-6 コンクリート版上への落石実験の概要

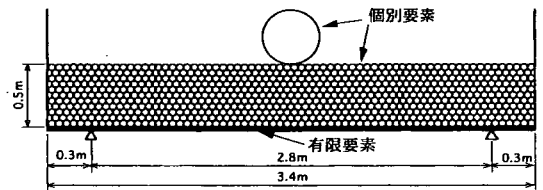


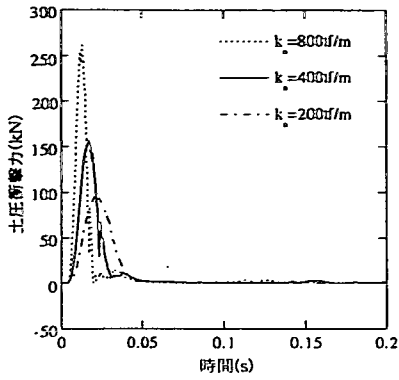
図-7 用いた解析モデル

3. 弾性解析と実験結果との比較

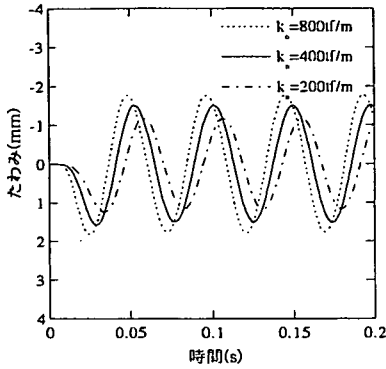
ここでは、比較的小規模ではあるが、著者らが行った実物大落石実験に本解析方法を適用し、衝撃力および覆工の応答について比較検討を行ない、本方法の有効性を確認する。

(1) 実験の概要と解析モデル

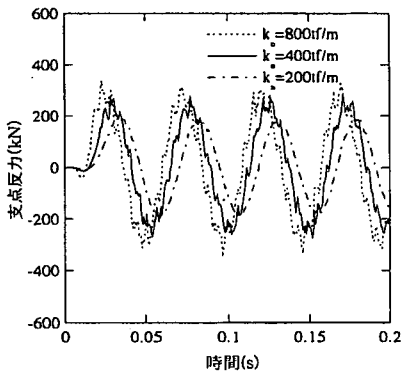
実験²³⁾は、図-6に示す落石覆工の屋根部のモデルである鉄筋コンクリート版(縦横3.4m、厚さ0.2m)を4点単純支持で設置し、その上にサンドクッション(クッション厚さ0.5m)を敷き、鉄筋コンクリートを充填した重錘を自由落下させるものである。コンクリートの圧縮強度は、32.2MPa、弾性係数は、29.7GPaである。落石として用いた重錘は、



(a) 土圧衝撃力

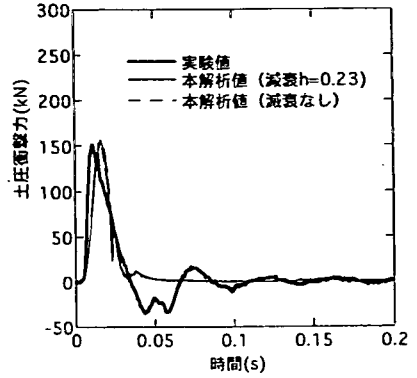


(b) たわみ

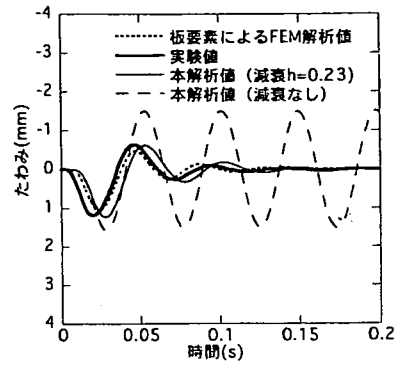


(c) 反力

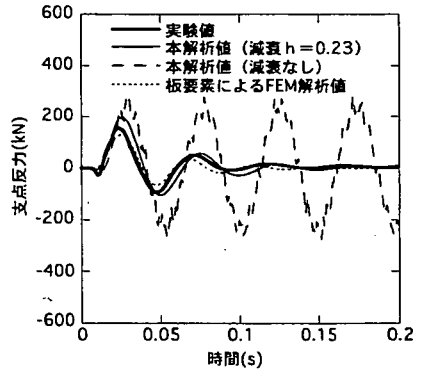
図-8 法線方向バネ定数の影響



(a) 土圧衝撃力



(b) たわみ



(c) 反力

図-9 構造減衰の影響

質量が100kg, 500kgそして1,000kgのいずれも底面形状が球形のものである。実験時には、図-6に示すように重錘の加速度、サンドクッション底部（鉄筋コンクリート板上）での圧力をロードセルで、また反力と鉄筋コンクリート板の変位が測定されている。

この実験に対する解析モデルは、図-7に示すように設定した。重錘は、質量100kg, 500kg, 1,000kgで、いずれも奥行3.4mの円筒要素と仮定し、

所定の高さに対応した自由落下による初速度を持たせてサンクッション中央に配置した。なお、重錘半径は、比重2.6の球とみなしたときの半径を用い、質量100kg, 500kg, 1,000kgの半径は、それぞれ20.9cm, 35.8cm, 45.1cmである。サンドクッションは、厚さ0.5m, 幅3.4m, 奥行3.4mの範囲であり、半径2.5cmの2次元円筒要素743個を用いた。覆工は、幅3.4m, 厚さ0.2m, 奥行3.4mであり、はり要素34個で表現した。

