

# 動的な限界費用に関する理論的分析

桑原雅夫

正会員 Ph.D. 東京大学教授 国際産学共同研究センター (〒153-8904 東京都目黒区駒場 4-6-1)

本論文は、静的な枠組みで提案されてきた限界費用の考え方を、動的に拡張させたものである。渋滞ボトルネック現象は、時間的に動的な現象であるので、供給関数を動学化して動的な限界費用について考察した。その結果、ある時刻の動的限界費用はそれ以降の渋滞継続時間に依存することを示した。これは、ある時刻の需要変化がそれ以降の時間帯の交通状況全体に影響を与えるという動的現象を物語るものである。次に、既存の研究成果をベースにして、利用者の出発時刻選択を分析に追加した。この場合の動的限界費用を利用者の希望到着時刻と関連付けて示すとともに、限界費用課金について考察した。

**Key Words :** *marginal cost, bottleneck, departure time, queueing delay, schedule delay*

## 1. はじめに

本稿は、限界費用課金についてその動学化をはかったものである。従来より、経済学の分野では需要と供給のバランスを分析するために、ある費用のもとで発生する需要を表す需要曲線と、ある需要が生じた場合に生じる費用を表す供給曲線を用いた分析が行われてきた。この分析から、社会的余剰を最大にするためには需要曲線と限界費用が交わるところで、需要を制御することが最適であるという、いわゆる限界費用課金の考え方が生まれている。ところが、この分析は需要の時間的な推移を考慮できない静的な枠組みにとどまっておき、動的な渋滞現象を適切に表現する供給曲線が描けていないという欠点がある。

一方、交通工学の分野では、ボトルネックにおける渋滞現象を需要の時間的な推移を考慮して、より論理的に分析することが行われてきている。ところが、経済学で議論されてきた需要と供給のバランスについての分析が、多くの場合欠落してきた。すなわち、ある需要の推移が与えられた場合には、ボトルネック渋滞現象を適切に表現し得たのであるが、そもそもその需要がどのような需給バランスから発生しているのかという議論が欠落してきた。

本稿の目的は、既往の経済学および交通工学のこれら欠点を相互に補うことができるように、動的に需給バランスを分析することである。

## 2. 静的な限界費用課金のレビュー

限界費用課金を行うことが社会的余剰を最大化できることは以下のように説明できる。まず、需要関数  $\rho(p)$  と利用者の負担する費用（私的費用あるいは私的限界費用）  $p(x)$  を次のように定義する。

$$\rho(p) = \text{私的費用 } p \text{ の場合の発生需要} \quad (1)$$

$$p(x) = \text{需要 } x \text{ の場合の私的費用} \quad (2)$$

縦軸を費用、横軸を需要量に取った図-1 に、これらの関数を表すことができる。需要関数と私的費用が交わるところが均衡点であり、このときの均衡需要量は  $x^*$  となる。

これらを用いると、社会的余剰  $F$  は次のように定義できる（図-1の陰影部分）。

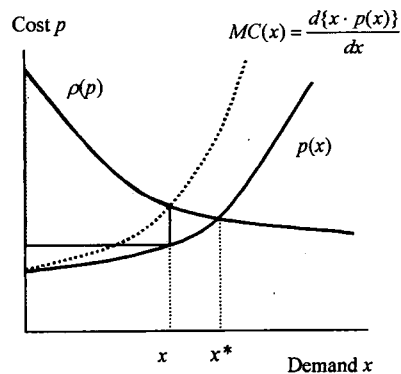


図-1 静的分析における需給バランス

$$F = \int_0^x \rho^{-1}(y) dy - x \cdot p(x) \quad (3)$$

右辺第1項は需要曲線を需要量  $x$  まで積分したものであり、第2項は私的費用の総和を表している。これを需要量  $x$  で微分して最適条件を求めると、

$$\frac{dF}{dx} = \rho^{-1}(x) - \frac{d}{dx} \{x \cdot p(x)\} = 0 \quad (4)$$

となるので、最適条件は  $\rho^{-1}(x) = \frac{d}{dx} \{x \cdot p(x)\}$  となる。

この右辺は、総費用の微分値で限界費用( $MC(x)$ )であるから、需要曲線  $\rho^{-1}(x)$  と限界費用が等しくなるように制御することが社会的余剰を最大化することに等しくなる。

以上では、論理を簡単にするために費用の一部を省略してきた。本来、社会的に最適な限界費用課金を考える場合には、私的費用に加えて環境コスト、道路損傷費用、など諸々の社会費用を考慮した上で限界費用を考えなければならない。本稿では、論理の簡潔性を重視するために、私的費用だけを中心に論理構成を行うが、以下の各章最後に位置する考察において社会費用の考慮について言及する。

### 3. ボトルネック現象

ボトルネックにおける渋滞現象には、上記のような静的な枠組みでは説明し得ない動的現象が存在する。1つのODペア間に、単一のボトルネックがある簡単なネットワークを考えよう。利用者は自分の出発地から自由流速度でボトルネック地点まで移動し、待ち行列が発生している場合にはボトルネック地点に生成される鉛直の待ち行列 (Vertical Queue あるいは Point Queue) の中で待つものとする。よって、私的費用は、動的に変化するボトルネックでの待ち時間と静的な自由流走行時間とに依存する2種類の費用から構成される。ところが、ボトルネック以外の区間では、自由流速度で走行できるために旅行時間は、すべての利用者について常に一定である。したがって本論文では、議論を簡潔にするために静的な自由流走行時間をゼロと仮定し、私的費用はボトルネックにおける待ち時間のみから評価できるものとする。

Vertical Queue を採用する理由は、単一ボトルネック現象を考える場合には、現実の待ち行列 (Physical Queue) による渋滞の上流への延伸を考慮しなくても待ち時間 (遅れ時間) を正しく評価できるためである。また現実には、交通量が増加すると、ボトルネック地点にたどり着くまでに速度低下が生じて遅

Cumulative Trips

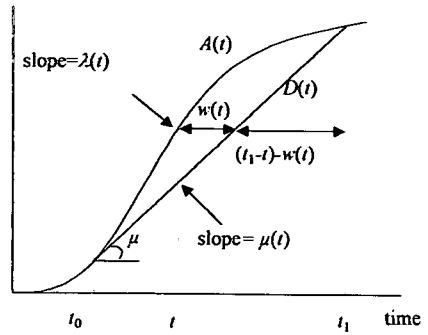


図-2 ボトルネックにおける累積図

れを被る。しかしこの分の遅れ時間も、自由流速度でボトルネック地点まで移動してそこで待つという Vertical Queue モデルでは、ボトルネック地点での遅れ時間の中に入れて考慮されている。

容量が  $\mu$  のボトルネックにそれ以上の交通需要が流入すれば図-2 のような渋滞が発生する。ボトルネックへの流入、流出レート  $\lambda(t)$ 、 $\mu(t)$  とボトルネックにおける待ち時間  $w(t)$  を次のように定義する。

$\lambda(t)$  = 時刻  $t$  のボトルネックへの流入レート

$\mu(t)$  = 時刻  $t$  のボトルネックからの流出レート

$w(t)$  = 時刻  $t$  にボトルネックへ流入した車両の待ち時間

また、流入、流出レートの時間積分を累積流入  $A(t)$ 、累積流出交通量  $D(t)$  とし、次のように定義する。

$$\begin{aligned} A(t) &= \text{時刻 } t \text{ までの累積流入交通量} \\ &= \int_0^t \lambda(t) dt \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} D(t) &= \text{時刻 } t \text{ までの累積流出交通量} \\ &= \int_0^t \mu(t) dt \end{aligned} \quad (6)$$

