

ウェーブレットを用いた Wigner分布からの波形合成法

本田 利器¹・大瀧 吉礼²

¹正会員 工修 京都大学防災研究所 (〒611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)

²学生員 京都大学大学院工学研究科 (〒606-8501 京都府左京区吉田本町)

地震動のような非定常波形の時間周波数特性を規定する手法として Wigner 分布が挙げられる。Wigner 分布は種々の好ましい特性を有するが、一般には時系列信号への逆変換ができない等、実用的でない面がある。本論文では正規直交ウェーブレットの cross-Wigner 分布を用いることにより、任意の Wigner 分布から波形を合成する手法を提案する。また、提案した手法を、周波数特性の変化する強震記録の時間周波数領域上での分離に適用して、その有効性を確認する。

Key Words : Wigner distribution, wave composition, wavelet, time-frequency

1. はじめに

地震波は非定常な時系列であり、その周波数特性は時間とともに大きく変化する。例えば、一般的な事例としては、地震動の初期部分では比較的高周波成分を多く含有する波が到来し、後半部分では表面波の到来により比較的低周波の成分が卓越する、というような傾向が認められる。周波数特性の時間的変化特性は時間周波数特性と呼ばれ、地震波形などの時系列信号の重要な特性である。

地震動の時間周波数特性は、耐震設計や被害の検討において、近年その重要性が認識されている¹⁾構造物の動的非線形解析の結果にも大きく影響する重要な因子である。また、地震動の周波数特性の変化は地震学においても重要な課題であり、例えば、周波数依存性を有する Q 値の検討において言及²⁾が見られる。

フーリエ変換は、周波数特性の検出は高い解像度で行えるが、その時間変化に関する情報は与えないため、他の検討手段による必要がある。地震波形等の時系列信号の時間的に変化する周波数特性を検討する手段としては短時間フーリエ変換 (STFT) をはじめ種々の方法がある。例えば STFT は、信号の短い時間区間を切り出し、そのフーリエ変換を抽出するものである。STFT の例としては Gabor 変換³⁾が挙げられる。STFT は直感的に解釈が容易な結果を与えることが多く、実用性は高いと考えられるが、解像度が低く、また、周辺条件 (付録 II) を満たさないため変換においてエネルギーを保存しない等の数学的に好ましくない条件も有している。

Priestley⁴⁾は evolutionary power spectrum を提案し、

亀田⁵⁾は、これを地震波形の周波数特性の変化の検出に適用している。ただし、evolutionary power spectrum は基本的に oscillatory 過程を対象とした時間周波数特性の表現法である。また、evolutionary power spectrum に基づいて、位相情報までを正確に考慮した逆変換による波形の合成は困難である。例えば亀田は、地震波形の合成において、振幅 (パワー) の情報はこのスペクトルに基づいて設定しているが位相は確率変数として与えている。

本研究では、STFT 等よりも解像度が高く、数学的にも好ましい特性を有する Wigner 分布⁶⁾で表される時間周波数特性に基づいて、時間周波数領域で波形を分離する手法について検討する。

Wigner 分布から時系列信号に逆変換する公式は知られているが、任意の Wigner 分布に対応する時系列信号が存在するわけではなく、対応する信号がない Wigner 分布に対して、変換公式を適用しても波形が合成されるわけではないなど、波形合成を目的とした Wigner 分布の利用は難しい面をもつ。

最小二乗法の考え方等に基づいて Wigner 分布から波形を合成する手法^{7),8)}や、逆変換公式の適用性の検討⁹⁾もなされてきている。ここでは、ウェーブレットを用いて合成する方法を提案する。

2. Wigner 分布

ここでは、本論文で用いる Wigner 分布の定義や、基本的な性質等について簡単に述べる。

(1) Wigner 分布の定義

時系列信号 $s(t)$ の Wigner 分布は次式で与えられる。

$$W(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int s^* \left(t - \frac{\tau}{2} \right) s \left(t + \frac{\tau}{2} \right) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (1)$$

