

径長比の大きいケーブルの張力と曲げ剛性の 同定

頭井 洋¹・濱崎義弘²・波田 凱夫³

¹正会員 工博 摂南大学教授 工学部土木工学科 (〒 572-8508 寝屋川市池田中町 17番 8号)

²正会員 工修 株式会社 神戸製鋼所構造技術部 (〒 657-0845 神戸市灘区岩屋中町 4-2-15)

³正会員 工博 摂南大学教授 工学部 土木工学科

長さ比べ径が大きいケーブルの張力計測を振動法により行う場合、ケーブル曲げ剛性のわずかな見積り誤差が張力計測に大きな精度低下をもたらす。そのような場合の張力と曲げ剛性の同定に、拡張カルマンフィルターによる張力同定法を応用した。現場で容易に加振できる方法として打撃加振と取り付け型加振装置の2種を用いた。取り付け型の加振装置では、ケーブルの質量に比べ加振装置の質量を無視しえない場合もあることから、新たに任意位置に付加質量を有するケーブルの固有振動数を求める振動数方程式を導き、拡張カルマンフィルターに組み込んだ。径0.0287m、長さ1.990mのより線ケーブルに対し打撃加振と取り付け型の加振装置の2種の加振方法を用いて加振実験を行い、低張力領域でも曲げ剛性と張力を精度よく同定できることを示した。

Key words : cable tension, flexural rigidity, identification, vibration method, extended Kalman filter

1. まえがき

計測した固有振動数よりケーブル張力を算定する振動法による張力計測は、その簡便さゆえに、斜張橋やニールセン橋などのケーブル構造架設の際に多用されている。筆者らは、ケーブルの曲げ剛性やサグの影響を考慮し、固有振動数から張力を算定する実用式^{1),2)}を提案している。この実用式においては、曲げ剛性を事前に求めておく必要があるが、その値を精度良く把握しておかなければ、張力の算定に影響を及ぼす場合がある。2章で詳述するが、斜張橋ケーブルのように径に比べ長いケーブルの場合は、曲げ剛性 EI の見積り精度が張力算定値に及ぼす影響は小さく、ニールセン橋の端ケーブルのように径に比べ長さが短いケーブルの場合には、曲げ剛性のわずかな見積り誤差が張力の算定値に大きく影響する。ケーブルの曲げ剛性は、事前実験により計測されることが多いが、ケーブルの種類や張力により変化するため、正確な値を求めることは難しい。

事前の曲げ剛性の見積りなしに現場における張力計測作業を行う方法として、ケーブルの曲げ剛性と張力を同時に同定する方法がある。その一つとして、振動数方程式の高次解の周期性を利用して、複数の固有振動数測定値から最小自乗法より曲げ剛性と張力を推定する方法が提案されている³⁾。また、この方法を発展させ2点間の振動伝達関数を測定してケーブルの境界

条件も含めて曲げ剛性と張力を一括算定する方法も提案されている⁴⁾。これらの方法は振動モード次数が明確な複数個の固有振動数や伝達関数を容易に計測できる場合には便利で有効な方法であるが、各振動モードでケーブルの曲げ剛性は等しいと仮定している。しかし、ケーブルの種類により各次モードの曲げ剛性は等しいとは限らない。2章に示すように、より線ケーブルの振動実験によると、ケーブルの曲げ剛性は導入張力により変化するだけでなく、低張力領域では振動次数によっても変化する。また、径に比べ長さが短いケーブルの低張力領域では高次振動モードは励起されにくく、固有振動数や振動伝達関数を複数個のモードにつき計測するのは困難である。

一方、筆者らは、拡張カルマンフィルターを用いて、ケーブルの曲げ剛性と張力を同時に同定する方法を提案している⁵⁾。この方法では、ケーブルを1次ないし2次のモード座標で低次元化したモデルで拡張カルマンフィルターを構成している。この手法を、アルミ板を用いた正弦波加振実験に適用し、その有効性を示している。さらに、現場作業を考慮してインパクトハンマーを用いた打撃加振にも適用できるように複数の振動モードを考慮した方法に拡張し、丸鋼および実ケーブルを用いた打撃加振実験を行い、本手法の実用性についても検討した⁶⁾。

架設現場におけるケーブル構造の加振方法として、打撃加振がもっとも手軽で利用しやすい。しかし、打

撃加振は、周波数当たりの加振エネルギーが小さいこと、加振力を正確に制御するのが難しく加振周波数帯域とスペクトルの任意設定はできないといった欠点も有する。したがって、太径のケーブルでは、ハンマーによる打撃加振では同定に必要な加振力を得られない場合も考えられる。

また、第2報では複数の振動モードを考慮しているが、各振動モードでケーブルの曲げ剛性は等しいと仮定している。前述したように各次モードの曲げ剛性は等しいとは限らない。

そこで、本研究では、特定の振動数の正弦波加振が可能なケーブルに直接取り付けできる小型の電力駆動モータ方式加振装置を試作した。加振装置の質量はケーブル質量に比べ無視しえない場合もあることから、新たに任意位置に付加質量を有するケーブルの固有振動数を求める振動数方程式を導き、拡張カルマンフィルターに組み込んだ。導いた付加質量を有するケーブルの振動数方程式の解と有限要素法による数値解析結果との比較により、振動数方程式の妥当性を確認し、付加質量の大きさと取り付け位置がケーブルの固有振動数に及ぼす影響を明らかにする。そして、径0.0287m、長さ1.990mのPC鋼より線ケーブルに対し打撃加振と取り付け型の加振装置の2種の加振方法を用いて加振実験を行い、径長比の大きい($D/\ell > 0.01$)ケーブルの低張力領域における張力と曲げ剛性の同時同定を低次振動モードに着目して行い、同定精度を検討した。境界条件は両端固定とした。

