

動的ロードセルの固有振動数計算法 に関する一考察

近藤博¹・木村修一²・滝沢進³・本間重雄⁴

¹正会員 工博 東海大学教授 工学部土木工学科 (〒259-1292 神奈川県平塚市北金目1117)

²正会員 工修 株式会社千代田コンサルタント 構造部 (〒114-0024 東京都北区西ヶ原3-57-5)

³学生会員 東海大学大学院 工学研究科土木工学専攻 (〒259-1292 神奈川県平塚市北金目1117)

⁴正会員 Dr. Eng. 東海大学教授 工学部土木工学科 (〒259-1292 神奈川県平塚市北金目1117)

ロードセルの動的応答特性は、ロードセルの載荷部を質点(m)、受感部をバネとおいた、 $m-k$ モデルで検討され、固有振動数に近づくと、出力値が非常に大きくなると言われている。今回、ロードセルの周波数特性について、円筒受感形のロードセルを参考にした供試ロードセルを用いた打撃試験と重複反射理論を適用したシミュレーションにより検討し、一次遅れ系モデルで表現できることを明らかにした。この結果、ロードセルの周波数特性は、従来の常識とは逆で、入力周波数が固有振動数に近づくと、出力値が小さくなることを明らかにした。

Key Words : load cell, natural frequency, measurement

1. はじめに

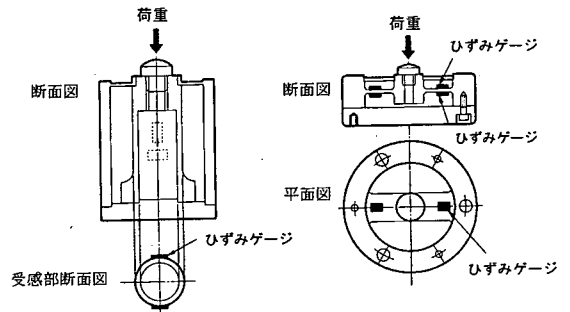
ロードセルは使い勝手がよいので、静的荷重測定ばかりではなく、動的荷重測定にも数多く利用されている。

例えば、地盤工学分野では、動圧密工法のメカニズム解明のための高速三軸圧縮試験での載荷荷重の測定¹⁾や、標準貫入試験の機構解明のための入力エネルギーの算定のための載荷荷重の測定²⁾等に用いられている。また、構造工学分野においては、阪神・淡路大震災以降、衝撃的荷重が作用した場合の、構造体の破壊メカニズム解明のための研究³⁾が数多く実施されているが、その作用荷重の測定にもロードセルが利用されている。

しかし、ロードセルの動的な特性試験は、一部について固有振動数の検査だけが実施され、固有振動数の高いロードセルが動的ロードセルとして販売・利用されている。

ロードセルを動的に利用する目安として、固有振動数の1/10の周波数で約1%の誤差、1/5の周波数で約5%の誤差が生じる^{4),5)}とされている。

通常の荷重測定においては、荷重の作用点と測定点が離れていても、ほとんどの場合には静的平衡状態にあり、周波数特性に起因した問題が生じない。しかし、動的荷重が加わる場合には、荷重作用点とゲージ貼付位置の間にある媒質は動的に挙動し、荷



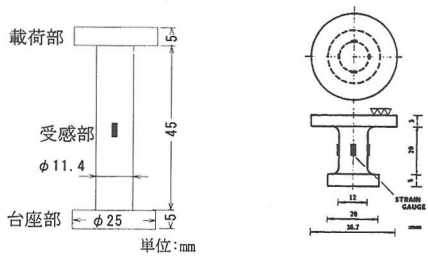
(a) 円筒受感形 (b) 直線はり受感形

図-1 ロードセル受感部の構造の一例⁷⁾

重測定システム内部での応力波の反射や透過の影響が問題となってくる。

現状では、ロードセルを動的に利用する例は数多く、その場合でも、静的な校正値をそのまま利用しロードセルの動的応答特性にはほとんど関心が払われていないようである。

本報告は、このような現実に鑑み、ロードセルを動的荷重測定に利用する場合の、ロードセル本体部の動的応答特性について、基礎的実験と重複反射理論⁶⁾を適用したシミュレーション等を用いて検討したものである。