表-1 解析に用いた諸定数

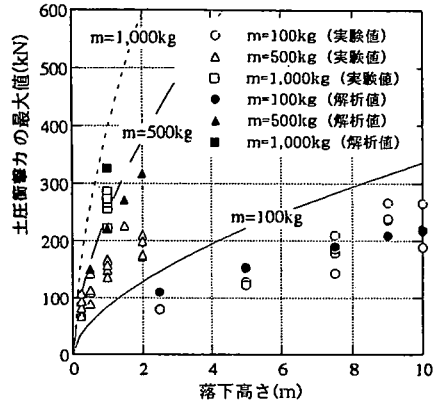
| 落石 (重錘) | | |
|---------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 質量 (kg) | 100 | 500 1,000 |
| 半径 (cm) | 20.9 | 35.8 45.1 |
| 落下高さ (m) | 2.5, 5.0, 7.5, 9.0, 10.0 | 0.25, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0 |
| サンドクッション | | |
| 要素半径 (cm) | 2.5 | |
| 単位体積重量 (kN/m ³) | 18 | |
| 要素間の内部摩擦角 (度) | 30 | |
| 壁面と要素との内部摩擦角 (度) | 15 | |
| 法線方向バネ定数 k_n (kN/m) | 4000 | |
| 逓減率 s | 0.25 | |
| 法線方向減衰定数 h_n | 0.6 | |
| 接線方向減衰定数 h_s | 1.0 | |
| 覆工 | | |
| 単位体積重量 (kN/m ³) | 25 | |
| 重量 (kN) | 57.8 | |
| ヤング係数 E (Gpa) | 29.7 | |
| 断面2次モーメント I (m ⁴) | 2.27×10^3 | |

(2)解析に用いる定数の検討および実験値との比較

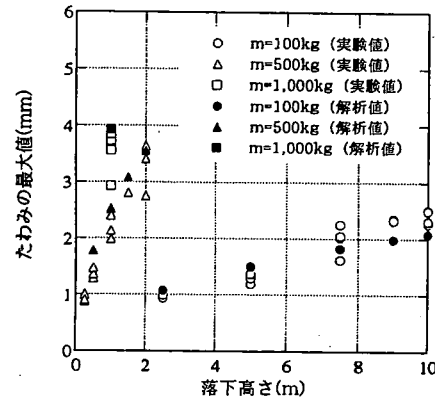
同じ円筒要素，低減率および減衰係数を用い，各要素（個別要素法）の法線方向ばね定数 k_n のみを変化させ，その影響を検討した．これらの計算結果を図-8に示す．これより，土圧衝撃力，たわみおよび支点反力とはともに， k_n が大きいほど立ち上がり時間が早く，最大値も大きくなることわかる．一方，作用時間は， k_n が小さいほど長いことわかる．また，法線方向の減衰定数 h_n について同様な計算を行ったが，土圧衝撃力，たわみ及び支点反力とはともに， h_n が大きいほど重錘衝突直後の波形の立ち上がりが急になったが，ピーク値は小さくなった．作用時間に対しては h_n の影響は小さいものであった．このような傾向は剛基礎上のサンドクッションに行なった著者らの過去の研究と類似している^{10), 11)}．

図-9は，重錘質量100kg，落下高さ5mの場合の実験値，本解析値および板要素によるFEM解析値を示したものである．解析における減衰は，本解析手法およびFEM解析とも減衰定数 $h_1=0.23$ ($\omega_1=137\text{Hz}$, $\alpha=0$, $\beta=3.4 \times 10^{-3}$)に対応したレーリー減衰を用いた．

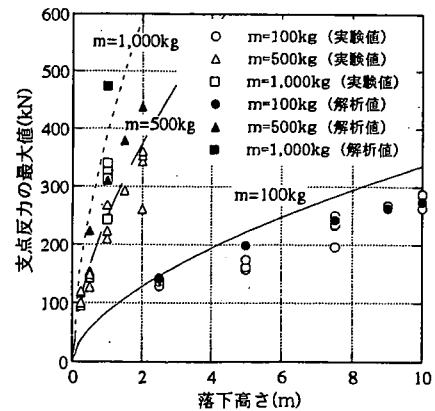
本解析モデルとしては，先述した図-7の通りであり，入力荷重は重錘に初速度を与えてサンドクッション中央に配置し，解析に用いた諸定数は， $k_n=400\text{tf/m}$, $h_n=0.6$, $h_s=1.0$ である．なお参考までに，本解析値については減衰を考慮しない場合も示した．またFEM解析による板モデルは，板を1156要素(34×34,一辺10cm)に分割し，荷重としては，図-9(a)に示す実験で得られた土圧衝撃力を三角形で近似し，中央部90cm×90cmの領域に等分布荷重



(a) 土圧衝撃力



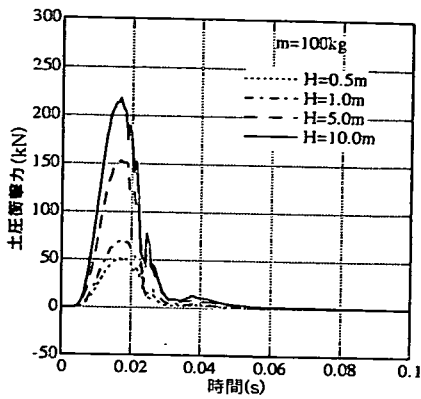
(b) たわみ



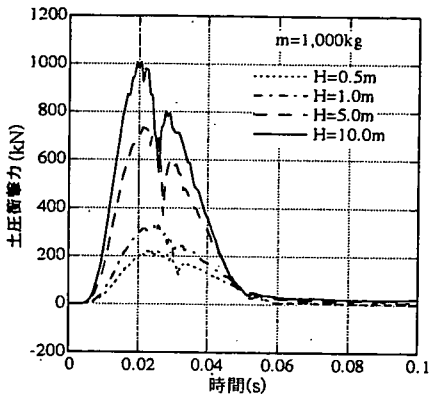
(c) 反力

図-10 落下高さと衝撃特性値

として作用させた．土圧衝撃力に関しては，立ち上がりは，実験に比べ本解析値がやや遅れるが，最大値は，本解析値が実験値とほぼ一致している．また，土圧衝撃力は，減衰がある場合とない場合とを比較しても明確な差異がなく，減衰の影響は小さいことがわかる．



