

# 二重負荷型双曲線モデルと砂地盤上の帯基礎の支持力特性

熊 潔<sup>1</sup>・望月 秋利<sup>2</sup>・馬 険峰<sup>3</sup>・平塚 正純<sup>4</sup>

<sup>1</sup>工博 徳島大学大学院 工学研究科 (〒770-8506 徳島市南常三島町 2-1)

<sup>2</sup>正会員 工博 徳島大学教授 工学部建設工学科 (〒770-8506 徳島市南常三島町 2-1)

<sup>3</sup>工博 徳島大学研究員 工学部建設工学科 (〒770-8506 徳島市南常三島町 2-1)

<sup>4</sup>正会員 工修 都市基盤整備公団 (〒102-8201 東京千代田区九段1-14-6)

土の塑性圧縮特性と塑性せん断特性を独立に扱うことのできる、二重負荷型双曲線モデルを提案し、モデルの特性を遠心力場 (20, 40, 60, 80g) で行った砂地盤に対する支持力実験結果と比較・検討した。解析による支持荷重～沈下量曲線は実験のそれらとほぼ一致し、また実験結果で見られた加速度に対する支持強度の傾向を解析で表現できた。しかし解析で得られたフーチング底面の土圧分布 (40g) は、載荷初期の段階では実験結果と類似であるが、荷重の増加につれてずれが生じ、問題を残した。なお比較のため 40g の実験を対象に、Duncan - Chang モデル、「単一負荷型双曲線モデル (弾性、塑性せん断を考慮)」を用いて解析を行ったが、いずれも実験結果を説明できる十分な結果を得ることはできなかった。

*Key Words* : bearing capacity, centrifuge model test, constitutive model, FEM, scale effect

## 1. はじめに

傾斜地や海中、山地、あるいは多層、非均質地盤等で、特殊かつ大型基礎を有する構造物の建設が増え、また支持力問題は極限支持力問題から、変形問題へと移りつつある。

一方直接基礎の設計では、Terzaghi 式に代表される限界釣合法による解や Sokolovsky の応力特性曲線法による解を基本とするが、中でも Terzaghi の支持力式は現在でも広く用いられている。この式は、支持力係数  $N_c$  に関する Prandtl<sup>1)</sup> や Hencky<sup>2)</sup> の研究、 $N_q$  に関する Reissner<sup>3)</sup> の研究を基に、 $N_c$ 、 $N_q$  および限界釣合法で求めた  $N_r$  による各支持力値の重ねあわせが可能、と考えたものである。また  $N_r$  を求めるに当たり Terzaghi は実験に基づいて、載荷板下のランキン主働域が水平面と成す角 ( $\omega$ ) を  $\phi$  としたが、これに対して Meyerhof<sup>4), 5)</sup> は  $\omega = (\pi/4 + \phi/2)$  として rough base, smooth base 基

礎に対して同様な方法で求めた近似式を提案した。 $\omega$  角の修正により  $N_c$  は Prandtl 解と、 $N_q$  に関しては Reissner 解と一致し、またモール・クーロン則によるすべり面方向と矛盾しない解を得た。Meyerhof による  $N_r$  値 (rough base 基礎) は Terzaghi による  $N_r$  値の約 80% ( $45^\circ \geq \phi > 30^\circ$ ) に相当し、Lundgren and Mortensen<sup>6)</sup> の応力特性曲線法による解 ( $\phi=30^\circ$  で検討) とほぼ等しく、また Chen<sup>7)</sup> の上界値法で求めた支持力値 ( $\phi=10^\circ$ ,  $30^\circ$  で検討) ともほぼ一致する。もっとも鶴飼<sup>8)</sup> は載荷板下の応力分布を Prandtl 型から Hill 型へ連続的に移行できるように工夫し、Chen の解よりもさらに 15~20% 小さい支持力値を得ている。

しかし多くから指摘されている通り、上記手法はいずれも進行性破壊やそれに基づく変形を表現できないこと、また任意な地盤構成の影響評価が難しく、小規模の基礎に対してはともかく、大型基礎や特殊基礎の設計に対しては十分ではない。

筆者らはこの問題を解決するには FEM に代表される数値解析法に頼らざるを得ないと考えた。実際にも構造物基礎の大型化、特殊化が増えるに伴って、FEM に代表される数値解析による応力・変形解析を行なって、変形・破壊の経過を検討するケースも増えてきている。そこで FEM を用いた砂地盤の支持力および支持荷重 ( $q_0$ ) ~ 沈下量 ( $S$ ) 関係に注目して、まず従来の研究を概観したい。

砂地盤 (根入れ有) の支持力実験に対し、モデルを導入した FEM 解析を行ったのは Duncan and Chang<sup>9)</sup> である。Duncan-Chang モデル (D-C モデル) の詳細はここでは省略するが、基本はモール・クーロン則を採用し、また双曲線型の軸差応力~軸ひずみ関係に基づいて決める「見かけの  $E$ 」を用いる方法で、擬似弾性法とも呼ばれる。モデルの材料パラメータについては「Vesic<sup>8)</sup> らが実施した三軸圧縮試験結果を用いた」としか記述されておらず、設定パラメータでどの程度要素試験の応力とひずみの関係を説明できたかは不明であるが、解析では極限支持力値が実験値に対して約 5% 小さい程度で、 $q_0$  ~  $S$  曲線はほぼ説明できたと報告している。また Majes and Battelino<sup>10)</sup> は飽和 silty clay 地盤で、表面付近に補強材料を敷設した場合、そうでない場合の 2 ケースの支持力実験を行ない、解析結果と比較した (モデルの詳細は記述されていないが、基本的に D-C モデルと同等)。補強材料を用いた地盤の解析はほぼ実験結果を説明できているが、非補強地盤の場合は、沈下が大きくなるにつれて過大な支持力値となっている。すなわち補強材料を入れた場合は沈下が少なく、せん断変形挙動が支配的で、結果的にせん断主体のモデルで実験結果を説明できたものと解釈でき、著者の意図とは異なるが、「塑性圧縮特性を考慮しない擬似弾性モデル」の限界を示した例と言える。

筆者らはこの問題に対して二重負荷型双曲線モデル、すなわち全ひずみを弾性、塑性圧縮、塑性せん断ひずみに分け、それぞれ独立な関係式で表現したモデルを用いて解決できると考えた。この種のモデル (非関連流動則適用) には Vermeer<sup>11)</sup>, Nishi and Esashi<sup>12)</sup>, Lade and Oner<sup>13)</sup>, Nordal ら<sup>14)</sup>, 蔡・望月ら<sup>15)</sup> によって提案されている。モデルの基本構造は同じであるが、それぞれの負荷関数 ( $f_c$ ,  $f_s$ )、ポテンシャル関数 ( $g_c$ ,  $g_s$ ) の形は異なる。一般にこれらのモデルは材料パラメータの数が多く、それらの意味を直感的には理解し難い場合が多い。また Harada らの報告<sup>16)</sup> 等例がないわけではないが、実物、あるいは模型実験等による検証が十分ではなく、普及していないというのが現状である。構成式を導入した FEM 解析では、一般に材料試験結果を示した上で材料定数の設定法を明らかにすること、要素試験に対して検証した上で、模型あるいは実挙動との比較、検証を行うこと、さらに用いた土の構成則の限界を明確にすること等の評価必要であろう。

