

混成堤基礎地盤の波浪応答に関する理論解析モデル

熊谷隆宏¹・Mostafa A. FODA²

¹正会員 Ph.D., 五洋建設(株) 技術研究所(〒329-2746 栃木県那須郡西那須野町四区町 1534-1)

²Sc.D., Professor, Department of Civil Engineering, University of California at Berkeley, Berkeley, CA94720, USA

防波堤および基礎地盤の波浪応答は、防波堤の耐波安定性を検討する上で非常に重要な問題である。そこで本研究では、混成堤と海底地盤の波浪応答に関する理論解析モデルを提案する。本モデルは、マウンドと海底地盤の動的挙動を表すために二相混合物理論および近似解析法をそれぞれ用いる。そして、応答問題を波浪応答モードとケーソン振動モードに分離し、これらのモードによるマウンドおよび海底地盤の応答解析を行った。すなわち、応答問題に対する最終的な解は、ケーソンに作用する外力に応じて各モード解を合成することにより得られる。ここで、マウンドおよび海底地盤の動的挙動はすべて複素フーリエ級数で表現される。本モデルの検証は、ケーソン-海底地盤およびケーソン-マウンド-海底地盤の波浪応答に関する他のモデルの計算結果との比較により行った。

Key Words: composite breakwater, poro-elastic seabed, stability of a breakwater, response of breakwater and seabed to waves, wave-seabed interaction

1. はじめに

混成防波堤の耐波安定性については、従来、ケーソンに作用する波力とケーソンの重量による抵抗より検討されてきたが、近年、液状化に代表される地盤支持力の低下を含めた検討の必要性が認識されてきた(例えば、善ら¹⁾)。それに伴い、有限要素法に代表される数値解析では、Mase et al.²⁾、間瀬ら³⁾、前野⁴⁾、水谷・Mostafa⁵⁾によって、防波堤基礎地盤の波浪応答の解析が行われている。このうち、Mase et al.²⁾は、混成堤と海底地盤の波浪応答(ケーソン-マウンド-海底地盤-波浪系)を解析するモデルを提案している。一方、理論解析では、直立堤と基礎地盤の波浪応答(ケーソン-海底地盤-波浪系)に関して、Mynett and Mei⁶⁾および Tsai et al.⁷⁾が、Mei and Foda⁸⁾の近似解析法を援用して解析を行ったが、これまで、捨石マウンドを含めた混成堤と海底地盤の波浪応答については理論的に解析されていない。そこで、本研究では、混成堤と基礎地盤の波浪応答を理論的に解析するモデルを提案する。理論解析では、捨石マウンドの形状を簡単なものに限定せざるを得ないが、本モデルは、応答系を各ケーソン振動成分に分離して解析するため、数値モデルでは評価出来ない各振動成

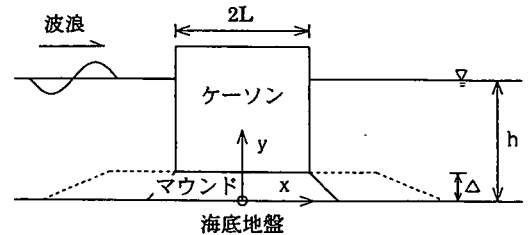


図-1 混成堤と海底地盤の波浪応答解析モデルの計算領域

分の寄与を定量的に評価できる。したがって、現象の物理的理解を容易にすることや、計算に要する時間・労力が非常に小さい等、理論解析による利点は大きい。

2. 解析手法

図-1 は、本研究で提案される応答解析モデルの計算領域を示す。ここに、 h : 静水深、 $2L$: ケーソン幅、 Δ : マウンド厚である。ケーソンの動揺による応力および間隙水圧の変動はマウンド側方部に影響しないことと、波

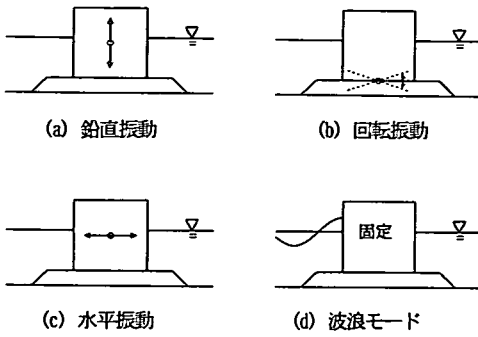


図-2 応答系の分離

動運動に基づく圧力伝播におけるマウンドの影響は小さいことを仮定して、マウンド側方を図のように省略する。ここで、マウンド先上部は1:1勾配とする。このモデルが適切かどうか判断するため、マウンド側方を考慮した数値モデルとの比較を行っている。これについては次章で述べる。

理論解析を行うにあたり、以下の仮定を用いる。

- ・外力として微小振幅重複波がケーソン前面に形成されている。
- ・ケーソンは不透水性の剛体である。また、ケーソンの滑動はないものとし、non-slip条件がケーソンとマウンドの接面で適用できる。
- ・捨石マウンドは等方性・均質性を有し、マウンド厚はケーソン幅に比較して小さい ($\Delta/L < 0.4$ 程度)。
- ・海底地盤は等方性・均質性を有する無限厚とする。
- ・捨石マウンドおよび海底地盤の応答は周期的であるとす。すなわち、残留間隙水圧は発生しない。
- ・地盤は弾性体であり、有効応力と土粒子速度にはフックの法則が成り立つ。

混成堤と基礎地盤の波浪応答において、地盤面に作用する動水圧は地盤内に直接作用し、また、波圧によって振動するケーソンはマウンドを通して間接的に海底地盤に作用する。このように複雑な応答系を理論解析するために、Tsai et al.⁷⁾ にならい、線形近似により応答問題を波浪モードとケーソン振動モードに分離する(図-2)。ここで、波浪モードでは、ケーソンは固定で、外力として波浪のみが作用すると仮定し、ケーソン振動モードでは、波浪は作用せず、外力としてケーソン振動のみが作用すると仮定する。また、ケーソン振動モードを鉛直・回転・水平振動の3成分に分離する。そして、分離した各成分に対して解を求めた後、ケーソンに作用する外力が釣り合うように波浪モードの解とケーソンの各振動モードの解を合成し、応答系の解を求める。

また、ここでは、マウンドの応答解析と海底地盤の応

答解析に分けることにより解析を行った。

マウンドの応答解析において、二相混合体理論を用いることにより、マウンド内部の物理変量は、以下の支配方程式で表される。

水粒子運動方程式

$$n\rho_w \frac{\partial u_w}{\partial t} = -n \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{n^2}{K} (u_w - u_s) \quad (1)$$

土粒子運動方程式

$$(1-n)\rho_s \frac{\partial u_s}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial y} - (1-n) \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{n^2}{K} (u_w - u_s) \quad (2)$$

連続式

$$n \frac{\partial}{\partial x} (u_w - u_s) + \frac{\partial u_s}{\partial x} + \frac{n}{\beta} \frac{\partial p}{\partial t} = -n \frac{\partial}{\partial y} (v_w - v_s) - \frac{\partial v_s}{\partial y} \quad (3)$$

ここに、 n : 間隙率、 β : 水の体積弾性率、 K : 透水係数 ($= k / \rho_w g$)、 u_w 、 u_s : 水粒子、土粒子の水平速度、 v_w 、 v_s : 水粒子および土粒子の鉛直速度、 p : 間隙水圧、 σ_{11} 、 σ_{21} : 水平有効応力、せん断応力である。

マウンド厚はケーソン幅に比較して小さいという仮定の下で、マウンド内の水粒子および土粒子の鉛直速度が鉛直方向に線形に分布すると仮定すれば、式(3)は以下のように近似できる。

$$n \frac{\partial}{\partial x} (u_w - u_s) + \frac{\partial u_s}{\partial x} + \frac{n}{\beta} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\{-w + [n\hat{v}_w + (1-n)\hat{v}_s]\}}{\Delta} \quad (4)$$

ここに、 Δ : マウンド厚、 $w(x)$: ケーソン底面の鉛直方向速度、 \hat{v}_w 、 \hat{v}_s : マウンド底部(海底地盤面)における水粒子および土粒子鉛直速度である。

式(1)および(2)は水平成分の運動方程式であり、ここでは水粒子および土粒子の鉛直成分に関する支配方程式を取り上げていない。これは、解析において、鉛直速度は鉛直に線形分布という仮定を優先するためである。

多孔質弾性体である海底地盤の応答は、Mei and Foda⁸⁾の近似解析法を採用し、非排水性の外部領域(outer region)と排水性の境界層領域(boundary-layer region)に分離して解析する。海底地盤の応答は外部領域と境界層領域の各応答解の和によって表される。

外部領域

$$\nabla^2 \underline{U}^o + C \nabla \nabla \cdot \underline{U}^o = 0 \quad (5a)$$

$$p^o = -\frac{1}{2(1+m)} (\tau_{11}^o + \tau_{22}^o) \quad (5b)$$

ここに、添字 'o' は外部領域を示し、 $\underline{U}^o = (u^o, v^o)$:

外部領域土粒子速度ベクトル (=外部領域水粒子速度ベクトル), τ_{11} , τ_{22} はそれぞれ, 水平および鉛直全応力である。また, 係数 C および m はせん断弾性係数 G を用いて次のように表わすことができる。

$$C = \frac{1}{1-2\nu_s} + \frac{\beta_s}{n_s G_s} \quad (6a)$$

$$m = \frac{n_s G_s}{\beta_s} \frac{1}{1-2\nu_s} \quad (6b)$$

外部問題は, 水相と土相で相対速度がないので, 混合一相体として, 静弾性体力学方程式の解を求める問題に帰着する。

境界層問題については, 以下のように表すことができる。

境界層領域

$$(\omega \delta^2) \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \rho(y) \frac{\partial}{\partial y} p^b \right\} = \frac{\partial p^b}{\partial t} \quad (7a)$$

$$\begin{pmatrix} \tau_{11}^b \\ \tau_{22}^b \\ \tau_{12}^b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1-2\nu_s)/(1-\nu_s) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} p^b \quad (7b)$$

ここに, δ は境界層深さ, 添字 'b' は境界層領域を示すが, 境界層領域では, Terzaghi の鉛直 1 次元圧密問題に帰着する。

海底地盤面における境界条件は,

$$\tau_{22}^+ = \tau_{22}^-; \tau_{12}^+ = \tau_{12}^-; p^+ = p^- \quad (y=0) \quad (8)$$

の海底地盤面 (海底地盤とマウンドの界面を含む) における鉛直応力およびせん断応力の連続条件と

$$(1-n^+)v_s^+ + n^+v_w^+ = (1-n^-)v_s^- + n^-v_w^-; u_s^+ = u_s^- \quad (y=0, -L \leq x \leq L) \quad (9)$$

の海底地盤とマウンドの界面における水粒子と土粒子速度の連続条件である。ここに, 添字(+), (-)は, それぞれ, 海底地盤とマウンドの境界面での上面, 下面を示す。

また, 海底地盤の無限深さにおいて解が限りなく小さくなるためには

$$F \rightarrow 0, \quad y \rightarrow -\infty \quad (10)$$

が必要である。ここに, F は任意関数 (間隙水圧, 有効応力, 水粒子および土粒子速度) である。

分離した各成分 (ケーソン振動モードの 3 成分および波浪モード) について, マウンド解析と海底地盤解析に分けることにより解析を行うことは前に述べた。ここで, マウンドの応答は, 次の 2 つの問題に分けて解析する。つまり, 海底地盤を不透水性剛体と仮定し (式(4)において $\hat{v}_w = \hat{v}_s = 0$), 海底地盤から影響を受けないものとしてマウンド解析を行う剛性地盤問題, そして剛性地盤問題の解析結果を基に, 式(4)において $w = 0$ として, マ

