

冬期道路交通データの分析 —状態スイッチングモデルの適用—

山田 晴利¹

¹ 正会員 博(工) 国土交通省国土技術政策総合研究所高度情報化研究センター
(〒305-0804 茨城県つくば市旭1番地)

本研究では、状態スイッチングモデルを冬期の道路交通データに適用し、路面状態と走行速度との関係を分析する。状態スイッチングモデルは、Hamiltonによって提案されたものであり、時系列データの構造が観測不可能なマルコフチェーンにしたがって変化すると仮定し、それぞれの状態における構造を規定するパラメータの値、状態間の遷移確率を最尤法によって推定する。状態数を2として、このモデルを冬期の一般道路において観測された走行速度データに適用し、パラメータを推定したところ、マルコフチェーンのそれぞれの状態と路面の良い状態/悪い状態とがよく一致することが示された。

Key Words: winter traffic, regime switching model, time series analysis, traffic speed

1. はじめに

道路の路面状態は、車両の走行に大きな影響を与える。特に、気温が摂氏0度前後を上下するような地域では、路面の水分が凍結融解をくり返し、路面が凍結した状態では運転者は慎重な運転を余儀なくされる。

これまで、路面状態と交通状況の関係については、いくつかの分析が行われてきている。

佐々木他¹⁾では、冬期に旅行速度調査を実施し、積雪深と旅行速度の関係が分析されている。和田他²⁾では、新潟県湯沢町の国道に設置された光電式車両感知器を用いて、交通量、オキュパンシー、走行速度を計測し、日降雪深さ、路面状況、日平均圧雪深さ、および日平均気温と走行速度との関係を分析し、さらに走行速度の予測式を導いている。堀井³⁾は、旅行速度、交通密度、および停止率を用いて、冬期交通流を渋滞流と非渋滞流とに分類することを試み、旅行速度を基準として用いた場合には、13 km/h以下の値を渋滞域とすれば旅行速度を説明する重回帰式の重相関係数が最も高くなることを見いだしている。堀井⁴⁾では、積雪都市における観測結果をもとに、無雪期の旅行速度を積雪期の旅行速度と比較し、積雪期の旅行速度が無雪期の旅行速度を上回る道路区間があることを示し、その要因を分析している。樹谷他⁵⁾は、北海道の31箇所峠部の冬季走行速度調査結果をもとに、路面状態と平均走行速度との関係を分析している。寺内他^{6),7)}

では、福井県大野市郊外のバイパス道路での実測結果をもとに、路面状態と走行速度および車頭時間分布の関係などが分析されている。寺内他⁷⁾は、福井市・大野市間の国道158号を対象に、朝の通勤時の旅行時間と速度とを観測し、路面状態と平均旅行速度の関係を分析している。

従来の研究では、路面の状態の良否については、路面温度、水分量、残留塩分濃度、外気温などをもとにして、先験的な判断によって決められていた。

しかしながら、中辻他⁸⁾が指摘しているように、冬期路面のサービス水準を表す指標としてもっとも適していると考えられる路面の摩擦係数は、①測定のために特殊な装置を必要とする、②時間的・空間的な変動が大きく、管理のための指標として用いるための測定法が確立されていない、③気象状況、路面温度、路面状態などと複雑な関係にあり^{8),9)}、これらから簡単に推測することができない、といった問題を有している。

こうしたことから、本研究では、逆に運転者が路面状態をどのように認識しているかをもっともよく表現していると考えられる自動車の速度をもとにして、路面の状態を推定することを試みた。走行速度から運転者が認識している路面状態を知ることができれば、冬期の路面管理における有用な指標となりえよう。

そのために、時系列データの構造的な変化を記述することができる状態スイッチングモデルを用いた。このモデルは、Hamilton¹⁰⁾によって開発されたもので、

モデルの構造がマルコフチェーンにしたがって変化するという前提がおかれている。しかも、モデルの構造変化は内生化されており、構造が変化する時点が予め指定されている必要はない。この意味で、路面状態の変化のような不連続な変化を扱うのに適している。

交通データをもとに路面状態を推定することができれば、路面温度、水分量などの測定が難しい条件下でも、路面状態を推定できることになり、路面状態の推定が容易に行えるようになると予想できる。

本論文では、まず第2節において状態スイッチングモデルの概要を述べ、モデルの基本的な考え方およびパラメータの推定方法を示す。次に、第3節で冬期交通データの収集方法およびデータの基本的な性質について述べる。第4節で冬期交通の速度データに状態スイッチングモデルを適用した結果を示し、第5節で考察を加える。

2. 状態スイッチングモデル

以下では、Hamilton^{10,11)}をもとにして、状態スイッチングモデルの定式化および推定法を述べる。

(1) モデルの定式化

異なるサンプルの上で異なる時系列モデルに従う確率変数 y_t をモデル化することを考える。ここでは、次式で与えられる p 次の自己回帰モデルを対象とする。

$$y_t - \mu_{s_t^*} = \sum_{i=1}^p \phi_i (y_{t-i} - \mu_{s_{t-i}^*}) + \varepsilon_t \quad (1)$$

ここに、 ε_t は独立に同一の正規分布 $N(0, \sigma^2)$ に従う。また、 s_t^* は観測不可能な確率変数であり、すべての t, τ について s_t^* と ε_τ とは独立であるとする。 s_t^* は、時点 t における時系列過程の状態を表し、 $s_t^* = 1$ ならば過程は状態 1 にあり、 $s_t^* = 2$ ならば過程は状態 2 にある(状態の数が 2 より多いときも同様)。 $\mu_{s_t^*}$ は、 s_t^* によ