(a) m=100kg



(b) m=1,000kg

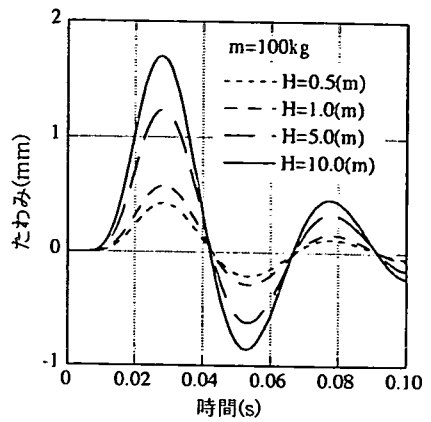
図-11 土圧衝撃力の時間変化

たわみに関しては、土圧衝撃力での遅れに対応し、実験に比べ本解析手法がやや遅れているが、最大値は実験値とほぼ一致し、実験をよく再現している。

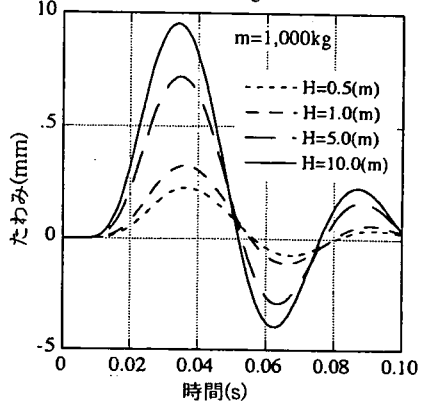
支点反力に関しては、最大値は、本解析では実験値より若干大きく、FEM解析では実験値より若干小さいが、波形形状は実験値をよく再現している。

3次元モデルの開発ができるまでは、実験値を用いなければ実際の現象を再現することが困難ではあるが、2次元モデルによる本解析手法でも、このように実験値を参考に試行錯誤による検討を行えば、実際の現象をかなりの精度で再現できることが確認できた。本研究の目的は、2次元問題におけるDEM-FEM結合解析手法の開発とその手法を用いた落石覆工などの粒状体と連続体からなる複合構造物の衝撃特性の評価の1つのアプローチを示すことである。実際の一般的な落石覆工は、3次元構造であるが、ここではアプローチに主眼をおくため、2次元解析に用いる基本諸定数を、以上の解析結果より表-1に示す値とした。

図-10は、重錘質量別の落下高さとの関係



(a) m=100kg



(b) m=1,000kg

図-12 スパン中央点のたわみの時間変化

について、実験結果と解析結果を示したものである。なお、図中には、次式で表される落石対策便覧式⁷⁾を示した。

$$P = 2.108 \lambda^{2/5} (m \cdot g)^{2/3} H^{3/5} \quad (8)$$

ここに、 λ はサンドクッションのラメ定数(本例では、10,000kN/m²を示した)であり、 m は落石質量重量(t)、 H は落石の落下高さ(m)である。サンドクッション等の緩衝材を介して落石が衝突する場合はコンクリートなどの剛な構造物に直接衝突する場合と比べ、発生する最大荷重はここに示すように極めて小さいことが知られている^{7),11),12)}。荷重の作用時間も直接衝突の場合が高々数ミリ秒に対し、数十～百ミリ秒と非常に長い。落石衝突時には、音、粒子破碎により比較的小さいエネルギー損失が生ずるが、落石エネルギーの多くは、緩衝材の大きな塑性変形と流動により内部的に吸収される。

質量が100kgの場合、土圧衝撃力及びたわみは、

表-2 土圧衝撃力の作用時間

| 落石質量 (kg) | 100 | 500 | 1,000 |
|------------|-------|-----|-------|
| 作用時間 | 実験 30 | 44 | 53 |
| T_d (ms) | 解析 30 | 48 | 50 |

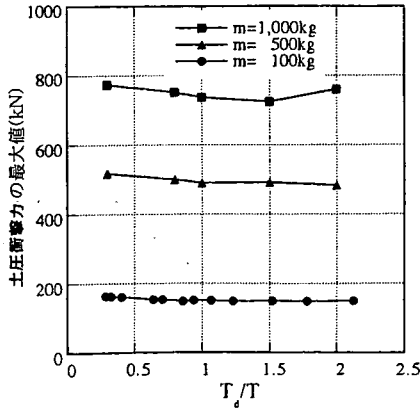


図-13 T_d/T と土圧衝撃力の最大値

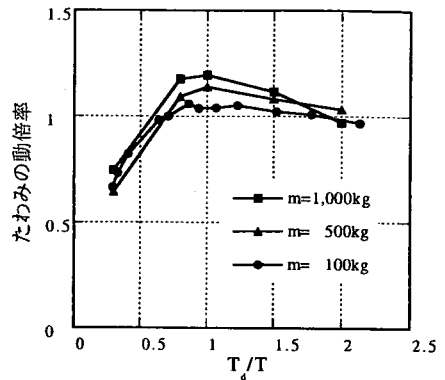
H=5.0m以下では解析値は実験値とほぼ一致しているが、H=7.5m以上では、やや実験値に比べ解析値がやや小さい傾向が表れた。支点反力は、各条件とも解析値は、実験値とほぼ一致している。一方、質量が500kgおよび1,000kgの場合、その原因は特定できないが、土圧衝撃力、たわみ、支点反力とも実験値に比べ解析値がやや大きい傾向が認められた。このように実験はばらつきがあるものの、解析は実験結果を比較的よく再現しており、本解析方法の有効性が確認できる。

4. 衝撃力特性とエネルギー伝達率

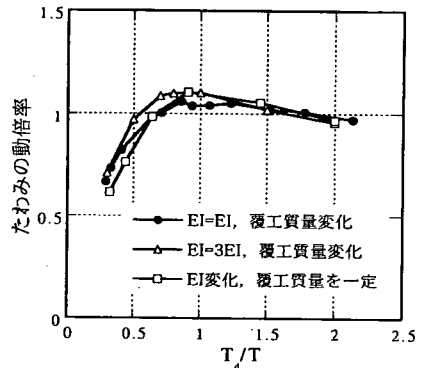
(1) 落石条件と覆工の衝撃力特性

落石覆工の設計には、落石が覆工に衝突したときに発生する衝撃力や覆工の衝撃挙動を明らかにすることが重要である。ここでは、数値解析的に、落石の落下高さ、落石質量、覆工の一次固有周期などの落石条件と衝撃力の関係について検討する。

最初に本解析により得られる土圧衝撃力の特性について検討してみる。図-11は、落石質量100kgおよび1,000kgの場合の土圧衝撃力波形を落下高さ別に示したものである。これより、落石質量100kgおよび1,000kgのどちらにおいても土圧衝撃力の最大値は落下高さに大きく依存するが、作用時間は落下高さにほとんど依存しないことがわかる。なお前章