ウンドを弾性体と考える弾性地盤問題である。さらに, マウンドと海底地盤の相互作用はマウンドの境界条件により, マウンドの弾性地盤問題と海底地盤の基礎式を接続することにより解析する。

本理論解析は, 分離した各成分についてそれぞれの解を求め, 得られた解をケーソンに作用する外力に応じて合成することにより応答問題に対する最終的な解を求めるものであり, 以下にその解析手法を示す。

(1) ケーソン鉛直・回転振動問題

ケーソンの鉛直および回転振動はその動的挙動に類似性を持つため, 本節において同時に扱う。

周期性を持つケーソン底面の鉛直方向振動速度は, 鉛直振動

$$w(t) = W_0 e^{-i\omega t} \quad (-L \leq x \leq L) \quad (11a)$$

回転振動

$$w(x, t) = W_0' \frac{x}{L} e^{-i\omega t} \quad (-L \leq x \leq L) \quad (11b)$$

で与えられる。ここに, W_0 および W_0' はそれぞれの振動における速度振幅であり, 位相を考慮できるような複素数としている。

a) 剛性地盤問題

各振動解析において, 式(11a)および(11b)を x 方向に複素フーリエ級数展開し, 式(4)に代入する。さらに, 前に述べたように, 式(4)において, $\hat{v}_w = \hat{v}_s = 0$ とすることにより, 剛性地盤問題として扱う。このとき, 式(1), (2)および(4)の偏微分方程式は, フックの法則を用いると, 解の周期性 (角周波数: ω) を仮定することにより解析解を導くことができる。すなわち, 式(1), (2)および(4)とフックの法則を含む 6 つの偏微分方程式は 1 つの偏微分方程式に帰着でき, 例えば間隙水圧は, 複素フーリエ級数の形で

$$p^{(1)} = \sum_{j=-N}^N \left[A_{1j}^{(1)} \exp(n_j^{(1)} y) + A_{2j}^{(1)} \exp(-n_j^{(1)} y) + A_{3j}^{(1)} \right] \exp(a_j x) \quad (12)$$

で表すことができる。ただし, 周期的振動項は省略している。ここに, 添字 '(1)' は剛性地盤問題を表し, $A_{3j}^{(1)}$ および $n_j^{(1)}$ は, 偏微分方程式を解く際に現れる既知パラメータであり, 地盤物性値および振動周波数の関数となる (解の詳細は付録 (2) に示す)。 $A_{1j}^{(1)}$ および $A_{2j}^{(1)}$ は, マウンド上面および底面における non-slip 条件により定められる既知係数である。また, a_j は水平空間の分解周波数である。

有効応力や水粒子・土粒子速度等, 他の変数についても同様に, 複素フーリエ級数により表現される。解の詳細は付録 (2) に記す。

b) 弾性地盤問題

海底地盤面の鉛直速度も、ケーソン底面の鉛直振動速度と同様に、複素フーリエ級数により表現する。この時、式(4)の右辺において、 $w = 0$ (ケーソン固定) とすることにより

$$\frac{n\hat{v}_w + (1-n)\hat{v}_s}{\Delta} = \sum_{j=-N}^N B_{(j)} \exp(a_j x) \quad (13)$$

と表すことができる。ここでは、海底地盤面の変動、 \hat{v}_w および \hat{v}_s が、マウンド内の連続式に影響を与える外力となる(弾性地盤問題)。ここに、

$$\hat{v}_w = \sum_{j=-N}^N B_{1(j)} \exp(a_j x) \quad (14a)$$

$$\hat{v}_s = \sum_{j=-N}^N B_{2(j)} \exp(a_j x) \quad (14b)$$

である。 $B_{(j)}$ 、 $B_{1(j)}$ および $B_{2(j)}$ は未知のフーリエ係数である。この時、剛性地盤問題と同様に、式(1)、(2)および(4)とフックの法則を含む6つの偏微分方程式は1つの偏微分方程式に帰着でき、解析解を導くことができる。例えば、間隙水圧は

$$p^{(2)} = \sum_{j=-N}^N [A_{1j}^{(2)} \exp(n_j^{(2)} y) + A_{2j}^{(2)} \exp(-n_j^{(2)} y) + \alpha_j B_{1(j)} + \beta_j B_{2(j)}] \exp(a_j x) \quad (15)$$

で表される。ここに、添字 '(2)' は弾性地盤問題を表し、 $A_{1j}^{(2)}$ および $A_{2j}^{(2)}$ は、後に境界条件より定められる未知係数である。また、 $n_j^{(2)}$ 、 α_j および β_j は、剛性地盤問題と同様、偏微分方程式を解く際に現れる既知パラメータであり、地盤物性値および振動周波数の関数となる(解の詳細は付録(3)に示す)。有効応力や水粒子・土粒子速度等、他の変数についても同様に、複素フーリエ級数により表現する。解の詳細は付録(3)に記す。

マウンド応答は剛性地盤問題と弾性地盤問題の和で表すことができ、マウンド内間隙水圧は

$$p^{(mound)} = p^{(1)} + p^{(2)} \quad (16)$$

である。有効応力や水粒子・土粒子速度等、他の変数についても同様に表現される。

c) 海底地盤問題

外部問題の解析において、式(5a)は、複素フーリエ級数を用いて解を導くことができる。

$$u^o = \sum_{j=-N}^N \left[A_{1(j)} - \frac{A_{2(j)}}{a_j} \left(\frac{2+C}{C} - a_j i y \times (\text{sign}_{(j)}) \right) \right] \exp \left\{ a_j (x - i y \times \text{sign}_{(j)}) \right\} \quad (17a)$$

$$v^o = \sum_{j=-N}^N [-i A_{1(j)} \times (\text{sign}_{(j)}) + A_{2(j)} y]$$

$$\exp \left\{ a_j (x - i y \times \text{sign}_{(j)}) \right\} \quad (17b)$$

$$\text{sign}_{(j)} = \begin{cases} -1 & (a_j < 0) \\ +1 & (a_j > 0) \end{cases} \quad (17c)$$

ただし、 $A_{1(j)}$ および $A_{2(j)}$ は未知のフーリエ係数である。フックの法則を用いることにより、これらの解から容易に有効応力、せん断応力を導くことができる。また、得られた応力より、式(5b)を用いて間隙水圧を求める。

境界層領域については、式(7a)および(7b)を解けば良い。式(7a)は一次元拡散方程式の形であり、容易に解を導くことができる。

$$p^b = \sum_{j=-N}^N A_{3(j)} \exp \left[a_j x + \frac{1-i}{\sqrt{2}} \frac{y}{\delta} \right] \quad (18a)$$

ここで、 $A_{3(j)}$ は未知係数である。さらに式(4b)より、

$$\tau_{11}^b = \frac{2\nu_s - 1}{1 - \nu_s} \sum_{j=-N}^N A_{3(j)} \exp \left[a_j x + \frac{1-i}{\sqrt{2}} \frac{y}{\delta} \right] \quad (18b)$$

$$\tau_{22}^b = \tau_{12}^b = 0 \quad (18c)$$

海底地盤の応答は、外部問題と境界層問題の和で表される。例えば、間隙水圧は

$$P^{(seabed)} = p^o + p^b = \sum_{j=-N}^N \left[\frac{2iG}{\omega C(1+m)(1-2\nu_e)} A_{2(j)} \exp(-a_j i y \times \text{sign}_{(j)}) + A_{3(j)} \exp \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}} \frac{y}{\delta} \right) \right] \exp(a_j x) \quad (19)$$

ここに、 ν_e は等価ポアソン比で

$$\nu_e = \frac{1}{2} \left(\frac{2\nu}{1-2\nu} + \frac{\beta}{nG} \right) / \left(\frac{\nu}{1-2\nu} + \frac{\beta}{nG} \right) \quad (20)$$

である。

d) マウンド-海底地盤の接続条件

前項までに、マウンド解析と海底地盤解析に分けて解析を行い、それぞれについて解を得た。本項では、式(8)および(9)で与えられる境界条件により、未知係数を定めながらそれぞれの解を接続する。マウンドと海底地盤の応答はともにフーリエ級数で表現されるため、式(8)および(9)は、級数の各項を一致させることにより満たすことができる。例えば、間隙水圧に対して次の条件を導くことができる。

$$A_{1j}^{(1)} + A_{2j}^{(1)} + A_{3j}^{(1)} + A_{1j}^{(2)} + A_{2j}^{(2)} + \alpha_j B_{1(j)} + \beta_j B_{2(j)} = \frac{2}{C(1+m)(1-2\nu_e)} \frac{iG^{(s)}}{\omega} A_{2(j)} + A_{3(j)} \quad (21)$$

ここに、添字 '(s)' は海底地盤の成分を示し、 $-N \leq j \leq N$ である。また、マウンドの弾性地盤問題において未知係数である $B_{(j)}$ および $B_{2(j)}$ は海底地盤問題

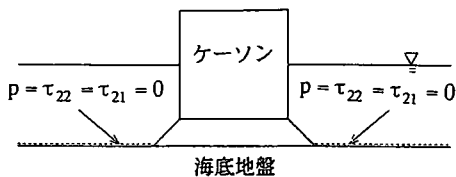


図-3 ケーソン振動モードにおける地盤表面境界条件

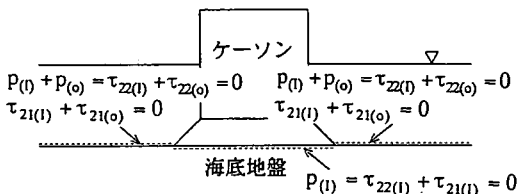


図-4 ケーソン振動モードにおける仮想外力境界条件

における未知係数 $A_{1(j)}$, $A_{2(j)}$, $A_{3(j)}$ によって次のように表される。

$$B_{(j)} = \frac{1}{\Delta} \left[-iA_{1(j)} \times (\text{sign}_{(j)}) + \frac{1-i}{\sqrt{2}} \left(\frac{\omega}{G_{(s)}} \frac{1-2\nu_{(s)}}{2(1-2\nu_{(s)})} - K_{(s)} \right) A_{3(j)} \right] \quad (22a)$$

$$B_{2(j)} = -iA_{1(j)} \times (\text{sign}_{(j)}) + \frac{1-i}{\sqrt{2}} \frac{\omega}{G_{(s)}} \frac{1-2\nu_{(s)}}{2(1-2\nu_{(s)})} A_{3(j)} \quad (22b)$$

したがって、式(21)において未知係数は、マウンド問題（弾性地盤問題）の $A_{1(j)}$, $A_{2(j)}$ および海底地盤問題の $A_{1(j)}$, $A_{2(j)}$, $A_{3(j)}$ の計5係数である。また、有効応力等、他のすべての変数についても、これらの係数によって表すことができる。従って、係数を定め、マウンド-海底地盤の接続を行うためには5つの境界条件が必要である。すなわち、間隙水圧、鉛直有効応力、せん断応力、土粒子水平速度のマウンド-海底地盤の接面における連続条件（水粒子および土粒子鉛直速度の連続条件は式(4)で考慮している）とケーソン底面におけるnon-slip条件が用いられる。境界条件を用いて未知係数を定めることにより、マウンドと海底地盤の応答が求められる。

e) 地盤表面境界条件（仮想外力の導入）

マウンド問題と海底地盤問題を接続する際、マウンドと海底地盤の接面における有効応力、間隙水圧等の連続条件を用いる。その際、マウンドの存在しない部分における境界条件を考慮していないため、応力が作用しない海底地盤表面における境界条件を満足しない。図-3はケーソン振動モードにおける地盤表面境界条件を示す。図に示す境界条件を数学的に満足させるために、仮想外力を導入する。すなわち、前項におけるマウンド-海底地盤接続解析の後、図-4に示す境界条件を満たす仮想外力