(a) 供試モデル (b) 岸らのモデル
 図-2 円筒受感形のモデル

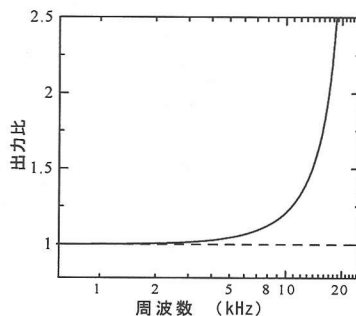


図-4 m-kモデルの周波数特性



図-3 ロードセルのm-kモデル

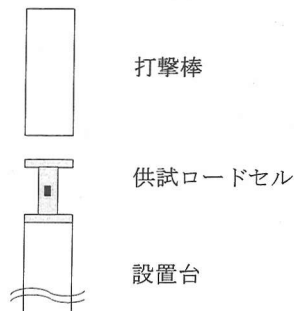


図-5 供試ロードセルの設置状況と荷重の入力方法

2. 現状の固有振動数の求め方

ひずみゲージタイプのロードセルの内部構造は、大きく分けると、図-1に示すような円筒受感形と直線はり受感形になる⁷⁾。両者とも、動的荷重の載荷時には、内部に弾性波が生じ、同様な問題点を持つものと判断できる。そこで、今回は円筒受感形のロードセルの場合について述べる。

円筒受感形の主要部は、図-2に示すように、载荷部、受感部及び設置部の3部からなるモデルで表せる。図(a)は後述する検討に用いた供試ロードセルを、図(b)は供試ロードセルの形状の参考にした、岸らが開発した動土圧測定用ロードセルの主要部の形状を示したものである。供試モデルは、ロードセルの基本的特性を明らかにするために、载荷部と台座部の形状を同一としたところが、岸らが開発したロードセル形状と異なっている。

円筒受感形のロードセルは、円筒シェル(受感部)の軸ひずみにより荷重を算定するものである。したがって、ロードセルの感度をよくするときは、円筒シェル部の断面積を小さくすればよい。その結果として、ロードセルの容量は小さくなる。

従来、ロードセルの固有振動数 f_n の算定法^{4),5)}は、振動工学の観点から、図-2に示したモデルの、载荷部を質点 m 、受感部をバネ(バネ定数 k)と想定し、図-3に示したようにモデル化して次式で求めている。

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{k/m} \quad (1)$$

そして、ロードセルに動的な力が作用する場合、その振動数がロードセルの固有振動数に近くなると共振現象の影響を受け、実際に作用した負荷によるものよりも大きな出力が発生する^{4),5)}といわれている。この誤差は、振幅比として式(2)を適用して求めている⁵⁾。

$$\frac{x_0}{x_{st}} = \frac{1}{1 - (\omega/f_n)^2} \quad (2)$$

ここで、 x_0 は出力波の振幅、 x_{st} は入力波の振幅、 ω は強制振動の振動数である。

図-4は、供試ロードセルモデル₁(固有振動数約24kHz)での動的応答特性を、式(2)を適用して求めたものである。図から、周波数が2.4kHzの場合の振幅比は1.01となり、誤差が約+1%になることがわかる。この値は、ロードセルを動的に用いる目安とされている1.に記した値と一致している。

3. ロードセルの受感部での動的応答特性

(1) フォースセンサの動特性

制御工学の分野では、計測器等の動特性を検討す

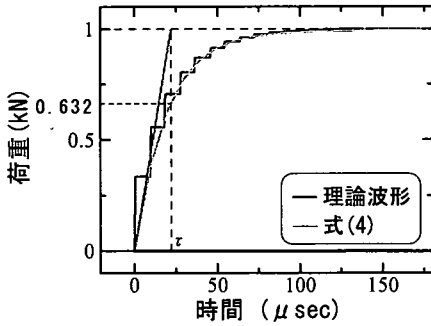


図-6 理論波形と計算波形

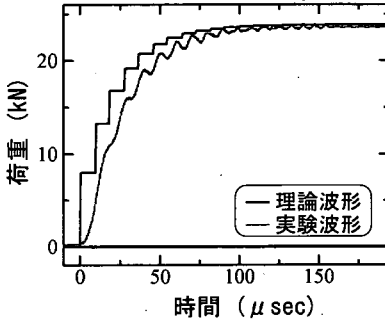


図-7 理論波形と実験波形

るために、特性解析が行われている⁹⁾。計測器の応答を検討するためには、なるべく簡単な性質の入力信号を与えて、その応答を調べるのが一般的である。特性解析の基本となるものは、過渡応答と周波数応答である。そこで、この二つの応答を用いて、ロードセルの受感部での動的応答特性を検討した。