そこで本論文はまず筆者の一人が提案した「非関連流動則に基づく二重負荷モデル<sup>15)</sup>」のせん断挙

表-1 豊浦砂の主な物理性質

$D_{50}$ ( $\mu$ )	0.42 (mm) (1.57)
$\rho_s$	2.649 ( $t/m^3$ )
$\rho_{csar}$	1.655 ( $t/m^3$ ) ( $e=0.60$ )
$\rho_{csin}$	1.347 ( $t/m^3$ ) ( $e=0.97$ )

表-2 試験条件

① $\sigma_3$ 一定・三軸圧縮試験 ( $\sigma_3$ -TC)		
② $\sigma_m$ 一定・三軸圧縮試験 ( $\sigma_m$ -TC)		
③ $\sigma_3$ 一定・平面ひずみ試験 ( $\sigma_3$ -PS)		
④ $\sigma_m$ 一定・平面ひずみ試験 ( $\sigma_m$ -PS)		
排水条件	圧密・排水 (CD)	
供試体寸法	8.0 × 6.4 × 4.1 cm (直方)	
初期含水比	空気乾燥状態	
初期密度 ( $\rho_0$ )	1.51 ( $t/m^3$ ) ( $e=0.75$ , $Dr=59\%$ )	
圧密圧力	49.0, 98.0, 196.0, 392.0 (kPa)	
せん断速度	0.06%/min	
⑤ 等方圧縮・除荷/載荷・繰返し試験		
試験名	等方圧縮	除荷/載荷
せん断速度	0.06 (%/min)	約 0.01%/min
載荷応力 (kPa)	$\sigma_m=0 \rightarrow 490.0$	$\sigma_m=49.0$ (載) $\rightarrow 29.4$ (除) $\rightarrow 98.0$ (載) $\rightarrow 29.4$ (除) $\rightarrow 147.0$ (載) $\rightarrow$ 除荷 $\rightarrow$ 載荷... (計 7 段階)

動の解析部分に双曲線を用いて簡易した、したがって塑性せん断部分を擬似弾性で表現する「二重負荷型双曲線モデル」を提案する。次いで Meyerhof 式の極限支持力 (支持力係数  $N_r$ ) を「検討の比較値」<sup>17)</sup> として、遠心力場で行った砂地盤上の帯基礎・支持力実験の結果を評価する。さらに実験結果に対して、提案モデルによる解析結果と比較し、提案モデルの検証結果をまとめる。

## 2. 要素試験と支持力実験

### (1) 三軸圧縮、平面ひずみ、等方圧縮試験

表-1 に用いた試料の主な物理特性を示す。試験機は平面ひずみ試験や三主応力制御が可能な三軸圧縮試験機<sup>18), 19)</sup>を用いた。詳細は文献にゆずるが、三軸セル内に内枠を設けて圧縮および伸張試験が可能なこと、供試体の変形を試験中に非接触変位計で計測できること、PC 制御を行ない任意の応力経路実験ができること、 $\sigma_2$  方向載荷装置により載荷装置の上下方向の中心軸を常に供試体中央高さに一致させ、 $\sigma_2$  方向載荷板の摩擦を低減できること、等である。また載荷板底面は、磨いたステンレス材を用いて供試体端面の摩擦を低減した (但し排水のための径 12mm のポーラスストーン部を除く)。

表-2 に、試験条件を示す。試験は 5 種類で、表中⑤の「等方圧縮・除荷/載荷・繰返し試験」<sup>16)</sup>で

表-3 強度定数

試験	三軸圧縮		平面ひずみ	
	c (kPa)	$\phi$ (°)	c (kPa)	$\phi$ (°)
$\sigma_3$ 一定	12.7	37.2	12.7	39.8
$\sigma_m$ 一定	4.9	38.5	6.9	41.3

注)  $\sigma_m = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / 3$

表-4 極限支持力, 沈下, 支持力係数  $N_\gamma$

加速度 (g)	$q_u$ (MPa)	S (cm)	換算 $N_\gamma$ 値 (換算 $N_\gamma / N_\gamma'$ )	$N_\gamma'$ 値 (Meyerhof)
20	0.588	0.50	98.8 (95.2%)	103.8
40	1.137	0.70	95.7 (92.2%)	
60	1.766	0.88	93.3 (89.9%)	
80	1.960	0.98	82.3 (79.3%)	

注) : 載荷板幅 B=4cm

は, その載荷部分で塑性圧縮量 (厳密には弾性圧縮と塑性圧縮量の合計) を, また「除荷/載荷・繰返し」部分では体積弾性係数 (K) を求める。

表-3 に, 得られた強度定数を示す。  $\sigma_3$  一定条件で得た強度は,  $\sigma_m$  一定条件で試験した結果よりも  $\phi$  は約 1.5° 小さいが c はわずかに大きく, 結果的にほぼ同等の強度となっている。

図-1 は試験結果の妥当性評価のために公表された試験結果をまとめた「初期間隙比 ( $e_0$ ) ~  $\phi_d$  関係<sup>20)</sup>」に, 今回の結果をプロットしたものである。三軸圧縮試験結果はほぼ平均的な位置にあり, 妥当な結果と判断した。応力~ひずみ関係は3. で解析結果と合わせて示す。

(2) 遠心力場での支持力実験と結果

用いた遠心力実験装置は大阪市立大学・地盤工学研究室の Mark V で, 公称半径は 256cm, 供試体箱サイズは 50×30×16.7cm である。図-2 に供試体箱, 載荷装置, 載荷板等の概略を示す。載荷板寸法は 4(B)×16.6(L)×4(H)cm で, 鉄製である。載荷板の底面には超小型土圧計を 9 個埋込み, またエポキシ系樹脂と豊浦砂を混ぜて薄く塗り付け, 載荷板底面を「粗の状態」とした。

用いた試料は要素試験と同じである (表-1)。模型地盤は, 表-2 で示した密度になるように突固めて作製した。その方法は, 1) 模型地盤を 3 層に分け, 2) 所定重量の気乾試料をローで落下させ, 3) 径 8mm の突き棒で突き, 4) 円弧状 (R=245cm) の板で軽く押して所定層厚に仕上げ, という手順を 3 回繰返し, 所定試料高さ (19cm) の砂地盤を作成した。特に載荷方向に対して地盤が垂直になるに, 型枠を用いて精度良く仕上げた。試験加速度は 20, 40, 60, 80g で, 載荷速度は油圧発生装置を用いて 1mm/min に制御した。