を作用させる。図中、添字(O)は前項における解析結果、(I)は仮想外力成分を示す。図に示された境界条件を示すと、

間隙水圧

$$p_{(I)}^o \Big|_{y=0} + p_{(I)}^b \Big|_{y=0} = -p_{(O)}(x) \quad (23a)$$

鉛直有効応力

$$\tau_{22(I)}^o \Big|_{y=0} + \tau_{22(I)}^b \Big|_{y=0} = -\tau_{22(O)}(x) \quad (23b)$$

せん断応力

$$\tau_{21(I)}^o \Big|_{y=0} + \tau_{21(I)}^b \Big|_{y=0} = -\tau_{21(O)}(x) \quad (23c)$$

ここで、

$$p_{(O)}(x) = \begin{cases} p_{(O)}(x) & (x < L, x > L) \\ 0 & (-L \leq x \leq L) \end{cases} \quad (24a)$$

$$\tau_{22(O)}(x) = \begin{cases} \tau_{22(O)}(x) & (x < L, x > L) \\ 0 & (-L \leq x \leq L) \end{cases} \quad (24b)$$

$$\tau_{21(O)}(x) = \begin{cases} \tau_{21(O)}(x) & (x < L, x > L) \\ 0 & (-L \leq x \leq L) \end{cases} \quad (24c)$$

である。 $p_{(O)}(x)$, $\tau_{22(O)}(x)$ および $\tau_{21(O)}(x)$ は、前項の解析結果より求められる既知変数である。これらの変数はフーリエ級数に展開可能であるため、フーリエ係数で表される次式が得られる。

間隙水圧

$$\sum_{j=-N}^N \left[\frac{2}{C(1+m)(1-2\nu_e)} \frac{iG_{(s)}}{\omega} A^{(0)2(j)} + A^{(0)3(j)} \right] \exp(a_j x) = \sum_{j=1}^N C_{1(j)} \exp(a_j x) \quad (25a)$$

鉛直有効応力

$$\frac{2iG_{(s)}}{\omega} \sum_{j=-N}^N \left[-A^{(0)1(j)} a_j + \frac{1}{1-2\nu_e} \left(-\frac{2+2C}{C} \nu_e + 1 \right) A^{(0)2(j)} \right] \exp(a_j x) = \sum_{j=1}^N C_{2(j)} \exp(a_j x) \quad (25b)$$

せん断応力

$$\frac{G_{(s)}}{\omega} \sum_{j=-N}^N \left[2A^{(0)1(j)} a_j - \left(\frac{2+2C}{C} - ia_j \times (\text{sign}_{(j)}) \right) A^{(0)2(j)} \right] \times (\text{sign}_{(j)}) \exp(a_j x) = \sum_{j=1}^N C_{3(j)} \exp(a_j x) \quad (25c)$$

ここに、 $C_{1(j)}$, $C_{2(j)}$, $C_{3(j)}$ は、 $-L \leq x \leq L$ 部をカットした $p_{(O)}(x)$, $\tau_{22(O)}(x)$, $\tau_{21(O)}(x)$, すなわち、 $p_{(O)}(x)$, $\tau_{22(O)}(x)$, $\tau_{21(O)}(x)$ をフーリエ級数展開することによって得られる既知係数である。上式において、

各級数項が一致するように未知係数 $A_{1(j)}^{(0)}$, $A_{2(j)}^{(0)}$, $A_{3(j)}^{(0)}$ を定める. 未知係数を定めた後, 仮想外力を作用させることによって, 地盤表面を含む海底地盤面の境界条件を満たすことができる.

(2) ケーソン水平振動問題

周期性を持つケーソン底面の水平方向振動速度は,

$$w_H(t) = W_0 e^{-i\omega t} \quad (-L \leq x \leq L) \quad (26)$$

で与えられる. ここに, W_0 は複素速度振幅である.

本解析では, ケーソン水平振動によるせん断作用において, 残留間隙水圧が生じないものと仮定し, 変動成分のみを対象とする弾性解析を行う. ケーソンの水平振動はケーソン底面の non-slip 条件によってマウンドに伝わり, 主にせん断応力によってマウンドから海底地盤に振動の影響が伝えられる.

a) 剛性地盤問題

ケーソンが水平振動する場合, マウンド解析における剛性地盤問題では, 水粒子および土粒子の鉛直速度と変数の水平変化勾配は微小なものとして無視することができる. 式(4)において, 鉛直速度は無いものとして $w = 0$ を代入し, さらに, 剛性地盤問題として, $\dot{v}_w = \dot{v}_s = 0$ を与えると, 式(1), (2)および(4)とフックの法則を用いて, y に関する2次の常微分方程式を得る(式の導出の詳細は付録(4)に示す). このとき, 容易に鉛直一次元解を導くことができ, 例えばせん断応力 $\sigma_{21}^{(1)}$ は,

$$\sigma_{21}^{(1)} = \sum_{j=1}^2 \sigma_{21(j)} \exp(m_j y) \quad (27)$$

で表される. ここに, $\sigma_{21(j)}$ はマウンドの上面および底面における non-slip 条件によって定められる既知係数である. 解の詳細は, 他の変数と同様に付録(4)に記す. また, 後の解析のために, 得られた解を x 方向にフーリエ展開する.

$$\sigma_{21}^{(1)} = \sum_{j=1}^2 \sum_{i=-N}^N B_{ij}^{(1)} \exp(m_j y) \exp(a_j x) \quad (28)$$

ここに, a_j は水平空間の分解周波数である.

b) 弾性地盤問題および海底地盤問題

ケーソン水平振動に対する弾性地盤問題および海底地盤問題の解析は, 付録(3)に示すように, 前節の鉛直・回転振動問題における解析と同一の手法で解析できる. すなわち, 式(4)の右辺において, $w = 0$ (ケーソン固定)とし, 弾性地盤問題として, 海底地盤面の鉛直速度を式(14a), (14b)のように複素フーリエ級数により表現することにより, 式(1), (2)および(4)とフックの法則を含む6つの偏微分方程式は解の周期性を仮定することにより, 1つの偏微分方程式に変換でき, 解析解を導くことができ

る. 弾性地盤問題において, 例えばせん断応力 $\sigma_{21}^{(2)}$ は次のように表される.

$$\sigma_{21}^{(2)} = \sum_{j=-N}^N [B_{1j}^{(2)} \exp(n_j^{(2)} y) + B_{2j}^{(2)} \exp(-n_j^{(2)} y) + \gamma_j B_{2(j)} (1 - y/\Delta)] \exp(a_j x) \quad (29)$$

ここに, $n_j^{(2)}$ および γ_j は, 前節の鉛直・回転振動問題と同様, 常微分方程式を解く際に(地盤物性値および振動周波数の関数として現れる既知パラメータである(解の詳細は付録(3)に示す). $B_{1j}^{(2)}$ および $B_{2j}^{(2)}$ は, 後に境界条件より定められる未知係数である. 水粒子・土粒子速度等, 他の変数についても同様に, 複素フーリエ級数により表現される. 解の詳細は付録(3)に記す.

前節の鉛直・回転振動成分の解析と同様に, マウンド応答は剛性地盤問題と弾性地盤問題の和で表すことができ, マウンド内せん断応力は

$$\sigma_{21(\text{mound})} = \sigma_{21}^{(1)} + \sigma_{21}^{(2)} \quad (30)$$

である. 水粒子・土粒子速度等, 他の変数についても同様に表現される.

海底地盤問題の解析も同様に, 前節のケーソン鉛直・回転振動問題における解析と同じ手法で解析できる. 海底地盤の応答は, 外部問題と境界層問題の和で表され, 例えばせん断応力は

$$\begin{aligned} \sigma_{21(\text{seabed})} &= \sigma_{21}^{(0)} + \sigma_{21}^{(b)} \\ &= \frac{G_{(s)}}{\omega} \sum_{j=-N}^N \left[2A_{1(j)} a_j - \left(\frac{2+2C}{C} - ia_j \times \text{sign} n_{(j)} \right) \times (1+y) \right] A_{2(j)} \\ &\quad \times \text{sign} n_{(j)} \exp[a_j (x - iy \times \text{sign} n_{(j)})] \end{aligned} \quad (31)$$

と表される.

c) マウンドー海底地盤の接続条件および海底地盤表面境界条件

前項までに, マウンド解析と海底地盤解析に分けて解析を行い, それぞれについて解を得た. 次のステップとして, 前節のケーソン鉛直・回転振動問題における解析にならない, 式(8)および(9)で与えられる境界条件により, 未知係数を定めながらそれぞれの解を接続する. マウンドと海底地盤の応答はともにフーリエ級数で表現されるため, 式(8)および(9)は, 級数の各項を一致させることにより満たすことができる. 例えばせん断応力に対して次の条件が導かれる.

$$\begin{aligned} &B_{1j}^{(1)} + B_{2j}^{(1)} + B_{1j}^{(2)} + B_{2j}^{(2)} + \gamma_j B_{2(j)} \\ &= \frac{G_{(s)}}{\omega} \sum_{j=-N}^N \left[2A_{1(j)} a_j - \left(\frac{2+2C}{C} - ia_j \times \text{sign} n_{(j)} \right) A_{2(j)} \right] \times \text{sign} n_{(j)} \end{aligned} \quad (32)$$

マウンドの弾性地盤問題において未知係数である $B_{(j)}$ および $B_{2(j)}$ は式(22a)および(22b)に示すように, 海底地盤問題における未知係数 $A_{1(j)}$, $A_{2(j)}$, $A_{3(j)}$ によって表さ

れる。したがって、式(32)において未知係数は、マウンド問題（弾性地盤問題）の $B_{1j}^{(2)}$ および $B_{2j}^{(2)}$ 、および海底地盤問題の $A_{1(j)}$ 、 $A_{2(j)}$ 、 $A_{3(j)}$ の計5係数である。また、有効応力等、他のすべての変数についても、これらの係数によって表すことができる。したがって、ケーソン鉛直・回転振動問題における解析と同様、間隙水圧、鉛直有効応力、せん断応力、土粒子水平速度のマウンド-海底地盤の接面における連続条件とケーソン底面におけるnon-slip条件により未知係数が定められる。

さらに、図-3に示すケーソン振動モードにおける地盤表面境界条件を満足させるために、仮想外力を適用する。すなわち、マウンド-海底地盤接続解析の後、図-4に示す境界条件を満たす仮想外力を作用させる。ケーソン鉛直・回転振動問題における解析と同様、式(25a)-(25c)の各級数項が一致するように未知係数を定めることができる。

(3) 波浪問題（ケーソン固定）

本研究では、ケーソン-マウンド-海底地盤-波浪の応答系をケーソン振動モードと波浪モードに分離して解析する手法を提案し、前節までに、ケーソン振動モード（鉛直、回転、水平振動成分）の解析を行った。そこで本節では、波浪モードの解析法について述べる。波浪モードでは、ケーソンは固定され、波浪のみが外力として作用すると考える。その際、波浪作用によって生じる動水圧が、主として間隙水圧によって地盤の自由表面より内部に伝わることでマウンドが応答する。

a) 剛性地盤問題

波浪モードにおける剛性地盤問題では、ケーソンおよび海底地盤は固定されている。つまり、マウンド内では、鉛直方向の両境界は固定されているため、鉛直速度が鉛直方向に線形分布することを仮定すると、水粒子および土粒子の鉛直速度はゼロになる。さらに、鉛直方向の両境界は固定されていることにより、土粒子水平速度の鉛直変化勾配が微小であるとする、せん断応力は微小となる。この時、式(2)においてせん断応力に関する項は無視され、全体として水平1次元解析となる。