2. ケーブル曲げ剛性の導入張力による変化と固有振動特性

まず、振動法における張力実用算定式において、曲げ剛性の見積り精度が張力推定誤差に及ぼす影響を検討した結果を図-1に示す。ここで、ケーブル曲げ剛性とは、軸方向に均等とみなした等価なりの曲げ剛性を指す。素線間のすべりにより、平面保持を満足する場合の充実断面の理論曲げ剛性に比べ小さくなる。縦軸は、曲げ剛性の見積り誤差がある場合の算定張力 T を正解値で除した値を、横軸は張力実用算定式で使用している無次元パラメータ $\xi = \sqrt{T/EI} \cdot \ell$ を表している (T :張力, EI :曲げ剛性, ℓ :ケーブル長さ)。無次元パラメータ ξ は、その値が小さいほど力学特性がはりに近く、値が大きくなるにしたがい力学特性が弦に近づくことを示す²⁾。

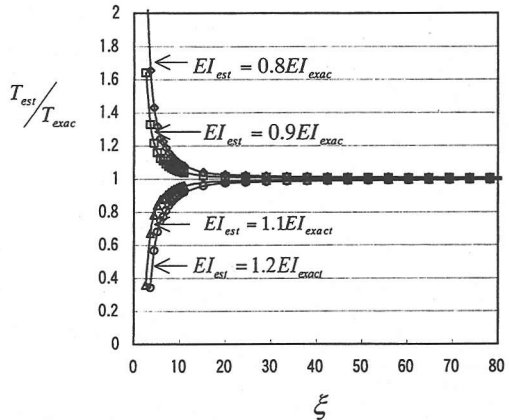


図-1 曲げ剛性算定精度が張力推定値に及ぼす影響

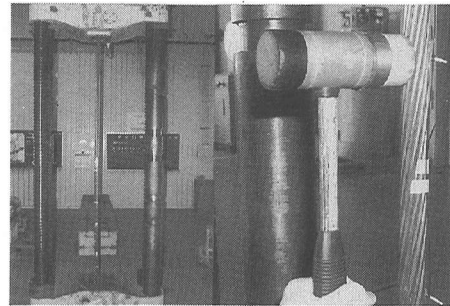
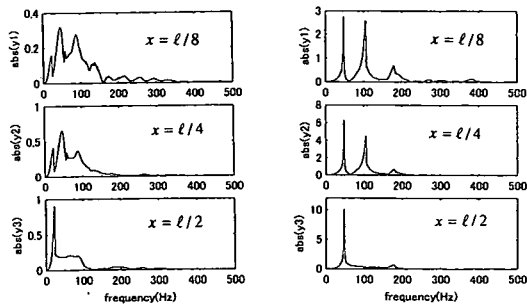


写真-1 試験機に取り付けたケーブルとハンマー打撃状況

図-1より、 ξ が 20 以上、すなわち力学特性が弦に近い場合は、曲げ剛性 EI が実際の EI の $\pm 10\%$ の誤差を含む場合でも、張力の算定値の誤差は 1% 以内になり、 EI の見積り誤差の影響は小さい。しかし、力学特性がはりに近い $\xi < 10$ の場合には、曲げ剛性の見積り誤差がわずかであっても張力の算定値に大きな誤差をもたらす。規模にもよるが、ニールセン橋の端ケーブルではほとんどの場合、 $\xi < 10$ となる。

導入張力や振動モード次数によるケーブル曲げ剛性の変化を調べるため、径0.0287m、長さ1.990m ($D/\ell = 0.0144$) のPC鋼より線ケーブル(公称断面積: 532.4mm², 単位質量: 4229kg/m, 引張強さ: $\sigma_{max} = 1780\text{N/mm}^2$ 以上)を用いて、加振実験を実施した。写真-1に実験状況を示す。ケーブルを100トン万能試験機に取り付けて、張力を10kN、20kN、50kN、100kNの4段階に変化させてケーブルをハンマーで打撃加振し、ケーブルに固定した加速度ピックアップにより振動加速度を計測した。張力



(a) $T = 10\text{kN}$ (b) $T = 100\text{kN}$

図-2 打撃加振の応答周波数分析結果

表-1 打撃加振より求めた固有振動数と推定した曲げ剛性

張力 (kN)	振動モード 次数	固有振動数 (Hz)	推定曲げ剛性 ($\text{N}\cdot\text{m}^2$)
10	1	21.9	1600
	2	50.1	1300
	3	89.8	1200
20	1	28.0	2200
	2	62.5	1800
	3	113	1800
50	1	37.1	2600
	2	86.6	2900
	3	156	3000
100	1	48.0	2800
	2	105	3000
	3	178	3000