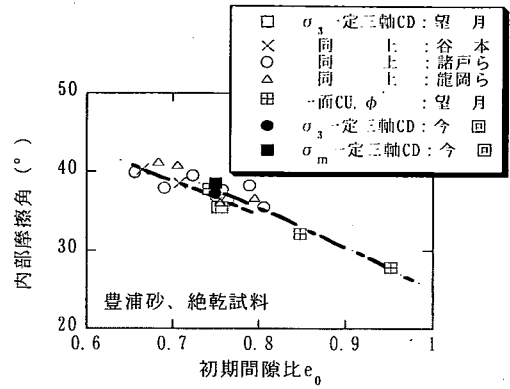


図-1 三軸CDと一面  $\phi$  強度の比較<sup>21)</sup>

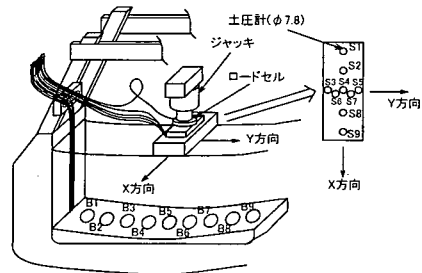


図-2 載荷装置と土圧計

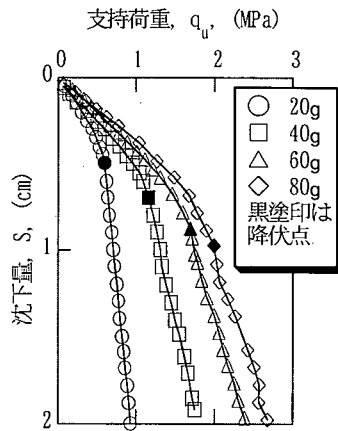


図-3 支持荷重~沈下関係

図-3 は実験で得られた「支持荷重 ( $q_u$ ) ~ 沈下量 (S) 関係」を示したものである。また極限支持力は  $q_u$  ~ S 関係の変曲点の支持荷重とし, それを図-3 中の黒塗印で示した。表-4 に極限支持力, 換算  $N_\gamma$  値等を示した (式(1))。

$$N_\gamma = 2q_u / (\gamma_t \cdot n_g \cdot B) \quad (1)$$

$n_g$ : 実験加速度,  $\gamma_t$ : 単位体積重量

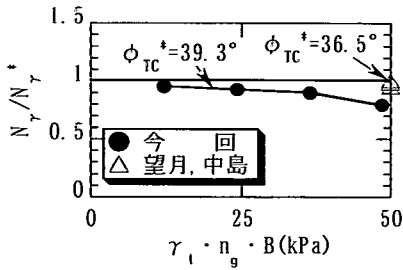


図-4 換算 $N_T/N_T^* \sim \gamma_i \cdot n_g \cdot B$ 関係

また  $N_T^*$  は、強度試験結果に対して  $c=0$  を仮定し、強度線を引きなおした  $\phi^*$  を用いて Meyerhof の近似式<sup>3)</sup> (式(2)) で計算した  $N_T$  値である。

$$N_T^* = (N_q - 1) \cdot \tan 1.4\phi_{TC}^* \quad (2)$$

ここに  $N_q = e^{(\pi \tan \phi^*)} \cdot \tan^2(\pi/4 + \phi/2)$

換算  $N_T$  値は  $N_T^*$  ( $\phi_{TC}^*$  による) に対して 95~80% で、実験結果は Meyerhof 式よりもやや小さい。

図-4 は「換算  $N_T/N_T^* \sim \gamma_i \cdot n_g \cdot B$ 」の関係で、今回の実験結果を●印で示す。図中△印は参考のため、相馬砂を用いた砂地盤の遠心力支持力実験の結果<sup>21)</sup>も合わせて示したものである。実験結果は加速度が大きいほど「換算  $N_T/N_T^*$ 」は小さく、その差は 20~80g の間で約 20% となった。この現象は de Beer<sup>22)</sup> が、同じ密度の地盤であっても載荷板を大きくすると破壊形式が「全般破壊→局所破壊→パンチング破壊」へと移行することを指摘したのになんで、de Beer's scale effect と呼んでいる。またこの現象は支持力問題における進行性破壊と表裏一体の関係を成し、この視点に立つ Kimura ら<sup>23)</sup>、Vesic<sup>24)</sup> や Steenfelt<sup>25)</sup>、Hettler and Gudehus<sup>26)</sup> 等多くの報告があり、それが応力レベルの増加に伴う  $\phi$  の減少や「粒子径/B」の影響等として検討され、補正式も提案されている。これに対して筆者らは、土の圧縮とせん断特性を解析で適切に評価すれば、進行性破壊の影響を表現できると考え、塑性圧縮特性と塑性せん断特性を考慮する二重負荷型双曲線モデル(3. で提案)を用いて支持力解析を試みた。

### 3. 二重負荷型双曲線モデル, 単一負荷型双曲線モデル, D-C モデル

この章では単一負荷型双曲線モデル, 二重負荷型双曲線モデルを誘導するが、その前に本研究で用いた3つのモデルの特徴を明確にしておく。

まず D-C モデルについてであるが、最もよく知られており、ダムや大型盛土の変形と安定検討には現在でも用いられる。せん断特性は  $(\sigma_1 - \sigma_3) \sim \varepsilon_1$  関係を双曲線で表し、材料の変形係数を  $\sigma_p, \varepsilon_1$

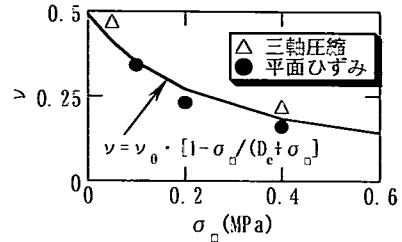


図-5  $\nu \sim \sigma_m$  関係:  $\sigma_3$ 一定

関数として求める。これに対して提案する単一負荷型双曲線モデルでは、せん断特性を双曲線で表した  $\tau_{oct} \sim \gamma_{oct}$  関係(式(11), (12)参照; 擬似弾性モデル)に対して、変形係数を  $\sigma_m, \gamma_{oct}$  の関数として求める。ここに  $\sigma_m, \gamma_{oct}$  はそれぞれ平均主応力と正八面体せん断ひずみである。

二重負荷型双曲線モデルは材料の圧縮特性を  $f_c$  (負荷関数, 式(6)) と  $g_c$  (塑性ポテンシャル, 式(9)) で、またせん断特性は  $\tau_{oct} \sim \gamma_{oct}$  関係を双曲線で表現する。このモデルの構造が二重負荷モデルと同じところから「二重負荷型双曲線モデル」と名づけた(二重負荷型モデルと略す)。このモデルは材料の圧縮特性とせん断特性を独立に扱うことで、簡易ではあっても工学的に合理的で解が十分な精度を有し、さらに材料パラメータの意味が理解しやすい、実用的なモデルを目指したものである。

以下に二重負荷型双曲線モデルの誘導を示す。

まず全ひずみ増分 ( $d\varepsilon_{ij}$ ) を弾性ひずみ増分 ( $d\varepsilon_{ij}^e$ )、塑性圧縮ひずみ増分 ( $d\varepsilon_{ij}^{pc}$ )、塑性せん断ひずみ増分 ( $d\varepsilon_{ij}^{ps}$ ) に分けて考える。

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^{pc} + d\varepsilon_{ij}^{ps} \quad (3)$$