なお、これは、 $s(t)$ のフーリエ変換を用いて

$$W(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int \hat{s}^* \left(\omega + \frac{\theta}{2} \right) \hat{s} \left(\omega - \frac{\theta}{2} \right) e^{-i\theta t} d\theta \quad (2)$$

と表すこともできる。ここで、 i は虚数単位、 $*$ は複素共役、そして $\hat{s}(\omega)$ は $s(t)$ のフーリエ変換をそれぞれ表す。

Wigner 分布は、時間周波数平面上でのエネルギーの分布に相当する。Wigner 分布の性質については既往の研究等^{10),11)}でも報告されているので詳細はこれらの文献などから知ることができる。以下では、本論文に関連するいくつかの性質について述べる。

Wigner 分布は常に実数値をとり、種々の長所を有する。例えば、Wigner 分布は、短時間フーリエ変換等よりも解像度が高いため、周波数特性の時間変化を細かく検出することができる。また、Wigner 分布は周辺条件（付録 II 参照）を満たすため、元信号のエネルギーを保存したまま、その時間周波数特性を与える。一方で、Wigner 分布は取り扱いにくい面も有する。Wigner 分布は、時間周波数領域上でのエネルギーの分布を表すとみなせるオート項と呼ばれる成分のほか、干渉項（クロス項）と言われる付加的な成分を有する。干渉項とは、2つの非零な成分がある場合に、時間周波数空間上で両者の間の領域に現れる成分のことである。干渉項は、理論的には必要な成分であるが、元信号の本来の時間周波数特性に付加するノイズのように見えるものであり、この項のために本来の時間周波数特性が識別しにくくなる事がある。また、Wigner 分布はエネルギーの分布に相当するものでありながら負の値をとることもあり、物理的な意味を直観的に把握しにくい。

(2) Cross-Wigner 分布

時系列信号 $s_1(t)$ と $s_2(t)$ の cross-Wigner 分布 $W_{12}^c(t, \omega)$ は次式で与えられる。

$$W_{12}^c(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int s_1^* \left(t - \frac{\tau}{2} \right) s_2 \left(t + \frac{\tau}{2} \right) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (3)$$

例えば、時系列信号 $s(t)$ が $s_1(t)$ と $s_2(t)$ の和として

$$s(t) = s_1(t) + s_2(t) \quad (4)$$

と与えられるとする。これを式 (1) に代入することにより、 $s(t)$ の Wigner 分布 $W(t, \omega)$ は

$$W(t, \omega) = W_{11}(t, \omega) + W_{22}(t, \omega) + W_{12}^c(t, \omega) + W_{21}^c(t, \omega) \quad (5)$$

と得られる。ここで、 $W_i(t, \omega)$ は $s_i(t)$ の Wigner 分布である ($i=1, 2$)。これより、2つの信号の和の Wigner 分布

は、各信号の Wigner 分布に加え cross-Wigner 分布として与えられる付加項を持つことが分かる。このように cross-Wigner 分布は、信号 $s_1(t)$ と $s_2(t)$ の干渉項に相当するものと解釈できる¹⁰⁾。

なお、Wigner 分布と異なり、cross-Wigner 分布は複素数となる。また、定義より明らかなように、

$$W_{21}^c(t, \omega) = W_{12}^{c*}(t, \omega) \quad (6)$$

が成立する。

(3) Wigner 分布の表現可能性

Wigner 分布の定義式 (1) をフーリエ逆変換すると

$$s^* \left(t - \frac{\tau}{2} \right) s \left(t + \frac{\tau}{2} \right) = \int W(t, \omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (7)$$

となる。 $\tau = 2t$ を代入して整理し、 $2t$ を t で書き換えると、

$$s(t) = \frac{1}{s^*(0)} \int W \left(\frac{t}{2}, \omega \right) e^{i\omega t} d\omega \quad (8)$$

が得られる。これが Wigner 分布の逆変換公式である。

Wigner 分布に対応する時系列信号が存在する場合、その Wigner 分布は表現可能な Wigner 分布と言われる。この場合、その Wigner 分布から式 (8) を用いて信号を合成することができる。