流入レートがわかれば、 $A(t)$  をその累積として描くことができる。また、累積流出交通量  $D(t)$  は、傾きを交通容量  $\mu$  に持つ直線を  $A(t)$  の下側から接するように描くことができる。接点  $t_0$  が渋滞開始時刻であり、 $A(t)$  と  $D(t)$  が最終的に交錯する時刻  $t_1$  が渋滞終了時刻である。さらに、ボトルネックにおけるサービスを FIFO とすれば、待ち時間  $w(t)$  は図-2 のように、 $A(t)$  と  $D(t)$  の水平距離であらわされる：

$$w(t) = D^{-1}(A(t)) - t.$$

これより明らかなように、待ち時間  $w(t)$  はその時刻の流入レート  $\lambda(t)$  だけではなく、時刻 0 から  $t$  までの流入レートの推移に依存する。静的な枠組みにおける供給曲線はある需要が発生した場合の費用を表

すが、ボトルネック現象において供給曲線に対応する待ち時間  $w(t)$  は、このように流入レート  $\lambda(t)$  の時間的な推移に依存する。言い換えれば、式(2)における(対象時間内の)需要量  $x$  が決まっても、需要  $x$  がどのような時間変動パターンで発生するのにかよって待ち時間すなわち私的費用が異なることを意味している。

式(1)、(2)の静的な私的費用  $p$  と需要量  $x$  が、図-2 で表される動的な交通現象におけるどの量に対応するのかについては、さまざまな考え方がある。例えば、私的費用については、図-2 の平均費用を  $p$  と見ることもできる。また、需要量については、図-2 の全時間帯の流入交通量を  $x$  と見ることもできるし、あるいは平均流入レートを  $x$  と見ることもできる。しかし、いずれにしても、静的な量である  $p$  および  $x$  では、本節で説明した動的な交通現象は記述できない。

#### 4. 動的な枠組みへの拡張

##### (1) 動的な限界費用

時間軸を追加して動的な限界費用について考える。時間軸は微小時間単位  $\Delta t$  ごとに離散化し、時刻  $t$  から  $t+\Delta t$  の区間は、区間の開始時刻で代表して区間  $t$  と定義する。まず、図-3 のように私的費用  $p(t)$  をボトルネックに時刻  $t$  に流入した利用者の待ち時間  $w(t)$  の関数として、 $p(t)=f_w\{w(t)\}$  のようにおき、需要量  $x(t)$  を時刻  $t-t+\Delta t$  におけるボトルネック流入量として、 $x(t)=\lambda(t)\Delta t$  と定義する。ただし、 $\lambda(t)$  は、時間  $t-t+\Delta t$  における平均流入レートである。また、需要関数を

$$\rho(p(t), t) = x(t) \quad (7)$$

$$\rho^{-1}(x(t), t) = p(t) \quad (8)$$

と表現し、 $\rho(p(t), t)$  は各時刻  $t$  ごとに与えられているものとする。図-3 の上側の図は、 $\rho(p(t), t)$  が時間的に変化して 3 次元の曲面を成していることを表している。このように需要関数  $\rho(p(t), t)$  が時間によって変化するのは、同じ費用であってもピーク、オフピークにより顕在化する需要量が異なることを表現するためである。図-3 は時刻  $t$  の需要関数  $\rho(p(t), t)$  に対して、その時刻の私的費用  $p(t)=f_w\{w(t)\}$  が下側の累積図のボトルネック待ち時間  $w(t)$  から求められた場合、 $\rho(f_w\{w(t)\}, t)=\lambda(t)\Delta t$  の需要が時刻  $t-t+\Delta t$  に発生していること表している。この  $\lambda(t)$  は流入曲線  $A(t)$  の時刻  $t$  の傾きに相当する。

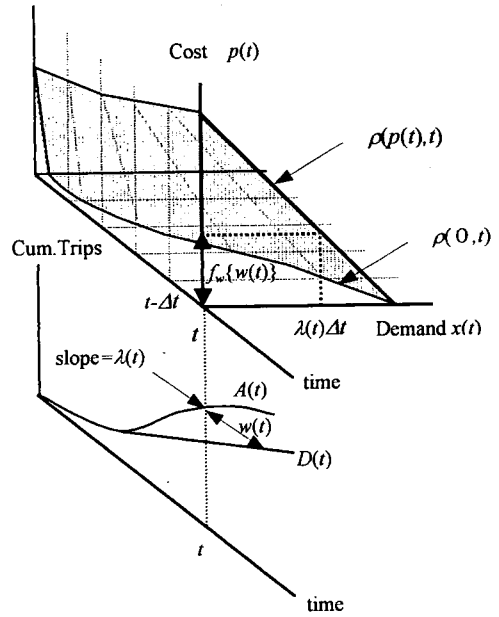


図-3 需要曲面とボトルネックでの待ち時間との関係

この場合の社会的余剰  $F$  は、

$$F = F_1 - F_2 \\ = \sum_t \int_0^{\lambda(t)\Delta t} \rho^{-1}(x, t) dx - \sum_t f_w\{w(t)\} \lambda(t) \Delta t \quad (9)$$

となる。ここで、対象時間帯における社会的余剰の総和をとっているのは、ある時刻に顕在化した需要量がその他の時刻の私的費用に影響を与えるという性質があるため、各時間帯ごとに独立に問題を分解できないからである。これを時刻  $t$  の需要で微分して最適条件が求められる。まず、第 1 項  $F_1$  を  $x(t)=\lambda(t)\Delta t$  で微分すると、次のようになる。

$$\frac{dF_1}{dx(t)} = \rho^{-1}(x(t), t) + \sum_{u=t+\Delta t}^t \frac{dx(u)}{dx(t)} \rho^{-1}(x(u), u) \\ = \rho^{-1}(x(t), t) \\ = \rho^{-1}(\lambda(t)\Delta t, t) \quad (10)$$

ただし、 $t_1$  は待ち行列の終了時刻である。

式(10)が成立する理由は、 $\lambda(u)$ 、 $u>t$  は、時刻  $t$  に 1 単位増加させた  $\lambda(t)$  とは独立に自由にコントロールできる変数なので、右辺第 2 項の  $\frac{dx(u)}{dx(t)} = \frac{d\lambda(u)\Delta t}{d\lambda(t)\Delta t}$  が

ゼロとなるからである。

一方、第 2 項  $F_2$  の微分は総費用の変分であるので、動的な限界費用  $MC(t)$  に相当する。

$$\begin{aligned}
MC(t) &= \frac{dF_2}{dx(t)} = \frac{d \sum_{u=t}^i f_w\{w(u)\} \cdot x(u)}{dx(t)} \\
&= \sum_{u=t}^i \frac{dx(u)}{dx(t)} f_w\{w(u)\} + \sum_{u=t}^i \frac{df_w\{w(u)\}}{dw(u)} \frac{dw(u)}{dx(t)} x(u) \quad (11) \\
&= f_w\{w(t)\} + \sum_{u=t}^i \frac{df_w\{w(u)\}}{dw(u)} \frac{dx(t)/\mu}{dx(t)} x(u) \\
&= f_w\{w(t)\} + \sum_{u=t}^i \frac{df_w\{w(u)\}}{dw(u)} \frac{\lambda(u)}{\mu} \Delta t
\end{aligned}$$