弾性特性は、均質等方材料を仮定してポアソン比 ( $\nu$ ) とヤング率 ( $E_c$ ) で表現する。まず「 $\sigma_3$ 一定・三軸圧縮(あるいは平面ひずみ)試験」の初期部分 ( $\varepsilon_1 \leq 0.25\%$ ) を弾性挙動と仮定し、得られた  $\nu \sim \sigma_m$  関係を図-5 に、その関係を式(4)で表す。

$$\nu = \nu_0 \cdot \left[ 1 - \frac{\sigma_m}{(D_c + \sigma_m)} \right] \quad (4)$$

ここに  $\nu_0, D_c$  は実験定数である。  $E_c$  に関しては、「等方圧縮・除荷/載荷・繰返し試験」の「除荷/載荷・繰返し」部分を弾性挙動と見なして体積弾性係数 ( $K$ ) を求め、 $\nu$  を既知として式(5)で表した。  $E_0, EN$  は実験定数で、 $p_a$  は無次元化のための単位応力である。

$$E_c = E_0 \cdot (\sigma_m / p_a)^{EN} \quad (5)$$

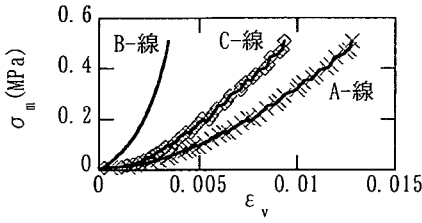


図-6  $\varepsilon_v \sim \sigma_m$  関係：等方圧縮試験

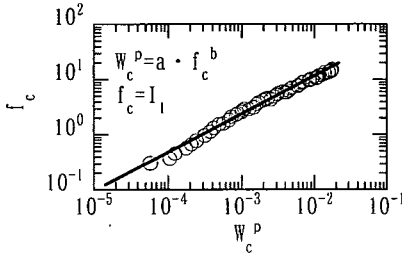


図-7  $f_c \sim W_c^p$  関係

塑性圧縮部分の負荷関数 ( $f_c$ ) は静水圧軸に直交する  $\pi$  面とし、硬化パラメータ ( $H_c^p$ ) には塑性仕事を仮定し、式(7)で表す。

$$F_c = f_c - (\kappa_{c0} + \kappa_{ch}) = 0 \quad (6)$$

$f_c = I_1$ ,  $\kappa_{c0}$ : 初期状況を表す定数 ( $\kappa_{c0} = 0$ ),  
 $\kappa_{ch}$  ( $H_c^p$ ): 硬化関数

$$H_c^p = W_c^p = \int (\sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p) \quad (7)$$

塑性体積ひずみ ( $\varepsilon_v^p$ ) と  $\sigma_m$  の関係は、1) 「等方圧縮・除荷/載荷・繰返し試験」の内「 $\varepsilon_v \sim \sigma_m$  関係」を取出して、図-6中のA線を得る。2) A線から、「弾性体積ひずみ ( $\varepsilon_e^v$ )  $\sim \sigma_m$  関係 (図-6中のB線)」を差し引いて、図-6中のC線を得る。次いで、3) C線をもとに  $f_c (= \kappa_{ch})$  と  $W_c^p$  関係を計算し、それを図-7に示す。 $f_c \sim W_c^p$  関係を直線と見なし、硬化関数 ( $\kappa_{ch}$ ) を式(8)で表す。ここに  $H_c^p = W_c^p$ ,  $a$ ,  $b$  は実験定数である。

$$\kappa_{ch} = (H_c^p / a)^{1/b} \quad (8)$$

関連流動則を用いているので、塑性ポテンシャル ( $g_c$ ) は式(9)で表す。塑性圧縮による破壊はないので、破壊基準式は必要ない。結局適合条件 ( $dF_c = 0$ ) から、式(10)を得る。

$$g_c = f_c = I_1 \quad (9)$$

$$[C_c^p] = \frac{1}{T_1} \cdot [D_i C_j] \quad (10)$$

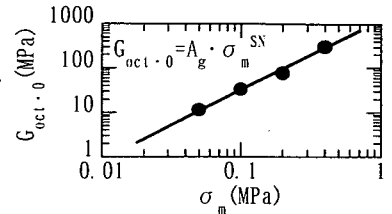


図-8  $G_{oct.0} \sim \sigma_m$  関係

$$\text{ここに、} D_i = \frac{\partial g_c}{\partial \sigma_i}, \quad C_j = \frac{\partial f_c}{\partial \sigma_j},$$

$$T_1 = \frac{\partial \kappa_{ch}}{\partial H_c^p} \cdot (D_1 \sigma_x + D_2 \sigma_y + D_3 \sigma_z + D_4 \tau_{xy})$$

一方塑性せん断ひずみは、 $\sigma_m$  一定・平面ひずみ試験結果から弾性部分 ( $\gamma_{oct}^e$ ) を差し引いて得た「 $\gamma_{oct}^p \sim \tau_{oct}$  関係」を、双曲線関数と仮定して式(13)で表した。ここに  $\tau_{oct}$  は正八面体せん断応力 (不変量),  $\gamma_{oct}^p$  は正八面体塑性せん断ひずみ (不変量) で、式(11), (12)で定義される。

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (11)$$

$$\gamma_{oct}^p = \frac{2}{3} \sqrt{(\varepsilon_1^p - \varepsilon_2^p)^2 + (\varepsilon_2^p - \varepsilon_3^p)^2 + (\varepsilon_3^p - \varepsilon_1^p)^2} \quad (12)$$

$$\tau_{oct} = 1 / \left( \frac{1}{G_{oct.0} \cdot \gamma_{oct}^p} + \frac{R_f}{\tau_{oct \cdot f}} \right) \quad (13)$$

$$R_f = \tau_{oct \cdot f} / B_a \quad (B_a: \text{双曲線の漸近線}) \quad (14)$$

式(13)中の  $G_{oct.0}$ ,  $R_f$  はそれぞれ  $\gamma_{oct}^p \sim \tau_{oct}$  関係の初期勾配、破壊強度比である。 $\tau_{oct \cdot f}$  は、モール・クーロン則を仮定して式(15)~(17)で得られる主応力を、式(11)に代入して求める。

$$\sigma_{1f} = \frac{3 \cdot \sigma_m / (2 - br) + 2 \cdot c \cdot \cos \phi / (1 + \sin \phi)}{(1 + br) / (2 - br) + (1 - \sin \phi) / (1 + \sin \phi)} \quad (15)$$

$$\sigma_{3f} = \frac{3 \cdot \sigma_m / (1 + br) - 2 \cdot c \cdot \cos \phi / (1 - \sin \phi)}{(2 - br) / (1 + br) + (1 + \sin \phi) / (1 - \sin \phi)} \quad (16)$$

$$\sigma_{2f} = br \cdot \sigma_{1f} + (1 - br) \cdot \sigma_{3f} \quad (17)$$

ここに、 $br = (\sigma_2 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3)$  で、平面ひずみ状態を考慮して一定値 (= 0.25)<sup>18), 19)</sup> とした。なお「 $br$  値」は一般に  $b$  値と表すことが多いが、間隙水圧係数の  $B$  値と区別するために  $br$  値とした。