式(4)において、ケーソンの鉛直速度は無いものとして $w = 0$ を代入し、さらに、剛性地盤問題として、 $\hat{v}_w = \hat{v}_s = 0$ を与えると、式(1)、(2)、(4)およびフックの法則から、 x に関する4次の常微分方程式を導くことができ、容易に解析解を求めることができる。例えば間隙水圧は、

$$p^{(i)} = \sum_{j=1}^4 p_{(j)} \exp(b_j x) \quad (33)$$

で表される。解の詳細は、他の変数と同様に付録(5)に記す。また、後の解析のために、得られた解を x 方向

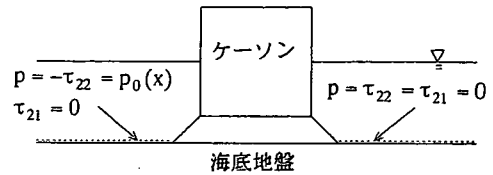


図-5 波浪モードにおける海底地盤表面境界条件

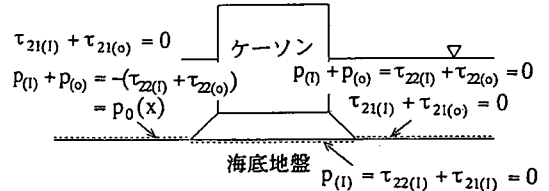


図-6 波浪モードにおける仮想外力境界条件

にフーリエ展開する。

$$p^{(i)} = \sum_{j=-N}^N C_j^{(i)} \exp(a_j x) \quad (34)$$

b) 弾性地盤問題および海底地盤問題

波浪モードに対する弾性地盤問題および海底地盤問題の解析は、ケーソン振動問題における解析と同じ手法で解析できる。弾性地盤問題において、例えば間隙水圧は式(15)で表される。他の変数と併せて、解の詳細は付録(3)に記される。マウンド応答は剛性地盤問題と弾性地盤問題の和で表し、マウンド内間隙水圧は式(16)で与える。

海底地盤問題の解析も同様に、ケーソン振動問題における解析と同じ手法で解析できる。海底地盤の応答は、外部問題と境界層問題の和で表され、例えば間隙水圧は、式(20)により表される。

c) マウンド-海底地盤の接続条件および海底地盤表面境界条件

マウンド解析と海底地盤解析に分けて解析を行った後、ケーソン振動問題における解析にならない、式(8)および(9)で与えられる境界条件により、未知係数を定めながらそれぞれの解を接続する。マウンドと海底地盤の応答はともにフーリエ級数で表現されるため、式(8)および(9)は、級数の各項を一致させることにより満たすことができる。例えば間隙水圧に対して次の条件を導くことができる。

$$\begin{aligned} & C_j^{(1)} + A_{1j}^{(2)} + A_{2j}^{(2)} + \alpha_j B_{(j)} + \beta_j B_{2(j)} \\ & = \frac{2}{C(1+m)(1-2\nu_e)} \frac{iG^{(s)}}{\omega} A_{2(j)} + A_{3(j)} \end{aligned} \quad (35)$$

式(35)における未知係数は、式(22a)と(22b)より、 $A_{1(j)}$ 、 $A_{2(j)}$ 、 $A_{3(j)}$ を用いて $B_{(j)}$ および $B_{2(j)}$ を表すことができるため、 $A_{1j}^{(2)}$ 、 $A_{2j}^{(2)}$ 、 $A_{1(j)}$ 、 $A_{2(j)}$ 、 $A_{3(j)}$ の5係数となる。有効応力等、他のすべての変数につい

でも、これらの5係数によって表すことができるため、ケーソン振動問題における解析と同様、間隙水圧、鉛直有効応力、せん断応力、土粒子水平速度のマウンドー海底地盤の接面における連続条件とケーソン底面における non-slip 条件により未知係数が定められる。境界条件を用いて未知係数を定めることにより、マウンドー海底地盤の接続を行う。

図-5 は波浪応答モードにおける海底地盤表面境界条件を示す。図に示す境界条件を数学的に満足させるために、ケーソン振動問題における解析と同様、仮想外力を導入する。すなわち、マウンドー海底地盤接続解析の後、図-6 に示す境界条件を満たす仮想外力を作用させる。ケーソン振動問題における解析と同様、式(25a)-(25c)の各級数項が一致するように未知係数を定めることができる。

(4) 分離された各成分の合成

これまで、分離された各成分に対する解析を行った。本節では、ケーソンに作用する外力に応じて解を合成することにより、応答系に対する最終的な解を求める。各成分の解を合成するためには、まず、各ケーソン振動の複素速度振幅を定めなければならぬ。そこで、各ケーソン振動解析において解が y 軸に対して対称性を持つことを考慮に入れ、ニュートンの第2法則によりケーソンの慣性力とケーソンに作用する外力を釣り合わせると次式を導くことができる。

水平方向

$$M_0 \frac{d(W_{sg} e^{-i\alpha t})}{dt} = -F_w^{(H)} + F_{sc}^{(H)} + F_{pt}^{(H)} + F_{sg}^{(H)} \quad (36a)$$

鉛直方向

$$M_0 \frac{d(W_{hv} e^{-i\alpha t})}{dt} = F_{sc}^{(V)} + F_{hv}^{(V)} \quad (36b)$$

回転

$$I_m \frac{d(W_{pt} e^{-i\alpha t})}{dt} = M_w + M_{sc} + M_{pt} + M_{sg} \quad (36c)$$

ここに、添字 'hv', 'pt', 'sg', 'sc', 'w' はそれぞれ、ケーソン鉛直、回転、水平振動成分、波浪応答(ケーソン固定)成分および波浪成分を示し、'(H)' および '(V)' はそれぞれ水平方向および鉛直方向成分を示す。W は各振動の複素速度振幅である。また、F および M はそれぞれ、力およびモーメントであり、M₀ はケーソンの質量、I_m はケーソンの質量の慣性モーメントである。

波浪成分で生じる力とモーメントは、ケーソン前面で重複波が形成されていると仮定し、微小振幅波理論により求めることができる。

$$F_w^{(H)} = \frac{p_0 \exp(-i\alpha t)}{k} (\sinh(kh) - \sinh(k\Delta)) \quad (37a)$$

$$M_w = \frac{p_0 \exp(-i\alpha t)}{k^2} \left\{ k \left[h - (l_g + \Delta) \right] \sinh(kh) - \cosh(kh) + kl_g \sinh(k\Delta) + \cosh(k\Delta) \right\} \quad (37b)$$

上式では、線形性を仮定し、2次以下の項を省略している。ここに、h : 水深、k : 波数、p₀ : 海底地盤面における動水圧振幅、l_g はケーソン底面から重心までの長さである。

波浪条件、地盤条件およびケーソン諸量が与えられたとき、式(36a)-(36c)により、ケーソン振動振幅(鉛直、回転、水平成分)を定めることができる。以下に、その手法を示す。

式(36a)-(36c)を無次元変数で表わすと、次式を導くことができる。

$$\begin{aligned} & (-i) \frac{W_{sg} L}{\varepsilon K p_0} \frac{M_0}{\rho_w L^2} (\varepsilon \rho_w K \omega) \\ & = -\frac{F_w^{(H)}}{p_0 L} + \bar{F}_{sc}^{(H)} + \frac{W_{sg} L}{\varepsilon K p_0} \bar{F}_{sg}^{(H)} + \frac{W_{pt} L}{\varepsilon K p_0} \bar{F}_{pt}^{(H)} \quad (38a) \\ & (-i) \frac{W_{hv} L}{\varepsilon K p_0} \frac{M_0}{\rho_w L^2} (\varepsilon \rho_w K \omega) = \bar{F}_{sc}^{(V)} + \frac{W_{hv} L}{\varepsilon K p_0} \bar{F}_{hv}^{(V)} \quad (38b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (-i) \frac{W_{pt} L}{\varepsilon K p_0} \frac{I_m}{\rho_w L^3} (\varepsilon \rho_w K \omega) \\ & = \frac{M_w}{p_0 L^2} + \bar{M}_{sc} + \frac{W_{pt} L}{\varepsilon K p_0} \bar{M}_{pt} + \frac{W_{sg} L}{\varepsilon K p_0} \bar{M}_{sg} \quad (38c) \end{aligned}$$

ここに、ε : Δ/L、F̄ と M̄ はそれぞれ、無次元化された力およびモーメントである。力の無次元化に際し、ケーソン振動モードでは WL²/εK (W は速度振幅)を、波浪モードでは p₀L を無次元化パラメータとしてそれぞれ用いる。モーメントの無次元化パラメータには WL³/εK (ケーソン振動モード)および p₀L² (波浪モード)をそれぞれ用いる。

このように、各振動振幅および海底面動水圧振幅を用いて無次元化を行うことにより、F̄ と M̄ は、分離した各成分に対する解析解から、既知量として求めることができる。すなわち、無次元パラメータ (W_{hv}L/εKp₀, W_{pt}L/εKp₀ および W_{sg}L/εKp₀) が式(38a)-(38c)において未知数である。このとき、3つの方程式に対して、未知数が3つであるため、各振動振幅を求めることが可能である。

各振動振幅は、位相差を考慮できる複素数である。ケーソン振動モードの各振動振幅が定められた後、各解を合成することにより応答系に対する最終的な解を求める。

表-1 仮想外力適用の妥当性検討に関する計算条件

	マウンド			海底地盤		
	$\rho_w K \omega$	$\frac{G}{\beta}$	$\frac{\beta K}{\omega L^2}$	$\rho_w K \omega$	$\frac{G}{\beta}$	$\frac{\beta K}{\omega L^2}$
ケース 1	0.01	0.1 (ψ - λ A) 1 (ψ - λ B) 10 (ψ - λ C)	100	1×10^{-4}	0.1 (ψ - λ A) 1 (ψ - λ B) 10 (ψ - λ C)	1
ケース 2	0.01	0.1 (ψ - λ A) 1 (ψ - λ B) 10 (ψ - λ C)	100	1×10^{-5}	0.1 (ψ - λ A) 1 (ψ - λ B) 10 (ψ - λ C)	0.1

3. モデルの適用

(1) 仮想外力適用の妥当性

本理論解析モデルでは、海底地盤面における自由表面部の境界条件を満足させるために、マウンド-海底地盤の接続解析の後、仮想外力を作用させている。ここでは、仮想外力の境界条件として間隙水圧および応力のみしか考慮していないため、仮想外力によりマウンド底部の海底地盤面で有意の鉛直速度が発生し、マウンド内の連続式(式(4))を満たさなくなる可能性がある。そこで本節では、テスト計算を行うことにより仮想外力のマウンドへの影響を検討する。テスト計算の条件として、実際の応答問題を代表するケースを選び、表-1に示す。

マウンド内の連続式に対する仮想外力の影響は、次式を用いて表すことができる。

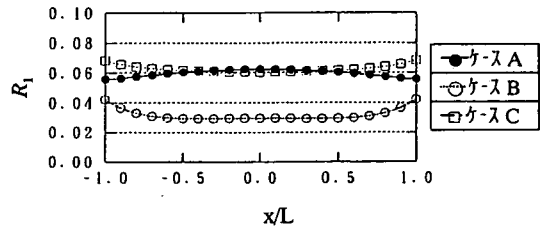
$$R_1 = \frac{|V_{img}|_{y=0}}{|W_0|} \quad (\text{ケーソン振動問題})$$

$$R_2 = \frac{|V_{img}|_{y=0}}{(P_0 \omega L / \beta)} \quad (\text{波浪問題}) \quad (39)$$