ただし、この結果はボトルネック容量がいっぱいに使われている場合( $w(t) > 0$  or  $\lambda(t) \geq \mu$ )にだけ当てはまるものであり、時刻  $t_0$  以前のようにボトルネック容量に余裕がある場合の動的限界費用は  $f_w\{0\}$  である。これは、容量に余裕がある場合には、1単位の需要が変化しても、待ち時間には何の影響も及ぼさないで、右辺第2項は消え、第1項は  $f_w\{0\}$  になるからである。以上をまとめると、最適条件は次のようにまとめることができる。

$$\rho^{-1}(\lambda(t)\Delta t, t) = MC(t) = \begin{cases} f_w\{w(t)\} + \sum_{u=t}^i \frac{df_w\{w(u)\}}{dw(u)} \frac{\lambda(u)}{\mu} \Delta t, & w(t) > 0 \text{ or } \lambda(t) \geq \mu \\ f_w\{0\}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (12)$$

特に、待ち時間の時間価値を  $b$  として、  
 $f_w\{w\} = bw, \quad b > 0 \quad (13)$   
のように線形関数の場合には限界費用は、

$$MC(t) = \begin{cases} b(t_1 - t), & w(t) > 0 \text{ or } \lambda(t) \geq \mu \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (14)$$

のように簡潔に表すことができる。ここで、 $t_1$  は待ち行列終了時刻なので、 $t_1 - t$  は時刻  $t$  以降の渋滞継続時間である。

この結果は、ある時刻  $t$  の需要変化がそれ以降の状態全体に影響を与えるという動的な交通現象を典型的に表現している。さらに、 $MC(t)$  が私的費用  $p(t)$  の大きさによらず、待ち行列が発生してから解消するまで時刻とともに線形に減少する。従って、待ち行列が発生する時刻  $t_0$  では、私的費用はゼロであるにもかかわらず、限界費用は最も大きくなる。このように動的な限界費用が渋滞継続時間に大きく関係していることは、極めて興味深い。

現在、利用者が負担している私的費用は  $f_w\{w(t)\}$  であるので、ボトルネック容量がいっぱいに使われている状態での課金額は式(11)の右辺第2項のみの

$$\begin{aligned}
&\sum_{u=t}^i \frac{df_w\{w(u)\}}{dw(u)} \frac{\lambda(u)}{\mu} \Delta t \\
&= b\{t_1 - t - w(t)\}, \quad \text{線形の場合} \quad (15)
\end{aligned}$$

となる。図-2 のボトルネック利用者に課金を適用すれば、時刻  $t_0$  よりも前にはボトルネック容量に余裕があり  $MC(t) = f_w(0)$  なので、課金する必要はない。時刻  $t_0$  になると、流入レート  $\lambda(t)$  が容量  $\mu$  と等しくなるが、もしも式(15)の課金を行えば、明らかに流入レートは容量以下になってしまうので、式(15)は課金のし過ぎである。

適正な課金額は、ちょうど流入レートが容量と等しくなる額である。式(12)に基いて説明すれば、時刻  $t_0$  のように待ち時間  $w(t) = 0$  でかつ流入レート  $\lambda(t) = \mu$  の場合には、 $MC(t)$  は需要を1単位増加させた場合と、1単位減少させた場合で不連続になるからである。1単位増加させた場合には式(12)右辺の上側の式となるが、1単位減少させた場合にはボトルネック容量に余裕ができるので、 $MC(t)$  は式(12)右辺の下側の式に一期に変化する。課金による需要抑制でボトルネック容量に余裕を作ってしまうことは明らかに社会的余剰を大きくしないので、この状態の最適な課金額は、需要レートがちょうどボトルネック容量に等しくなる金額  $\rho^{-1}(\mu\Delta t, t)$  である。

よって、式(15)の課金によってボトルネック容量に余裕が生じる場合には、課金額を上記のように調整すべきことが留意点である。このような調整を行うと、時刻  $t_0$  からしばらくの間は、ちょうど容量に等しい流入レートが発生する時間帯ができる。やがて、潜在需要のより大きな時刻に入ると、式(15)の課金を行っても容量以上の流入レートが確保できるので、その時点以降は式(15)の課金を行えばよい。

## (2) 計算例

容量 2000[veh/unit time]を持つ単一ボトルネックを考える。逆需要関数として、微小時間  $\Delta t$  間の需要が  $x$ [veh]のときの私的費用  $\rho^{-1}(x, t)$  を

$$\rho^{-1}(x, t) = -\frac{a_0}{\rho(0, t)} \{x - \rho(0, t)\} \quad [\text{unit cost}]$$

という線形関数でおいた場合を例示する。ここで、 $\rho(0, t)$  は図-3にあるように、私的費用がゼロの場合の需要[veh]を表しており、時刻  $t$  における最大の需要である。この最大需要  $\rho(0, t)$  の累積は、図-4のように変化するものとする。また、待ち時間費用も次のような線形とする。

$$f_w\{w\} = bw, \quad b = 1.0 \quad [\text{unit cost/unit time}]$$

このような線形関数の場合には、課金後の累積図を容易に書くことができる。いま仮に、時刻  $t$  まで

$A(t)$ が描けているものとし、そこからどのように $A(t)$ を延長させていくのかを説明する。

**Step 1:** 待ち行列終了時刻  $t_1$  を仮定する。

**Step 2:** 時刻  $t$  までの  $A(t)$  より、 $D(t)$  は時刻  $t+w(t)$  まで書ける。 $A(t)$  と  $D(t)$  より、その時刻に流入した利用者の待ち時間  $w(t)$  がわかるので、課金額  $b\{(t_1-t)-w(t)\}$  を決定することができる。

**Step 3:** 求められた課金額と  $w(t)$  より、時刻  $t \sim t+\Delta t$  に発生する需要を既知の需要曲線より決定する： $\lambda(t)\Delta t = \rho(b(t_1-t), t)$ 。そして、 $A(t+\Delta t) = A(t) + \lambda(t)\Delta t$  として流入曲線を  $t+\Delta t$  まで延長する。

**Step 4:** 時刻を  $t=t+\Delta t$  として、もしも対象時間内であれば Step 2 に戻る。

**Step 5:** 描かれた  $A(t)$  より待ち行列終了時刻  $t_1'$  を調べ、もしも、 $t_1' = t_1$  であれば終了。違っていたら、

Step 1 に戻る。Step 1 では、 $t_1$  を再度仮定し直すが、 $t_1'$  が Step 1 で仮定した  $t_1$  に対して単調減少となることを利用して修正する。

図-4 は、このようにして描いた累積図、課金額および待ち時間費用の推移を表している。また、累積曲線の課金なしと課金ありを比べると、待ち行列開始時刻  $t_0$  は、変化していない。これは、時刻  $t_0$  以前にはボトルネック容量を使い切るだけの需要がない