10kN, 20kN, 50kN, 100kN は、それぞれ、引張強さ σ_{max} に対する応力比として無次元表示すると $0.0106 \sigma_{max}$, $0.0212 \sigma_{max}$, $0.0530 \sigma_{max}$, $0.106 \sigma_{max}$ に相当する。加速度ピックアップはケーブルの $\ell/2$ 点, $\ell/4$ 点, $\ell/8$ 点の合計3カ所に取り付けた。

図-2 (a),(b) には、それぞれ張力が 10kN, 100kN のときの周波数分析結果を示す。打撃位置はいずれも $\ell/4$ 点でフィルターは通していない生データの分析結果である。

図-2 (a) の張力が小さい 10kN の場合、モード次数が明瞭なものは3次モードまでの低次モードで4次以上の高次モードになると卓越周期近傍でなだらかな応答特性になっている。一方、張力が大きい 100kN の図-2 (b) の場合、3次モード以下の低次モードの卓越周期近傍で急峻な周波数応答特性を有している。今回の実

表-2 推定した曲げ剛性より求めた無次元パラメータ ξ

張力 (kN)	推定曲げ剛性 ($\text{N}\cdot\text{m}^2$)	無次元パラメータ $\xi = \sqrt{T/EI} \cdot \ell$
10	1600	4.98
20	2200	6.00
50	2600	8.73
100	2800	11.9

験ではハンマーヘッドが比較的柔らかいせいで、200Hz以上では加振力の高周波成分も小さく、励起されている4次モード以上の応答成分も小さい。ハンマーヘッドを硬くすれば、4次モード以上の高次モードもある程度励起されると思われるが、径に比べ長さが短いケーブルの低張力領域では、高次モードは励起されにくい。打撃加振より求めた固有振動数、および固有振動数と導入張力を張力実用算定式に代入して推定した曲げ剛性を表-1 に示す。表-1 より、張力が小さいほど曲げ剛性は小さく、張力が 10kN の1次モード振動時の曲げ剛性は張力が 100kN の場合の半分近くになることがわかる。また、張力が小さい場合は1次モード振動時に比べ2次や3次モード振動の曲げ剛性は小さくなる傾向があるのに対し、張力が大きくなると、逆に2次や3次モード振動の曲げ剛性は1次モード振動に比べ大きくなる傾向がある。ただ、張力が小さい場合は2次および3次モードは卓越周期近傍でなだらかな周波数応答特性を有していること、さらに振動加速度の計測位置により卓越振動数がわずかながら異なることから、固有振動数を決めづらいという問題もある。

1次モードの推定した曲げ剛性から求めた各導入張力における無次元パラメータ $\xi = \sqrt{T/EI} \cdot \ell$ の値を表-2 に示す。表-2 より、実験に用いたケーブルの場合、張力が 50kN より小さい領域で、曲げ剛性の見積り誤差が張力の算定値に大きく影響する $\xi < 10$ となっている。

3. 任意位置に付加質量を有するケーブルの振動数方程式と同定式

(1) 振動数方程式

図-3 に示す任意位置に付加質量を有するケーブルを、長さ方向に一定の曲げ剛性を有し導入張力 T のはりとみなした時の振動モードの一般解は

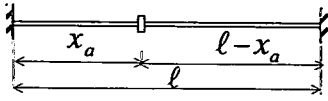


図-3 任意位置に付加質量を有するケーブル

$$\left. \begin{aligned} \phi_1(x) &= C_1 \sin(\alpha x) + C_2 \cos(\alpha x) \\ &\quad + C_3 e^{-\beta x} + C_4 e^{\beta x} \\ \phi_2(x) &= D_1 \sin(\alpha(\ell - x)) + D_2 \cos(\alpha(\ell - x)) \\ &\quad + D_3 e^{-\beta(\ell - x)} + D_4 e^{\beta(\ell - x)} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

で与えられる^{4),7)}。図-3に示したように、付加質量の取り付け位置を左端より x_a とする。式(1)の $\phi_1(x)$ は $0 \leq x \leq x_a$ の範囲に対する式を表し、 $\phi_2(x)$ は $x_a \leq x \leq \ell$ の範囲に対する式を表す。式(1)で α, β はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} \alpha^2 &= (\zeta^4 + \gamma^4)^{1/2} - \zeta^2 \\ \beta^2 &= (\zeta^4 + \gamma^4)^{1/2} + \zeta^2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

を表す。ここに、 m を単位長さ当たりのケーブル質量、 ω を固有円振動数として、

$$\zeta^2 = \frac{T}{2EI}, \quad \gamma^4 = \frac{m\omega^2}{EI}$$

である。式(1)の C_1, C_2, \dots, D_4 は境界条件と $x = x_a$ における連続条件より決定される積分定数である。

$x = x_a$ における連続条件は式(3)で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \phi_1(x_a) &= \phi_2(x_a), \quad \phi_1'(x_a) = \phi_2'(x_a) \\ EI\phi_1''(x_a) &= EI\phi_2''(x_a) + I_\varphi\omega^2\phi_2 \\ EI\phi_1'''(x_a) &= EI\phi_2'''(x_a) + M\omega^2\phi_2 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここに、 M, I_φ はそれぞれ付加質量の質量と慣性モーメントである。両端 ($x = 0, x = \ell$) で完全固定としての境界条件 ($\phi = \phi' = 0$) と式(3)の連続条件および積分定数のすべてが零とはならない条件を用いると、