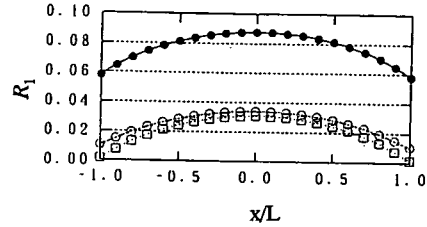
ここに、添字は仮想外力成分を示し、 $V_{img}|_{y=0}$ は、海底地盤面での水粒子および土粒子鉛直速度を用いて、

$$V_{img}|_{y=0} = [nV_w(img) + (1-n)V_s(img)]_{y=0} \quad (40)$$

で表される。つまり、 R_1 は、ケーソン振動問題において、振動速度振幅に対する仮想外力振幅の比、一方、 R_2 は、波浪問題において、ケーソン振動速度振幅に相当する速度に対する仮想外力振幅の比を表す。各分離成分解析における仮想外力のマウンドへの影響を速度比により評価

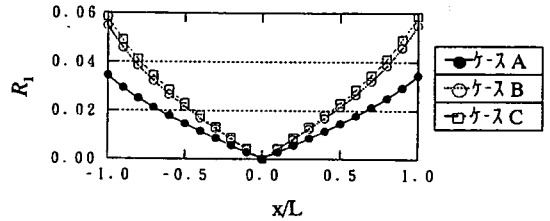


(a) ケース 1

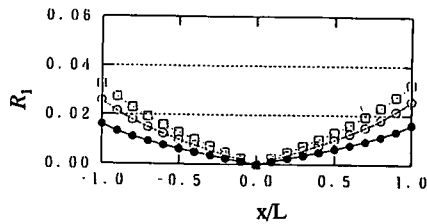


(b) ケース 2

図-7 仮想外力がマウンドに及ぼす影響 (ケーソン鉛直振動)



(a) ケース 1



(b) ケース 2

図-8 仮想外力がマウンドに及ぼす影響 (ケーソン回転振動)

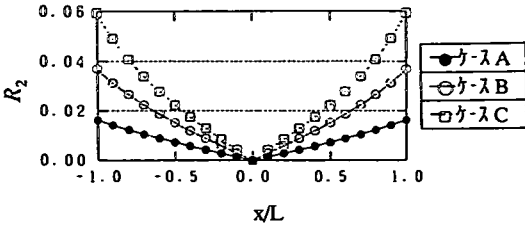
し、表-1の条件に基づく計算結果を図-7から図-10に示す。

図-7から図-9は、各ケーソン振動解析(鉛直、回転および水平振動)におけるマウンド底面の速度比: R_1 の分布を示す。これらの図において、 R_1 の値は0.09以下と非常に小さいため、ケーソン振動解析では仮想外力のマウンドへの影響は非常に小さく無視できることがわかる。これは、マウンド-海底地盤の接続条件であるマウンド内連続式(式(4))が仮想外力の影響を受けないことを意味する。

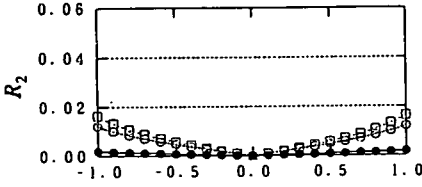
すなわち、仮想外力の適用は妥当である。図-10は、

表-2 モデル検証のための計算条件
(ケーソンおよび海底地盤の波浪応答)

	n	ν	G/β	kL
ケース 1	1/3	1/3	0.0044	2.0
ケース 2	1/3	1/3	0.0044	1.0

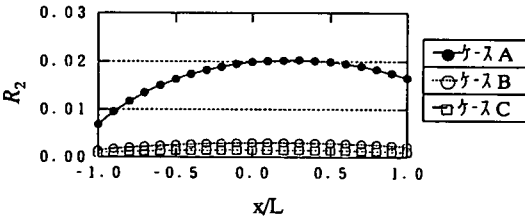


(a) ケース 1

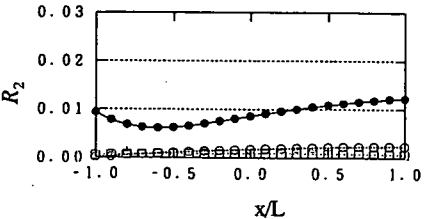


(b) ケース 2

図-9 仮想外力がマウンドに及ぼす影響
(ケーソン水平振動)



(a) ケース 1

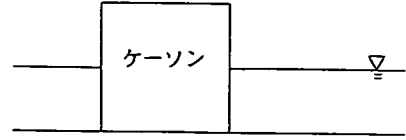


(b) ケース 2

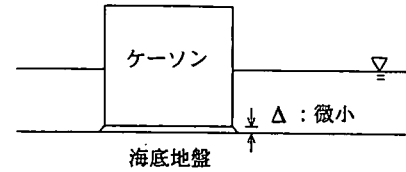
図-10 仮想外力がマウンドに及ぼす影響 (波浪モード)

波浪応答モード解析におけるマウンド底面の速度比: R_2 の分布を示す。なお、波浪条件として $kL = 0.5$ を与えた。この図において、 R_2 の値は 0.03 以下である。ケーソン振動問題と同様、仮想外力のマウンドへの影響は非常に小さく無視できるため、仮想外力の適用は妥当である。

これらの計算結果より、仮想外力の適用は妥当であることが確認された。なお、本検討では、仮想外力の妥当性について、個々のモードにおいて検討したが、実際の混成堤基礎地盤の挙動は、これらのモードの重ね合わせで表される。このとき、重ね合わせは線形的に行われるため、各モードにおいて仮想外力の影響が無視できる

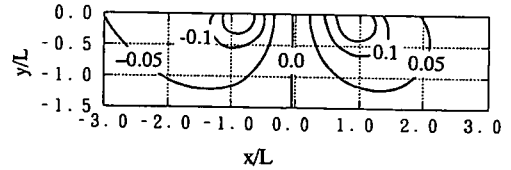


海底地盤
(a) Mynett and Mei (1982)

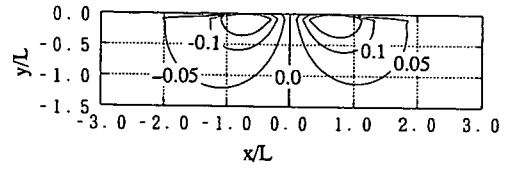


(b) 本モデル

図-11 計算領域 (ケーソンおよび海底地盤の波浪応答)



(a) Mynett and Mei (1982)



(b) 本モデル

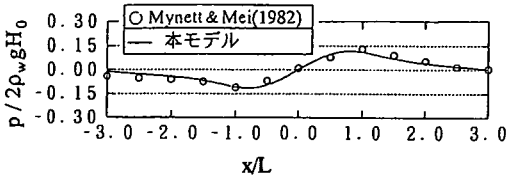
図-12 無次元間隙水圧: $p/2\rho_w g H_0$ コンター図
(ケーソンおよび海底地盤の波浪応答; ケース 1)

場合では、一般的に、これらの線形重ね合わせによっても仮想外力の影響を無視できると考えられる。

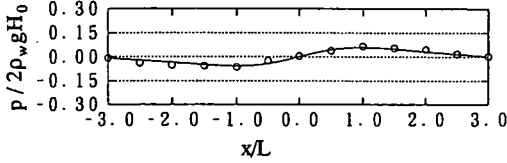
(2) モデル検証

本モデルの検証を行うために、1) ケーソンおよび海底地盤の波浪応答および、2) ケーソン、マウンドおよび海底地盤の波浪応答について検討する。

なお、解析において、水平空間の分解周波数 a_x は、計算の便を考えて、高速フーリエ変換 (FFT) の分解周波数に一致するように与える。



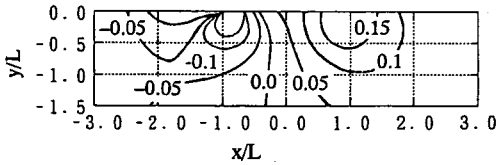
(a) $y/L = -0.5$



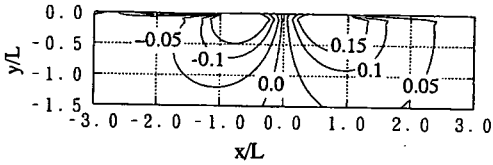
(b) $y/L = -1.0$

図 - 13 測線上無次元間隙水圧分布図

(ケーソンおよび海底地盤の波浪応答; ケース1)



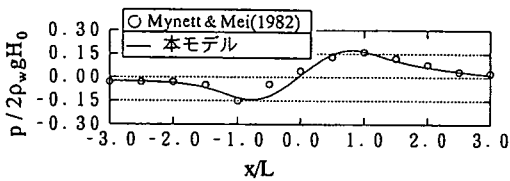
(a) Mynett and Mei (1982)



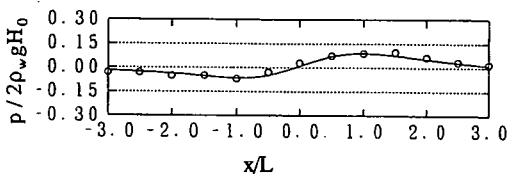
(b) 本モデル

図 - 14 無次元間隙水圧: $p / 2\rho_w g H_0$ コンター図

(ケーソンおよび海底地盤の波浪応答; ケース2)



(a) $y/L = -0.5$



(b) $y/L = -1.0$

図 - 15 測線上無次元間隙水圧分布図

(ケーソンおよび海底地盤の波浪応答; ケース2)

$$a_j = i \frac{2\eta_j}{N(\Delta x)} \quad (-N \leq j \leq N \text{ および } j \neq 0) \quad (41)$$

ここで、 $j \neq 0$ とするのは、指数関数の形式で解を保持するためである。なお、 $j = 0$ に相当するフーリエ級数の定数部は、 $j = \pm N$ のときに、与えられる。

本解析を行うにあたり、ギブスの現象が生じないように、 $N = 256$ 、 $\Delta x/L = 0.1$ を与える。

a) ケーソンおよび海底地盤の波浪応答 (マウンドなし)

本モデルは、ケーソン、マウンドおよび海底地盤の波浪応答を解析するモデルである。仮に、マウンド厚 $\Delta = 0$ とすると、式(4)の右辺は計算できない。換言すると、マウンド解析では、水粒子および土粒子鉛直速度が鉛直方向に線形分布することを仮定しているため、 $\Delta = 0$ とすると、その鉛直勾配は計算できず、連続式を満たすことはできない。したがって、本モデルでは、マウンド厚として微小値 ($\Delta/L = 0.01$ 程度) を与えることにより、ケーソンおよび海底地盤の波浪応答を近似的に解析する。ケーソンおよび無限厚海底地盤の波浪応答モデルとして、Mynett and Mei⁵⁾ が理論解析モデルを構築している。それらは、本モデルと同様、海底地盤解析に Mei and Foda⁷⁾ の近似解析法を援用したものである。ここでは、Mynett and Mei⁵⁾ の理論との比較により本モデルの検証を行った。検証のための計算領域は図-11に、また計算条件は表-2に示す。

図-12 および図-13 は、ケース1における間隙水圧の計算結果の比較を示す。これらの図において、コンター形状および測線上分布の比較はともに良好である。また本理論解析によって、ケーソン振動の各振幅は、前章で示した無次元化した速度振幅で表わすと、鉛直 4.4×10^{-1} 、回転 2.3×10^2 、水平 2.1×10^5 となることがわかった。つまり、このケースでは水平振動が卓越している。図-14 および図-15 は、ケース2における間隙水圧の計算結果の比較を示す。これらの図においても、コンター形状および測線上分布の比較は概ね良好である。またケーソン振動の各無次元速度振幅は、鉛直 3.6×10^{-1} 、回転 7.3×10^1 、水平 8.4×10^4 となり、このケースにおいても水平振動が卓越することが確認できる。