ため、課金額もゼロであるためである。課金ありの場合には、時刻  $t_0$  から  $t_2$  までの間には、式(15)の課金額を負荷すると、容量に満たない需要しか発生しないため、課金額を容量と等しい需要が発生するように調整している時間帯である。時刻  $t_2$  になると、潜在需要が大きくなるために、式(15)の課金額を負荷してもボトルネック容量を使い切れるため、待ち行列が終了する時刻  $t_1$  まで、課金額は  $b\{(t_1-t)-w(t)\}$  で推移する。時刻  $t_2$  から  $t_1$  の間では、式(14)より限界費用は、 $b(t_1-t)$  のようにボトルネックへの流入時刻  $t$  に対して線形に減少することが図-4 の破線からもわかる。本例題では、社会的余剰は、課金なしの場合 3095 [veh\*unit cost] に対して、課金ありの場合には 3663 [veh\*unit cost] に増加している。

### (3) 社会費用の考慮

前節で考慮した私的費用に関する限界費用に、環境コスト、道路維持費用などの社会費用を追加して、社会的に最適な限界費用について考察する。一般に、社会費用は交通状態に依存する項と固定項とで構成されると考えられる。動的な交通状態の履歴を表す変数として、私的費用では待ち時間  $w(t)$  を用いてきたので、利用者一人当たりの社会費用も  $r\{w(t)\}+C$  と書けると仮定する。

この一人当たりの社会費用を私的費用に追加して最適条件を求めることは、式(12)にある  $f_w\{w(t)\}$  を  $f_w\{w(t)\}+r\{w(t)\}+C$  に置き換えればよい。よって、社会的限界費用  $SMC(t)$  は、社会費用が加わった分だけ高くなるので、当然ながら社会的に最適な課金額もその分高くなる。

## 5. 出発時刻選択を考慮した需要

これまでの議論は、各時刻ごとに需要曲線  $\rho(p(t), t)$  が固定して与えられていた場合であった。しかしながら、利用者から見れば、選択肢はトリップを行わないという選択の前にトリップの出発時刻を変更するという選択肢が必ずあるはずである。そこで、本章では利用者がトリップを行う行わないという選択だけでなく、出発時刻選択も行う場合について、動的な限界費用課金について考える。

### (1) 既存研究の概要

まず最初に、対象時間内の需要が与えられた場合に利用者がどのように出発時刻を選択するのかについて、既往の研究をレビューする。1980年代から出発時刻選択問題が研究されているが、一般にこの問

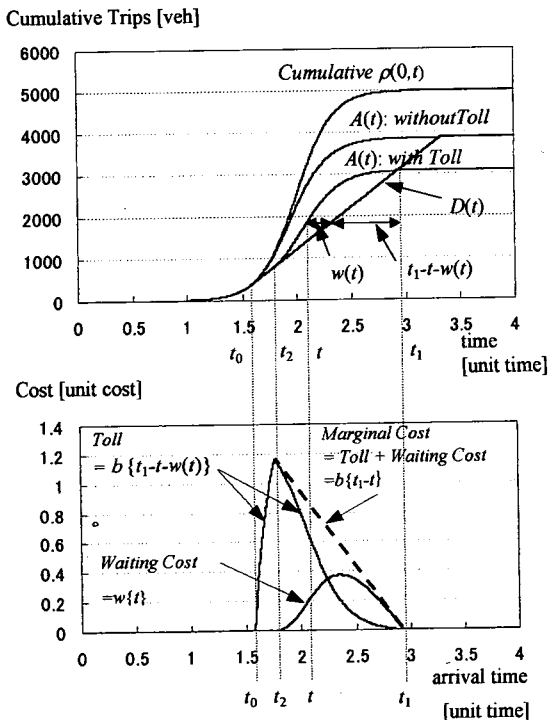


図-4 単一ボトルネックにおける限界費用課金

題は、到着地における勤務開始時刻などの時間制約がある場合を考えている<sup>1), 2), 3), 4), 5), 6)</sup>。通勤交通であれば、勤務時間というかなり強い制約があるほか、行楽交通などについても目的地に到着したい時刻といった何らかの時間制約があるのが一般的なもので、本研究でも時間制約のある出発時刻選択問題を適用することにする。

単一ボトルネックにおける出発時刻選択問題をレビューしよう。利用者は到着地に何時につきたいという希望到着時刻を持つので、各利用者は、ボトルネックでの待ち時間と目的地への実際の到着時刻が希望到着時刻とどれだけずれてしまったのかを表すスケジュール遅れの両方に起因する私的費用を負担すると仮定する。すなわち、希望到着時刻  $t_w$  を持つ利用者の私的費用を次のように定義する。

$$p(t_d, t_w) = f_w\{w(t_d)\} + f_s\{s(t_d, t_w)\} \quad (16)$$

$t_d$  = ボトルネックからの流出時刻

$t_w$  = 希望到着時刻 (所与)

$p(t_d, t_w)$  = 希望到着時刻  $t_w$  を持つ利用者が、時刻  $t_d$  にボトルネックを流出した場合の私的費用

$W(t_w)$  = 希望到着時刻が  $t_w$  よりも前の利用者の累積

$w(t_d)$  = 時刻  $t_d$  にボトルネックを流出した場合のボトルネックでの待ち時間 (前節では待ち時間を流入時刻  $t$  の関数として表していたが、FIFO の仮定のもとでは流入時刻  $t$  と流出時刻  $t_d$  は 1 対 1 に対応するので、流出時刻  $t_d$  の関数として表すこともできる。)

$s(t_d, t_w)$  = 希望到着時刻  $t_w$  を持つ利用者が時刻  $t_d$  にボトルネックを流出した場合のスケジュール遅れ =  $t_w - t_d$

$f_w\{w\}$  = ボトルネックでの待ち時間  $w$  を費用に変換する関数

$f_s\{s\}$  = スケジュール遅れ  $s$  を費用に変換する関数

出発地から目的地までの旅行時間のうち、動的に変化するのはボトルネックでの待ち時間のみであり、その他の旅行時間は時間的に変化しないと仮定する。これより、希望到着時刻  $t_w$  を目的地への希望到着時刻からボトルネックと目的地間の移動時間を差し引いた時刻 (ボトルネックからの希望流出時刻) というように読みかえることができるので、スケジュール遅れは図-5 のように  $s(t_d, t_w) = t_w - t_d$  と表すことができる。 $s(t_d, t_w)$  は正または負の値を取ることができ、 $s(t_d, t_w)$  が負であるということは、希望到着時刻より

も遅れて目的地に到着したことを示している。

出発時刻選択問題は、希望到着時刻  $t_w$  の分布  $W(t)$  とボトルネックの容量  $\mu$  が与えられた時にボトルネックへの累積流入量  $A(t)$  を決定する問題と定義できる。

この問題の重要な性質に、First In First Work 原則がある。希望到着時刻の早い順にボトルネックに流入するという原則である。待ち行列内では FIFO が成立するので、FIFW 原則は、希望到着時刻の早い順にボトルネックを流出するという原則とも言え、これによって、流出時刻  $t_d$  と希望到着時刻  $t_w$  が関係づけられる。FIFW 原則はスケジュール費用関数  $f_s\{s\}$  が  $s$  について凸であれば成立することが、Daganzo<sup>1)</sup>, Smith<sup>5)</sup>によって証明されている。