って規定される y_t の平均値であり、 $s_t^* = 1$ ならば $\mu_{s_t^*}$ は μ_1 を意味し、 $s_t^* = 2$ ならば $\mu_{s_t^*}$ は μ_2 を意味する。したがって、式(1)は s_t^* の状態によって平均値が変動する自己回帰モデルを表すことになる。

観測不可能な確率変数 s_t^* は、離散的な値のみをとり、マルコフチェーンに従うものと仮定する。 s_t^* のとりうる状態の数を N とし、 s_t^* のとる状態を整数 $1, 2, \dots, N$ と書き表すことにする。そして、 s_t^* の遷移確率を p_{ij}^* とする。

$$p_{ij}^* = \text{Prob}(s_t^* = j | s_{t-1}^* = i) \quad (2)$$

$\mathcal{Y}_t = (y_t, y_{t-1}, \dots, y_1)$ によって、時点 t までにえられた観測値のベクトルを表すことにする。過程が時点 t における s_t^* の状態 $s_t^* = j$ によって支配され、 y_t の条件付き確率密度が

$$f(y_t | s_t^* = j, \mathcal{Y}_{t-1}; \alpha) \quad (3)$$

によって与えられるものとする。ここに、 α は確率密度を特徴づけるパラメータベクトルであり、 $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p, \sigma^2$ からなる。 s_t^* の異なる状態の数が N あるのであれば、式(3)で表される確率密度も $j = 1, 2, \dots, N$ に対応して N 個存在する。これらの確率密度を $(N \times 1)$ のベクトル η_t と表すことにする。 $N = 2$ ならば、式(3)で与えられる二つの確率密度関数は、式(4)で表される正規分布となる。これは、時点 t における状態 s_t^* 、過去の観測値 y_{t-i} ($i = 1, \dots, p$) およびパラメータベクトル α がすべて与件として扱われており、さらに $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$ と仮定していることから導かれる。

式(3)では、条件付き確率密度 f は現在の状態 s_t^* のみに依存し、過去の状態には依存しないと仮定されている。しかしながら、式(4)を見るとわかるように、式(1)で与えられる自己回帰モデルの場合には、条件付き確率密度に過去の状態 $s_{t-1}^*, s_{t-2}^*, \dots, s_{t-p}^*$ が現れる。

$$\eta_t = \begin{bmatrix} f(y_t | s_t^* = 1, y_{t-1}, \dots, y_{t-p}; \alpha) \\ f(y_t | s_t^* = 2, y_{t-1}, \dots, y_{t-p}; \alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp \left\{ -\frac{\left[y_t - \mu_1 - \sum_{i=1}^p \phi_i (y_{t-i} - \mu_{s_{t-i}^*}) \right]^2}{2\sigma^2} \right\} \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp \left\{ -\frac{\left[y_t - \mu_2 - \sum_{i=1}^p \phi_i (y_{t-i} - \mu_{s_{t-i}^*}) \right]^2}{2\sigma^2} \right\} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$s_t = \begin{cases} 1 & \text{if } s_t^* = 1, \dots, s_{t-p+1}^* = 1, s_{t-p}^* = 1 \\ 2 & \text{if } s_t^* = 1, \dots, s_{t-p+1}^* = 1, s_{t-p}^* = 2 \\ 3 & \text{if } s_t^* = 1, \dots, s_{t-p+1}^* = 2, s_{t-p}^* = 1 \\ 4 & \text{if } s_t^* = 1, \dots, s_{t-p+1}^* = 2, s_{t-p}^* = 2 \\ \vdots & \vdots \\ N^{(p+1)} & \text{if } s_t^* = 2, \dots, s_{t-p+1}^* = 2, s_{t-p}^* = 2 \end{cases} \quad (5)$$

$$P = [p_{ij}] = \begin{pmatrix} p_{11}^* & p_{11}^* & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & p_{11}^* & p_{11}^* & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1-p_{22}^* & 1-p_{22}^* & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1-p_{22}^* & 1-p_{22}^* \\ 1-p_{11}^* & 1-p_{11}^* & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1-p_{11}^* & 1-p_{11}^* & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & p_{22}^* & p_{22}^* & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & p_{22}^* & p_{22}^* \end{pmatrix} \quad (6)$$

この問題を解決するために、 $N^{(p+1)}$ 個の状態をとる新しい変数 s_t を式(5)のように定義する。(ただし、式(5)は $N=2$ の場合を表す。)

新しい変数 s_t は、状態の数が $\tilde{N} = N^{(p+1)}$ のマルコフチェーンとなり、 $N=2$ のとき s_t の遷移確率行列 P は、式(6)で与えられる。

式(5)によって定義された新しい変数 s_t を用いると、条件付き確率密度 $f(y_t | s_t = j, \mathcal{Y}_{t-1}; \alpha)$ は現在の状態 s_t のみに依存し、過去の状態には依存しなくなる。すなわち、

$$\begin{aligned} f(y_t | s_t = j, \mathcal{Y}_{t-1}; \alpha) \\ = f(y_t | s_t = j, s_{t-1} = i, s_{t-2} = k, \dots, \mathcal{Y}_{t-1}; \alpha) \end{aligned} \quad (7)$$

ただし、式(4)に現れる条件付き確率密度関数の数、したがって η_t の次元は $N^{(p+1)}$ となる。

(2) モデルの推定

確率変数 s_t がマルコフチェーンにしたがうとき、次式のような $(\tilde{N} \times 1)$ のベクトル ξ_t を定義する。なお、 $(\cdot)'$ は行列の転置を意味する。

$$\xi_t = \begin{cases} (1, 0, 0, \dots, 0)' & \text{when } s_t = 1 \\ (0, 1, 0, \dots, 0)' & \text{when } s_t = 2 \\ \vdots & \vdots \\ (0, 0, 0, \dots, 1)' & \text{when } s_t = \tilde{N} \end{cases} \quad (8)$$