(a) 覆工質量の影響



(b) 覆工曲げ剛性の影響

図-14 T_d/T とたわみの動倍率

で示した実験や著者らが過去に行った実験²⁴⁾においてもこのような傾向が認められている。

落石質量100kgでは、重錘が衝突した後、5ms程度で土圧衝撃力が発生し30ms程度にほぼ衝撃力が消失する比較的単調な波形である。一方、落石質量1,000kgでは、衝撃力が落石質量100kgの場合と同様に5ms程度で発生しはじめ20msをすぎた時に最大値に達し一端減少しはじめるが、30ms程度で再び増加を示し50ms程度で消失している。このようにピークが明確に2つ存在する波形である。もちろん落石質量100kgの場合にもわずかに同様な傾向が認められるが土圧衝撃力の作用時間が短いためその影響はすぐに消失している。この波形の相違は以下に示すようにサンドクッションとはりの相互作用が原因であると考えられる。

図-12は、図-11に示した土圧衝撃力に対応したはり中央点のたわみ波形を示したものである。はり中央のたわみは落石質量100kgでは28ms程度で、落石質量1,000kgでは35ms程度で最大値に達し、その後、落下高さにより位相のずれが多少あるものの、

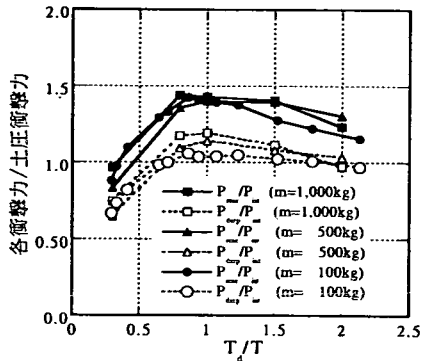


図-15 T_d/T と衝撃力

落石質量100kgと1,000kgのどちらの場合においても減少する，すなわち上方へ運動し始める。このため，落石質量1,000kgではクッション材とはり間での相互作用のため明確な第2番目のピークが発生し，落石質量100kgの場合との大きな波形形状の違いとなっている。表-2は土圧衝撃力の作用時間 T_d の実験結果と解析結果を示したものであるが，これより，解析は作用時間についてもおおむねよくシミュレートしていることがわかる。

動的問題では，荷重の作用時間と構造の固有周期を用いてその特性が説明できる場合が多い²⁵⁾。本研究でもそのようなアプローチを試みる。

図-13は，土圧衝撃力の作用時間 T_d と覆工の一次固有周期 T との比 T_d/T と土圧衝撃力の最大値の関係を落下高さ5mの場合について落石質量別に示したものである。ここでは，サンドクッションの条件を一定とし，覆工の質量や曲げ剛性を変化させることにより一次固有周期 T を変化させた。なお，用いた曲げ剛性 EI は表-1で与えたものを基本としている。図より，覆工の質量や曲げ剛性を変化させても土圧衝撃力の最大値にはほとんど影響はないことがわかる。落石質量が100kg, 500kg, 1,000kgの場合，土圧衝撃力の最大値は，それぞれ160kN, 500kN, 700kN程度となっている。

図-14(a)は，覆工の質量を変化させた場合，たわみの動倍率と T_d/T との関係を落石質量別に示したものである。ここに，衝撃荷重の最大値を静的に作用させた場合のたわみを δ_s ，衝撃荷重を動的に作用させた場合のたわみの最大値を δ_d とすると，たわみの動倍率は δ_d/δ_s で表される。どの場合においてもたわみの動倍率は T_d/T が0.8より1.0程度までは単調増加し，0.8より1.0程度でピーク値に達した後，緩やかに単調減少あるいはほぼ一定値のままであるこ

とがわかる。本解析例では，動倍率の最大値は落石質量の大きいほど大きいことがわかる。これよりあらかじめ T_d/T の値が明らかであれば，衝撃が作用する他の動的問題と同様に T_d/T により動倍率の推定が可能である。

図-14(b)は，落石質量100kgに対し覆工の曲げ剛性 EI あるいは $3EI$ と一定とし覆工質量を変化させた場合と覆工質量を一定とし覆工の曲げ剛性を変化させた場合について同様に T_d/T と動倍率の関係を示したものである。曲げ剛性が大きい場合， T_d/T が0.8以下では動倍率はわずかに大きい，全体としては有意な差がなく，動倍率の最大値もほぼ同じであることがわかる。

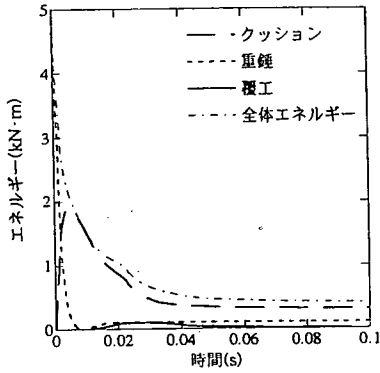
図-15は支点反力および覆工の中央変位から換算した衝撃力と土圧衝撃力との比として表し T_d/T との関係を落石質量別に示したものである。ここでは，土圧衝撃力，支点反力，覆工の中央変位から得られる等価衝撃力をそれぞれ P_{int} ， P_{reac} ， P_{disp} とし， P_{disp} は次式のように定義した。

$$P_{disp} = k_d \cdot \delta_{max} \quad (9)$$

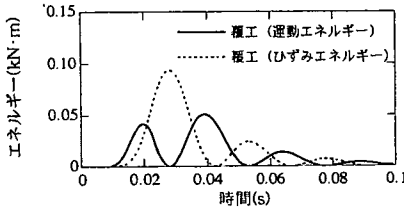
ここに， k_d は静的等価係数であり，作用力を集中荷重と仮定した場合には $k_d=48EI/L^3$ ， δ_{max} はパン中央の変位の最大値である。

P_{reac}/P_{int} 及び P_{disp}/P_{int} もたわみの動倍率と T_d/T の関係と同様な曲線が引ける。これより落石対策便覧式あるいは他の評価式により土圧衝撃力を決定すれば， P_{reac} ， P_{disp} が算定できる。また逆に P_{reac} ， P_{disp} を知ることができれば土圧衝撃力の推定も可能となる。