計算結果の比較により、ケーソンおよび海底地盤の波浪応答に関して、本理論解析の妥当性が確認された。

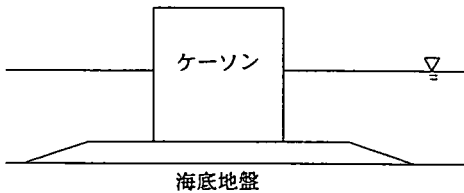
b) ケーソン、マウンドおよび海底地盤の波浪応答

Mase et al.²⁾ はケーソン、マウンドおよび海底地盤の波浪応答を数値解析するモデルを提案している。このモデルは二相混合体理論と同等なBiotの理論に基づき、有限要素法 (FEM) により応答を解析したものである。

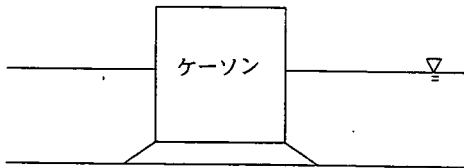
Mase et al.²⁾ による応答解析の基礎理論は本研究と同一であるため、その計算結果との比較によりモデルの検

表-3 モデル検証のための地盤条件 (ケーソン, マウンド および海底地盤の波浪応答)

	マウンド	海底地盤
n	0.25	0.28
ν	0.33	0.40
$\rho_w K \omega$	0.0628 (海底地盤応答の比較, ケース 1) 0.628 (マウンド応答の比較, ケース 2)	0.00628
G/β	12.63 (海底地盤応答の比較, ケース 1) 6.32 (マウンド応答の比較, ケース 2)	1.58
$\beta K / \omega L^2$	2.36 (海底地盤応答の比較, ケース 1) 23.6 (マウンド応答の比較, ケース 2)	0.236
ρ_w / ρ_s	0.4	—
ε	0.375	—
L/h	0.727	—



(a) Mase et al. (1994)



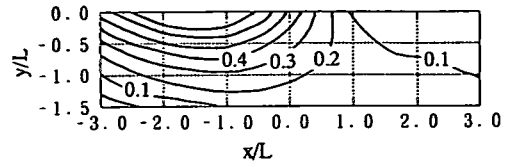
(b) 本モデル

図 - 16 計算領域

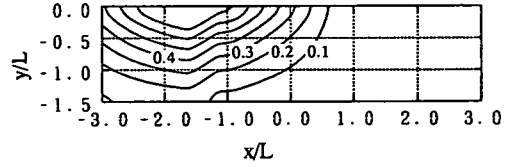
(ケーソン, マウンドおよび海底地盤の波浪応答)

証を行った。検証のための計算領域は図-16 に示す。表-3 にモデル検証のための計算条件を記す。表中, ケース 1 は海底地盤応答の比較に用いる条件, ケース 2 はマウンド応答の比較に用いる条件を示す。共に, 混成堤が砂質地盤上に設置されていることを想定している。また, 波浪条件は波高 4m, 周期 10s, 水深 11m である。

図-17 および図-18 は, 海底地盤内間隙水圧の計算結果の比較を示す。コンター形状の比較において, 低間隙水

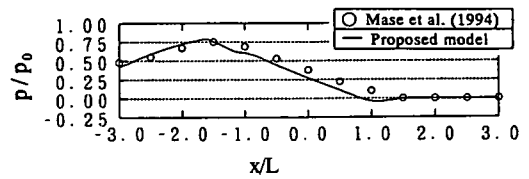


(a) Mase et al. (1994)

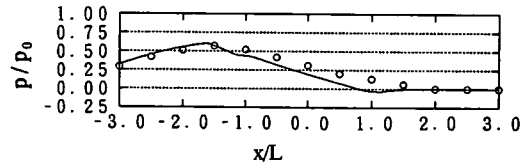


(b) 本モデル

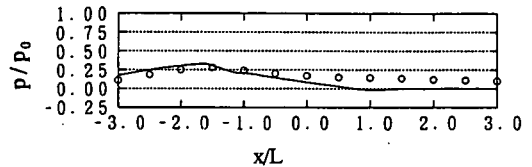
図 - 17 無次元間隙水圧: p/p_0 コンター図
(ケーソン, マウンドおよび海底地盤の波浪応答; ケース 1)



(a) $y/L = -0.25$



(b) $y/L = -0.5$



(c) $y/L = -1.0$

図 - 18 測線上無次元間隙水圧分布図
(ケーソン, マウンドおよび海底地盤の波浪応答; ケース 1)

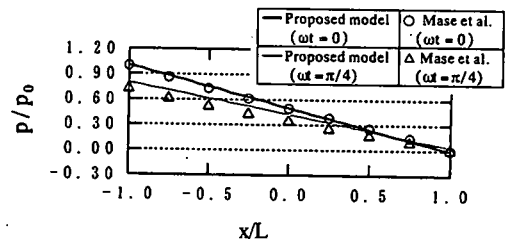


図 - 19 ケーソン底面に作用する無次元間隙水圧分布
(ケーソン, マウンドおよび海底地盤の波浪応答; ケース 2)

圧域 (おおよそ $x/L \geq 0.5$ の領域) においてコンター形状が異なる傾向にあるが、この領域は間隙水圧そのものが小さいため、誤差の絶対値は微小である。コンターの形状が異なる原因として、本モデルではマウンドの側方部を無視していることが考えられる。測線上分布の比較についても、誤差の絶対値が微小である低間隙水圧域を除き、良好である。また本理論解析によって、無次元速度振幅は、鉛直 6.0×10^{-3} 、回転 3.6×10^{-2} 、水平 3.1×10^{-2} であることがわかった。つまりこのケースでは、各ケーソン振動のうち、回転と水平振動が卓越している。

図-19 はマウンド応答の比較 (ケーソン底面に作用する間隙水圧) を示す。このケースでは、作用する間隙水圧は水平方向に線形に分布する。各時間において、ケーソン底面に作用する間隙水圧は良く一致している。

これらの計算結果の比較により、本モデルは捨石マウンド形状を単純化しているものの精度が良く、ケーソン、マウンドおよび海底地盤の波浪応答に関する簡便な理論解析モデルとして妥当であることが確認された。

4. おわりに

本研究は、混成堤と海底地盤の波浪応答に関して、マウンドと海底地盤の動的挙動を表すために二相混合体理論および近似解析法をそれぞれ用いる理論解析手法を提案した。ケーソン-海底地盤およびケーソン-マウンド-海底地盤の波浪応答に関する他のモデルの計算結果との比較により、本モデルの妥当性が確認された。また、本理論解析において、数値モデルでは容易に評価できない各ケーソン振動の寄与を評価した。その結果、ケーソン-海底地盤およびケーソン-マウンド-海底地盤のいずれの波浪応答問題においても、鉛直振動成分は、他の卓越成分に比較して寄与が非常に小さいことが確認された。

本研究の意義として、

- ① 本モデルは理論解析手法を用いるため、FEMに代表される数値解析法と比較して、計算の入出力の取扱いが容易であることに加え、計算に要する時間を大幅に短縮することができる。
 - ② 理論解析手法であるため、現象の物理的理解を容易にすることに加え、波浪、地盤物性の影響、効果を系統的に明らかにすることができる。
 - ③ 応答系をケーソンの各振動成分に分離して解析するため、数値解析モデルでは評価が容易でない各振動成分の寄与を容易に評価できる。
- が挙げられる。

なお、本理論解析において、マウンド側方部の影響を無視した形でモデル化を行った。これに関して、海底地

盤の応答を見た場合、本手法による計算結果とFEMの計算結果との比較は良好であるが、工学上、マウンド先部における海底地盤の応答は構造物の安定性を考える上で重要である。したがって、今後の課題として、側方部の影響を含めたモデル化を行い、モデルの精度を向上させることが重要である。

付録

(1) 主要記号一覧

n : 間隙率 (= n_w)

ν : ポアソン比

K : 透水係数

G : せん断弾性係数

β : 水の体積弾性率

$$\delta: \text{境界層厚} \left(= \left(\frac{KG}{\omega} \right)^{1/2} \left[\frac{nG}{\beta} + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \right]^{-1/2} \right)$$

ρ_w : 水の密度

ρ_s : 土粒子密度

Δ : マウンド厚

L : (ケーソン幅) $\times 1/2$

ε : (= Δ/L).

(2) 剛性地盤問題解析 (ケーソン鉛直・回転振動問題)

海底地盤を不透水性剛体と仮定するため、式(3)において $\hat{v}_w = \hat{v}_s = 0$ である。さらに、式(11a)または(11b)で与えられるケーソン鉛直速度を x 座標全体に複素フーリエ級数展開し、式(2-1c)に代入する。この時、マウンド内の支配方程式は以下ようになる。

水粒子運動方程式

$$n\rho_w \frac{\partial u_w^{(1)}}{\partial t} = -n \frac{\partial p^{(1)}}{\partial x} - \frac{n^2}{K} (u_w^{(1)} - u_s^{(1)}) \quad (2-1a)$$

土粒子運動方程式

$$(1-n)\rho_s \frac{\partial u_s^{(1)}}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{11}^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{21}^{(1)}}{\partial y} - (1-n) \frac{\partial p^{(1)}}{\partial x} + \frac{n^2}{K} (u_w^{(1)} - u_s^{(1)}) \quad (2-1b)$$

連続式

$$n \frac{\partial}{\partial x} (u_w^{(1)} - u_s^{(1)}) + \frac{\partial u_s^{(1)}}{\partial x} + \frac{n}{\beta} \frac{\partial p^{(1)}}{\partial x} = - \sum_{j=-N}^N W_j \exp(i_j x) \quad (2-1c)$$

ここに、式(2-1c)の右辺は、 $-w/\Delta$ をフーリエ級数展開したものである。

マウンド内では、水粒子および土粒子鉛直速度が鉛直方向に線形分布することを仮定しているため、マウンド

内水粒子および土粒子鉛直速度は以下のように与えられる。

$$v_s^{(1)} = v_w^{(1)} = \frac{wy}{\Delta} = \sum_{j=-N}^N W_j y \exp(a_j x) \quad (2-2)$$

フックの法則を用いて、有効応力を土粒子速度により与えると、

$$\frac{\partial \sigma_{11}^{(1)}}{\partial x} = \frac{2G}{1-2\nu} \left[(1-\nu) \frac{\partial u_s^{(1)}}{\partial x} + \nu \sum_{j=-N}^N W_j \exp(a_j x) \right] \quad (2-3a)$$

$$\frac{\partial \sigma_{22}^{(1)}}{\partial x} = \frac{2G}{1-2\nu} \left[\nu \frac{\partial u_s^{(1)}}{\partial x} + (1-\nu) \sum_{j=-N}^N W_j \exp(a_j x) \right] \quad (2-3b)$$

$$\frac{\partial \sigma_{21}^{(1)}}{\partial t} = G \left[\frac{\partial u_s^{(1)}}{\partial y} + \sum_{j=-N}^N W_j a_j \exp(a_j x) y \right] \quad (2-3c)$$

である。次に、全ての解が複素フーリエ級数によって表されると仮定すると、

$$\begin{pmatrix} u_w^{(1)} \\ u_s^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{j=-N}^N u'_{w(j)}^{(1)} \\ \sum_{j=-N}^N u'_{s(j)}^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{j=-N}^N u_{w(j)}^{(1)} \exp(a_j x) \\ \sum_{j=-N}^N u_{s(j)}^{(1)} \exp(a_j x) \end{pmatrix} \quad (2-4a)$$

$$\begin{pmatrix} p^{(1)} \\ \sigma_{11}^{(1)} \\ \sigma_{22}^{(1)} \\ \sigma_{21}^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{j=-N}^N p_j^{(1)} \\ \sum_{j=-N}^N \sigma'_{11(j)}^{(1)} \\ \sum_{j=-N}^N \sigma'_{22(j)}^{(1)} \\ \sum_{j=-N}^N \sigma'_{21(j)}^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{j=-N}^N p_j^{(1)} \exp(a_j x) \\ \sum_{j=-N}^N \sigma_{11(j)}^{(1)} \exp(a_j x) \\ \sum_{j=-N}^N \sigma_{22(j)}^{(1)} \exp(a_j x) \\ \sum_{j=-N}^N \sigma_{21(j)}^{(1)} \exp(a_j x) \end{pmatrix} \quad (2-4b)$$