次の振動数方程式が得られる。

$$\begin{aligned} &4(1 + \mu^2) - 2 \frac{(1 - \mu^2)(1 + \mu^2)sa \, shb}{\mu} - 4(1 + \mu^2)ca \, chb \\ &+ b \left(-4\mu \, sax_a \, chbx_a + 4cax_a \, shbx_a \right. \\ &\quad - 4\mu \, sa(1 - \bar{x}_a) \, chb(1 - \bar{x}_a) \\ &\quad + 4ca(1 - \bar{x}_a) \, shb(1 - \bar{x}_a) \\ &\quad \left. - 2 \frac{(1 - \mu^2)sa \, chb}{\mu} + \frac{(1 + \mu^2)su \, chb}{\mu} - (1 + \mu^2)ca \, shb \right. \\ &\quad \left. + \frac{(1 + \mu^2)sa \, chb(2\bar{x}_a - 1)}{\mu} \right) \bar{M} \\ &+ b^3 \left(4 \frac{sa\bar{x}_a \, chbx_a}{\mu} + 4cax_a \, shbx_a \right. \\ &\quad + 4ca(1 - \bar{x}_a) \, shb(1 - \bar{x}_a) \\ &\quad + 4 \frac{sa(1 - \bar{x}_a) \, chb(1 - \bar{x}_a)}{\mu} - \frac{(3 - \mu^2)sa \, chb}{\mu} \\ &\quad + \left(\frac{1}{\mu^2} - 3 \right) ca \, shb - \left(1 + \frac{1}{\mu^2} \right) ca(2\bar{x}_a - 1) \, shb \\ &\quad \left. - \frac{(1 + \mu^2)sa \, chb(2\bar{x}_a - 1)}{\mu} \right) \bar{M} \bar{I}_\varphi \\ &+ b^4 \left(-8 \frac{1}{(1 + \mu^2)^2} + 4 \frac{(1 - \mu^2)sa\bar{x}_a \, shbx_a}{\mu(1 + \mu^2)^2} \right. \\ &\quad + 4 \frac{(1 - \mu^2)sa(1 - \bar{x}_a) \, shb(1 - \bar{x}_a)}{\mu(1 + \mu^2)^2} + 8 \frac{ca\bar{x}_a \, chbx_a}{(1 + \mu^2)^2} \\ &\quad + 8 \frac{ca(1 - \bar{x}_a) \, chb(1 - \bar{x}_a)}{1 + \mu^2} - 2 \frac{(1 - \mu^2)su \, shb}{\mu(1 + \mu^2)^2} \\ &\quad - 4 \frac{ca \, chb}{1 + \mu^2} - \left(1 + \frac{1}{\mu^2} \right) sax_a \, sa(1 - \bar{x}_a) \, chb \\ &\quad - 4 \frac{ca(2\bar{x}_a - 1) \, chb(2\bar{x}_a - 1)}{1 + \mu^2} \\ &\quad + \left(1 + \frac{1}{\mu^2} \right) sax_a \, sa(1 - \bar{x}_a) \, chb(2\bar{x}_a - 1) \\ &\quad \left. - 2 \frac{(1 - \mu^2)sa(2\bar{x}_a - 1) \, shb(2\bar{x}_a - 1)}{\mu(1 + \mu^2)} \right) \bar{M}^2 \bar{I}_\varphi = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

ここに、 $\bar{M} = M/(m\ell)$ 、 $\bar{I}_\varphi = I_\varphi/(M\ell^2)$ 、 $\mu = \beta/\alpha$ である。また、式(4)は $\bar{x} = x/\ell$ 、 $\bar{\alpha} = \alpha/\ell$ 、 $\bar{\beta} = \beta/\ell$ とおいて無次元化表示しており、 $sa = \sin \bar{\alpha}$ 、 $ca = \cos \bar{\alpha}$ 、 $shb = \sinh \bar{\beta}$ 、 $chb = \cosh \bar{\beta}$ 、 $sax_a = \sin \bar{\alpha}\bar{x}_a$ 、 $cax_a = \cos \bar{\alpha}\bar{x}_a$ 、 $shbx_a = \sinh \bar{\beta}\bar{x}_a$ 、 $chbx_a = \cosh \bar{\beta}\bar{x}_a$ 、 $sa(1 - \bar{x}_a) = \sin \bar{\alpha}(1 - \bar{x}_a)$ 、 $ca(1 - \bar{x}_a) = \cos \bar{\alpha}(1 - \bar{x}_a)$ 、 $shb(1 - \bar{x}_a) = \sinh \bar{\beta}(1 - \bar{x}_a)$ 、 $chb(1 - \bar{x}_a) = \cosh \bar{\beta}(1 - \bar{x}_a)$ 、 $sa(2\bar{x}_a - 1) = \sin \bar{\alpha}(2\bar{x}_a - 1)$ 、 $ca(2\bar{x}_a - 1) = \cos \bar{\alpha}(2\bar{x}_a - 1)$ 、 $shb(2\bar{x}_a - 1) = \sinh \bar{\beta}(2\bar{x}_a - 1)$ 、 $chb(2\bar{x}_a - 1) = \cosh \bar{\beta}(2\bar{x}_a - 1)$ を意味する。

式(4)で $\bar{M} = \bar{I}_\varphi = 0$ とおけば、付加質量が無い場合の振動数方程式と一致する¹⁾。式(4)を解けば、任意位置 x_a に付加質量を有するケーブルの固有円振動数 ω が計算できる。振動モードは、固有円振動数 ω に対応する積分定数を求め式(1)に代入すれば計算できる。