しかし、すべての Wigner 分布が表現可能であるわけではない。ある Wigner 分布が表現可能である、すなわち、対応する時系列信号を有するためには、その Wigner 分布が完全に矛盾のない構成を有するものである必要がある。つまり、ノイズのような干渉項や負となる領域も含めて作成する必要があるが、これはほとんどの場合不可能であり、任意に設定した Wigner 分布のほとんどは表現可能とはならない。

表現可能でない Wigner 分布に形式的に式 (8) をあてはめて時系列信号を合成することは可能であるが、その信号の Wigner 分布は、当初の Wigner 分布とは異なるものとなる。したがって、そのようにして合成された波形は、元の Wigner 分布に対応する時系列信号とはならない。

本論文では、このような表現可能でない Wigner 分布が与えられた場合に、近似的な時系列信号を合成する手法を提案する。

(4) 解析信号

実信号 $s(t)$ のフーリエ変換は

$$\hat{s}(-\omega) = \hat{s}^*(\omega) \quad (9)$$

を満たす。一方、負の周波数成分を有しない複素信号も存在し、そのような複素信号は解析信号といわれる。

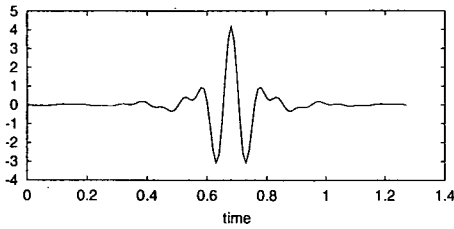


図-1 例として用いた波形

ある実信号 $s(t)$ と同一の実部を有する解析信号 $\tilde{s}(t)$ は、虚部として実部のヒルベルト変換を与えることにより

$$\tilde{s}(t) = s(t) + i\mathcal{H}\{s(t)\} \quad (10)$$

と求めることができる。($\mathcal{H}(\cdot)$ はヒルベルト変換を表す。) これは $s(t)$ のフーリエ変換 $\hat{s}(t)$ を用いて、

$$\tilde{s}(t) = 2 \int_0^{\infty} \hat{s}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (11)$$

としても得られる。

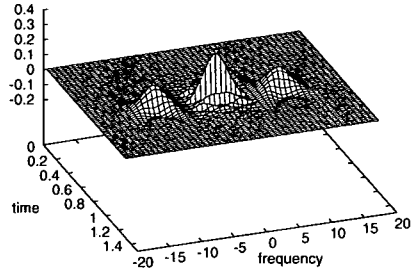
実信号の場合、Wigner 分布は正の周波数領域における成分と負の周波数領域における成分との干渉項も有する。一方、解析信号の場合、負の周波数領域の値を持たず、またそれゆえに、正の周波数領域の成分と負の周波数領域の成分の干渉項も生じない。そのため、その信号の時間周波数特性は正の周波数領域において完全に表現されるという長所がある。

例として、図-1 に示される実信号の Wigner 分布を図-2 (a) に、また、同じ波形を実部に持つ解析信号の Wigner 分布を図-2 (b) に示す。解析信号の Wigner 分布は、負の振動数領域の成分や、正と負の周波数成分の干渉項が無く、正の周波数領域のみで非零となっていることが分かる。このような分布は Wigner-Ville 分布とも呼ばれる。Wigner-Ville 分布は上記のような長所があるため、実用的な目的のためには Wigner 分布よりも広く使われている。本研究でも、後述する数値解析例で強震記録を解析信号として扱う。

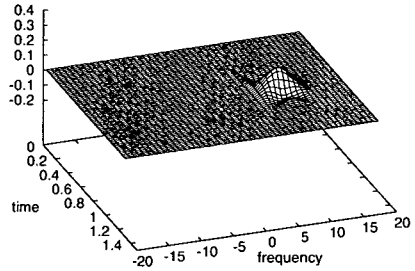
ただし、本論文で提案する波形合成の手法は、対象とする信号が負の振動数領域の成分を持たないことを仮定していないので、解析信号のみではなく、実信号等の負の周波数領域で非零の成分を有する Wigner 分布に対しても適用できるものである。