ベクトル ξ_t の第 j 要素は $s_t = j$ のとき 1、それ以外のときは 0 である。

$s_t = i$ という条件が与えられたとき、 ξ_{t+1} の条件付き期待値は、

$$E(\xi_{t+1} | s_t = i) = \begin{bmatrix} p_{i1} \\ p_{i2} \\ \vdots \\ p_{i\tilde{N}} \end{bmatrix}$$

で与えられ、したがって

$$E(\xi_{t+1} | \xi_t) = P\xi_t$$

となる。ここに、 P は s_t の遷移行列を表す。

さて、前節で述べた条件付き確率密度(7)および遷移行列(6)によって支配される時系列を記述するパラメータは α と遷移確率 p_{ij} とからなる。これらのパラメータをまとめて θ と書き表すことにする。観測値 \mathcal{Y}_T をもとにして、 θ を推定する手続きは、以下のようになる。ただし、 T は観測期間を表す。

時点 t までのデータにもとづいて s_t の値について行った推論を $\text{Prob}(s_t = j | \mathcal{Y}_t; \theta)$ と表すことにする。こうした \tilde{N} 個の条件付き確率をまとめて、 $(\tilde{N} \times 1)$ のベクトル $\hat{\xi}_{it}$ と書き表す。さらに、時点 t までのデータにもとづいて s_{t+1} の値について行った推論 $\text{Prob}(s_{t+1} = j | \mathcal{Y}_t; \theta)$ ($j = 1, 2, \dots, \tilde{N}$) をまとめて $(\tilde{N} \times 1)$ のベクトル $\hat{\xi}_{t+1|t}$ で表すことにする。

パラメータの初期値および $\hat{\xi}_{it}$ の初期値 $\hat{\xi}_{i0}$ が与えられれば、以下の式を用いて各時点 t における推論、予測、対数尤度関数 $\mathcal{L}(\theta)$ の計算を行うことができる。

$$f(y_t | \mathcal{Y}_{t-1}; \theta) = \mathbf{1}'(\hat{\xi}_{it-1} \odot \eta_t) \quad (9a)$$

$$\hat{\xi}_{it} = \frac{\hat{\xi}_{it-1} \odot \eta_t}{\mathbf{1}'(\hat{\xi}_{it-1} \odot \eta_t)} \quad (9b)$$

$$\hat{\xi}_{t+1|t} = P \cdot \hat{\xi}_{it} \quad (9c)$$

$$\mathcal{L}(\theta) = \sum_{t=1}^T \log f(y_t | \mathcal{Y}_{t-1}; \theta) \quad (9d)$$

ここで、 \odot は要素ごとの積を、 $\mathbf{1}$ は大きさが $(\tilde{N} \times 1)$ ですべての要素が 1 のベクトルを表す。

上式で示した計算を実行するには、初期値 $\hat{\xi}_{i0}$ が必要になる。初期値の選択には、いくつかの方法があり、Hamilton¹⁰⁾ は、次の三つの方法を呈示している。

- (1) マルコフチェーンの極限分布を与える確率ベクトル π を用いる。すなわち、

$$P\pi = \pi, \quad \mathbf{1}'\pi = 1, \quad \pi \geq 0$$

を満足するベクトル π を用いる。

- (2) $(\tilde{N} \times 1)$ のベクトル ρ を用いる。すなわち、

$$\hat{\xi}_{0|0} = \rho$$

で、 ρ の要素はすべて非負の値をとり、すべての要素の和は 1 に等しい。たとえば、 $\rho = \tilde{N}^{-1} \cdot \mathbf{1}$ 。

- (3) ρ 自体を最尤推定法によって条件 $\mathbf{1}'\rho = 1, \rho_j > 0$ for $j = 1, 2, \dots, \tilde{N}$ の下で θ とともに推定する。

3. 冬期交通データ

分析に用いたデータは、新潟県中頸城郡妙高高原町二俣地先に設置された自動観測局において収集された、一般国道 18 号上り線の走行速度データである⁹⁾。

観測局が設置されている地点は、標高が約 500m で、縦断勾配は 1.5%~2.0% であり、前後約 1km の区間には交差点がなく、信号の影響を受けにくい区間である。

自動観測によって観測されたおもなデータは、次のとおりである。

(1) 気象

- 気温 (10 分間平均値)
- 路面温度 (10 分間平均値)
- 風向, 風速 (10 分間平均値)
- WMO 気象コード
- 降雨量 (1 時間換算値)

(2) 交通

- 走行速度および通過時間 (1 台ごと)
- 車種 (車高により大型車, 小型車の 2 つに分類)

交通データは、それぞれの車両ごとに走行速度および通過時間が記録されている。このデータをもとに、30 分間平均の走行速度、30 分間交通量を計算した。

交通データを対象にして状態スイッチングモデルを適用するにあたっては、路面状態、交通状態に大きな変化が生じている時点を含んでいることが望ましい。しかしながら、モデル推定のための計算量が大きいので、あまり長期にわたるデータを計算対象にすることは困難である。さらに、観測データにはデータの記録媒体の交換のため、欠測期間が存在する。