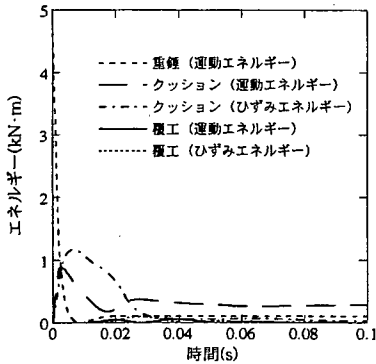
P_{disp} は $T_d/T \approx 0.6$ を越えると土圧衝撃力 P_{int} より大きくなり， $T_d/T \approx 0.8 \sim 1.0$ で最大になる。落石質量が大きいほど，わずかではあるが P_{disp}/P_{int} は大きくなっている。以上より，部材の設計を考える場合，入力荷重としての土圧衝撃力のみならず，動的倍率を考慮することが必要であることが再確認できる²⁶⁾。一方， P_{reac} は， $T_d/T \approx 0.4$ を越えると土圧衝撃力 P_{int} より大きくなり，最大値は同様に $T_d/T \approx 0.8 \sim 1.0$ である。また，どのケースにおいても $P_{reac} > P_{disp}$ が確認できる。以上により， $T_d/T \approx 0.6$ を越えると常に $P_{reac} > P_{disp} > P_{int}$ が成り立つ。このため，支点到作用する衝撃力（反力）にも注意が必要であることがわかる。



(a) 各部分の運動エネルギーとひずみエネルギー



(b) 覆工の運動エネルギーとひずみエネルギー



(c) 3つの部分におけるエネルギー

図-16 エネルギーの時間変化

(2) エネルギー伝達率と伝達特性

ここでは、落石がサンドクッションに衝突した場合に落石の持つエネルギーがどのように覆工に伝達されていくのか、また、前項と同様な落石条件の違いにより覆工に伝達されるエネルギーにどのような影響を与えるのかについて検討する。

また、覆工への伝達エネルギーについて数値解析的にパラメトリックスタディを行い伝達特性について明らかにする。この結果、落石覆工への伝達衝撃力評価についてのあるアプローチを示す。

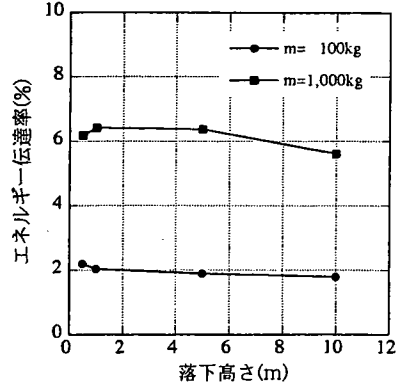


図-17 落下高さとエネルギー伝達率

a) 落石から覆工へのエネルギー伝達

まず、落石覆工の衝突時に落石からサンドクッションを介して覆工に伝達されるエネルギーの流れについて検討してみる。

図-16は落石質量100kgを高さ5.0mより落下させた場合についてエネルギーの時間的変化を示したものである。

図-16(a)は各部分のエネルギーを運動エネルギーとひずみエネルギーに分け、計5種類のエネルギーについてそれらの時間変化を示したものである。重錘の運動エネルギーは衝突後急速に減衰し、8ms程度ではほぼエネルギーが零になっている。それとは逆に、衝突後サンドクッションの運動エネルギーとひずみエネルギーは増加し、運動エネルギーでは、3ms程度でピークに達し、その後比較的緩やかに振動している。ひずみエネルギーは8ms程度でピークに達したあと非常に緩やかに減少している。覆工に関するエネルギーについては、非常に小さい値であったため、図-16(b)に覆工に関するエネルギー変化の詳細を示した。覆工の運動エネルギーとひずみエネルギーの立ち上がりは、重錘のエネルギーが零になる時刻及びサンドクッションの運動およびひずみエネルギーのピークの時刻より遅れている。また、覆工の運動エネルギーは20msで最初のピークに達し、その後一端減少し40msで最大値であるピークに達し、振動減衰している。ひずみエネルギーは運動エネルギーよりやや遅れて立ち上がって運動エネルギーがほぼゼロになる30ms程度でピークに達しその後振動減衰している。

図-16(c)は、各部分別に、すなわち重錘、サンドクッション、覆工の3つの部分が持つエネルギーの時間変化を示したものである。これより、重錘の持つエネルギーが急激に減少するが、一方このとき

サンドクッションにはエネルギー散逸がかなりあるものの、かなりの量のエネルギーが伝達される、その後、サンドクッションのエネルギー散逸がゆっくり起こり、その過程で覆工にエネルギーが伝達されることが明確にわかる。ここで、落石から覆工へのエネルギー伝達率 R_{Ei} を次式のように定める。

$$R_{Ei} = \frac{E_i}{E_p} \quad (10)$$

ここに、 E_i は継続時間内における覆工へ伝達されたエネルギーの最大値、 E_p は重錘のもつエネルギーである。本例では、覆工へのエネルギー伝達率の最大値は1.9%であった。

また、この解析例より、サンドクッションなどの緩衝材が落石衝突時にその破壊や流動により吸収できるエネルギー量も重要であり、最終的に覆工に伝達されるエネルギー量に影響することがわかる。これは、緩衝材に期待される重要な機能が力の緩和のほかにエネルギー吸収能であることに対応している。

b) エネルギー伝達に関するパラメトリックスタディ

図-17は重錘の落下高さ h と覆工へのエネルギー伝達率の関係を示したものである。これより、前項の重錘の落下高さ h と土圧衝撃力の関係と同様に、覆工へのエネルギー伝達率は落下高さ h に依存しないことがわかる。本例では、覆工へのエネルギー伝達率の最大値は、落石質量100kgおよび1,000kgの時、それぞれ2.0%、6.0%程度であった。

園田¹⁾は、落石の覆工への衝突現象は瞬時に起こる2質点の完全塑性衝突と仮定し、さらに覆工には衝突点で塑性ヒンジが生じるとして、運動量保存則を用いることにより次式でエネルギー伝達率を算定している。

$$\alpha = \frac{1}{1 + \frac{Me}{m}} \quad (11)$$

ここに、 m は落石の質量、 Me は覆工の有効質量である。サンドクッションを含む覆工の全質量を M とすると、有効質量 Me は、

$$Me = \beta \cdot M \quad (12)$$

と表される。ここに、 β は有効質量換算係数である。式(11)に上式を代入すると、エネルギー伝達率 α は、

$$\alpha = \frac{1}{1 + \beta \cdot \frac{M}{m}} \quad (13)$$

と表される。以上は覆工の破壊モードを仮定した終局限界に対応したエネルギー伝達率を表している。しかし、覆工に損傷のない場合のエネルギー伝達に関してはほとんど明らかにされていない。そこでここでは覆工に損傷のない場合（弾性範囲内）について検討を行ってみる。