(2) モード座標で表した運動方程式と拡張カルマンフィルターによる同定式

前節で示した振動数方程式を解いて n 次モードの固有円振動数と対応する振動モードを得た後は、前報に示した方法と同様に、Rayleigh 型の減衰を仮定し、モー

ド間の直交性を利用するとモード座標 q_n で表した運動方程式 (5) が得られる^{5),6)}.

$$\ddot{q}_n + 2\zeta_n\omega_n\dot{q}_n + \omega_n^2q_n = \frac{p_n(t)}{m_n} \quad (5)$$

ここに、 ζ_n は n 次モードの減衰定数、 ω_n は n 次モードの固有円振動数、また

$$m_n = \int_0^l \phi_n^2(x) m dx \quad (6)$$

$$p_n(t) = \int_0^l \phi_n(x) p(x, t) dx \quad (7)$$

と表せ、 m_n はモード形 $\phi_n(x)$ に関するケーブルの一般化質量、 $p_n(t)$ はモード形 $\phi_n(x)$ に関する一般化外力である。

無次元パラメータ ξ が大きい場合は、弦の n 次の固有振動数で、また、 ξ が小さい場合は張力を無視した両端固定はりの n 次の固有振動数で除した無次元振動数を用いて、式 (5) を書き換える^{5),6)}。カルマンフィルタを適用するために、書き換えた運動方程式を1階の微分方程式である状態方程式に変換し、その解を微小時間刻み Δt で離散化表示すると時間ステップ i における状態量を既知として、 Δt 秒後の $(i+1)$ ステップの状態量を求める予測式すなわちカルマンフィルタの時間更新の式が得られる^{5),6)}。

状態方程式に含まれる未知パラメータを同定するために状態量の中に未知パラメータを含む拡大した状態量を導入し、ケーブルの変位や速度の観測値よりなるベクトルと状態量とを関係づける方程式と推定状態量の誤差を最小にする条件より観測更新の式が得られ、時間更新の式と合わせて拡張カルマンフィルタによる同定式が誘導できる^{5),6)}。任意次数のモードを複数個重ね合わせた同定も可能であるが⁶⁾、今回は特定の振動モードごとの曲げ剛性を同定するため、加振力と応答値ともに事前にバンドパスフィルターを通して特定の振動モードのみに着目した同定を行う⁵⁾。

4. 径長比の大きいより線ケーブルを用いた加振実験と同定結果

写真-1 に示した実験と同じ径 0.0287m、長さ 1.990m のより線ケーブルを用いて、張力を 10kN、20kN、50kN、100kN の4段階に変化させてケーブルをインパクトハンマーで打撃加振した場合と本章(2)節に示す取り付け型加振器による正弦波加振の2種の加振実験を行った。

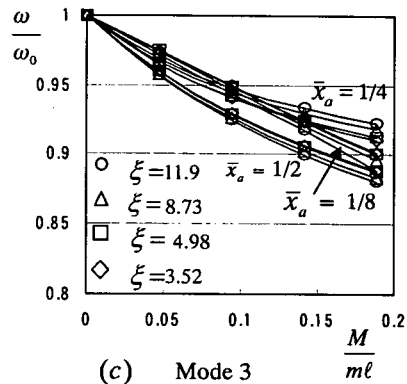
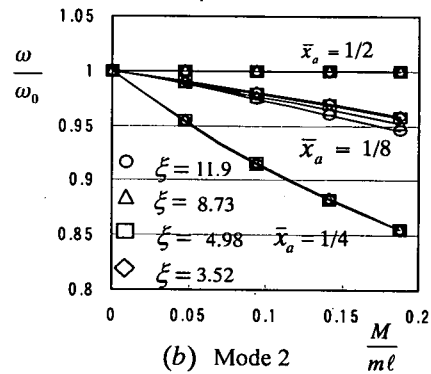
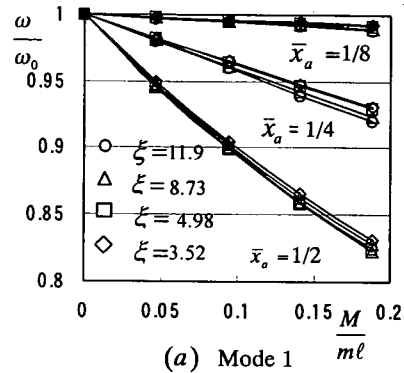


図-4 付加質量による固有振動数の低下

(1) 付加質量が固有振動数に及ぼす影響

実験用ケーブルと同じ諸元を用いて、付加質量の大きさと取り付け位置を変化させて、低次(1,2,3)次の固有振動数を式(4)に示した振動数方程式より計算し、結果を図-4に示した。縦軸は付加質量が無い場合の固有振動数に対する比を示し、横軸は付加質量とケーブル全長のケーブル質量との比を示している。