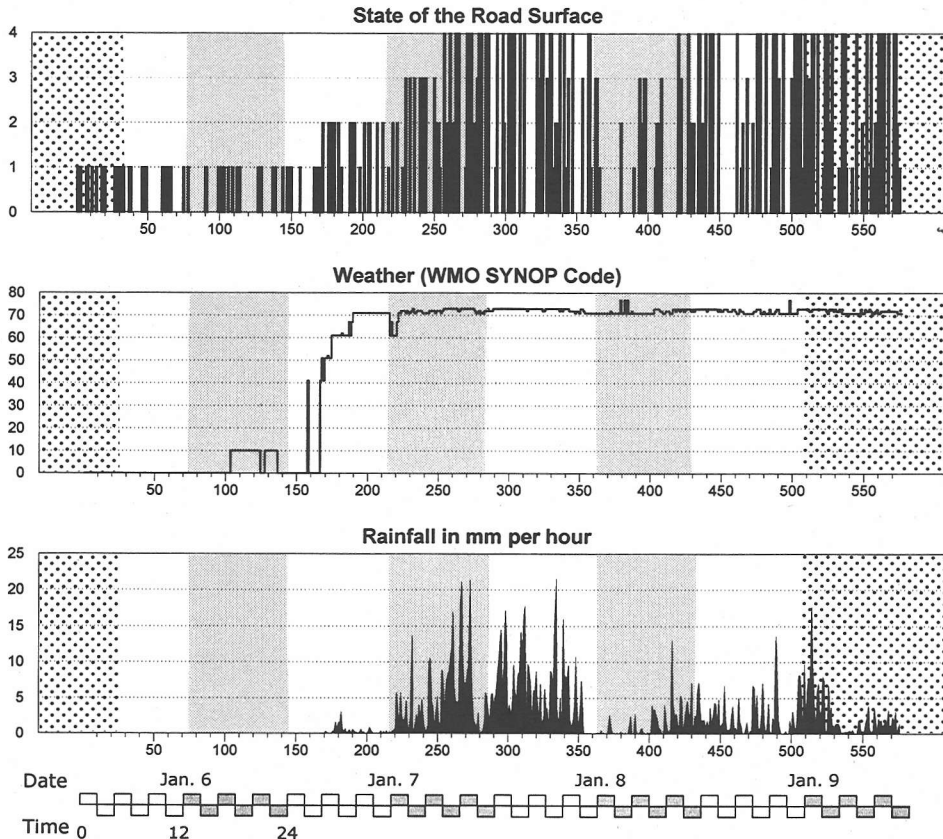


図-1 気象データ

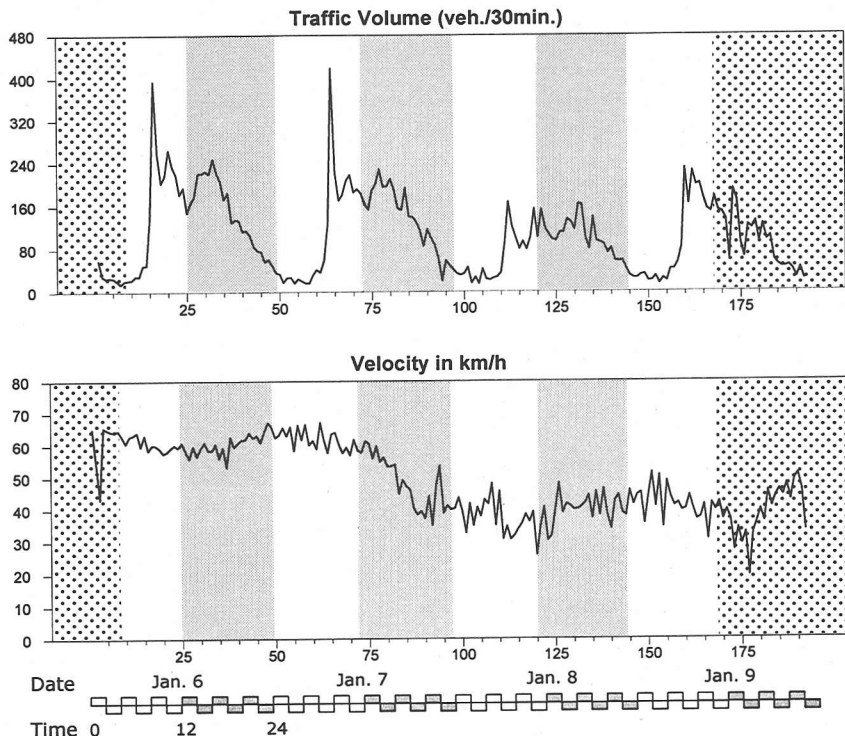


図-2 交通データ

これらのことを考慮したうえで、モデル推定の対象とする期間を1999年1月6日(水)の4:00~4:30から同月9日(土)の11:30~12:00までの160個のデータとした。

この4日間の気象データ(交通データとは異なり、10分間平均値である)および交通データの変動は、図-1、図-2に示したとおりである。これらの図は、1月6日午前0時から9日午後12時の変動を示しており、気象データについては、1999年1月6日の0:00~0:10のデータ番号を1とし、1月9日の23:50~24:00のデータ番号を576とする連続番号を付してある。交通データについては、1月6日の0:00~0:30のデータ番号を1とし、1月9日の23:30~24:00のデータ番号を192とする連続番号を付した。なお、図の左右にあるドットをつけた部分はモデル推定の対象としていない期間である。

図-1では、最上段に路面状況(1:乾燥状態, 2:湿潤状態, 3:凍結状態, 4:積雪状態)、中段に世界気象機関(WMO)の現在気象(SYNOP)コード、最下段に降水量の変動を示してある。