である。このとき、式(2-a)-(2-c)の支配方程式はフーリエ級数の各項で成立させることができる。したがって、式(2-1a)-(2-1c)および(2-3a)-(2-3c)より、土粒子水平速度に関する偏微分方程式を導くことができる。

$$\frac{\partial^2 u'_{s(j)}^{(1)}}{\partial y^2} - \underline{A}_4 u'_{s(j)}^{(1)} + \underline{A}_5 \exp(a_j x) = 0 \quad (2-5)$$

ここに、

$$\underline{A}_1 = \frac{1}{n - i\rho_w K\omega}, \quad \underline{A}_2 = \frac{(1-n+n^2 \underline{A}_1) a_j}{a_j^2 n K \underline{A}_1 + i\omega/\beta}$$

$$\underline{A}_3 = \frac{W_j}{a_j^2 n K \underline{A}_1 + i\omega/\beta}$$

$$\underline{A}_4 = \frac{i\omega}{GK} \left[i(1-n)\rho_s K\omega - n^2 + \frac{iGK}{\omega} \frac{2(1-\nu)a_j^2}{1-2\nu} + n^3 \underline{A}_1 - (1-n+n^2 \underline{A}_1) a_j K \underline{A}_2 \right]$$

$$\underline{A}_5 = -\frac{i\omega}{G} \left[\frac{iG}{\omega} \frac{1}{1-2\nu} - \frac{(1-n+n^2 \underline{A}_1) K}{a_j^2 n K \underline{A}_1 + i\omega/\beta} \right] a_j W_j \quad \text{である。}$$

式(2-5)の偏微分方程式は容易に解くことができる。

$$u'_{s(j)}^{(1)} = \left[u_{s1(j)}^{(1)} \exp(\underline{A}_4^{1/2} y) + u_{s2(j)}^{(1)} \exp(-\underline{A}_4^{1/2} y) + \underline{A}_5 / \underline{A}_4 \right] \exp(a_j x) \quad (2-6)$$

ここに $u_{s1(j)}^{(1)}$ および $u_{s2(j)}^{(1)}$ は未知係数であり、境界条件により定められる。また、 $u'_{s(j)}^{(1)}$ の解が求められたとき、他の変数の各項についても解を求めることができる。

$$p'_{(j)}^{(1)} = \left\{ \underline{A}_2 \left[u_{s1(j)}^{(1)} \exp(\underline{A}_4^{1/2} y) + u_{s2(j)}^{(1)} \exp(-\underline{A}_4^{1/2} y) + \underline{A}_5 / \underline{A}_4 \right] + \underline{A}_3 \right\} \exp(a_j x) \quad (2-7a)$$

$$u'_{w(j)}^{(1)} = \underline{A}_1 \left\{ \left[n - \underline{A}_2 K a_j \right] \left[u_{s1(j)}^{(1)} \exp(\underline{A}_4^{1/2} y) + u_{s2(j)}^{(1)} \exp(-\underline{A}_4^{1/2} y) + \underline{A}_5 / \underline{A}_4 \right] - \underline{A}_3 K a_j \right\} \exp(a_j x) \quad (2-7b)$$

$$\sigma'_{11(j)}^{(1)} = \frac{iG}{\omega} \frac{2}{1-2\nu} \left[(1-2\nu) a_j \left(u_{s1(j)}^{(1)} \exp(\underline{A}_4^{1/2} y) + u_{s2(j)}^{(1)} \exp(-\underline{A}_4^{1/2} y) + \underline{A}_5 / \underline{A}_4 \right) + W_j \right] \exp(a_j x) \quad (2-7c)$$

$$\sigma'_{22(j)}^{(1)} = \frac{iG}{\omega} \frac{2}{1-2\nu} \left[\nu a_j \left(u_{s1(j)}^{(1)} \exp(\underline{A}_4^{1/2} y) + u_{s2(j)}^{(1)} \exp(-\underline{A}_4^{1/2} y) + \underline{A}_5 / \underline{A}_4 \right) + (1-\nu) W_j \right] \exp(a_j x) \quad (2-7d)$$

$$\sigma'_{21(j)}^{(1)} = \frac{iG}{\omega} \left[\underline{A}_4^{1/2} \left(u_{s1(j)}^{(1)} \exp(\underline{A}_4^{1/2} y) - u_{s2(j)}^{(1)} \exp(-\underline{A}_4^{1/2} y) \right) + W_j a_j y \right] \exp(a_j x) \quad (2-7e)$$

式(2-4b)に従い、各変数の解を得ることができる。また、未知係数である $u_{s1(j)}^{(1)}$ および $u_{s2(j)}^{(1)}$ はマウンド上面および底面におけるnon-slip条件により定めることができる。

(3) 弾性地盤問題解析

弾性地盤問題において、海底地盤面の鉛直速度が外力として作用する。式(13)を式(3)に代入し、 $w=0$ (ケーソン固定) とすると連続式は

$$n \frac{\partial}{\partial x} (u_w^{(2)} - u_s^{(2)}) + \frac{\partial u_s^{(2)}}{\partial x} + \frac{n}{\beta} \frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial x} = \sum_{j=-N}^N B_{(j)} \exp(a_j x) \quad (3-1)$$

と表すことができる。また、マウンド内では、水粒子および土粒子鉛直速度が鉛直方向に線形分布することを仮定しているため、マウンド内水粒子および土粒子鉛直速度は以下のように与えられる。

$$\begin{pmatrix} v_w^{(2)} \\ v_s^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{v}_w \\ \hat{v}_s \end{pmatrix} \left(1 - \frac{y}{\Delta} \right)$$

$$= \left(\sum_{j=-N}^N B_{1(j)} \exp(a_j x) \right) \left(1 - \frac{y}{\Delta} \right) \quad (3-2)$$

フックの法則を用いて、有効応力を土粒子速度により与えると、

$$\frac{\partial \sigma_{11}^{(2)}}{\partial t} = \frac{2G}{1-2\nu} \left[(1-\nu) \frac{\partial u_s^{(2)}}{\partial x} - \nu \sum_{j=-N}^N B_{2(j)} \exp(a_j x) \right] \quad (3-3a)$$

$$\frac{\partial \sigma_{22}^{(2)}}{\partial t} = \frac{2G}{1-2\nu} \left[\nu \frac{\partial u_s^{(2)}}{\partial x} - (1-\nu) \sum_{j=-N}^N B_{2(j)} \exp(a_j x) \right] \quad (3-3b)$$

$$\frac{\partial \sigma_{21}^{(2)}}{\partial t} = G \left[\frac{\partial u_s^{(2)}}{\partial y} + \sum_{j=-N}^N B_{2(j)} a_j \exp(a_j x) \left(1 - \frac{y}{\Delta} \right) \right] \quad (3-3c)$$

このとき、前節の解析と同様の手法を用いて弾性地盤問題の解を得ることが出来る。全ての解が複素フーリエ級数によって表されると仮定することにより、前節と同様、

$$\frac{\partial^2 u'_{s(j)}^{(2)}}{\partial y^2} - \underline{A}_4 u'_{s(j)}^{(2)} + \underline{A}_5 \exp(a_j x) = 0 \quad (3-4)$$

土粒子速度に関する偏微分方程式を得ることができる。

ここに、 \underline{A}_1 、 \underline{A}_2 および \underline{A}_4 は前節と同一である。

ただし、

$$\underline{A}_3 = - \frac{B_j}{a_j^2 n K \underline{A}_1 + i n \omega / \beta} \quad (3-5a)$$

$$\underline{A}_5 = \frac{i \omega}{G} \left[\frac{1}{\omega 1-2\nu} \frac{a_j}{\Delta} B_{2(j)} - \frac{(1-n+n^2 \underline{A}) K a_j B_{(j)}}{a_j^2 n K \underline{A}_1 + i n \omega / \beta} \right] \quad (3-5b)$$

である。

上式は、前節と同じ形の偏微分方程式であるため、同様の解を得ることができる。すなわち、

$$u'_{s(j)}^{(2)} = \left[\underline{A}_{s1(j)}^{(2)} \exp(\underline{A}_4^{1/2} y) + u_{s2(j)}^{(2)} \exp(-\underline{A}_4^{1/2} y) + \underline{A}_5 / \underline{A}_4 \right] \exp(a_j x) \quad (3-6a)$$

$$p'_{(j)}^{(2)} = \left\{ \underline{A}_2 \left[\underline{A}_{s1(j)}^{(2)} \exp(\underline{A}_4^{1/2} y) + u_{s2(j)}^{(2)} \exp(-\underline{A}_4^{1/2} y) + \underline{A}_5 / \underline{A}_4 \right] + \underline{A}_3 \right\} \exp(a_j x) \quad (3-6b)$$

$$u'_{w(j)}^{(2)} = \underline{A}_1 \left\{ \left(n - \underline{A}_2 K a_j \right) \left[\underline{A}_{s1(j)}^{(2)} \exp(\underline{A}_4^{1/2} y) + u_{s2(j)}^{(2)} \exp(-\underline{A}_4^{1/2} y) + \underline{A}_5 / \underline{A}_4 \right] - \underline{A}_3 K a_j \right\} \exp(a_j x) \quad (3-6c)$$

$$\sigma'_{11(j)}^{(2)} = \frac{iG}{\omega 1-2\nu} \left[(1-2\nu) a_j \left(\underline{A}_{s1(j)}^{(2)} \exp(\underline{A}_4^{1/2} y) \right. \right.$$

$$\left. + u_{s2(j)}^{(2)} \exp(-\underline{A}_4^{1/2} y) + \underline{A}_5 / \underline{A}_4 \right) - \frac{\nu}{\Delta} B_{2(j)} \left. \right] \exp(a_j x) \quad (3-6d)$$

$$\sigma'_{22(j)}^{(2)} = \frac{iG}{\omega 1-2\nu} \left[\nu a_j \left(\underline{A}_{s1(j)}^{(2)} \exp(\underline{A}_4^{1/2} y) + u_{s2(j)}^{(2)} \exp(-\underline{A}_4^{1/2} y) + \underline{A}_5 / \underline{A}_4 \right) - \frac{1-\nu}{\Delta} B_{2(j)} \right] \exp(a_j x) \quad (3-6e)$$

$$\sigma'_{21(j)}^{(2)} = \frac{iG}{\omega} \left[\underline{A}_4^{1/2} \left(\underline{A}_{s1(j)}^{(2)} \exp(\underline{A}_4^{1/2} y) - u_{s2(j)}^{(2)} \exp(-\underline{A}_4^{1/2} y) \right) + B_{2(j)} a_j (1-y/\Delta) \right] \exp(a_j x) \quad (3-6f)$$

である。未知係数については、海底地盤問題における未知係数と併せて、マウンド上面および底面における非-slip条件およびマウンド底面における諸量（間隙水圧、有効応力等）の連続条件より定めることができる。

(4) 剛性地盤問題解析（ケーソン水平振動問題）

水粒子および土粒子の鉛直速度、変数の水平変化勾配を無視すると、以下のマウンド内の支配方程式を導くことができる。

水粒子運動方程式

$$n \rho_w \frac{\partial u_w^{(1)}}{\partial t} = - \frac{n^2}{K} (u_w^{(1)} - u_s^{(1)}) \quad (4-1a)$$

土粒子運動方程式

$$(1-n) \rho_s \frac{\partial u_s^{(1)}}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{21}^{(1)}}{\partial y} + \frac{n^2}{K} (u_w^{(1)} - u_s^{(1)}) \quad (4-1b)$$