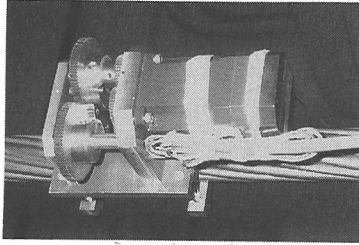


写真-2 取り付け型加振装置のケーブル取り付け状況

$M/ml = 0.094$ は(2)節に示す試作した小型加振器の質量と実験ケーブル全長質量との比に相当する。すべて付加質量の重心位置はケーブル中心より0.04mにあるとして慣性モーメント I_φ は $I_\varphi = 0.0016M$ としている。表-3に、振動数方程式および有限要素法による固有振動数の低下率の比較を示した。表-3では、付加質量とケーブル全長質量との比 M/ml を0.094としている。表-3より、有限要素法でも、振動数方程式の解とほとんど同じ結果が得られていることがわかる。

図-4および表-3より、モード次数により傾向は異なるが、 ξ の値が付加質量による固有振動数の低下に及ぼす影響は小さく、付加質量の大きさと取り付け位置が固有振動数の低下に大きく影響することがわかる。当然予想されることであるが、1次モードでは、付加質量が大きくなるにつれ、そして取り付け位置が端から中央に近づくにつれて、固有振動数の低下の割合は大きくなる。付加質量の大きさがケーブル全長質量の10%で取り付け位置が $l/4$ 点の場合4%前後、 $l/2$ 点の場合10%前後の固有振動数低下をもたらす。また、取り付け位置が端から $l/8$ 点以内であれば、付加質量の大きさがケーブル全長質量の20%であっても固有振動数の低下に与える影響は2%程度以下と小さい。

2次モードでは、取り付け位置が $l/4$ 点の場合に固有振動数の低下の割合が大きく、モードの節となる $l/2$ 点の取り付け位置では固有振動数は低下しない。また、 $l/2$ 点は2次モードの加振点とはならない。

3次モードでは、1次モードや2次モードの場合ほど $l/8$ 点、 $l/4$ 点、 $l/2$ 点における振動モードの振幅に差がないため、1次モードや2次モードの場合に比べ取り付け位置による影響は小さくなっている。

(2) ケーブル直接取り付け型電力駆動モータ方式の小型加振装置の試作

ケーブル構造の加振方法として、インパクトハンマーを用いた打撃加振がもっとも手軽で利用しやすい。しかし、インパクトハンマーによる打撃加振は、周波数当たりの加振エネルギーが小さく、太径のケーブルで

表-3 付加質量による固有振動数の低下に関する有限要素法との比較 ($M/ml = 0.094$)

無次元パラメータ ξ	モード次数	付加質量位置 x_a	固有振動数低下率	
			振動数方程式 (4)	有限要素法
4.98	1	$l/8$	0.999	0.995
		$l/4$	0.968	0.963
		$l/2$	0.900	0.900
	2	$l/8$	0.979	0.977
		$l/4$	0.916	0.916
		$l/2$	1.000	0.998
	3	$l/8$	0.949	0.946
		$l/4$	0.942	0.940
		$l/2$	0.929	0.929
8.73	1	$l/8$	0.999	0.997
		$l/4$	0.966	0.961
		$l/2$	0.902	0.903
	2	$l/8$	0.977	0.975
		$l/4$	0.915	0.915
		$l/2$	1.000	0.998
	3	$l/8$	0.947	0.944
		$l/4$	0.945	0.943
		$l/2$	0.927	0.927

は同定に必要な加振力を得られない場合も考えられる。

そこで、ケーブルに直接取り付けでき、特定の振動数での正弦波加振が可能な小型の電力駆動モータ方式加振装置を試作した。写真-2に、試作したモータ方式加振装置のケーブル取り付け状況を示す。駆動モータによりギアを介して二つの同径の円盤を逆相に回転させる構造になっている。この二つの同径の円盤に、取り替え可能な重りを偏芯させて取り付けている。回転に伴い生じる重りによる不釣り合い力をケーブルの加振力として利用する。駆動用モータには、駆動周波数を変化させることができる市販のモータの中で最小のものをを用いた。全質量は0.8kgとなった。加振装置をケーブルに取り付けた状態で打撃加振して得た加速度応答値の分析結果より求めた1,2,3次モードの固有振動数および表-1に示した加振装置を取り付けないときの1,2,3次モード固有振動数との比を併せて表-4に示す。

加振装置のケーブル全長に対する質量比 M/ml は0.094なので、表-4と図-4とはほぼ同様の低減率が得られていることがわかる。振動実験からも、式(4)の振動数方程式の妥当性を確認できた。

表-4 加振装置取り付け状態の固有振動数と付加質量無しの固有振動数との比 ($M/ml = 0.094$)

張力 (kN)	取り付け位置	モード次数	振動数 (Hz)	固有振動数の比
10	$l/8$	1	21.7	0.99
		2	48.2	0.96
		3	86.0	0.96
	$l/4$	1	21.0	0.96
		2	46.8	0.93
		3	84.0	0.94
	$l/2$	1	19.5	0.89
		2	48.8	0.97
		3	83.0	0.92
50	$l/8$	1	37.1	1.00
		2	84.0	0.97
		3	146	0.94
	$l/4$	1	35.8	0.97
		2	79.4	0.92
		3	146	0.93
	$l/2$	1	33.2	0.89
		2	85.9	0.99
		3	143	0.92