覆工屋根部が両端で単純支持されている場合、サンドクッションを含む覆工の全質量 M の1/2がはり中央に、1/4が左右の支点上に集中していると仮定すると、固有周期 T は

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M \cdot L^3}{96 \cdot EI}} \quad (14)$$

と表される。ここに EI は覆工の曲げ剛性、 L はスパン長である。上式と T_d を用いて M は次式で表現される。

$$M = \frac{\gamma}{\left(\frac{T_d}{T}\right)^2} \quad (15)$$

ここに、 $\gamma = 24 \cdot EI \cdot T_d^2 / (\pi^2 \cdot L^3)$ である。

上式を式(13)に代入すると、エネルギー伝達率は次式で表現される。

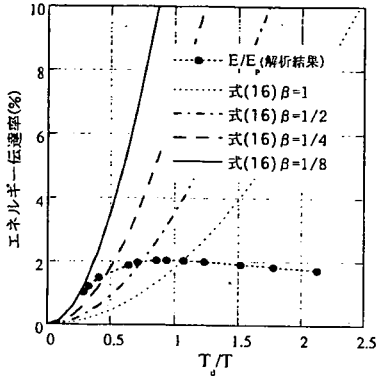
$$\alpha = \frac{1}{1 + \frac{\beta \cdot \gamma}{\left(\frac{T_d}{T}\right)^2 \cdot m}} \quad (16)$$

なお、 T_d は実験で得られた値を用いるものとし、各重錘に対して γ とともに表-3で示す。図-18は質量100kg、500kg、1,000kgの場合について T_d/T とエネルギー伝達率 R_{Ei} の関係を示したものである。図中には実験結果、解析結果、および園田のエネルギー伝達率に関する提案式を示した。

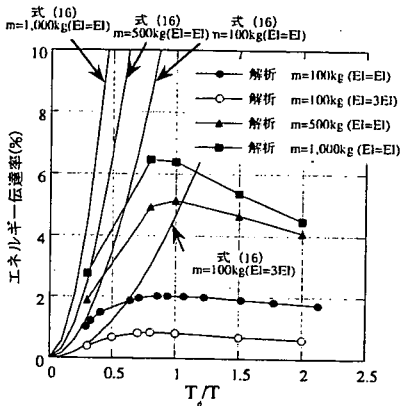
図-18(a)は、重錘質量 $m=100\text{kg}$ の場合の解析結果と有効質量換算係数 $\beta (=1, 1/2, 1/4, 1/8)$ を考慮した式(16)で表されるエネルギー伝達率を示す。エネルギー伝達率の解析値は、落石質量100kgの場合、 T_d/T が0.8程度までは単調増加し、0.8程度でピーク値に達した後、緩やかに単調減少の傾向が決められ

表-3 各落石質量における T_d と γ

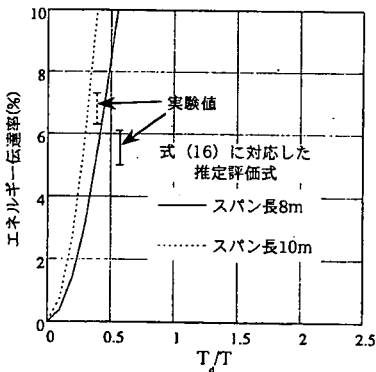
| 落石質量 (kg) | 100 | 500 | 1,000 |
|------------------|------|------|-------|
| T_d (実験値) (ms) | 30 | 44 | 53 |
| γ | 0.69 | 1.48 | 2.14 |



(a) 重錘質量 $m=100\text{kg}$



(b) 換算係数 $\beta=1/8$



(c) 鋼製覆工の実験

図-18 T_d/T とエネルギー伝達率

るもののほぼ一定値を保っている。一方、式(16)の評価式では、有効質量換算係数の値にかかわらず、 T_d/T に対し単調増加することがわかる。 T_d/T が0.5以下の範囲で $\beta=1/4$ 、 $1/8$ の場合に本解析結果と一致することがわかる。これより式(16)の評価式は、

荷重作用時間が固有周期に比べ小さい時、すなわち相対的に速い衝撃の場合に適用できる。しかし、比較的緩やかな衝撃に対してはエネルギー伝達率を一般に過大評価することがわかる。

図-18(b)は各種条件における解析結果と、 $\beta=1/8$ の場合、式(16)で表されるエネルギー伝達率を示す。エネルギー伝達率の解析値は、 $m=500\text{kg}$ および $1,000\text{kg}$ の場合、 T_d/T が0.8程度まで急激に増加し、ピークに達した後、単調減少している。また T_d/T とは無関係に、覆工の剛性が一定の場合は落石質量が大きいほど、また落石質量が一定の場合は覆工の剛性が低いほど、覆工へのエネルギー伝達率が高いことが確認できる。

図-18(c)は、過去に著者ら^{10),11)}が行った実物大H形網はりへのエネルギー伝達率に関する実験値と式(16)で表されるエネルギー伝達率を示したものである。図-19はその実験の概要を示したものである。この実験においてはスパン中央部のみに土槽があるため、質量が集中し一次固有周期が大きくなる。結果として相対的に速い衝撃となり、式(16)の適合性も比較的良いようである。

c)伝達衝撃力評価に関する検討

本研究で用いている個別要素と有限要素法の結合法による解析を用いれば、単純な構造において覆工に伝達するエネルギー量を求めることができる。しかしながら、現時点では、各種条件のもと、複雑な構造における覆工に伝達するエネルギー量を予測するのは一般には困難である。そこでここでは、単純な構造に限定するが、覆工への伝達衝撃力の評価方法について検討した。

衝撃現象では一般に衝突体および被衝突体の速度、質量、材料特性などが現象を支配する因子として考えられ、その中でも質量はもっとも重要な因子のひとつと考えられる。これは覆工へのエネルギー伝達率、衝撃力にも大きく影響を与えると推測される。このような観点より覆工質量 M と重錘質量 m の比 M/m をエネルギー伝達率に乗じた $(E_i/E_p) \times (M/m)$ と T_d/T の関係を示したのが図-20である。これより、図-18では大きく異なっていた4本の曲線の差異はこのような質量パラメーターの導