(2) ロードセルの過渡応答

過渡応答とは、入力値がある定常状態から、他の定常状態に変化するときの応答のことを言う。

ロードセルの受感部の動的応答特性を検討するために、図-5に示すように、ロードセルの台座部とインピーダンスの等しい設置台に、図-4で示した供試ロードセルを設置し、インピーダンスの等しい打撃棒で打撃し、ステップ状の荷重を入射した場合について考える。

ロードセルの入射荷重 $p_i(t)$ と測定荷重 $p_t(t)$ との関係を示すシステムは、基礎的実験¹⁰⁾から一次遅れ系の応答に相当すると考え、次式であらわした。

$$\tau \frac{dp_t}{dt} + p_t = p_i \quad (3)$$

ここで、 τ は時定数である。

式(3)をステップ応答の条件、

$$p_i(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ p_i(\text{一定}), & t > 0 \end{cases}$$

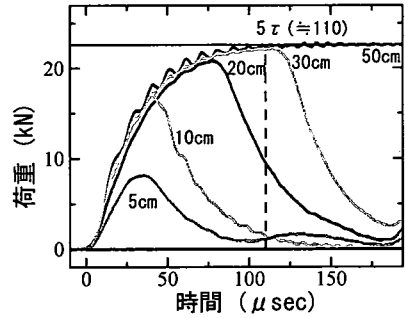


図-8 打撃棒長の違いによる実験結果

により解くと次式ようになる。

$$p_t = (1 - e^{-t/\tau}) p_i \quad (4)$$

図-6は、供試モデルに大きさ1のステップ状の荷重を入射したときの理論曲線と、式(4)に理論値をあてはめ、非線形最小二乗法¹¹⁾により回帰した線を示したものである。両者はよく一致しており、ロードセル受感部の応答は一次遅れ系の応答で検討できることがわかる。図中の τ は時定数を求め示したものである。時定数は、測定荷重が入射荷重の0.632倍まで近づくのに要する時間であり、応答の遅延を示す値である。また、 $t=0$ での回帰曲線の接線は、 $t=\tau$ で入射荷重を示す直線と交わる。時定数 τ は、受感部の長さ l と載荷部と受感部の断面積比 A によって変わる。受感部を長くしたり、感度を上げるために断面積比を大きくしたりすると τ の値は大きくなり、ロードセルの動的応答特性は落ちることになる。

図-7は、図-5に示したように、供試ロードセルの載荷部とインピーダンスが等しく、長さが50cmの打撃棒を高さ30cmから自由落下させたときの実験波形と理論波形を示したものである。実験波形は、打撃端面の平坦性、打撃棒と載荷部との接触面積、アンプの周波数特性等の計測上の問題点から応答速度がやや遅くなるものの理論波形とよく一致しており、ロードセルの受感部での動的応答特性は、一次遅れ系で表現できることがわかる。

また、円筒受感形のロードセルのように、受感部面積が載荷部面積と異なる場合には、応答が遅れることがわかる。

式(4)に $t=5\tau$ を代入すると、 $p_t(5\tau) \approx 0.993 p_i$ となり、測定荷重は、入射荷重の99.3%に達し、過渡状態は大部分終了していると判断できる。したがって、供試ロードセルは時定数 τ の5倍以下の継続時間(以下波長と記す)以下の荷重が入射された場合には、入射荷重を推定できないと考えられる。今回検討を行った供試ロードセルの時定数 τ は、約22 μsec