図-8に  $G_{oct.0} \sim \sigma_m$  関係を示す。両対数紙上で直線となるので、式(18)で表した。またせん断剛性率

表-5 モデルのコンプライアンス・マトリックス, 剛性マトリックス

	二重負荷型双曲線モデル	単一負荷型モデル	Duncan-Changモデル
弾性	$\nu = \nu_0 [1 - \sigma_m / (\sigma_m + D_e)], E_c = E_0 \cdot \sigma_m^{EN}$ 定数: $\nu_0, D_e, E_0, EN$ $[C^e] = \frac{1}{E_c} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix}$	同左	
塑性圧縮	負荷関数: $f_c = 1$ , 塑性ひずみテンソル: $g_c = f_c$ (関連流動則) 硬化則: $F_c = f_c - (\kappa_{ch} + \kappa_{c0}) = 0$ , 硬化関数: $\kappa_{ch} = (H_c^p / a)^{1/b}$ 硬化パラメータ: $F_c = f_c - (\kappa_{ch} + \kappa_{c0}) = 0$ (塑性仕事) 定数: $a, b, \kappa_{c0}$ $[C^p] = \frac{1}{T_1} \begin{bmatrix} D_1 C_1 & D_1 C_2 & D_1 C_3 & D_1 C_4 \\ D_2 C_1 & D_2 C_2 & D_2 C_3 & D_2 C_4 \\ D_3 C_1 & D_3 C_2 & D_3 C_3 & D_3 C_4 \\ D_4 C_1 & D_4 C_2 & D_4 C_3 & D_4 C_4 \end{bmatrix}, T_1 = \frac{\partial \kappa_{ch}}{\partial H_c^p} (D_1 \sigma_1 + D_2 \sigma_2 + D_3 \sigma_3 + D_4 \tau_{xy})$		$[D] = \frac{E_p}{(1+\mu)(1-2\mu)}$ $\times \begin{bmatrix} 1-\mu & \mu & \mu & 0 \\ \mu & 1-\mu & \mu & 0 \\ \mu & \mu & 1-\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\mu}{2} \end{bmatrix}$ ここに, $\mu$ : 一定, $E_p = E_{D0} \cdot \sigma_3^c$
塑性せん断	$[C^p] = \frac{1}{6G_{ocf}} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}, G_{ocf} = A_g \cdot \sigma_m^{SN} \cdot \left(1 - \frac{\tau_{ocf} \cdot R_f}{\tau_{ocf}}\right)^2$ 定数: $A_g, SN, c, \phi, R_f$	同左	$\cdot \left(1 - \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) \cdot R_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}\right)^2$ 定数: $E_{D0}, n, c, \phi, R_f, \mu$

表-6 材料パラメータ (豊浦標準砂)

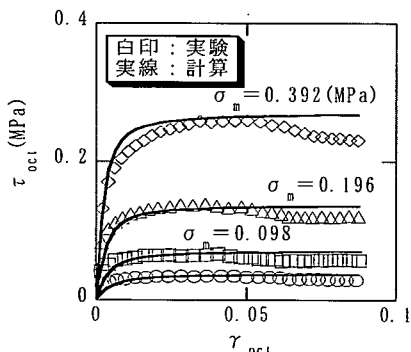


図-9  $\tau_{ocf} \sim \gamma_{ocf}$  関係の比較

	二重負荷型モデル, 単一負荷型モデル <sup>*1</sup>	D-Cモデル <sup>*2</sup>
弾性	$E_0$ 62.0 (MPa) $EN$ 0.96	
塑性	$\nu_0$ 0.49 $D_e$ 2.4	
塑性圧縮	$a^{*3}$ $3.07 \times 10^{-4}$ $b$ 1.46 $\kappa_{c0}$ 0	$E_{D0}$ 28.3 (MPa) $n$ 0.76 $R_f$ 0.99 $\mu$ 0.25
塑性せん断	$A_g$ 31.6 (MPa) $SN$ 1.46 $R_f$ 0.95 $c$ 6.9 (kPa) $\phi$ 41.3° $\sigma_{m0}^{*3}$ 9.8 (kPa)	$c$ 12.7 (kPa) $\phi$ 37.2° $\sigma_{3,0}^{*3}$ 9.8, 49.0, 98.0 (kPa)

\*1:  $\sigma_m$ 一定・平面ひずみ試験結果を基に設定

\*2:  $\sigma_3$ 一定・平面ひずみ試験結果を基に設定

\*3: 塑性圧縮に関しては, 二重負荷型モデルの定数

( $G_s = d\tau_{ocf} / d\gamma_{ocf}$ ) から式(19)を得, 「見かけの  $E_s$ 」を求める. 「見かけのポアソン比」を  $\mu$  とすると, 塑性せん断コンプライアンス・マトリックスを求めることができる. ここに  $A_g, SN$  は材料定数で,  $D_e$  は無次元化のための単位応力である.

$$G_{ocf,0} = A_g \cdot (\sigma_m / P_a)^{SN} \quad (18)$$

$$G_s = A_g \cdot \sigma_m^{SN} \cdot \left(1 - \frac{\tau_{ocf} \cdot R_f}{\tau_{ocf}}\right)^2 \quad (19)$$

さて応力増分には  $\sigma_m$  増分が含まれ, それに対する塑性圧縮増分が計算されてしまう. しかしこのモデルでは別に塑性圧縮量を計算しているのだから, その分を塑性せん断ひずみ増分から取り除く必要がある. その関係を式(20)で表した.

$$\{d\epsilon_{ij}^{ps}\} = [C_{sc}^p] \cdot \{d\sigma_{ij} - d\sigma_m\} = [C_s^p] \cdot \{d\sigma_{ij}\} \quad (20)$$

表-5 に各モデルのコンプライアンス・マトリックス等を, また表-6 に材料パラメータを示す.

図-9 は弾性と塑性せん断特性検証のために, 「 $\gamma_{ocf}^p \sim \tau_{ocf}$  関係 (実験)」とモデル (弾性+塑性せん断) による計算値を比較したものである. このモデルは軟化を扱うことはできないので, ピーク後にやや差が生じる. またモデルでは塑性せん断に伴う体積変化はないものと仮定している.