連続式

$$\frac{n}{\beta} \frac{\partial p^{(1)}}{\partial t} = 0 \quad (4-1c)$$

ここに、

$$\frac{\partial u_w^{(1)}}{\partial x} = \frac{\partial u_s^{(1)}}{\partial x} = \frac{\partial p^{(1)}}{\partial x} = \frac{\partial \sigma_{11}^{(1)}}{\partial x} = \frac{\partial \sigma_{12}^{(1)}}{\partial x} = \frac{\partial \sigma_{22}^{(1)}}{\partial x} = 0 \quad (4-2a)$$

$$\begin{pmatrix} v_w^{(1)} \\ v_s^{(1)} \end{pmatrix} = 0 \quad (4-2b)$$

フックの法則を用いて、有効応力を土粒子速度により与えると、

$$\frac{\partial \sigma_{11}^{(1)}}{\partial t} = \frac{2G}{1-2\nu} \left[(1-\nu) \frac{\partial u_s^{(1)}}{\partial x} + \nu \frac{\partial v_s^{(1)}}{\partial y} \right] = 0 \quad (4-3a)$$

$$\frac{\partial \sigma_{22}^{(1)}}{\partial t} = \frac{2G}{1-2\nu} \left[(1-\nu) \frac{\partial v_s^{(1)}}{\partial x} + \nu \frac{\partial u_s^{(1)}}{\partial y} \right] = 0 \quad (4-3b)$$

$$\frac{\partial \sigma_{21}^{(1)}}{\partial t} = G \left[\frac{\partial u_s^{(1)}}{\partial y} + \frac{\partial v_s^{(1)}}{\partial x} \right] = G \frac{\partial u_s^{(1)}}{\partial y} \quad (4-3c)$$

である。この時、支配方程式は y のみに関する偏微分方程式となる。式(4-1c)より容易に、

$$p^{(1)} = 0 \quad (4-4)$$

を導くことができる。また、式(4-1a)、(4-3c)、(4-1b)より、土粒子速度に関する偏微分方程式が得られる。

$$\frac{\partial^2 u_s^{(1)}}{\partial y^2} = \underline{B}_2 u_s^{(1)} \quad (4-5)$$

ここに、 $\underline{B}_2 = i \left[i(1-n)\rho_s K\omega + n^2(\underline{A}_2 - 1) \right] / (GK/\omega)$

および $\underline{A}_2 = \frac{n}{n - i\rho_w K\omega}$ である。

式(4-6)より、容易に $u_s^{(1)}$ の解を導くことができる。

$$u_s^{(1)} = u_{s(1)}^{(1)} \exp(\underline{B}_2^{1/2} y) + u_{s(2)}^{(1)} \exp(-\underline{B}_2^{1/2} y) \quad (4-6)$$

ここに、 $u_{s(1)}^{(1)}$ および $u_{s(2)}^{(1)}$ は未知係数である。

$u_s^{(1)}$ の解が得られると、式(4-3c)と(4-1a)より、せん断応力と水粒子速度の解を得ることができる。

$$\sigma_{21}^{(1)} = \frac{iG}{\omega} \left[u_{s(1)}^{(1)} \underline{B}_2^{1/2} \exp(\underline{B}_2^{1/2} y) - u_{s(2)}^{(1)} \underline{B}_2^{1/2} \exp(-\underline{B}_2^{1/2} y) \right] \quad (4-7a)$$

$$u_w^{(1)} = \underline{A}_2 \left[u_{s(1)}^{(1)} \exp(\underline{B}_2^{1/2} y) + u_{s(2)}^{(1)} \exp(-\underline{B}_2^{1/2} y) \right] \quad (4-7b)$$

未知係数 $u_{s(1)}^{(1)}$ および $u_{s(2)}^{(1)}$ は、以下に示すマウンド上面および底面のnon-slip条件により定めることができる。

$$u_s^{(1)} = w_H \quad (y = \Delta \text{ において}) \quad (4-8a)$$

$$u_s^{(1)} = 0 \quad (y = 0 \text{ において}) \quad (4-8b)$$

(5) 剛性地盤問題解析 (波浪応答モード)

ケーソンが固定で、海底地盤を不透水性剛体と仮定するため、式(1c)において $w = \hat{v}_w = \hat{v}_s = 0$ である。さらに、式(1b)においてせん断力に関する項を無視すれば以下の支配方程式が得られる。

水粒子運動方程式

$$n\rho_w \frac{\partial u_w^{(1)}}{\partial t} = -n \frac{\partial p^{(1)}}{\partial x} - \frac{n^2}{K} (u_w^{(1)} - u_s^{(1)}) \quad (5-1a)$$

土粒子運動方程式

$$(1-n)\rho_s \frac{\partial u_s^{(1)}}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{11}^{(1)}}{\partial x} - (1-n) \frac{\partial p^{(1)}}{\partial x} + \frac{n^2}{K} (u_w^{(1)} - u_s^{(1)}) \quad (5-1b)$$

連続式

$$n \frac{\partial}{\partial x} (u_w^{(1)} - u_s^{(1)}) + \frac{\partial u_s^{(1)}}{\partial x} + \frac{n}{\beta} \frac{\partial p^{(1)}}{\partial x} = 0 \quad (5-1c)$$

また、水粒子および土粒子鉛直速度はゼロである。

$$\begin{pmatrix} v_w^{(1)} \\ v_s^{(1)} \end{pmatrix} = 0 \quad (5-2)$$

このとき、フックの法則を用いて、式(5-1a)-(5-1c)の支配方程式より土粒子水平速度に関する偏微分方程式を導くことができる。

$$\frac{\partial^4 u_s^{(1)}}{\partial x^4} = \underline{C}_4 \frac{\partial^2 u_s^{(1)}}{\partial x^2} + \underline{C}_5 u_s^{(1)} \quad (5-3)$$

ここに、

$$\underline{C}_1 = \frac{1}{n - i\rho_w K\omega} \quad (5-4a)$$

$$\underline{C}_2 = \frac{iG}{\omega} \frac{2(1-\nu)}{(1-2\nu)(1-n+n^2 \underline{A}_1)} \quad (5-4b)$$

$$\underline{C}_3 = \frac{i(1-n)\rho_s K\omega - n^2 + n^3 \underline{A}_1}{K(1-n+n^2 \underline{A}_1)} \quad (5-4c)$$

$$\underline{C}_4 = \left[(1-n) + n \underline{C}_1 (n - \underline{C}_3 K) - \frac{i\omega}{\beta} \underline{C}_2 \right] (n K \underline{C}_1 \underline{C}_2)^{-1} \quad (5-4d)$$

$$\underline{C}_5 = -\frac{i\omega}{\beta} \underline{C}_3 / (K \underline{C}_1 \underline{C}_2) \quad (5-4e)$$

である。

このとき、式(5-3)の偏微分方程式は容易に解くことができる。

$$u_s^{(1)} = \sum_{j=1}^4 \left[u_{s(j)}^{(1)} \exp(b_j x) \right] \quad (5-5)$$

ここに、 $b_j = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\underline{C}_4 \pm \sqrt{\underline{C}_4^2 + 4\underline{C}_5} \right)^{1/2}$ ($j=1-4$) である。

$u_{s(j)}^{(1)}$ は未知係数であり、境界条件により定められる。また、 $u_s^{(1)}$ の解が求められた時、他の変数についても解を求めることができる。

$$p^{(1)} = -\frac{i\beta}{n\omega} \sum_{j=1}^4 u_{s(j)}^{(1)} \left[-n \underline{C}_1 \underline{C}_2 K b_j^2 + n(n \underline{A}_1 - 1 - \underline{C}_1 \underline{C}_3 K) + 1 \right] \times b_j \exp(b_j x) \quad (5-6a)$$

$$\sigma_{11}^{(1)} = \frac{iG}{\omega} \frac{2(1-2\nu)}{1-2\nu} \sum_{j=1}^4 u_{s(j)}^{(1)} b_j \exp(b_j x) \quad (5-6b)$$

$$\sigma_{22}^{(1)} = \frac{iG}{\omega} \frac{2\nu}{1-2\nu} \sum_{j=1}^4 u_{s(j)}^{(1)} b_j \exp(b_j x) \quad (5-6c)$$

$$u_w^{(1)} = \underline{C}_1 \sum_{j=1}^4 u_{s(j)}^{(1)} \left\{ -\underline{C}_2 K b_j^2 + (n - \underline{C}_3 K) \right\} \exp(b_j x) \quad (5-6d)$$

未知係数 $u_{s(j)}^{(1)}$ ($j=1-4$) は次の境界条件により定められる。

$$p^{(1)} = p_0 \quad (x = -L \text{ において}) \quad (5-7a)$$

$$p^{(1)} = 0 \quad (x = L \text{ において}) \quad (5-7b)$$

$$u_s^{(1)} = 0 \quad (x = -L \text{ において}) \quad (5-7c)$$

$$u_s^{(1)} = 0 \quad (x = L \text{ において}) \quad (5-7d)$$

ここに、式(5-7a)は、マウンドの前端部で間隙水圧が波浪動水圧に一致することを表し、式(5-7b)は、後端部で間隙水圧が消散することを表す。式(5-7c)および(5-7c)は、ケーソンが固定されていることにより、マウンド両端部で土粒子が移動しないことを表す。

参考文献

- 1) 善功企, 山崎宏之, 渡辺篤: 海底地盤の波浪による液状化および高密度化, 港研報告, 第26巻, 第4号, pp.125-180, 1987.
- 2) Mase, H., Sakai, T. and Sakamoto, M. : *Wave-induced porewater pressure and effective stresses around breakwater*, Ocean Engng, Vol. 21, No4, pp.361-379, 1994.
- 3) 間瀬肇, 川迫郁夫, 酒井哲郎: 混成堤基礎地盤の波浪応答に関する研究, 海岸工学論文集, 第38巻, pp.821-825, 1991.
- 4) 前野詩朗: 変動水圧による高飽和砂層の動的挙動と構造物災害防止に関する研究, 岡山大学博士論文, 1993.

- 5) 水谷法美, Mostafa, A. M. : 波の非線形性を考慮した混成堤基礎地盤の波浪応答に関する研究, 海岸工学論文集, 第44巻, pp.926-930, 1997
- 6) Mynett, A. E. and Mei, C. C. : *Wave-induced stresses in a saturated poro-elastic sea bed beneath a rectangular caisson*, Geotechnique 32, No.3, pp.235-247, 1982.
- 7) Tsai, Y. T., McDougal, W. G., and Sollit, C. K. : *Response of finite depth seabed to wave and caisson motion*, J. of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engng., Vol. 116, No.1, pp.1 -20, 1990.
- 8) Mei, C.C. and Foda, M. A. : *Wave-induced responses in a fluid-filled poro-elastic solid with a free surface - a boundarylayer theory*. Geophys. J. R. Astr. Soc., Vol. 66, pp. 597-631, 1981.

(2000. 4. 24受付)

ANALYTICAL MODEL FOR THE RESPONSE OF COMPOSITE-TYPE CAISSON BREAKWATER AND SEABED TO WAVES

Takahiro KUMAGAI and Mostafa A. FODA

The response of a breakwater and the underlying seabed in the presence of waves has been recognized as an important design problem in the field of harbor and coastal engineering. In this research, an analytical model is proposed for the response of a composite-type breakwater and seabed to sinusoidal standing waves. In the proposed analytical model, the problem of the response is decomposed into the wave mode, called a scattering problem, and the caisson motion mode, called a radiation problem. The model is characterized by solving each problem using a complex Fourier series technique. The model is verified, first, by comparison with an analytical solution of the simpler problem of a caisson on a seabed, and secondly, by comparing it with a finite element solution for the response of a composite-type breakwater (caisson on a rubble mound base). In both cases, the comparisons are in good agreement for pore-water pressure.