路面状況は、乾燥, 湿潤, 及び積雪の3状態については高い中率を示すが、凍結状態については目安程度でしかない。また、欠測データがかなり多いことに留意されたい。

WMOのSYNOPコードは、10が「もや」、41が「降

水, 弱または並」、51が「霧雨, 弱」、53が「霧雨, 並」、61が「雨, 弱」、62が「雨, 並」、71が「雪, 弱」、72が「雪, 並」、73が「雪, 強」、77が「霧雪」を表している。したがって、図-1の中段に示されたコードの推移から、1月7日の午前2時過ぎ(データ番号157)に弱い降雨があり、その後一時止んだものの、午前4時頃(データ番号168)から霧雨が降り始め、午前5時頃(データ番号174)には雨に変わり、さらに午前7:30頃(データ番号189)には雪に変わったことがわかる。雪はその後も1月9日まで降り続いた。

この図の最上段に示した路面状態の変動からは、1月7日午前4時30分頃(データ番号171)から路面が湿潤状態になり、さらに同日午後2時20分頃(データ番号230)から路面は積雪状態となり、午後6時40分頃(データ番号256)からは凍結状態になったことがわかる。

図-2に示した交通量および速度のグラフからは、次のことがわかる。交通量は、1月6日および7日の2日間ほぼ同様の変動を示しているが、8日および9日はかなり交通量が減少している。これは、上記のように1月7日夕刻以降、路面が凍結状態になったことの影響が表れているためと推測することができる。速度の変動を見ると、1月7日の午後4時頃(データ番号80あたり)から走行速度の低下が生じているように見える。

表-1 速度データの自己相関関数, 偏自己相関関数

ラグ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
全データ (9~168)	.870 .870	.893 .560	.877 .288	.875 .182	.858 .054	.844 -.027	.826 -.081	.838 .110	.834 .164	.812 -.019	.793 -.143	.788 -.087
高い状態 (9~75)	.270 .270	.459 .416	.279 .122	.471 .300	.293 .087	.270 -.069	.130 -.165	.192 -.076	.285 .212	.084 -.071	-.009 -.229	-.196 -.419
低い状態 (85~168)	.112 .112	.252 .243	.193 .155	.160 .083	.114 .023	.077 -.012	-.015 -.095	.196 .169	.174 .185	.010 .030	.043 -.090	.058 -.065

(注) 上段の数字が自己相関関数, 下段の数字が偏自己相関関数をそれぞれ表わす。太字の数字は、有意水準 5% で有意。

4. モデル推定

ここでは、式(1)で与えられる自己回帰型のモデルを速度データに当てはめることを試みる。自己回帰型のモデルの場合には、係数の推定を厳密に行うことができる¹²⁾。まず、速度データに自己回帰モデルを適用することができるかどうか、適用するとすればどのような次数を選択すればよいのかを検討する。

1999年1月6日(水)の4:00~4:30から同月9日(土)の11:30~12:00までの160個の速度データの自己相関関数および偏自己相関関数を計算した結果を表-1の最上段に示した。表中に太字で示した数字は、相関関数の値が5%の有意水準で有意となることを意味する。

表-1によれば、すべてのデータを用いて計算した自己相関関数は、ゆるやかにしか減少せず、もとのデータがトレンド成分をもっていることを示している。このことは、図-2からも推測される。

一方、図-2に示した速度データのデータ番号9から75までを「速度の高い状態」、データ番号85から168までを「速度の低い状態」と想定して、それぞれの状態における自己相関関数および偏自己相関関数を計算した結果を表-1の中段と最下段に示した。ただし、ここで想定した「速度の高い状態」、「速度の低い状態」は便宜的なものであり、モデルを推定したあとでそれぞれの状態にある確率が計算されることになる。

この結果によると、「速度の高い状態」に対しては、次の三つのモデル

- AR(4), ただし $\phi_3 = 0$. (AR||1, 2, 4|| と表記する.)
- AR(4), ただし $\phi_1 = \phi_3 = 0$. (AR||2, 4|| と表記する.)
- AR(12), ただし $\phi_1 = \phi_3 = 0, \phi_5 = \phi_6 = \dots = \phi_{11} = 0$. (AR||2, 4, 12|| と表記する.)

が適合するように思われる。一方、「速度の低い状態」に対しては、

- AR(2), ただし $\phi_1 = 0$. (AR||2|| と表記する.)

が適合するように思われる。そこで、これらのモデル

をそれぞれの状態に対して推定した。ただし、両方の状態に対して、同じモデルが適合する方が望ましいので、共通のモデルについても推定を行った。この結果を表-2に示した。なお、ここで推定しているモデルはいずれも状態スイッチングを起こさない、定常的な自己回帰モデルである。

表-2によれば、「速度の高い状態」に対しては、AR||2, 4, 12|| の AR 係数が全て有意で、赤池情報量基準(AIC), Schwartz のベイジアン基準(SBC)の値も最も小さく、適合度が高い。AR||2, 4||, AR||2|| がこれに次ぐ。一方、「速度の低い状態」に対しては、AR||2|| の適合度が高い。なお、赤池情報量基準(AIC), Schwartz のベイジアン基準(SBC)は、それぞれ次式を用いて計算した¹³⁾。

$$AIC = T \cdot \ln(\text{残差平方和}) + 2n,$$

$$SBC = T \cdot \ln(\text{残差平方和}) + n \ln(T).$$

ここに、 T は推定に利用可能なデータの個数、 n は推定するパラメータの数である。

しかしながら、自己回帰項(AR項)のラグの数が多くなると、式(5)で定義される変数 s_t の状態の数が指数関数的に増加し、ラグ12までとると、 s_t の状態の数が2の場合でも s_t の状態の数は $2^{13} = 8192$ となる。このため、計算の負荷が大きくなりすぎ、モデルの推定ができない。そこで、以下では、 s_t の状態の数を2とし、式(1)の右辺のAR多項式として、AR||2, 4|| および AR||2|| を選択し、状態スイッチングモデルのパラメータを最尤法によって推定することとした。