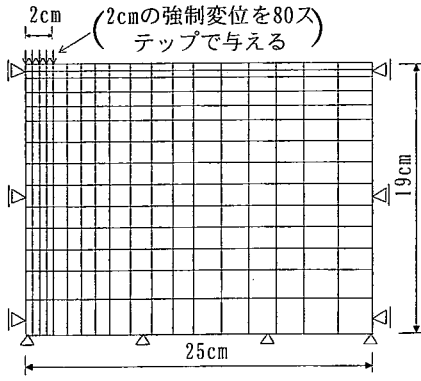


図-10 解析メッシュ図：半断面

表-7 解析に必要な処理

モデル	二重 負荷型	単一 負荷型	Duncan-Chang
地盤初期応力	$\sigma_{m0}=9.8$ (kPa)		$\sigma_{3,0}=9.8, 49.0, 98.0$ (kPa)
弾性破壊ひずみと破壊後の定数	$\gamma_{oc1f}=5\%$ , $E_f=E_0/50$ , $\nu_f=0.49$		$\epsilon_{1f}=11\%$ , $E_f=E_0/50$ , $\nu_f=0.49$

#### 4. 実験結果と解析結果の比較

##### (1) 解析条件と3つのモデル

地盤はフーチング中心に対して対称であるので、解析は半断面地盤とし、D-Cモデル、単一負荷型モデル、二重負荷型モデルのそれぞれをFEMに組み込み、平面ひずみ場で解析を行った。解析は4節点アイソパラメトリック要素を用い、要素数は252、節点数は285とした(図-10参照)。境界条件は、半断面地盤の両端では横方向変位を拘束、縦方向変位を自由、地盤底面では縦、横方向変位とも拘束とした。荷重はフーチング底面節点に鉛直方向に2cmの強制変位を80ステップに分けて与えた(解は80ステップで安定する)。また荷重点の水平方向変位を拘束し、載荷板が「粗の状態」を表現した。

表-6に材料定数を、表-7に解析に必要な処理条件を示す。また $\sigma_a$ 一定・平面ひずみ試験の破壊ひずみは2.5~5%で、載荷板下附近の応力は0.5MPa以上と推定されるので、実験結果の内最大のもの、つまり破壊ひずみを5%に選び、それ以降の $E_t$ を $E_f$ に低減した。この手法は、Duncan and Chang<sup>9)</sup>に倣ったものである。なお表-7中の「地盤初期応力」は解析に必要な処理値で、 $[-c/\tan\phi] < \sigma \leq \sigma_{m0}$ では式(5)に $\sigma_{m0}$ を代入し、さらに $\sigma \leq [-c/\tan\phi]$ では $E=E_f (=E_0/50)$ として、引張り破壊状態を表現した。D-Cモデルでは $\sigma_{3,0} \leq \sigma_3$ の応力範囲に対しては

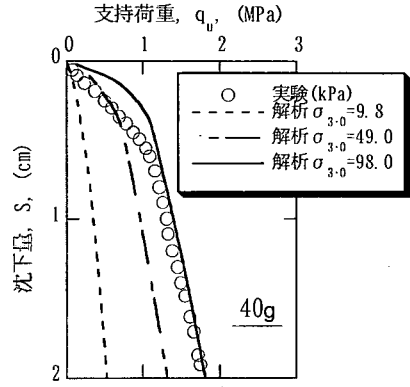


図-11 解析結果と実験結果の比較  
：D-Cモデル

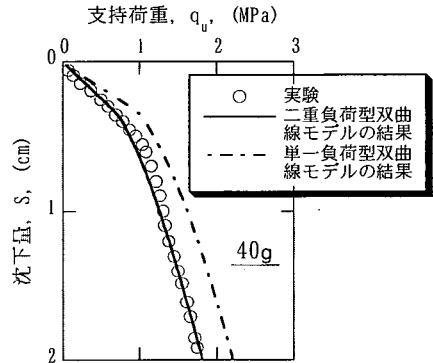


図-12 二重負荷型、単一負荷型  
モデル解析結果の比較

$E=E_{D,0} \cdot \sigma^n_{3,0}$ とし、それ以下では $E=E_f$ とした。

図-11は40g場での $q_v \sim S$ 曲線とD-Cモデルによる解析結果を比較したものである。D-Cモデルの解は地盤初期応力を3種類に変えて、実験による $q_v \sim S$ 曲線に近似させた。 $\sigma_{3,0}=98\text{kPa}$ の場合は最も近似な解を得たが、模型地盤の結果との対応がつかない。D-Cモデルを事前の支持力推定に用いることは、一般に難しい様である。

図-12は同じ実験結果に対し、単一負荷型モデル及び二重負荷型モデルの結果と比較したもので、その差は塑性圧縮を考慮しないか、したかである。解析による $q_v \sim S$ 特性はいずれもD-Cモデルの結果と比べると改善されているが、同じ沈下量に対する支持荷重は実験結果よりも大きい。なお紙面の都合上省略したが、このモデルによる $q_v \sim S$ 関係は他の加速度ではさらに実験結果と離れる。一方二重負荷型モデルによる結果は、要素試験から決めたままの材料パラメータを用いて、実験の $q_v \sim S$ 関係とほぼ一致した解析結果を得た。解析に塑性圧縮特性を導入したことで、同じ沈下量に対して見かけ上支持荷重が小さくなり、実験の関係に近似できたものと解釈している。またこの結果は、モデルに塑性圧縮特性の導入の必要性を示している。

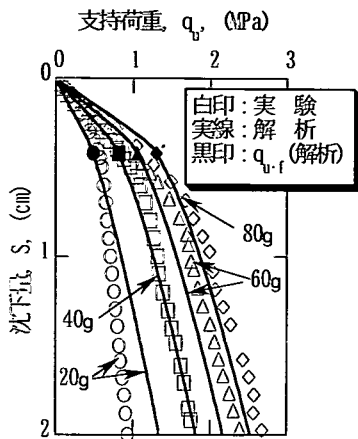


図-13 解析結果と実験結果の比較  
：二重負荷型モデル

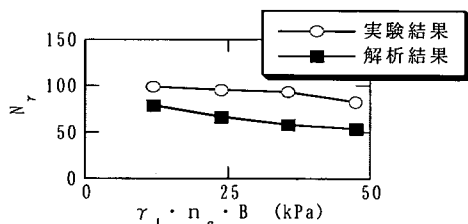


図-14  $N_r \sim \gamma_i \cdot n_g \cdot B$  関係

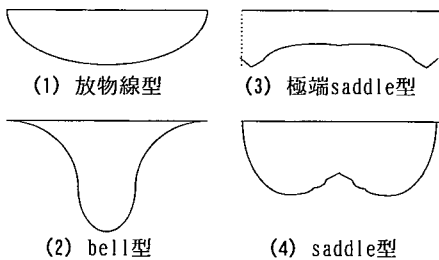


図-15 載荷板下応力分布の模式図

図-13 は 20, 40, 60, 80g 実験に対する  $q_v \sim S$  曲線と、表-5~7 に示した解析条件のもとで二重負荷型モデルによる解析結果と比較したものである。図中黒塗印は極限支持力であるが、その定義は実験の場合と同じく  $q_v \sim S$  曲線の変曲点とした。解析で実験結果をある程度は説明できてはいるが、詳細を検討すると 40g の結果を中心に、20g の結果は極限支持力後の解析による支持荷重がやや大きく、60g, 80g の結果は逆に小さく、また極限支持力は全体にやや小さくなっている。