(3) 加振実験の応答値を用いたケーブル張力と曲げ剛性の同定

写真-1、写真-2に示したものと同一実験用ケーブルと加振装置を用いて、同定加振実験を行った。加振方法としてインパクトハンマーによる打撃加振と取り付け型加振器の2種を用いた。取り付け型加振器を用いた実験では、取り付け位置を $l/8$ 点、 $l/4$ 点および $l/2$ 点の3通りに変化させた。モータ回転数の制限より2次以上のモード次数での加振はできなかったため、1次の固有振動数に近い振動数で加振した。応答値の測定用のセンサには超小型の圧電型加速度計を使用したためセンサの質量はケーブル質量に比べ無視しえる。センサは $l/8$ 点、 $l/4$ 点および $l/2$ 点の3個取り付けられた。

ケーブル張力は、10kN から 100kN まで4段階に変化させた。測定したデータには着目する特定モードの振動数以外のモードが含まれているため、バンドパスフィルターを通したデータを同定に用いた。バンドパスフィルターには、デジタルフィルター (IIR) を用いた。

観測の条件は、時間刻み $\Delta t = 1/2000 \text{ sec}$ 、継続時間 $t = 1 \sim 2 \text{ sec}$ とした。図-5は、打撃加振を用いた場合の張力 (T)、曲げ剛性 (EI) の同定結果の一例である。

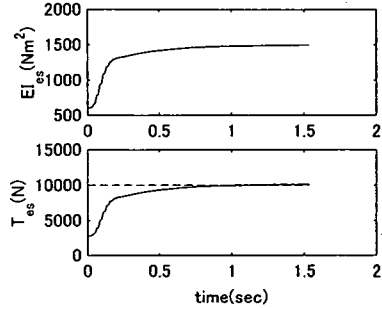


図-5 打撃加振を用いた場合の同定結果例 $T = 10 \text{ kN}$

表-5 打撃加振を用いた場合のケーブルの張力と曲げ剛性の同定結果

導入張力 T (kN)	採用モード次数	同定張力 \bar{T} (kN)	比 \bar{T}/T	同定 EI (N·m²)
10	1	10.3	1.03	1530
	2	10.3	1.03	1310
	3	10.4	1.04	1190
20	1	20.3	1.02	2140
	2	20.8	1.04	1780
	3	19.6	0.98	1870
50	1	50.0	1.00	2610
	2	52.5	1.05	2940
	3	52.8	1.06	3040
100	1	102	1.02	2850
	2	100	1.00	3180
	3	97.6	0.98	2960

表-5 に打撃加振を用いた場合の同定結果のまとめを示す。いずれも、取り付け型加振器 (付加質量) のない状態で、1次モードと2次モードは $l/4$ 点を、3次モードは $l/8$ 点を打撃した場合の同定結果である。張力の同定精度は 6% 以内で良好な同定ができています。曲げ剛性 EI についても、表-1 に示した打撃加振より求めた固有振動数より推定した曲げ剛性とほぼ同様の値が得られている。

図-6は、取り付け型加振器を用いた正弦波加振実験における張力 (T)、曲げ剛性 (EI) の同定結果の一例である。取り付け型加振器の加振力は直接計測するのが難しいので、加振実験より得られた応答周波数 (加振周波数) と表-4 の固有振動数より位相差の理論値を求め、加振力の大きさは偏芯重りの質量と偏芯距離および回転数より算定した。加振力の大きさを少々変

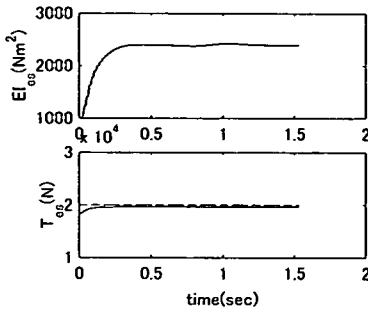


図-6 取り付け型加振器を用いた場合の同定結果例 $T=20$ kN

表-6 取り付け型加振器を用いた場合のケーブルの張力と曲げ剛性の同定結果 (1次モード)

導入張力 T (kN)	取り付け 位置	同定張力 \bar{T} (kN)	比 \bar{T}/T	同定 EI ($N \cdot m^2$)
10	$l/8$	10.3	1.03	1550
	$l/4$	10.2	1.02	1540
	$l/2$	10.3	1.03	1560
20	$l/8$	20.2	1.01	2180
	$l/4$	20.3	1.02	2290
	$l/2$	20.0	1.00	2090
50	$l/8$	50.0	1.00	2720
	$l/4$	51.2	1.02	2890
	$l/2$	51.3	1.03	2860
100	$l/8$	101	1.01	2960
	$l/4$	100	1.00	3000
	$l/2$	103	1.03	2900

化させても同定結果にほとんど影響しなかった。表-6に取り付け型加振器を用いた正弦波加振実験の同定結果を示す。

正弦波加振実験による張力の同定精度も3%以内で良好な同定ができています。曲げ剛性 EI についても、加振器の取り付け位置により少し差は見られるが、表-1に示した打撃加振より求めた固有振動数より推定した曲げ剛性および表-5に示した打撃加振を用いた場合の同定結果とほぼ同様の値が得られている。

5. 結論

本研究で得られた主な知見をまとめると次のようになる。

- 1) より線ケーブルでは、張力が小さいほど曲げ剛性は小さく、張力が10kN (引張強さ σ_{max} に対する

無次元応力比 $0.0106 \sigma_{max}$) の1次モード振動時の曲げ剛性は張力が100kN ($0.106 \sigma_{max}$) の場合の半分近くになる。ここで、ケーブル曲げ剛性とは、軸方向に均等とみなした等価なはりの曲げ剛性を指す。