3. ウェーブレット変換

フーリエ変換は、基底関数として $e^{i\omega t}$ という関数を持ち、周波数領域での解像度が高い。しかし、 $e^{i\omega t}$ が定常関数であるため、周波数特性の時間変化等の時間領域での情報を直接的には与えない。



(a) 実信号の Wigner 分布



(b) 解析信号の Wigner 分布

図-2 実信号と解析信号の Wigner 分布の比較

これに対して、ウェーブレット変換は、基底関数として時間領域にも周波数領域にもある程度局在した関数を用いることで、時間と周波数の両領域における解像度を与えられる。

ウェーブレット変換は、時系列信号の時間周波数特性を表す方法として広く使われるようになってきており、その性質などの詳しい情報は既往の文献等^{13),14)}に見られる。ここでは、本検討で用いる、正規直交ウェーブレットを用いた離散ウェーブレット変換を対象として簡単に記す。

(1) 直交ウェーブレット

実数の全体を \mathbb{R} とし、二乗可積分な実信号の全体を $L^2_{\mathbb{R}}$ と表す。

a, b は実数で $a \neq 0$ であるとして、時刻歴波形 $s(t) \in L^2_{\mathbb{R}}$ のウェーブレット変換 $T(a, b)$ は自己共役なウェーブレット $\psi_{ab}(t)$ を用いて次式で与えられる。

$$T(a, b) = \int s(t) \psi_{ab}(t) dt \quad (12)$$

ただし、

$$\psi_{ab}(t) = |a|^{-\frac{1}{2}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (13)$$

である。

a, b を、整数 j, k を用いて $a = \frac{1}{2^j}, b = \frac{k}{2^j}$ と表される離散値をとるものとし、

$$\psi_{jk}(t) = 2^{\frac{j}{2}} \psi(2^j t - k) \quad (14)$$

とする。式 (14) であたえられる $\psi_{jk}(t)$ が、

$$\int \psi_{jk}(t) \psi_{\ell m}(t) dt = \delta_{j\ell} \delta_{km} \quad (15)$$

を満たす関数 $\psi(t)$ を考える。ここで、 j, k, ℓ, m は整数であり、 δ_{km} はクロネッカーのデルタである。この時、 $\psi(t)$ は直交ウェーブレットといわれ、離散ウェーブレット $\psi_{jk}(t)$ は、 $L^2_{\mathbb{R}}$ の正規直交基底となる。

正規直交基底をなすウェーブレット $\psi_{jk}(t)$ を用いると、時刻歴波形 $s(t) \in L^2_{\mathbb{R}}$ を次のように展開することができる。

$$s(t) = \sum_{j,k} \alpha_{jk} \psi_{jk}(t) \quad (16)$$

$$\alpha_{jk} = \int s(t) \psi_{jk}(t) dt \quad (17)$$

ここで、 α_{jk} はウェーブレット係数と呼ばれる。式 (17) がウェーブレット変換、式 (16) がウェーブレット逆変換の定義式となる。

正規直交基底を構成するウェーブレットは種々考案されている。本研究では、フーリエ変換との対応を考え、周波数領域でコンパクトサポートかつ時間領域でも比較的局所化している Meyer の構成法によるウェーブレット¹⁶⁾ (以下、Meyer のウェーブレットと呼ぶ) を用いる。

(2) 複素信号のウェーブレット変換

ウェーブレット変換により時間周波数特性を検討する対象としては実信号を扱うことが多い。複素信号のウェーブレット変換も提案されている¹⁷⁾が、本検討で用いる Meyer のウェーブレットは実関数である。一方、対象とする信号は一般に複素信号である。