表-4 エネルギー伝達と衝撃力評価例

| | CASE 1 | CASE 2 | CASE 3 |
|--------------------------------------|--------|--------|--------|
| 落石質量 m (t) | 0.1 | 0.5 | 1 |
| 落下高さ (m) | 20 | 4 | 2 |
| 初期エネルギー E _p (kJ・m) | 20 | 20 | 20 |
| 覆工質量 M (t) | 20 | 20 | 20 |
| スパン長 L (m) | 3 | 3 | 3 |
| 弾性係数 E (Gpa) | 30 | 30 | 30 |
| 断面 2 次モーメント (m ⁴) | 0.005 | 0.005 | 0.005 |
| 固有周期 T (s) | 0.04 | 0.04 | 0.04 |
| 土圧衝撃力作用時間 T _d (s) | 0.030 | 0.044 | 0.053 |
| T/T | 0.77 | 1.13 | 1.36 |
| (E/E _p)(M/m)=-1+2.5(T/T) | 2.24 | 1.21 | 0.83 |
| エネルギー伝達率 (%) | 1.12 | 3.02 | 4.16 |
| 伝達エネルギー E _t (kJ・m) | 0.224 | 0.604 | 0.830 |
| 衝撃力 P _{eq} (kN) | 345.5 | 567.5 | 666.4 |
| 参考：落石対策便覧式 | | | |
| λ=10,000 kN/m ² | 499.6 | 556.2 | 582.5 |
| λ=5,000kN/m ² | 378.6 | 421.5 | 441.5 |
| λ=1,000 kN/m ² | 198.9 | 221.4 | 231.9 |

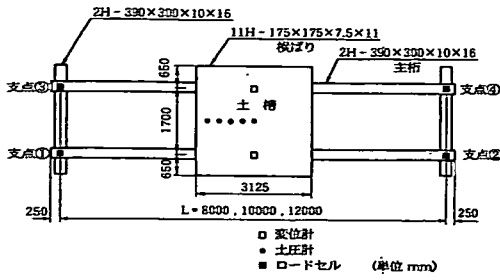


図-19 鋼製覆工の実験概要

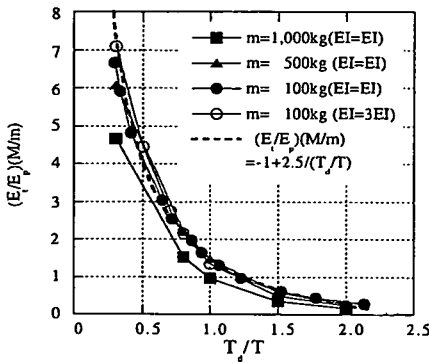


図-20 エネルギー伝達率の推定

入により、非常に小さくなるのがわかる。この場合以下に示す曲線でこれらを近似することができる。

$$\left(\frac{E_t}{E_p}\right) \left(\frac{M}{m}\right) = -1 + \frac{2.5}{(T_d/T)} \quad (17)$$

以上のように、T_d/T の関係 (M, m および E_p は既知) から一般的な覆工へのエネルギー伝達率の評価ができれば、4. (1) で論じたような等価衝撃力の推定も可能となる。

例えば、式(9)で示した等価衝撃力を用いると伝達エネルギーは、

$$E_t = \frac{1}{2} P_{eq} \delta_{max} = \frac{1}{2} \frac{P_{eq}^2}{kd} \quad (18)$$

と表現できる。これより伝達エネルギーを用いて衝撃力が次式で表現できることになる。

$$P_{eq} = \sqrt{2kdE_t} \quad (19)$$

表-4に式(17)及び(18)の評価式を用いた計算例を示す。CASE1は落石質量100kg、落下高さ20mとし、CASE2は落石質量を5倍で落下高さを1/5倍、CASE3は落石質量を10倍で落下高さを1/10倍と全て落石の初期エネルギーを同じとした。なお、覆工の諸元は全ケース同じとした。本推定評価式によると落石の初期エネルギーが同じであっても落石質量が異なる場合エネルギー伝達率が異なり落石質量が大きいほど伝達エネルギーは大きくなっている。結果として、落石対策便覧式では衝撃力に落石の質量の影響はそれほど大きな差はないのに対し、エネルギー伝達量より算出した衝撃力では影響が大きいことがわかる。

5. まとめ

著者らは、落石覆工において砂や粘土などの変形や流動量の大きい緩衝層(離散体)に対しては個別要素法を用い、変形量の小さい構造物(連続体)には有限要素法を用いたハイブリッド数値解析法を開発し、その解析方法を用いて単純な形式の落石覆工の衝撃特性について様々な検討を行った。本研究で得られた主な結論をまとめると以下のとおりである。

- 1) 2次元の個別要素法(D.E.M.)とはり要素を用いる有限要素法(F.E.M.)の結合解析法を開発し、その手法を具体的に示した。

- 2) 実験値との比較によりサンドクッションを有する覆工上への落石衝撃問題の解析に本解析方法が有効であることを示した。
- 3) 各種の条件下においてシミュレーション解析を行い、落石質量が100kg~1,000kgで落下高さが10m以内での衝撃力特性を明らかにした。
- 4) 落石衝突エネルギーがどのように伝達されるかを示すとともに、緩衝材の力の低減効果とは別にそのエネルギー吸収能が覆工への伝達エネルギーに大きく影響することを示した。
- 5) サンドクッションを介して落石覆工に伝達されるエネルギー量を荷重の作用時間 T_0 と構造の一次固有周期 T との関係で示した。
- 6) 落石覆工への伝達エネルギーを、落石質量 m 、単純ばり形式の覆工の質量 M 、荷重の作用時間 T_0 と覆工の一次固有周期 T で示すとともに、落石覆工への伝達衝撃力評価についての1つのアプローチを示した。

なお、本研究では覆工の挙動が弾性範囲内についての検討を行ったが、本解析方法は構造が非弾性の場合にも適用可能であり、覆工に損傷が生ずる状態における衝撃力特性とエネルギー伝達に関してもさらに研究を進める必要があると考えている。また今後は、この2次元モデルのアプローチを取り入れた3次元モデルに発展させ、落石覆工への伝達エネルギーや衝撃力評価について検討したいと考えている。