図-14 は実験と解析結果の「 $N_r \sim \gamma_i \cdot n_g \cdot B$  関係」を示したものである。解析による極限支持力は

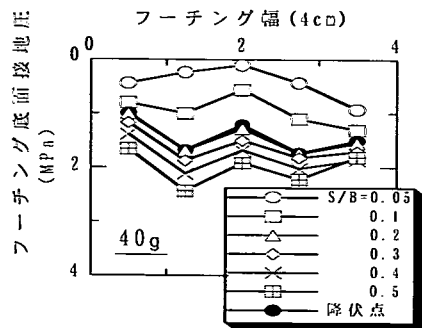


図-16 載荷板底面の土圧分布：実験

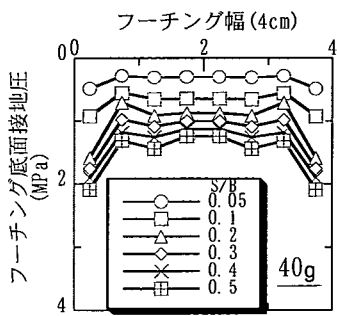
実験値に対して 80~65%とやや小さいものの、計算精度としては許容できる範囲にある。提案モデルは、せん断に伴うダイランシーを表現できない等の問題を残してはいるが、少なくとも土の塑性圧縮(平均応力が大きければ大きい程、圧縮量はふえる)と塑性せん断の両方を考慮しているので、応力レベルの違いによる支持力係数 ( $N_r$ ) の変化は表現できそうである。

## (2) フーチング底面の土圧分布

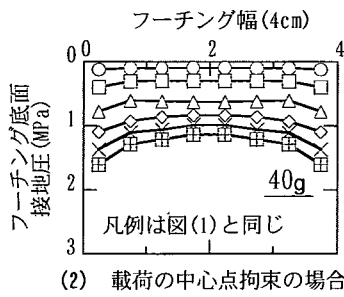
砂地盤に対するフーチング底面の応力計測は Faber<sup>27)</sup>, Bauer ら<sup>28)</sup>, Selvadurai ら<sup>29)</sup>によって、また photo-elastic 手法による底面応力の計測は Müller<sup>30)</sup>によって行なわれ、応力分布は放物線型(図-15(1))のまま拡大するものや、低応力域で bell 型応力分布(図-15(2))であったものが高応力域では放物線型(端部応力≠0)に変化するものがあることを報告している。一方 Kerr<sup>31)</sup>や Muhs<sup>32)</sup>は低応力域で saddle 型応力分布(図-15(4))であったものが、荷重が増えるにつれて放物線型に移行していくことを報告している。わが国では龍岡<sup>33)</sup>が小型ロードセルによる計測結果を、また遠心力場の計測結果を Aliban and Znidarcic<sup>34)</sup>が報告している。結局、砂地盤であっても教科書にある様な放物線型応力分布が確定している訳ではなく、一般には材料や状態、荷重段階で応力分布形が変化する、というのが結論の様である。

図-16 は遠心力実験で得られたフーチング底面の接地圧分布(40g)である。当初フーチング両端に生じる応力集中が、極限支持力以降 ( $S/B \geq 0.175$ ) は、順次中心方向へ移行する。すなわち  $S/B=0.05$  の段階でフーチング両端に応力が集中したのはその附近の地盤の破壊が進んでいなかったためと考えられ、それが  $S/B=0.1$  の段階では両端部の降伏が進み、結果として応力の大きいところがフーチング中央方向へ移動した、と解釈できる。応力の分布形は、初期に「極端な saddle 型」(図-15(3))であったものが段階を経て「saddle 型」(図-15(4))に移行し、むしろ Kerr や Muhs の結果と類似な傾向を得た。





(1) 全ての載荷点拘束の場合



(2) 載荷の中心点拘束の場合  
図-17 解析による載荷板底面の土圧分布  
：拘束条件の違い

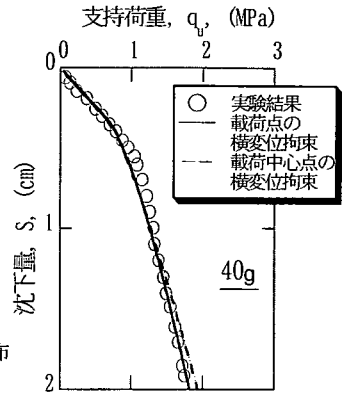


図-18  $q_u \sim S$  関係の比較  
：載荷板拘束条件

一方図-17(1)に示す解析結果は、第1段階の応力分布形 ( $S/B=0.05$ : 図中○印, 「極端な saddle 型」分布) はその段階の実験結果をある程度説明できるが、それ以降の載荷段階に対してもそのままの分布形で継続し、実験結果の傾向とはずれてくる。そこで載荷板両端部の側方移動を表現するために、載荷板中央一点だけを拘束した解析を行なった結果が図-17(2)である。載荷境界条件の変更で、載荷板両端の応力集中は緩和されるが、実験の結果を再現するまでには至らない。さらに載荷板両端付近での破壊(軟化)を表現できる様に解析手法の変更が必要であろうが、本論文の枠外と考えてここまでとした。なお図-18は載荷境界条件を変えた場合の  $q_u \sim S$  関係を示すものである。載荷境界条件の変更が  $q_u \sim S$  曲線に与える影響は、あまり大きくはない。

## 5. 結論

本研究で得られた主な結論を以下に示す。

- (1) 土の塑性圧縮特性、塑性せん断特性を独立に扱う二重負荷型双曲線モデルを提案し、比較のため塑性圧縮を考慮しない単一負荷型双曲線モデル、Duncan-Chang モデルについて、それぞれの材料コンプライアンス・マトリックス又は剛性マトリックスを示した。材料パラメータは「等方圧縮・除荷/載荷・繰返し試験」と平面ひずみ試験(D-C モデルは三軸圧縮試験)から求めた。
- (2) 遠心力場(40g)で行なった支持力実験結果に対して、3つのモデルで支持荷重( $q_u$ )~沈下量(S)曲線を求めて比較した。二重負荷型モデルでは  $q_u \sim S$  関係を表現することができた。一方、D-C モデルでは特性の表現が難しく、また単一負荷型モデルでは D-C モデルよりも改善されるものの、やはり適切な説明はできなかった。
- (3) 二重負荷型双曲線モデルを用いて 20, 40, 60, 80g 場で行なった遠心力支持力試験に対して解析し、結果を比較した。20g の解析結果は極限支持力後の支持荷重が実験のそれより大きく、また 60g, 80g の結果は小さいが、ある程度  $q_u \sim$

S 関係を説明できた。

- (4) 80g 場の実験に対する換算支持力係数  $N_r$  は 20g の  $N_r$  よりも小さい傾向を示したが、この傾向を二重負荷型モデルである程度表現できた。
- (5) 40g 場の遠心力実験で、フーチング底面下の接地圧を計測した。初期には「極端な saddle 型」の応力分布を示し、荷重の増加に伴い saddle 型分布へと移行する、という結果を得た。解析では初期段階に観察された「極端な saddle 型」分布を得たが、その分布形状が載荷終了段階まで継続し、実験結果とはずれを生じた。