なお、Meyer のウェーブレットを実部に持つ解析関数は、時間周波数領域の局所性には優れているが直交性を満たさないため、本手法には用いることはできない。

本検討では、複素信号の実部と虚部をそれぞれウェーブレット変換することで複素信号のウェーブレット係数を算出する。以下に複素信号 $s(t)$ の離散ウェーブレット変換の表現について、具体的な定式化を示す。

複素数の全体を \mathbb{C} として、二乗可積分な複素信号の全体を $L^2_{\mathbb{C}}$ と表す。 $s(t) \in L^2_{\mathbb{C}}$ の実部及び虚部を、それぞれ $s^{\text{Re}}(t)$ 、 $s^{\text{Im}}(t)$ とすると、

$$s(t) = s^{\text{Re}}(t) + i s^{\text{Im}}(t) \quad (18)$$

と表せる。実部と虚部のウェーブレット係数をそれぞれ α_{jk}^{Re} 及び α_{jk}^{Im} とすると、離散ウェーブレット逆変換の定義式 (16) から、次式が得られる。

$$\begin{aligned} s(t) &= s^{\text{Re}}(t) + i s^{\text{Im}}(t) \\ &= \sum_{j,k} \{\alpha_{jk}^{\text{Re}} \psi_{jk}(t)\} + i \sum_{j,k} \{\alpha_{jk}^{\text{Im}} \psi_{jk}(t)\} \\ &= \sum_{j,k} (\alpha_{jk}^{\text{Re}} + i \alpha_{jk}^{\text{Im}}) \psi_{jk}(t) \end{aligned} \quad (19)$$

したがって、ウェーブレット係数 α_{jk} を複素数として、

$$\alpha_{jk} = \alpha_{jk}^{\text{Re}} + i \alpha_{jk}^{\text{Im}} \quad (20)$$

とおけば、

$$s(t) = \sum_{j,k} \alpha_{jk} \psi_{jk}(t) \quad (21)$$

となる。したがって、実関数である Meyer のウェーブレットを用いて複素信号を表現できることがわかる。

なお、この複素ウェーブレット係数は、実数のウェーブレット係数と同様に

$$\alpha_{jk} = \int s(t) \psi_{jk}(t) dt \quad (22)$$

の関係を満たすことは明らかである。

4. Wigner 分布からの波形合成

ここでは、正規直交ウェーブレットを用いて、Wigner 分布から時刻歴波形を合成する方法を提案し、その具体的な計算方法を述べる。

(1) 正規直交ウェーブレットの cross-Wigner 分布が張る空間

j, k, ℓ, m を整数として、ウェーブレット $\psi_{jk}(t)$ と $\psi_{\ell m}(t)$ の cross-Wigner 分布 $W_{jk,\ell m}$ を、定義に従い次式で与える。

$$\begin{aligned} W_{jk,\ell m}(t, \omega) &= \frac{1}{2\pi} \iint \psi_{jk}^* \left(t - \frac{\tau}{2} \right) \psi_{\ell m} \left(t + \frac{\tau}{2} \right) e^{-i\omega\tau} d\tau \end{aligned} \quad (23)$$

$W_{jk,\ell m}(t, \omega)$ の線形和で表される Wigner 分布の集合 \mathcal{W} を

$$\mathcal{W} = \left\{ \sum_{j,k,\ell,m} A_{jk,\ell m} W_{jk,\ell m}(t, \omega) \mid A_{jk,\ell m} \in \mathbb{C} \right\} \quad (24)$$

とする。 $(\mathbb{C}$ は複素数全体の集合)

いま、cross-Wigner 分布同士の内積を $\langle \cdot, \cdot \rangle$ を用いて表し、

$$\begin{aligned} \langle W_1(t, \omega), W_2(t, \omega) \rangle &= 2\pi \iint W_1(t, \omega) W_2^*(t, \omega) dt d\omega \end{aligned} \quad (25)$$