FIFW が成り立つ場合には、 $A(t) = D(t_d) = W(t_w)$  の関係が成り立つので、希望到着時刻  $t_w$  とボトルネックへの流入時刻  $t$ 、流出時刻  $t_d$  は次のように関係づけられる。

$$t_d(t_w) = D^{-1}(W(t_w)), \quad t(t_w) = A^{-1}(W(t_w)) \quad (17)$$

したがって、 $w(t_d)$ ,  $\lambda(t)$ ,  $p(t_d, t_w)$  は、次のように希望到着時刻  $t_w$  のみの関数として表せる：

$$\begin{aligned} w(t_w) &= w(t_d(t_w)), \\ \lambda(t_w) &= \lambda(t(t_w)), \\ p(t_w) &= f_w\{w(t_w)\} + f_s\{t_w - t_d(t_w)\}. \end{aligned} \quad (18)$$

さて、利用者は自分自身の私的費用が最小になるようにボトルネックからの流出時刻  $t_d$  を選択すると仮定すれば、最適な流出時刻  $t_d$  は  $\frac{\partial p(t_d, t_w)}{\partial t_d} = 0$  を満足

する。この条件を考慮して動的費用(16)の全微分を取ると、時間的均衡条件を次のように書くことができる<sup>3)</sup>。

$$\begin{aligned} & \frac{dp(t_d(t_w), t_w)}{dt_w} \\ &= \frac{\partial p(t_d(t_w), t_w)}{\partial t_w} + \frac{\partial p(t_d(t_w), t_w)}{\partial t_d} \cdot \frac{dt_d(t_w)}{dt_w} \\ &= \frac{\partial p(t_d(t_w), t_w)}{\partial t_w} \quad (\because \frac{\partial p(t_d(t_w), t_w)}{\partial t_d} = 0) \quad (19) \\ &= \frac{\partial [f_w\{w(t_d)\} + f_s\{s(t_d(t_w), t_w)\}]}{\partial t_w} \\ &= f_s'\{s(t_d(t_w), t_w)\} \frac{\partial (t_w - t_d(t_w))}{\partial t_w} \\ &= f_s'\{s(t_d(t_w), t_w)\} = f_s'\{s(t_w)\} \end{aligned}$$

この  $p(t_w)$  に関する微分方程式を解いて、

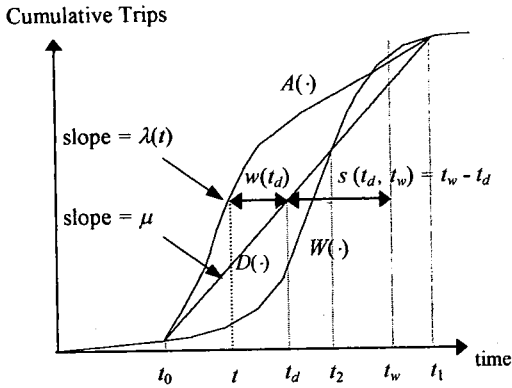


図-5 単一ボトルネックでの待ち時間とスケジュール遅れ

$$p(t_w) = \int_{t_0}^{t_w} f_s' \{s(t)\} dt \quad (20)$$

のように  $p(t_w)$  を表すことができる。

## (2) 需要関数と限界費用

### a) 限界費用

さて出発時刻選択問題では、3章の単一 OD と同じネットワークで考えると、希望到着時刻の分布  $W(t_w)$  が与えられた場合に、利用者が出発時刻を選択した結果としてボトルネックへの流入量  $A(t)$  が求められる。従って、需給バランスを考えるうえでは、希望到着時刻分布  $W(t_w)$  を需要とみなすことができる。(前節までの出発時刻選択のない場合には、 $A(t)$  が需要に対応していたことに注意。) そこで、第4章と同様に時間軸を  $\Delta t_w$  単位に離散化して図-6 のように時刻  $t_w$  の  $W(t_w)$  の傾きを  $\eta(t_w)$  とすると、 $dW(t_w) = \eta(t_w) \Delta t_w$  を時間  $t_w$  における需要として、需要関数を次のように定義する。

$$p(p(t_w), t_w) = \eta(t_w) \Delta t_w \quad (21)$$

$$p^{-1}(\eta(t_w) \Delta t_w, t_w) = p(t_w) \quad (22)$$

社会的余剰  $F$  は、対象時間帯  $[0, T]$  について、

$$F = F_1 - F_2 \\ = \sum_{t_w} \int_0^{\eta(t_w) \Delta t_w} p^{-1}(x, t_w) dx - \sum_{t_w} p(t_w) \eta(t_w) \Delta t_w \quad (23)$$

となるので、これを需要  $\eta(t_w) \Delta t_w$  で微分して最適条件を求める。式(10)と同様に、 $\eta(t_w)$ 、 $t_w \neq t_w'$  は  $\eta(t_w)$  と独立に決めることができるので、第1項  $F_1$  は、次のようになる。

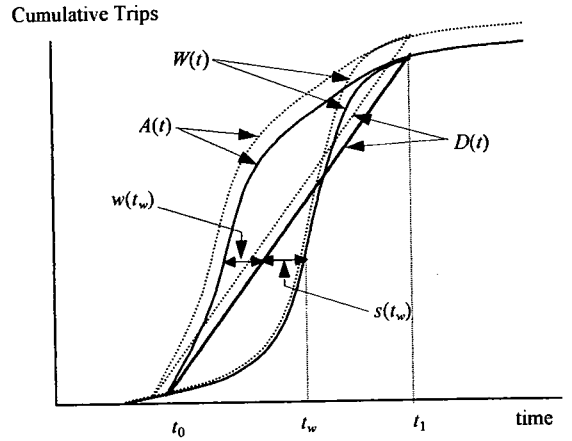


図-6 需要変化による流入・流出累積図への影響

$$\frac{dF_1}{d\eta(t_w) \Delta t_w} = p^{-1}(\eta(t_w) \Delta t_w, t_w) \quad (24)$$

一方、第2項  $F_2$  の偏微分は、待ち行列が存在している時間帯では、

$$MC(t_w) = \frac{dF_2}{d\eta(t_w) \Delta t_w} = \frac{d \sum_u p(u) \cdot \eta(u) \Delta t_w}{d\eta(t_w) \Delta t_w} \quad (25) \\ = p(t_w) + \sum_u \frac{dp(u)}{d\eta(t_w)} \eta(u)$$

となる。よって、最適条件は、

$$p^{-1}(\lambda(t_w) \Delta t_w, t_w) = MC(t_w) \\ = \begin{cases} p(t_w) + \sum_u \frac{dp(u)}{d\eta(t_w)} \eta(u), & w(t_w) > 0 \text{ or } \lambda(t_w) \geq \mu \\ p(t_w), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (26)$$

となる。

この右辺第2項の評価であるが、解析な一般解を書くことは困難である。その理由は、図-6の破線のように、任意時刻の需要を1単位増加させると、 $W(t)$  が上方にシフトする。その結果、時間的均衡条件を満足する  $A(t)$  と  $D(t)$  も破線のように変化するため、需要が変化した時刻だけでなく、すべての時間の費用  $p(t_w)$  が変化してしまうからである。このように、ある時刻の需要変化が全時間帯に影響するため解析が難しくなる。

### b) 希望到着時刻が一定の場合

一般的な費用関数と希望到着時刻分布の場合には、

(26)右辺第2項中の  $\frac{dp(u)}{d\eta(t_w)}$  の評価が難しい。そこで、

明示的に解析できるケースとして、希望到着時刻がすべての利用者について同じ時刻である場合を考え

る。希望到着時刻が等しい場合には、利用者にはまったく区別をつけられないので、均衡状態ではボトルネックを流出する時刻にかかわらず、すべての利用者について私的費用は  $f_s\{t_w-t_0\}$  に等しくなる。よって  $\frac{dp(u)}{d\eta(t_w)}$  は、ボトルネック容量が一杯に使われて