表-1 1次遅れ系で求まる位相差と出力比

	位相差	出力比
1kHz	7.9°	0.99
2kHz	15.3°	0.96
5kHz	34.3°	0.83
10kHz	53.8°	0.59

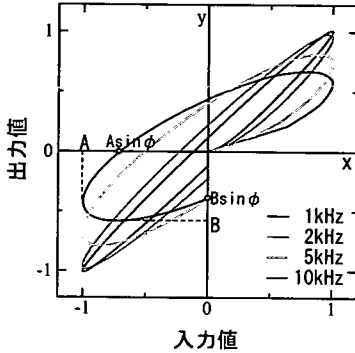


図-9 リサージュ図形

表-2 シミュレーションから求まる位相差と出力比

	位相差	出力比
1kHz	6.8°	0.99
2kHz	13.1°	0.96
5kHz	29.5°	0.80
10kHz	46.6°	0.59

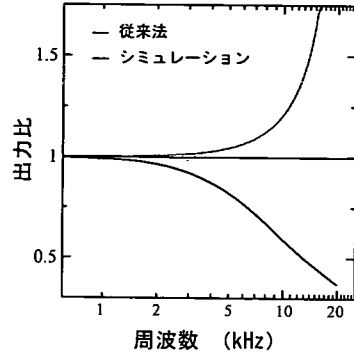


図-10 周波数特性の比較

になった。そこで、入射荷重が定常値に到達するステップ波の波長の影響を調べたのが、図-8である。

図-8は、図-7と同様な条件で、打撃棒の長さを変え、10, 20, 30, 及び50cmの5種類に変えたときの実験結果を示したものである。理論上約20μsecの波長を持つ5cm, 40μsecの波長を持つ10cm, 80μsecの波長を持つ20cmの打撃棒での実験波形は、入射荷重まで到達していない。このことから、短い波長の入射荷重は測定できないと判断できる。また、入射荷重の波長の長さの目安として、時定数τの5倍以上ならピーク値を推定できることがわかる。

(3) ロードセルの周波数応答

周波数応答とは、入力値が正弦的に変化する定常状態であるとき、入力値に対する出力値の振幅比および、位相差が周波数によって変化する様子のことを言う。

ロードセルに正弦波を入射したときの動的応答特性を検討するために、供試ロードセルに振幅Aの正弦波が入射されたときの応答を考える。入射荷重を $p_i = A \sin \omega t$ 、初期条件を、 $t=0$ のとき $p_i=0$ 、 $\dot{p}_i=0$ として式(3)を解くと応答は次のようになる。

$$p_i = \frac{A}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}} \sin(\omega t + \phi) - e^{-t/\tau} \frac{A \sin \phi}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}} \quad (5)$$

ただし $\phi = \tan^{-1}(\omega\tau)$

式(5)から、まず過渡応答が現れ、まもなく消滅して定常状態となることがわかる。すなわち、式中の第2項が消え、第1項だけが残って定常応答としての周波数応答が得られる。したがって、振幅比（以下出力比と記す）および位相差は、それぞれ、式(6)および式(7)で表される。

$$\frac{x_0}{x_{st}} = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}} \quad (6)$$

$$\phi = \tan^{-1}(\omega\tau) \quad (7)$$

式(6)、(7)を適用し、入射荷重の振幅が1、周波数が1, 2, 5, 及び10kHzのときの出力比と位相差を求めると、表-1のようになる。これから、周波数が高くなると位相が大きくなるとともに、出力比が小さくなるのがわかる。

次に、同様な正弦波が入射されたときの、供試ロードセル受感部の動的応答特性について、重複反射理論¹⁰⁾を適用したシミュレーションにより検討を行った。

図-9は、x軸に入力荷重を、y軸に出力荷重をとり、軌跡を示したものである。リサージュ図形は、入力荷重と出力荷重が一致した場合には、 $y=x$ の直線になる。図からも、明らかなように周波数が大きくなるにつれ斜軸の傾斜は小さくなり、楕円が膨らんで

くることがわかる。また、原点からリサージュ図形がはじまり、過渡応答の影響が生じていることがわかる。また、この楕円の式は次式で表される。

$$\left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{y}{B}\right)^2 - 2\frac{x}{A}\cdot\frac{y}{B}\cos\phi = \sin^2\phi \quad (8)$$

ここで、Bは出力波の振幅

図から、過渡応答の影響により出力の立ち上がり部が大きくひずむことがわかる。また、図から出力比と位相差を求めると、表-2のようになった。

表-1と表-2の結果を比較してみると、出力比はほぼ一致している。また、位相差は、計算式から求めたものが約1割大きくなっているが、同じ傾向を示していると判断できる。よって、ロードセルの動的応答特性は、重複反射理論を適用したシミュレーション計算で検討できることが明らかになった。