- 2) 張力が小さい場合は1次モード振動時に比べ2次や3次モード振動の曲げ剛性は小さくなる傾向があるのに対し、張力が大きくなると、逆に2次や3次モード振動の曲げ剛性は1次モード振動に比べ大きくなる傾向があるなど、導入張力は等しくてもモード次数により曲げ剛性の大きさは異なる。
- 3) 径に比べ長さが短いケーブルの低張力領域では、打撃加振の応答周波数曲線は2次以上のモードの卓越周期近傍でなだらかな周波数応答特性を有し、高次振動は励起されにくい。
- 4) ケーブル質量に比べ無視しえない付加質量がある場合、1次モードに着目すると、付加質量の大きさがケーブル全長質量の10%程度になると取り付け位置が $l/4$ 点の場合で4%前後、 $l/2$ 点の場合で10%前後の固有振動数低下をもたらす。取り付け位置が端から $l/8$ 点以内であれば、付加質量の大きさがケーブル全長質量の20%であっても固有振動数の低下に与える影響は2%程度以下と小さい。
- 5) 打撃加振を用いた場合の張力の同定精度は6%以内で良好な同定ができた。曲げ剛性 EI についても、固有振動数より推定した曲げ剛性とほぼ同様の値が得られた。
- 6) 取り付け型加振器を用いた正弦波加振実験における張力の同定精度も3%以内で良好な同定ができた。曲げ剛性 EI についても、加振器の取り付け位置により少し差は見られたが、固有振動数より推定した曲げ剛性および打撃加振を用いた場合の同定結果とほぼ同様の値が得られた。

以上のことから、曲げ剛性のわずかな見積り誤差が張力の算定値に大きく影響し高次振動モードは励起されにくいケーブル、具体的にはニールセン橋の端ケーブルのように径に比べ長さが短いケーブルの張力同定法として本文で示した手法は有効な同定法になると考えられる。なお、本実験に用いたケーブルは径が小さく打撃加振でも十分な加振力を得られたが、打撃加振では十分な加振力を得にくい太径ケーブルでは、取り付け型加振器を用いた同定法が有用になると考えられる。

謝辞：本研究を遂行するに当たり、第1著者は、平成10年度、11年度に文部省の科学研究費補助金を受けた。ここに、記して、感謝の意を表す。また、(株)コベルコ科研の遠藤浩司氏には実験で、摂南大学工学部機械工

学科橋本助教授と正豊工学実験装置製作所の小牧社長には加振器の製作で大変お世話になり、心からお礼申し上げます。

参考文献

- 1) 新家 徹, 広中 邦汎, 頭井 洋, 西村 春久: 振動法によるケーブル張力の实用算定式について, 土木学会論文報告集, 第294号, pp.25-34, 1980.
- 2) 頭井 洋, 新家 徹, 濱崎 義弘: 振動法によるケーブル張力实用算定式の補正, 土木学会論文集, 第525号/I-33, pp.351-354, 1995.
- 3) 山際伊知郎, 宇津野秀夫, 菅野直紀, 杉井謙一: 振動法によるケーブル曲げ剛性と張力の同時推定法, 土木学会構造工学論文集, Vol.42A, pp.547-554, 1996.
- 4) 宇津野秀夫, 山際伊知郎, 遠藤浩司, 杉井謙一: 振動伝達関数法によるケーブル張力と曲げ剛性の同時推定法, 土木学会構造工学論文集, Vol.44A, pp.853-860, 1998.
- 5) 頭井 洋, 西川 徹, 濱崎 義弘, 新家 徹: 拡張カルマンフィルターによるケーブル曲げ剛性と張力の同時同定に関する基礎的検討, 土木学会論文集, 第556号/I-38, pp.189-196, 1997.
- 6) 濱崎 義弘, 頭井 洋, 波田凱夫, 新家 徹: 拡張カルマンフィルターによるケーブル張力と曲げ剛性の同時同定, 鋼構造年次論文報告集, 第7巻, pp.587-594, 1999.
- 7) 島田 忠幸: ケーブルの高次振動モードの固有振動数測定値からの張力測定法について, 土木学会論文集, 第501号/I-29, pp.163-171, 1994.

(2001. 4. 23 受付)

STUDY ON TENSION AND FLEXURAL RIGIDITY IDENTIFICATION FOR CABLES HAVING LARGE RATIO OF THE DIAMETER AND THE LENGTH

Hiroshi ZUI, Yoshihiro HAMAZAKI and Yoshio NAMITA

The extended Kalman filter is applied to the simultaneous identification of tension and flexural rigidity of cables which diameters are comparative large with the length. The one degree of freedom model reduced to low order natural frequency mode is used as the mathematical model of cables on the extended Kalman filter. The experiments are carried out by using the twisted wire which diameter is 0.0287m and length is 1.990m. Impact hammering and an attached type excitation machine are used as excitation methods. Because the mass of the attached type excitation machine was not able to be disregarded compared with the mass of the cable, the frequency equation of the cable which had the additional mass at an arbitrary position was led, and was introduced into the extended Kalman filter. It was confirmed that the tension and the flexural rigidity of the wire were identified accurately by the experiment in the area where the tension was small.