と、時間領域及び周波数領域の両者において積分することにより定義する。

このとき、ウェーブレットの cross-Wigner 分布 $W_{j_1 k_1, \ell_1 m_1}(t, \omega)$ と $W_{j_2 k_2, \ell_2 m_2}(t, \omega)$ の内積をとると、Moyal の公式¹²⁾より、次式が導かれる (付録 I)。

$$\begin{aligned} & \langle W_{j_1 k_1, \ell_1 m_1}(t, \omega), W_{j_2 k_2, \ell_2 m_2}(t, \omega) \rangle \\ &= 2\pi \iint W_{j_1 k_1, \ell_1 m_1}(t, \omega) W_{j_2 k_2, \ell_2 m_2}^*(t, \omega) dt d\omega \\ &= \delta_{j_1 j_2} \delta_{k_1 k_2} \delta_{\ell_1 \ell_2} \delta_{m_1 m_2} \end{aligned} \quad (26)$$

この式より、ウェーブレットの cross-Wigner 分布 $W_{jk, \ell m}(t, \omega)$ の正規直交性が示される。したがって、 \mathcal{W} は $W_{jk, \ell m}(t, \omega)$ を正規直交基底に持つ空間となる。

任意の時系列信号 $s(t) \in L_c^2$ はウェーブレット係数 α_{jk} を用いて、式 (21) のように表される。したがって、任意の時系列信号 $s(t)$ の Wigner 分布は

$$\begin{aligned} W(t, \omega) &= \frac{1}{2\pi} \int s^* \left(t - \frac{\tau}{2}\right) s \left(t + \frac{\tau}{2}\right) e^{-i\omega\tau} d\tau \\ &= \frac{1}{2\pi} \int \left\{ \sum_{jk} \alpha_{jk} \psi_{jk} \left(t - \frac{\tau}{2}\right) \right\}^* \\ &\quad \times \left\{ \sum_{\ell m} \alpha_{\ell m} \psi_{\ell m} \left(t + \frac{\tau}{2}\right) \right\} e^{-i\omega\tau} d\tau \\ &= \sum_{jk} \sum_{\ell m} \alpha_{jk}^* \alpha_{\ell m} \\ &\quad \times \left\{ \frac{1}{2\pi} \int \psi_{jk}^* \left(t - \frac{\tau}{2}\right) \psi_{\ell m} \left(t + \frac{\tau}{2}\right) e^{-i\omega\tau} d\tau \right\} \\ &= \sum_{jk} \sum_{\ell m} \alpha_{jk}^* \alpha_{\ell m} W_{jk, \ell m}(t, \omega) \end{aligned} \quad (27)$$

として、ウェーブレットの cross-Wigner 分布 $W_{jk, \ell m}(t, \omega)$ の線形和で表されることが分かる。

また、スケール j を無限大まで考慮することで、ウェーブレット $\psi_{jk}(t)$ を用いて合成される信号の集合は L_c^2 に一致することを考慮すると、全ての表現可能な Wigner 分布は式 (27) の形式で表されることが分かる。したがって、全ての表現可能な Wigner 分布 $W_{\text{rep}}(t, \omega)$ はウェーブレットの cross-Wigner 分布の線形和で表現されることが分かる。すなわち、

$$\forall W_{\text{rep}}(t, \omega) \in \mathcal{W} \quad (28)$$

が成立する。ただし、後述するように、ウェーブレットの cross-Wigner 分布の線形和で表される分布が全て表現可能な Wigner 分布であるわけではない。

(2) 波形合成方法

以上に示した Wigner 分布の性質に基づき、Wigner 分布から波形を合成する方法を提案し、その具体的な計算方法について述べる。Wigner 分布 $W(t, \omega)$ を空間

\mathcal{W} へ射影したものを $\bar{W}(t, \omega)$ とする。 $W_{jk}(t, \omega)$ の基底の直交性から、 $\bar{W}(t, \omega)$ は、

$$\bar{W}(t, \omega) = \sum_{j, k, \ell, m} A_{jk\ell m} W_{jk, \ell m}(t, \omega) \quad (29)$$

$$A_{jk\ell m} = \langle W(t, \omega), W_{jk, \ell m}(t, \omega) \rangle \quad (30)$$