図-10は、m-kモデル近似解析法（従来法）で求めた周波数特性とシミュレーションから求めた周波数特性を比較したものである。図からわかるように、一次遅れ系で求めた出力比は、固有振動数に近づくにつれて小さくなり、従来法から求めた周波数特性と逆になっている。また、ロードセルを動的に用いる目安は、固有振動数の1/10の周波数で誤差が約+1%、1/5の周波数で誤差が+約5%と言われているが、シミュレーションでは、1/10の周波数で誤差が約-6.5%、1/5の周波数で誤差が約-17%になり、ロードセルの動的応答性は従来言われているよりも、小さいことがわかる。また、この結果より、ロードセルの動的応答特性をm-kモデルから求める手法には問題があると考えられる。

4. まとめ

本報告は、動的ロードセルの目安になっている固有振動数の求め方について、基礎的実験と重複反射理論を適用したシミュレーション計算にて行った。

以下に本研究において明らかになった事項を記す。

- (1) ロードセルの周波数特性は、一般に、載荷部の質量をm、受感部のバネをkとおいた、m-kモデルで検討する方法が用いられているが、この方法には問題がある。
- (2) ロードセルの動的応答特性は、載荷部と受感部

形状(面積・長さ)の影響を大きく受けるとともに、一次遅れ系で表現できることを明らかにした。また、ロードセルを動的に用いる場合の目安は、従来固有振動数の1/10の周波数で誤差が約+1%といわれていたが、一次遅れ系では誤差が約-6.5%となる。

- (3) ロードセルの動的応答特性は、重複反射理論を適用したシミュレーションで検討できることが明らかになった。このことは、ロードセル設置場所の影響も大きいことを示唆するものである。今後は、重複反射理論を適用したシミュレーションにより、ロードセルの境界条件の問題について検討したいと考えている。

参考文献

- 1)鈴木正人, 石原研而, 浅見郁樹: 衝撃力を受けた粘性土の挙動, 第17回土質工学研究発表会講演集, pp. 1741~1744, 1982.
- 2)豊岡義則, 田中勉: 標準貫入試験における打撃エネルギー効率について, 第34回地盤工学研究発表会講演集, pp.155~156, 1999.
- 3)例えば, 熊谷貴秀, 榎谷浩, 中田吉彦, 森嶋芳大: 各種RC梁の衝撃破壊実験について, 土木学会第53回年次学術講演会講演概要集, 第1部(B), pp.356~357, 1998.
- 4)中村正久, 森勉: 衝撃荷重測定上の諸問題, 塑性と加工, vol. 3, no. 13, 1962.
- 5)東藤善三郎, 関根守, 田中久子, 牧志龍男: 小型ロードセル(LC.5TV~20TV)について, 共和技報, 397, 1991.
- 6)土木学会編: 地震応答解析と実例, pp. 53~56, 1973.
- 7)共和電業(株): 共和・電子計測器総合カタログ, p.53, 2000~2001.
- 8)岸徳光, 松岡健一, 中野修, 後藤雪夫: 衝撃荷重載荷用ロードセルの試作, 落石等による衝撃問題に関するシンポジウム講演論文集, pp. 115~118, 1991.
- 9)佐藤朗: 計測概論, pp. 109~124, コロナ社, 1972.
- 10)木村修一, 滝沢進, 近藤博, 本間重雄: ロードセルの動的応答特性, 東海大学工学部紀要, Vol. 40, No. 1, pp. 95~99, 2000.
- 11)三浦功, 田尾陽一共訳: 数値計算法概論, pp. 225~231, サイエンス社, 1979.

(2001.4.24 受付)

A CONSIDERATIONS IN THE COMPUTATIONAL METHOD FOR NATURAL FREQUENCY OF DYNAMIC LOAD CELLS

Hiroshi KONDO, Syuuiti KIMURA, Susumu TAKIZAWA and Sigeo HONMA

The dynamic response of load cell was studied so far through the m-k model which regards loading part and sensor as a mass (m) and a spring (k) respectively, and this model has a tendency to give very large output values near the natural frequency. In this paper, the frequency characteristics of load cell are investigated through impact tests using stepped rods as well as numerical simulations based on the multiple reflection theory, and as a result the frequency characteristics can be expressed by the primary decay model. It is also revealed that the output value diminishes as the input value increased resulting to the contrary to the former common sense in the frequency characteristics of load cells.