推定すべきパラメータは、自己回帰係数、マルコフチェーンの遷移確率(p_{11}, p_{22}), それぞれの状態における期待値(μ_1, μ_2), そして ε_t の分散(σ^2)である。初期値 $\hat{\xi}_{00}$ については、先に述べた2番目の方法を採用し、

$$\hat{\xi}_{00} = \frac{1}{N} \quad (10)$$

とした。

表-2 想定した状態における自己回帰モデル

想定した状態 モデル	速度の高い状態					速度の低い状態				
	定数	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_4	ϕ_{12}	定数	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_4	ϕ_{12}
AR 1, 2, 4	60.56	0.098	0.265	0.314						
	61.8	0.88	2.22	2.64						
AIC= 408.81 SBC= 417.63										
AR 2, 4	60.62		0.283	0.336		40.05		0.229	0.127	
	73.76		2.41	2.88		46.97		2.09	1.21	
AIC= 407.63 SBC= 414.25					AIC= 645.23 SBC= 652.52					
AR 2, 4, 12	60.72		0.267	0.373	-0.190					
	105.1		2.26	3.09	-2.28					
AIC= 372.29 SBC= 380.79										
AR 2	60.88		0.447			40.15		0.273		
	104.2		4.13			53.40		2.63		
AIC= 413.78 SBC= 418.19					AIC= 644.75 SBC= 649.61					

(注) 各欄の上段の数字は推定値, 下段の数字は t 値を表わす. 太字の数字は 5% の有意水準で有意. 網掛けは該当する AR 項の係数を 0 とおいたか, 当該モデルを推定しなかったことを意味する. AIC は赤池情報量基準, SBC は Schwarz のベイジアン基準をそれぞれ表す.

表-3 状態スイッチングモデルの推定結果

パラメータ	AR 2, 4		AR 2	
μ_1	40.8121	(61.55)	40.5953	(76.53)
μ_2	59.5073	(64.62)	60.0495	(69.16)
ϕ_2	0.2862	(6.18)	0.3117	(21.93)
ϕ_4	0.1315	(2.45)	—	(—)
p_{11}	0.9999	(—)	0.9999	(—)
p_{22}	0.9838	(59.60)	0.9858	(49.05)
σ	4.2810	(20.04)	4.2315	(20.97)

(注) それぞれの欄の左側の数字が推定値, 括弧内の数字が t 値を示す.

式 (1) で与えられる状態スイッチングモデルは, パラメータの推定が難しいことで知られている¹²⁾. そこで, パラメータ推定では, 準ニュートン法の一つである BFGS 法¹⁴⁾ を適用する前に, Nelder-Mead のシンプレックス法¹⁵⁾ を適用し, 初期値を改良した. Nelder-Mead のシンプレックス法は, 導関数を使わない直接的な探索手法であり, 推定すべきパラメータの数が K のとき, K 次元空間において $(K+1)$ 個の頂点からなるシンプレックス (単体) をつくり, 関数値の最も悪い頂点を新たな点で置き換えるという操作を繰り返す. 最初の $(K+1)$ 個の点からなるシンプレックスに最適解が含まれていなくてもよい. また, BFGS 法による最尤推定にあたっては, 以下の制約条件を課した.

$$0 \leq p_{11} \leq 1, \quad 0 \leq p_{22} \leq 1 \quad (11)$$

状態スイッチングモデルの推定結果を表-3 にまとめた. 左側の列が AR||2, 4|| の推定結果, 右側の列が AR||2|| の推定結果である. いずれの場合にも p_{11} の推定結果が 0.9999 となっているのは, 式 (11) の制約条件 $p_{11} \leq 1$

の上限值によって値が規定されていることを意味する. これ以外のパラメータはいずれも有意水準 1% で有意である. AR||2, 4||, AR||2|| いずれのモデルでも, 共通するパラメータの推定値はほぼ等しくなっている.

パラメータの推定値 $\hat{\theta}$ が求められると, 時点 t において変数 s_t^* が状態 j ($j = 1, 2$) にある確率

$$\text{Prob}(s_t^* = j | \mathcal{Y}_t; \hat{\theta})$$

を次式で求めることができる. (ただし, AR||2|| を想定している.)

$$\begin{aligned} \text{Prob}(s_t^* = j | \mathcal{Y}_t; \hat{\theta}) & \quad (12) \\ &= \sum_{i_1=1}^2 \sum_{i_2=1}^2 \text{Prob}(s_t^* = j, s_{t-1}^* = i_1, s_{t-2}^* = i_2 | \mathcal{Y}_t; \hat{\theta}) \end{aligned}$$

この式 (12) の右辺の確率は, 式 (5) で定義される変数 s_t の状態と対応しており, 式 (9b) と (9c) を用いてその値を計算することができる.