## 参考文献

- 1) Prandtl, L.: Über die Harteplastischer Körper, Göttinger Nachr., Math-phys., Kl. pp. 74-85, 1920.
- 2) Hencky, H.: Ueber einige statisch-bestimmte Faelle des Gleichgewichts in platischen Körpern, Z. ang. Math. und Mech., 3-241, 1923.
- 3) Reissner, H.: Zum Erddruckproblem(The earth pressure problem), Proc., First Int. Congr. Appl. Mech., pp. 295, 1924.
- 4) Meyerhof, G. G.: An Investigation of the Bearing Capacity of Shallow Footings on Dry Sand, Proc., 2nd ICSMFE, Vol. 1, pp. 237-243, 1948.
- 5) Meyerhof, G. G.: The Ultimate Bearing Capacity of Foundations, Geotechnique, Vol. 2, pp. 301-332, 1951.
- 6) Lundgren, H., & Mortensen, K.: Determination by the Theory of Plasticity of the Bearing Capacity of Continuous Footings on Sand, The 3rd ICSMFE, Vol. 1, pp. 409-421, 1953.
- 7) Chen, W. F.: Bearing Capacity Determination by Limit Analysis, ASCE, SM6, pp. 433-449, 1973.
- 8) 鶴飼恵三: 帯基礎の支持力計算のための新たな可容速度場の提案, 土質工学論文報告集, Vol. 26, No. 2, pp. 133-142, 1986.
- 9) Duncan, J. M. and Chang, C-Y.: Nonlinear of stress and strain in soils, ASCE, SM5, pp. 1629-1653, 1970.
- 10) Majes, B. and Battelino, D.: Effect of surface reinforcing of soft soils, Proc. of 11th ICSMFE, Vol. 3, pp. 1729-1734, 1985.
- 11) Vermeer, P. A.: A Double Hardening Model for

- Sand, Geotechnique, No. 4, pp. 413-433, 1978.
- 12) Nishi, K. and Esashi, Y.: Stress-Strain Relationships of Sand Based on Elasto-Plasticity Theory, Proc. of Japanese Society of Civil Eng., No. 280, 1978.
  - 13) Lade, P.V. and Oner, M.: Elasto-Plastic Stress-Strain Model, Parameter Evaluation, and Predictions for Dense Sand, Constitutive Relations for Soils, Results of the Int. Workshop on Constitutive Relations for Soils, Balkema, pp. 159-174, 1984.
  - 14) Nordal, S., Jostad, H.P., Kavli, A., & Grande, L.: A Coulombian Soil Model Applied to an Offshore Platform, VII ICSMFE, pp. 471-474, 1989.
  - 15) 蔡敏, 望月秋利, 高橋真一: 砂の $\sigma_c$ 一定・平面ひずみ試験と二重負荷曲面を持つ構成式の検討, 土木学会論文集, No. 487/III-26, pp. 197-206, 1994.
  - 16) Harada, T. Mochizuki, A. & Kaneda, T.: Comparison of Deformation of a Fill with Results from a New Elastoplastic, Slope Stability Eng., IS-Shikoku, Balkema, pp. 831-836, 1999
  - 17) 熊潔, 望月秋利, 馬陰峰, 玉木彰: 砂地盤上の浅い基礎の支持力と地盤の変形挙動, 第46回地盤工学シンポジウム論文集, pp. 253-258, 2001.
  - 18) 望月秋利, 蔡敏, 高橋真一: 砂の平面ひずみ試験と結果の整理方法, 土木学会論文集, No. 475/III-24, pp. 99-107, 1993.
  - 19) Mochizuki, A., Mikasa, M. & Takahashi, S.: A New Independent Principle Stress Control Apparatus, Advanced Triaxial Testing of Soil and Rock, ASTM STP977, pp. 844-858, 1988.
  - 20) 望月秋利: 第7章, 砂の $c$ ,  $\phi$ ,  $N$ 値及び $c \cdot \phi$ , 土質工学会, pp. 133-161, 1992
  - 21) 望月秋利, 中島一夫: 遠心力装置による砂地盤の支持力実験(第一報), 土木学会, 第29回年度学術講演会, III-63, pp. 118-119, 1974.
  - 22) De Beer, E.E.: The Scale Effect on the Phenomenon of Progressive Rupture in Cohesionless Soils, Proc. of 6th ISMFE, Vol. II, pp. 13-17, 1965.
  - 23) Kimura, T., Kusakabe, O. & Saitoh, K.: Geotechnical Model Tests of Bearing Capacity Problems in a Centrifuge, Geotechnique, Vol. 35-1, pp. 33-45, 1985.
  - 24) Vesić, A.S.: Analysis of Ultimate Loads of Shallow Foundations, ASCE, Vol. 99, SM1, pp. 45-73, 1973.
  - 25) Steinfeld, J.S.: Scale Effect on Bearing Capacity Factor  $N_\gamma$ , The 9th ICSMFE, Vol. I, pp. 749-752, 1977.
  - 26) Hettler, A., and Gudehus, G.: Influence of the Foundation Width on the Bearing Capacity Factor, S & F, Vol. 28, No. 4, pp. 81-92, 1988.
  - 27) Faber, O.: Pressure Distribution under Bases and Stability of Foundations, The Structural Eng., The J. of Institute of Structural Eng., pp. 116-125, 1933.
  - 28) Bauer, G.E., Shields, D.H.: Normal and Shear Stress Measurements on a Strip Footing, CGJ, Vol. 16, pp. 177-189, 1978.
  - 29) Selvadurai, A.P. and Kempthorne, R.H.: Plane Strain-Contact Stress Distribution Beneath a Rigid Footing Resting on a Soft Cohesive Soil, CGJ, Vol. 17, pp. 114-122, 1979.
  - 30) Müller, G.U.: Photoelastic Determination of Contact Stresses of Foundations, J. of Geotechnical Eng., ASCE, Vol. 122, No. 8, pp. 692-696, 1996.
  - 31) Kerr, A.D.: Discussion on Photoelastic Determination of Contact Stresses of Foundation, J. of Geotechnical and Geoenvironmental Eng., ASCE, Vol. 123, No. 10, pp. 985-986, 1997.
  - 32) Muhs, H.: Discussion on Shallow Foundations and Pavements, Proc. of 6th ICSMFE, Vol. III, pp. 439-440, 1965.
  - 33) 龍岡文夫: 室内せん断試験・原位置地盤調査・安定解析・模型実験・実構造物の挙動の関連について—砂地盤上の基礎の支持力問題を例として—, わかりやすい土質力学原論, pp. 51-107, 1992.
  - 34) Aiban, S.A. & Znidarcic, D.: Centrifugal Model of Bearing Capacity of Shallow Foundations on Sands, ASCE, GE, Vol. 121, No. 10, pp. 704-712, 1995.

(2001. 5. 16 受付)

## A NEW DOUBLE LOADING MODEL AND ANALYSIS OF BEARING CAPACITY ON SAND

Jie XIONG, Akitoshi MOCHIZUKI, Xianfeng MA and Masazumi HIRATSUKA

A new model with double loading functions, one for compressive deformation and the other for shear deformation by Hyperbolic function, is proposed. Validity of this model was tested by analyzing results of bearing capacity model experiments on sand in a centrifuge under accelerations of 20, 40, 60 and 80g. It was found that loading stress-settlement relationships of the experiments were predicted using the model with slight differences. In addition, the scale effect observed in the experiments was simulated using the model. However, the stress distributions underneath the footing computed by employing the model did not coincide with that of the experiment under 40g due to ignoring softening in the model. Accuracy of the Duncan-Chang model and a single loading model were also tested. It was found that neither model was appropriate to describe the test results.