と与えられる。

式 (27) との比較から、 $\bar{W}(t, \omega)$ が表現可能な Wigner 分布である場合、

$$A_{jk\ell m} = \alpha_{jk}^* \alpha_{\ell m} \quad (31)$$

となることが分かる。以下では、式 (30) により求められた $A_{jk\ell m}$ からウェーブレット係数 α_{jk} を定める事を考える。

ウェーブレット係数を、偏角をあらわすパラメタ θ_{jk} を用いて

$$\alpha_{jk} = |\alpha_{jk}| e^{i\theta_{jk}} \quad (32)$$

と表すと式 (31) より

$$A_{jk, \ell m} = |\alpha_{jk}| |\alpha_{\ell m}| e^{i(-\theta_{jk} + \theta_{\ell m})} \quad (33)$$

となる。特に、 $(j, k) = (\ell, m)$ のとき、

$$A_{\ell m, \ell m} = |\alpha_{\ell m}|^2 \quad (34)$$

となる。したがって、これよりウェーブレット係数の絶対値が

$$|\alpha_{\ell m}| = \sqrt{A_{\ell m, \ell m}} \quad (35)$$

と得られる。ウェーブレット係数の偏角 $\theta_{\ell m}$ については、

$$\theta_{\ell m} = \arg(A_{jk, \ell m}) + \theta_{jk} \quad (36)$$

として求められる。(arg は偏角を表す。) つまり、 $A_{\ell m, \ell m}$ の値よりウェーブレット係数の絶対値が、また、 $(j, k) \neq (\ell, m)$ の時の $A_{jk, \ell m}$ の値よりウェーブレット係数の偏角の差分が与えられることが分かる。

なお、式 (35) 及び (36) の組合わせの総数は、未知数の数よりも多くなる。 $\bar{W}(t, \omega)$ が表現可能であるときは、全ての j, k, ℓ, m の組合わせについて式 (35) 及び (36) が満たされるが、表現可能でない場合には、全ての式を満たす解は存在しない。

以下では、この点を考慮して、Wigner 分布 $W(t, \omega)$ から時系列信号を合成する具体的な方法について述べる。

$(j, k) = (\ell, m)$ の組合わせに相当する $A_{\ell m, \ell m}$ は、Wigner 分布のオート項に相当する項であり、対応する時系列信号の時間周波数特性を表現する上で重要な項であると考えられる。そのため、まず、与えられた Wigner 分布 $W(t, \omega)$ から、 $A_{\ell m, \ell m}$ の値を計算し、式 (35) を用いて、ウ

ウェーブレット係数の絶対値 $|\alpha_{\ell m}|$ を決定する。 $A_{\ell m, \ell m} \geq 0$ のときは $\alpha_{\ell m}$ は式 (35) より

$$\alpha_{\ell m} = \sqrt{A_{\ell m, \ell m}} \quad (37)$$

で与えられる。

次に $A_{\ell m, \ell m} < 0$ の場合について述べる。 $A_{\ell m, \ell m} = -a^2$ ($a > 0$) として、 $\alpha_{\ell m} = ia$ とおく。このとき、 $\alpha_{\ell m} \psi_{\ell m}(t)$ の Wigner 分布 $W(t, \omega)$ は

$$\begin{aligned} W(t, \omega) &= \int \alpha_{\ell m}^* \psi_{\ell m}^* \left(t - \frac{\tau}{2}\right) \alpha_{\ell m} \psi_{\ell m} \left(t + \frac{\tau}{2}\right) e^{-i\omega\tau} d\tau \\ &= \alpha_{\ell m}^* \alpha_{\ell m} \int \psi_{\ell m}^* \left(t - \frac{\tau}{2}\right) \psi_{\ell m} \left(t + \frac{\tau}{2}\right) e^{-i\omega\tau} d\tau \\ &= (-ia)(ia)W_{\ell m, \ell m}(t, \omega) \\ &= a^2 W_{\ell m, \ell m}(t, \omega) \end{aligned} \quad (38)$$