謝辞：本研究を進めるにあたり、金沢大学の梶川康男教授には貴重な御助言をいただき、岡田卓馬氏（石川県）には数値解析で御助力頂いた。また、土木学会衝撃実験・解析法の標準化に関する研究小委員会（岸徳光委員長）の委員の方々との討論が大変参考となった。ここに記し深謝を表す。

参考文献

- 1) 園田恵一郎：落石覆工の設計法についての一提案，構造工学論文集，Vol.39A，pp.1563-1572，1993年3月
- 2) 園田佳巨，石川信隆，園田恵一郎，太田俊昭：PC落石覆工の耐荷力評価と安全性照査法に関する研究，土木学会論文集，No.495/I-28，pp.83-92，1994年7月
- 3) 園田佳巨，佐藤紘志，石川信隆：PC落石覆工の衝撃応答解析，第2回落石等による衝撃問題に関するシンポジウム講演論文集，pp.264-269，1993年5月
- 4) 佐藤弘史，間淵利明，圓林栄喜，石川信隆，若林修：漸増繰り返し衝突荷重を受ける逆L型PRC製ロック

- シエド模型の終局限界挙動，土木学会論文集，No.675/I-55，pp.73-85，2001年4月
- 5) 岸徳光，三上隆，菅田紀之，松岡健一：各種片持RC覆工の弾塑性衝撃応答特性，構造工学論文集，Vol.40A，pp.1581-1591，1994年3月
- 6) 松尾修，堤達也，佐々木哲也：平成9年度落石に関する実態調査報告書，土木研究所資料第3556号，1998年
- 7) 日本道路協会：落石対策便覧，日本道路協会，2000年6月
- 8) 吉田博，榎谷浩，右城猛，柴田健次：落石覆工の設計の現状と合理的設計へのアプローチ，土木学会論文集，No.421/IV-13，pp.213-222，1990年9月
- 9) 榎谷浩，梶川康男，黒川敏広：荷重係数設計法の落石覆工への適用について，構造工学論文集，Vol.41A，pp.1299-1308，1991年3月
- 10) 榎谷浩，前川幸次，水木彰，吉田博：鋼製ロックシェドの落石による衝撃力，構造工学論文集，Vol.36A，pp.41-49，1990年3月
- 11) 榎谷浩，御嶽譲，梶川康男：鋼製ロックシェド上への落石衝突実験とエネルギー分担に関する一考察，構造工学論文集，Vol.37A，pp.1627-1636，1991年3月
- 12) 土木学会衝撃問題研究小委員会：ロックシェドの耐衝撃設計，土木学会，構造工学シリーズ8，1998年11月
- 13) 木山英郎，藤村尚，西村強：連続体の大変形解析のための流動要素法（FLEM）の提案，土木学会論文集，No.439/III-17，pp.63-68，1991年12月
- 14) 榎谷浩，中田吉彦，梶川康男：個別要素法の衝撃問題への適用に関する一考察，構造工学論文集，Vol.38A，pp.1477-1487，1992年3月
- 15) 伯野元彦：破壊のシミュレーションー拡張個別要素法で破壊を追うー，森北出版，1997年10月
- 16) Cundall, P.A. : Rational Design of Tunnel Supports - A Computer Model for Rock Mass Behavior Using Interactive Graphics for the Input and Output of Geometrical Data, *Technical Report MRD-2-74, Minssouri River Division, U.S. Army Corps of Engineers*, 1974
- 17) 木山英郎，藤村尚：カンドルの離散剛要素法を用いた岩質粒状体の重力流動の解析，土木学会論文集，No.333，pp.137-146，1983年5月
- 18) 吉田博，榎谷浩，今井和昭：個別要素法による敷砂上への落石の衝撃特性に関する解析，土木学会論文集，No.392/I-9，pp.297-306，1988年4月
- 19) 榎谷浩，吉田博，園田恵一郎，上林厚志：個別要素法の落石衝撃問題への適用について，構造工学論文集における数値解析法シンポジウム論文集，pp.485-490，1989年7月

- 20) 梶谷浩, 増田守世: 個別要素法による落石用クッション材の衝撃特性, 構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, pp.287-292, 1990年7月
- 21) Bathe, K.J., Wilson, E.L. 著, 菊池文雄訳: 有限要素法の数値計算, 科学技術出版社, pp.345-406, 1979年9月
- 22) 川井忠彦: マトリックス法振動および応答, 培風館, pp.123-196, 1971年2月
- 23) 梶谷浩, フランソア デキュードラ: 敷砂上への落石衝突による荷重の評価に関する一考察, 第3回落石等による衝撃問題に関するシンポジウム講演論文集, pp.275-278, 1996年5月
- 24) 吉田博, 梶谷浩, 佐藤真, 井原朋美: 落石実験データベースの作成と落石の衝撃力評価について, 構造工学論文集, Vol.33A, pp.571-583, 1987年3月
- 25) Clough, R.W., Penzien, J. 著, 大崎順彦, 渡部丹, 片山恒雄共訳: 構造物の動的解析, 科学技術出版社, pp.89-130, 1978年5月
- 26) 吉田博, 梶谷浩, 岡衛: 落石覆工屋根上への落石による衝撃荷重特性について, 土木学会論文集, No.362, pp.461-470, 1985年10月
(2001.6.27受付)

DEVELOPMENT OF NUMERICAL MODEL COMBINING DISTINCT
ELEMENT AND FINITE ELEMENT METHODS AND
ITS APPLICATION TO ROCK SHED ANALYSIS

Hiroshi MASUYA and Yoshihiko NAKATA

To elucidate the dynamic behavior of rockfall prevention structure by impact of a rock fall, a numerical analysis method is developed combining Distinct Element Method and Finite Element Method. The verification of this method has been done by comparison with the experimental results. The relations between falling height, mass of rock, duration of impact and eigen period of structure have become clear on the basis of numerical results under various impact conditions by rock falls. The characteristics and the ratio of finally transmitted energy to the structure also have become clear. Furthermore, a relatively simple method to estimate the ratio of transmitted energy to the rock fall preventive structure and the impact load have been suggested.