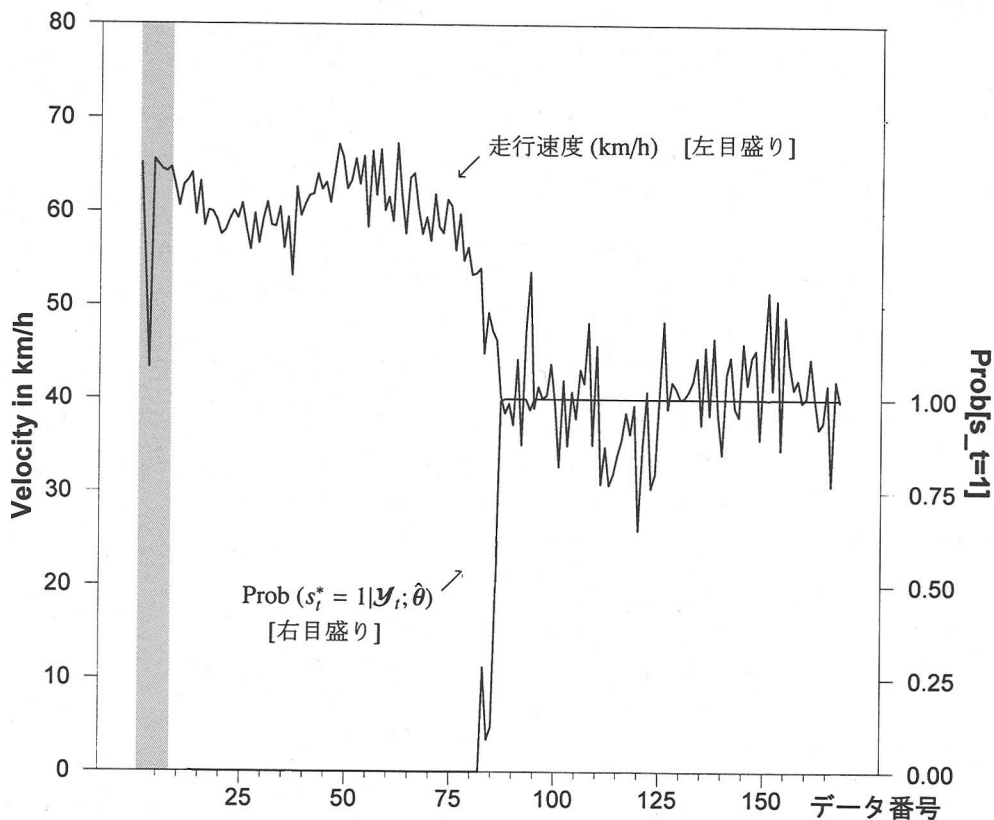


図-3 走行速度および $\text{Prob}(s_t^* = 1 | \mathcal{Y}_t; \hat{\theta})$

AR||2,4||モデルを対象に、 $\text{Prob}(s_t^* = 1 | \mathcal{Y}_t; \hat{\theta})$ の値を計算した結果を、もとの速度データとあわせて図-3に示した。AR||2||モデルを用いて計算した場合も結果はほとんど同じなので、図は省略する。

図-3によれば、変数 s_t^* がとる状態1は走行速度の低い状態に対応しており、状態2は走行速度の高い状態に対応している。そして、データ番号85(1月7日の午後6:00~6:30)までは s_t^* が状態1にある確率はほぼ0(s_t^* が状態2にある確率はほぼ1)であり、これ以降、 s_t^* が状態1にある確率はほぼ1(s_t^* が状態2にある確率はほぼ0)となる。先に述べたように、1月7日の夕刻以降、道路の路面が凍結状態になったことを考えあわせると、変数 s_t^* の状態は、路面が凍結しているか($s_t^* = 1$)、凍結していないか($s_t^* = 2$)と対応した自動車の走行状態を表わしていると解釈することができる。

5. 考察

変数 s_t^* は、路面が凍結しているか、凍結していないかに対応した自動車の走行状態を表わしていると述べたが、図-3を仔細に見ると、走行速度の局所的なピー

クに応じて $\text{Prob}(s_t^* = 1 | \mathcal{Y}_t; \hat{\theta})$ の値が反応している箇所があることがわかる($t = 83$ および $t = 94$ のあたり)。このことは、変数 s_t^* が路面状態と完全に対応しているわけではないことを意味する。

このことを念頭においた上で、それぞれの状態における期待値 μ_1 および μ_2 の値を比較してみよう。表-3によれば、AR||2,4||モデルでは $\mu_1 = 40.81$, $\mu_2 = 59.51$, AR||2||モデルでは $\mu_1 = 40.60$, $\mu_2 = 60.05$ となっており、どちらのモデルでも μ_1 , μ_2 の値はほぼ等しい。したがって、期待値の差の値 ($\mu_2 - \mu_1$) もほぼ等しく、二つの状態の間で期待値に約20 km/hの差があることがわかる。 μ_1 , μ_2 が「凍結した路面上の走行速度」、「凍結していない路面上の走行速度」をそれぞれ表わしているものと想定して、同じ箇所で開催された他の観測例と値を比較することにする。

ここで用いたデータと同じ箇所を観測を行った荒川他⁹⁾では、断続的な降雪があった1999年2月13日(土)と終日快晴であった同年3月6日(土)の平均走行速度が比較されている。2月13日の路面は雪氷路面で平均速度は43 km/hであったのに対し、3月6日は乾燥路面で平均速度は64 km/hであった。これらの値は、

推定された μ_1 , μ_2 の値よりやや大きいものの、かなり近い数字になっている。推定に用いたデータと荒川他が用いているデータとは観測された時期が異なるにもかかわらず、値が近いことは注目に値する。

ここでは、状態スイッチングモデルを冬期道路を走行している車両の走行速度にあてはめた。その結果、マルコフチェーンにしたがう、観測不可能な確率変数 s_t^* の状態と路面状態（凍結、非凍結）とがよく一致することが示された。状態スイッチングモデルには、路面温度、水分量、凍結防止剤の残留濃度など、路面の凍結に関係が深いとされている要因が含まれていないにもかかわらず、走行速度のみを説明変数として用いることによって、路面状態とよく一致する確率変数の状態を推定することができたことは、注目に値しよう。

このことは、車両の走行速度が路面状態をよく反映していることを意味するとともに、逆に路面状態を走行速度の変動から推定できる可能性があることを示唆している。たとえば、地吹雪のような状況下で路面の状態を視認することが困難な場合には、状態スイッチングモデルによって走行速度から路面状態を推定することも可能であろう。