いる時間帯の総需要を  $W(t_1)-W(t_0) = N$  とおくと、

$$\frac{dp(u)}{d\eta(t_w)} = \frac{df_s\{t_w-t_0\}}{dN} = -f_s'\{t_w-t_0\} \frac{dt_0}{dN} \quad (27)$$

のように書きかえられるので、需要が 1 単位増えたことによって、 $t_0$  がどのように動くのか ( $\frac{dt_0}{dN}$ ) を

分析すれば  $\frac{dp(u)}{d\eta(t_w)}$  が評価できる。

また、全員の費用が等しいので、待ち行列終了時刻  $t_1$  における費用  $p(t_1)$  は、待ち行列開始時刻  $t_0$  の費用に等しくなければならない。

$$\begin{aligned} p(t_1) &= p(t_0) \\ \therefore f_s\{t_w-t_0\} &= f_s\{t_w-t_1\} \end{aligned} \quad (28)$$

さらに  $t_1-t_0=N/\mu$  の関係があるので、これを代入すると、

$$f_s\{t_w-t_0\} = f_s\{t_w-t_0\} - \frac{N}{\mu} \quad (29)$$

となる。これを  $N$  で微分すれば、

$$\frac{dt_0}{dN} = -\frac{1}{\mu} \left[ 1 - \frac{f_s'\{t_w-t_0\}}{f_s'\{t_w-t_1\}} \right]^{-1} \quad (30)$$

となる。したがって、(27)より

$$\frac{dp(u)}{d\eta(t_w)} = \frac{1}{\mu} \left[ \frac{1}{f_s'\{t_w-t_0\}} - \frac{1}{f_s'\{t_w-t_1\}} \right]^{-1} \quad (31)$$

となる。この結果から、需要を 1 単位増やすと待ち行列開始時刻が早い時刻に移動し、すべての利用者の流出時刻も早くなるので、私的費用が増加することがわかる。式(26)と(31)より、 $MC(t)$  は次のように書ける。

$$\begin{aligned} MC(t_w) &= p(t_w) + \sum_w \frac{dp(u)}{d\eta(t_w)} \eta(u) \\ &= f_s\{t_w-t_0\} + \frac{N}{\mu} \left[ \frac{1}{f_s'\{t_w-t_0\}} - \frac{1}{f_s'\{t_w-t_1\}} \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (32)$$

$$\text{if } w(t_w) > 0 \text{ or } \lambda(t_w) \geq \mu$$

この右辺第 2 項が課金額であり、 $t_w$  が全員等しいという仮定のもとでは、課金額も全員等しくなる。

式(32)の意味するところを図解したのが、図-7 であるが、この下側の図はボトルネックからの流出時刻を横軸にとって利用者の費用を表している。まず、ボトルネックからの累積流出曲線が上図のように決められた場合には、スケジュール遅れが評価できる

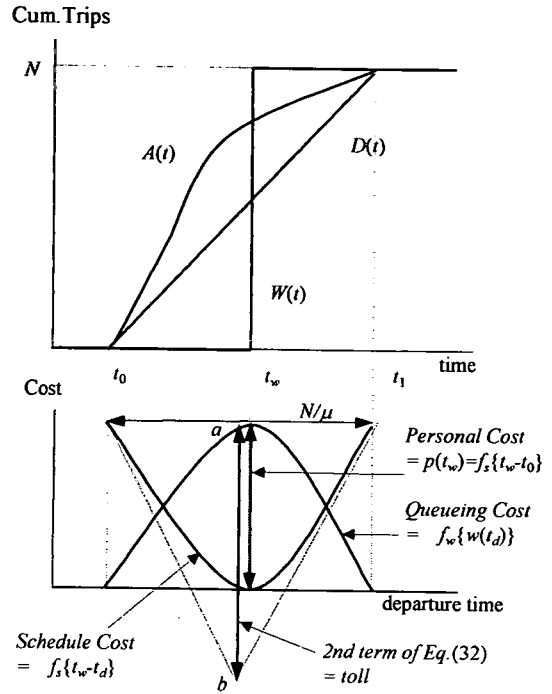


図-7 希望到着時刻が全員同じ場合の限界費用の図解

ので、これを費用に変換するスケジュール費用関数にしたがってスケジュール費用を書くことができる。次に、待ち時間費用をスケジュール費用の変化を相殺するように決めることができ、これより累積流入曲線も決定することができる。この結果、待ち時間費用とスケジュール費用の和である私的費用は全員等しくなる。ここで式(32)の  $N/\mu$  は、待ち行列終了時刻と開始時刻の差であり、 $f_s'\{t_w-t_0\}$  と  $f_s'\{t_w-t_1\}$  は流出時刻  $t_0$  と  $t_1$  におけるスケジュール費用の勾配を表すので、式(32)の第 2 項は、下図の破線の交点を求めることによって  $a-b$  間の長さとして表すことができる。よって、限界費用は  $a-b$  間の長さとして示すことができる。

特に、スケジュール費用関数が次のような線形の場合には、

$$f_s\{s\} = \begin{cases} c_1 s, & s \geq 0, \\ -c_2 s, & s < 0, \end{cases} \quad c_1 > 0, \quad c_2 > 0, \quad (33)$$

式(32)の第 2 項は、図 7 の図解より明らかに第 1 項の私的費用と等しくなるので、ボトルネック容量がいっぱいに使われている場合の動的限界費用は、

$$MC(t_w) = 2p(t_w) = 2 \frac{N}{\mu} \left( \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} \right)^{-1} \quad (34)$$



のように総需要  $N$  の線形関数として表すことができ、この結果は、Arnot らの研究成果<sup>7)</sup>と一致する。

さて、希望到着時刻  $t_w$  が全員等しい場合には、私的費用と限界費用は、顕在化する総需要  $N$  の関数として式(32)あるいは(34)のように書けるので、 $p(N)$ 、 $MC(N)$ と表すことができる。同様に式(21)で定義されている需要曲線についても、私的費用  $p(N)$  の関数として、 $\rho(p(N), t_w)$ と書ける。そのため、需要と供給の関係を静的分析と同じように、1枚の図にまとめることができる。図-8は、横軸に顕在化した総需要量  $N$  を、縦軸に私的費用  $p(N)$  をとって、需給バランスを書いた図である。最適な総需要量  $N^*$  は、需要曲線と  $MC(N)$  の交点で与えられる。

### (3) 考察

出発時刻選択のある場合について、いくつかの仮定を設けて解析してきたが、本節ではこの結果の解釈について考察する。

#### a) 静的な費用の追加

これまでの分析では、ボトルネックでの待ち時間以外の旅行時間は、時間的に変化しないものとして解析から除外してきた。静的な旅行時間に関する費用や有料道路料金など、時間的に変動しない費用を考慮する場合には、需要、供給曲線をそれらの費用分上側にシフトさせてやればよいだけである。

#### b) 希望到着時刻が分布する場合

解析しやすさから希望到着分布が利用者全員について一定であるという仮定を設けてきたが、現実には図-6の  $W(t_w)$  のように、ある幅を持って分布するであろう。希望到着時刻が分布する場合には、私的費用は希望到着時刻によって式(20)のように変化するので、図-8のような1枚の図にまとめることはできず、時間軸を追加した図-9のような私的費用と限界費用曲面になる。