とはいえ、車両の走行速度のみによって複雑な現象である冬期の路面状態を完全に推定することは容易ではない。しかしながら、冬期路面のサービス水準を表す指標として最も適しているといわれる路面摩擦係数の測定には、専用の測定装置が必要なことに加えて、時間的・空間的な変動が大きいなど種々の困難がある上に、気象状況、路面温度などから推定することも難しい^{8),9)}。こうした事情を考慮すれば、従来から用いられている気象状況、路面温度などのデータに加えて、車両の走行速度を用いることによって、車両の走行に影響を与える路面の状態をより正確に推定することが可能となり、冬期の道路管理の高度化が可能になると期待できる。

6. おわりに

本研究では、Hamilton の状態スイッチングモデルを冬期に観測された道路交通にあてはめた。その結果、以下の結論を得ることができた。

- 状態スイッチングにしたがう、比較的次數の低い自己帰帰モデルによって、走行速度の時系列的変化を表現することができる。走行速度は路面状態の変化に応じて非定常な変化をしているが、この変化をマルコフチェーンに従う観測不能な確率変数 s_t^* を用いることによって説明することができる。
- 確率変数 s_t^* が値 1 をとる状態は路面が凍結して

いる走行状態とよく一致しており、一方 $s_t^* = 2$ という状態は路面が凍結していない走行状態とよく一致している。

- 推定された、 $s_t^* = 1$ という状態での走行速度の期待値 μ_1 および $s_t^* = 2$ という状態での期待値 μ_2 は、同じ場所で別の時期に観測された雪氷路面における平均走行速度および乾燥路面における走行速度と比較的近い値であった。

なお、ここでは観測地点横の局舎に交通データを蓄積しておき、記憶媒体の容量が満杯になった段階でデータをとりに行くという方法でデータを収集した。情報通信技術を用いれば、リアルタイムかつオンラインで交通データを観測・収集することはそれほど難しいことではなくなってきているので、こうしたデータ観測システムの開発を今後の課題としたい。また、交通データのオンライン取得が可能になれば、推定された状態スイッチングモデルと気象データ・路温データなどを用いて、路面状態を推定、予測することも可能となる。

謝辞：交通データの収集にあたっては、(旧)建設省土木研究所新潟試験所の荒川氏にご尽力いただいた。ここに記して感謝の意を表したい。

参考文献

- 1) 佐々木健, 菅野春雄, 宮川浩幸: 積雪による交通障害, 交通工学, Vol. 20, No. 5, pp. 3-12, 1985.
- 2) 和田惇, 増田芳太郎, 奥住雅彦: 冬期の道路管理水準に関する一考察, 交通工学, Vol. 21, No. 1, pp. 25-35, 1986.
- 3) 堀井雅史: 積雪都市における旅行速度予測指標に関する一検討, 土木計画学研究・講演集, No. 16, pp. 49-53, 1993年12月.
- 4) 堀井雅史: 積雪都市における季節間の旅行速度特性に関する一考察, 土木学会年次学術講演会概要集 IV, No. 48, pp. 616-617, 1993年9月.
- 5) 榎谷有三, 浦田康滋, 田村亨, 斉藤和夫: 北海道峠部の冬季走行速度に及ぼす影響要因について, 第18回交通工学研究発表会論文報告集, Vol. 18, pp. 125-128, 1998年11月.
- 6) 寺内義典, 川上洋司, 本多義明: 積雪時における交通流の変化に関する研究, 土木計画学研究・講演集, No. 21, pp. 921-924, 1998年11月.
- 7) 寺内義典, 加藤哲男, 本多義明: 降積雪時における自動車通勤交通の速度とおくれに関する研究, 土木計画学研究・講演集, No. 22, pp. 905-908, 1999年10月.
- 8) 中辻隆, 萩原亨, 小野寺雄輝, 藤原隆: 冬期路面管理システムにおける管理指標に関する研究, 寒地技術論文・報告集, Vol. 16, pp. 403-408, 2000年11月.
- 9) 荒川智之, 早川博, 市ノ瀬榮彦: 冬期路面管理水準の策定に関する研究, 寒地技術論文・報告集, Vol. 15, pp. 622-627, 1999年11月.
- 10) Hamilton, J. D.: *Time Series Analysis*, Princeton University Press, 1994.
- 11) Hamilton, J. D.: A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle, *Econometrica*, Vol. 57, No. 2, pp. 327-384, March 1989.

- 12) Kim, C.-J. and Nelson, C. R. : *State-Space Models with Regime Switching*, The MIT Press, 1999.
- 13) Enders, W. : *Applied Econometric Time Series*, John Wiley & Sons, Inc., 1995.
- 14) 今野浩, 山下浩 : 非線形計画法, 日科技連, 1982.
- 15) Teukolsky, S. A. and Vetterling, W. T. : *Numerical Recipes in FORTRAN – The Art of Scientific Computing –*, Cambridge University Press, 1992.

(2001. 8. 13 受付)

AN ANALYSIS OF WINTER TRAFFIC DATA – AN APPLICATION OF THE REGIME SWITCHING MODEL –

Harutoshi YAMADA

The regime switching model developed by Hamilton is applied to winter traffic data and the relationship between the road surface condition and the traffic speed is analyzed. In the regime switching model, the structure of a time series is assumed to be subject to change in accordance with an unobservable Markov chain. The parameters that specify the structure in each state and transition probabilities of the Markov chain can be estimated by the maximum likelihood method. A regime switching model with two states is applied to traffic speed data collected on a national highway in winter and it is shown that each state of the supposed Markov chain coincides quite well with the good and bad road surface conditions.