図-9において、需要量を  $N'$  に固定した断面 (a断面) に現れる私的費用  $p(t_w)$  の変化を図-10に示す。

式(20)より、 $p(t_w)$  は待ち行列開始時刻  $t_0$  から増加し、スケジュール遅れがゼロになる希望到着時刻 (定時に到着できる利用者) で最大をとり、その後待ち行列が解消する時刻  $t_1$  まで減少を続ける。需要量  $N$  が

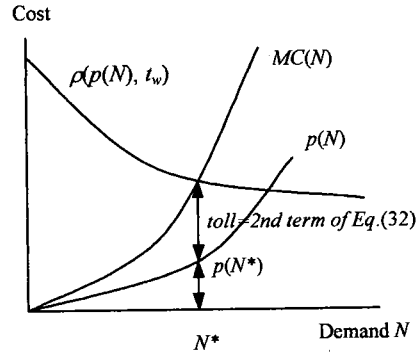


図-8 希望到着時刻が全員同じ場合の需給バランス

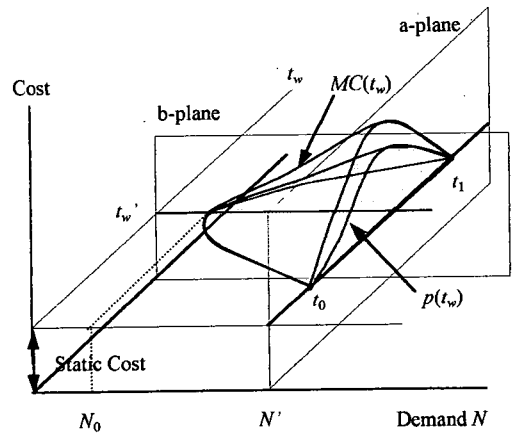


図-9 私的費用と限界費用の3次元模式図

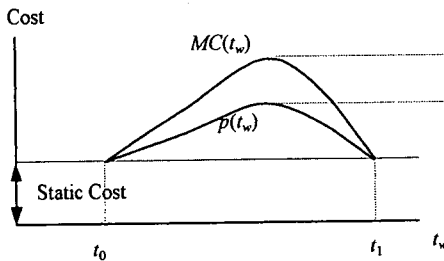


図-10 私的費用と限界費用の時間変化 (総需要 =  $N'$ )

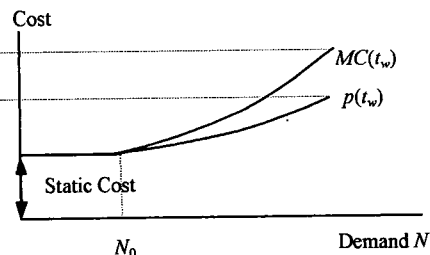


図-11 私的費用、限界費用と総需要  $N$  の関係 (希望到着時刻 =  $t_w'$ )

小さければ、待ち時間開始時刻と解消時刻は次第に接近し、やがてある  $N_0$  以下になると両者が一致する。すなわち、これより小さな需要では、待ち行列が発生しなくなる。

この3次元図において希望到着時刻を  $t_w$  に固定した断面 (b 断面) でみると、この希望到着時刻を持つ利用者の私的費用と限界費用が総需要  $N$  によって変化する図-11 が現れる。(図-8 は図-11 において、希望到着時刻が全員等しい場合の特殊形である。)

図-11 は、静的な分析の図-1 に類似してはいるが、その意味するところには、大きな差異がある。第1に、この図は希望到着時刻  $t_w$  別に異なった形状となる。第2に、私的費用が増加をはじめた需要  $N_0$  は、需要の希望到着時刻の分布に大きく依存することがあげられる。全員の希望到着時刻が一定の場合のように希望到着時刻がある時刻に集中する場合には、少しの需要が顕在化しても、 $W(t_w)$  の傾きがボトルネック容量を上回るので待ち行列ができる。図-8 の私的費用  $p(N)$  が  $N > 0$  で上昇し始めるのはそのためである。しかし、希望到着時刻がなだらかに分布する場合には、顕在化する総需要が小さければ  $W(t_w)$  の傾きはボトルネック容量以下に抑えられる可能性が高いため、総需要  $N$  が小さい範囲では待ち行列が発生しないことは十分に考えられる。

第3に、 $N > N_0$  で限界費用が増加する傾向は、式(32)にあるように、スケジューリング費用関数および待ち行列開始・終了時刻と密接に関わりを持つことがあげられる。希望到着時刻が分布する場合には、一般的な解析解を明示的に書く事はできないが、スケジューリング費用が線形の場合には(希望到着時刻が分布していても)、 $p(t_w)$  は  $W(t_w)$  の分布形にあまり敏感ではない性質があるので(付録参照)、式(26)の  $MC(t_w)$  の右辺第2項は、時刻  $t_w$  によってそれほど変化しないと考えられる。

### c) 待ち時間費用の追加課金

このような課金を行っても、需要が大きい場合には時間的な均衡状態を作るために、待ち行列を作らざるを得ない。それは、スケジューリング費用の変化を相殺するためには、待ち時間費用の変化が必要だからである。しかしながら、ボトルネックでの待ち時間費用については、それに対応する費用を動的に課金してやれば、すなわちスケジューリング費用の変化を相殺するように課金額を変化させれば、待ち時間をゼロにしてその費用を課金額として徴収することが理論的には可能である。本論文の課金額は、限界費用と私的費用の差で定義されており、私的費用の一部をも課金に変換する仕組みは導入してこなかった。しかし、このように、待ち時間費用を金銭に変

換することも考えれば、最適の課金額は、これまで議論してきた課金額に待ち時間費用  $f_w\{w(t_w)\}$  を追加した額となり、その場合には待ち時間ゼロとなる。

(出発時刻選択のない3章の分析では、上記のような待ち時間費用の金銭への変換は不可能である。この場合には累積流入曲線  $A(t)$  の傾きが時刻  $t$  の需要レートであるので、待ち時間費用を追加した課金を行っても、 $A(t)$  と  $D(t)$  が一致してくれるとは限らない。)

### d) 需給バランス

スケジューリング費用関数  $f_s\{s\}$  を決め、希望到着時刻の分布  $W(t_w)$  を仮定すれば、時間的均衡状態の  $p(t_w)$  が決まるので、図-9, 10, 11 を書くことはできる。ところが問題は、仮定した  $W(t_w)$  の傾きから決まる  $\eta(t_w)dt_w$  が、需要関数から得られる発生需要量  $\alpha p(t_w, t_w)$  と等しくならなければいけないという条件をいかに満たすかである。出発時刻選択のない問題では、ある時刻  $t$  の私的費用はそれ以前の需要量のみ依存するので、4章(2)で説明したように時刻の早い順に需給バランスを考慮しながら、発生需要  $\lambda(t)$  を決めていくことができる。しかし、出発時刻選択問題の費用  $p(t_w)$  は、発生する需要全体の分布に依存するので、需給バランスと時間的均衡条件を両方満足する解を見つけることは今後の課題である。

### e) 社会費用の考慮

社会的に最適な限界費用を求めるためには、私的費用以外の社会費用も考慮する必要がある。4.3節と同様に、利用者一人当たりの社会費用が  $r(t_w) + C$  のように、時間に依存する項と固定項で構成されるとすれば、式(25)の  $p(t_w)$  を  $p(t_w) + r(t_w) + C$  として、整理しなおせばよい。明示的な社会的限界費用  $SMC(t_w)$  の形は社会費用に依存するので書けないが、 $SMC(t_w)$  は  $MC(t_w)$  よりも一般には大きくなる。

## 6. まとめと今後の課題

本論文では、交通工学で動的に分析されているボトルネック現象に、経済学で行われてきた需要と供給のバランスの枠組みを組み込み、動的な限界費用について考察した。

主な結果を以下にまとめる。

(1) 出発時刻の選択がない問題については、ボトルネック容量がいっぱいに使われている状態では、社会的余剰を最大にする時刻  $t$  の限界費用  $MC(t)$  は、それ以降の渋滞継続時間に依存することを示した。特に、待ち時間費用が待ち時間そのもの場合には、 $MC(t)$  は時刻  $t$  から渋滞が解消するまでの渋滞継続時

間に等しくなることを示した。この結果はきわめて興味深く、ある時刻の需要変化がそれ以降の時間帯の交通状況全体に影響を与えるという動的現象を鮮明に物語っている。

(2) また、簡単な例題を通して需給バランスを満たす動的な限界費用課金によって、社会的余剰が増大することを示した。

(3) 出発時刻選択を考慮した分析では、既往の到着時刻に制約のある問題に、需要と供給のバランスを組み込んだ。希望到着時刻が利用者によって異なる場合には、限界費用を明示的に表現することが困難であった。一方、希望到着時刻が利用者全員について等しい場合には、私的費用と限界費用を、顕在化する総需要との関係において記述できることを示した。この場合には、全員について定額の限界費用課金となるが、同様に出発時刻選択の均衡状態を作ることができる。

(4) また、出発時刻選択がある場合には、課金を行った後もスケジュール費用の変化を相殺するために待ち行列が発生する場合が一般的であるが、発生した待ち時間費用分を追加課金することで、時間的均衡を保ちつつ待ち行列を常にゼロにすることが理論的には可能である。現実の待ち行列が利用者の何らかの(おそらく本稿で扱った選択問題よりも複雑な)選択基準によって、出発時刻を含めた各種の選択を行った結果としてできた均衡状態であれば、課金後も別の均衡状態が作られるであろう。そこで、もしも待ち行列が残っていたならば、さらに待ち時間費用に相当する金額を追加課金しても均衡は崩れないので、追加課金すべきであり、それによって、待ち行列をなくすべきである。

今後の課題としては、

(1) 本研究では、供給関数について動学化を行ってきたが、需給バランスを実際に分析するためには需要関数を求めなければならない。静的な枠組みにおいても、需要関数を推定することはかなり難しいことであるが、動的な問題では需要関数自体も時間的に変化すると考えられるので、一層求めるのが難しいと思われる。

(2) 本研究では、需要関数を動的に定義して解析してきた。すなわち、ある時刻に顕在化する需要は、その時刻の私的費用を、その時刻の需要関数に入力して求められるという設定である。この考え方についても、一考の余地が残されているといえる。例えば、ある時刻に顕在化する需要は、その時刻の費用だけでなく、もう少し広い時間帯にわたる平均的な費用から決めるべきであるという考え方もあるだろう。上記(1)も含めて、需要関数をどのように考

えて、どのように推定するのかは、具体的な分析に際しての大きな課題である。

(3) 出発時刻選択のある場合については、需給バランスと時間的均衡条件を両方満足する解を求めるための、計算技術についても課題となっている。

(4) 社会的に最適な動的限界費用を求めるためには、当然ながら環境コスト、道路維持費用などの社会費用の評価が課題となる。本稿では、社会費用も時間的に動的な変数と見て考察を行ったが、実際にこれを交通状態と関連付けて動的に評価することは大変難しい。したがって、現実的には社会費用をピーク時間帯の総交通量、平均旅行時間などのようなマクロ的な諸量と関連づけて評価することが第一歩であろう。

(5) 本分析では、利用者の時間価値には個人差が全く無い場合を扱ってきたが、現実には個人によって時間価値があるため、この個人差を考慮した分析も今後の課題である。

## 付録

スケジュール費用関数が線形でない場合には、式(20)より  $p(t_w)$  は、 $t_0$  から  $t_w$  までのスケジュール遅れ  $s(\cdot)$  の推移に依存する。ところが、線形の場合には、

$$p(t_w) = \begin{cases} c_1(t_w - t_0), & t_0 \leq t_w < t_2 \\ c_2(t_1 - t_w), & t_2 \leq t_w < t_1 \end{cases}$$

となるので、 $p(t_w)$  は  $t_0$ 、 $t_2$ 、 $t_1$  のみに依存する。このことは、 $W(\cdot)$  の形状から決まる  $s(\cdot)$  がどのように推移しても、 $t_0$ 、 $t_2$ 、 $t_1$  さえ同じであれば、 $p(t_w)$  は等しくなることを示している。

謝辞：本研究をまとめるに当たり、高知工科大学の吉井稔雄助教授、(株)JTL の堀口良太氏、東北大学の赤松隆助教授より、京都大学の文世一助教授より貴重なコメントを頂きました。ここに謝意を表します。

## 参考文献

- 1) Daganzo, C.F.: The Uniqueness of a Time-Dependent Equilibrium Distribution of Arrivals at a Single Bottleneck, *Transportation Science*, Vol.19, pp.29-37, 1985.
- 2) Hendrickson, C. and Kocur, G.: Schedule Delay and Departure Time Decisions in a Deterministic Model, *Transportation Science*, Vol.15, No.1, pp62-77, 1981.
- 3) Kuwahara, M. and Newell, G.F.: Queue Evolution on Freeways Leading to a Single Core City during the Morning Peak, *Proceedings of the 10th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, Boston, pp.21-40, 1987.
- 4) Kuwahara, M.: Equilibrium Queuing Patterns at a Two-Tandem Bottleneck during the Morning Peak, *Transportation Science*, Vol.24, No.3, pp.217-229, 1990.
- 5) Smith, M.J.: The Existence of a Time-Dependent

Equilibrium Distribution of Arrivals at a Single Bottleneck, *International Symposium on Frontiers in Transportation Equilibrium and Supply Models*, Montreal, 1981.

6) Vickrey, W.S. : Congestion Theory and Transportation Investment, *American Economic Review* 59, 1969.

7) Arnot, R., de Palma, A. and Lindsey, R. : A Structural Model of Peak-load Congestion: A Traffic Bottleneck with

Elastic Demand, *American Economic Review*, Vol. 83, pp.161-179, 1993.

(2001. 12. 20 受付)

## A THEORETICAL ANALYSIS ON DYNAMIC MARGINAL COST

Masao KUWAHARA

This paper extends the conventional static marginal cost analysis to the dynamic one based on the time-dependent analysis of traffic flow at a bottleneck. Since congestion phenomena are time-dependent, the supply function is reformulated dynamically over time and the dynamic marginal cost is defined. As the result, the marginal cost is shown to be more closely related to the duration of congestion period than the personal cost. This result represents characteristics of dynamic congestion that a slight change of demand at some time affects traffic condition thereafter. Next, the analysis is modified based on the previous studies so that it includes the departure time choice. In this case, it is shown that the dynamic marginal cost depends on users' desired arrival times at destinations, and the dynamic marginal cost pricing scheme is discussed.