となる。これは、 $A_{\ell m, \ell m} = a^2$ と同値であり、 $A_{\ell m, \ell m} = -a^2$ の良い近似とはなっていない。ここでは、 $A_{\ell m, \ell m} = |\alpha_{\ell m}|^2$ がエネルギーを表すことも考慮に入れ、 $A_{\ell m, \ell m} < 0$ のときは $A_{\ell m, \ell m} = 0$ とした。したがって、この時 $\alpha_{\ell m} = 0$ となる。

次に、ウェーブレット係数の偏角を評価する。 $(j, k) \neq (\ell, m)$ の場合、 $A_{jk, \ell m}$ はクロス項 (干渉項) に相当すると考えられる。前述したように、表現可能でない Wigner 分布の場合、全ての項の値について、式 (36) を満たすことはできない。そこで、近似的な Wigner 分布を与える偏角を求める必要がある。そのための方法としては、対象とする Wigner 分布との差の二乗和を最小にするような偏角を求めることも考えられる。しかし、ここでは次のような理由により、絶対値が大きい $A_{jk, \ell m}$ 項の偏角が式 (36) を満たすようにすることとした。

理由の一点目は、絶対値の大きい振幅を有する項が、Wigner 分布の形状に与える影響が大きいと考えられることである。例えば、澤田ら¹⁹⁾は、2つの波形の重ね合わせにより生成された波形の群遅延時間は、元の波形のうち振幅が卓越している方の位相情報に依存することを指摘している。本手法でも、絶対値の大きい $A_{jk, \ell m}$ の偏角を、対象とする Wigner 分布の値に一致させることで、分布をよく再現できることを期待している。

また、二点目として計算量の軽減があげられる。 (j, k) の組み合わせが N 個ある時、全ての (j, k, ℓ, m) について検討するためには、 $\frac{N^2 + N}{2}$ 個の組み合わせ (式 (6) に示される cross-Wigner 分布の対象性を考慮) について、式 (30) を計算し、その後非線形最適化問題を解くことになる。一方、提案する手法であれば、 $(j, k) = (\ell, m)$ となる場合について N 個、 $(j, k) \neq (\ell, m)$ となる場合についても、後述するように、 $N - 1$ 個について計算すればよいため、計算量は $2N$ 回のオーダーとなり、また、その後の計算も機械的で単純である。

具体的な計算手順を示す。まず、 $|\alpha_{\ell m}|$ が最大となるときの (ℓ, m) を選出し、これを (j_0, k_0) とおく。上述したように、ウェーブレット係数 $\alpha_{\ell m}$ の偏角 $\theta_{\ell m}$ は、絶対値が最も大きい $A_{jk, \ell m}$ の値から算出することを考える。 $(\ell, m) \neq (j_0, k_0)$ となる $A_{jk, \ell m}$ のうち、絶対値が最も大きいものは、明らかに、 $A_{j_0 k_0, \ell m}$ である。したがって、ウェーブレット係数の偏角 $\theta_{\ell m}$ は、

$$\theta_{\ell m} = \arg(A_{j_0 k_0, \ell m}) + \theta_{j_0 k_0} \quad (39)$$

と定められる。以上より、式 (39) より、 $\theta_{j_0 k_0}$ を決めれば、 $\theta_{\ell m}$ が一意に決められることになる。このとき、偏角の評価に用いるのは $A_{jk, \ell m}$ と $A_{j_0 k_0, \ell m}$ のみであるため、全ての (j, k, ℓ, m) の組み合わせについて $A_{jk, \ell m}$ を算出する必要はない。

次に、 $\theta_{j_0 k_0}$ について述べる。 $\theta_{j_0 k_0} = 0$ とした時の信号を $s(t)$ とし、 $\theta_{j_0 k_0} = \theta$ とした時の信号を $s'(t)$ とすると、これらは、

$$s'(t) = s(t)e^{i\theta} \quad (40)$$

という関係を満たす。この θ は一定位相成分と呼ばれる。

一定位相成分の情報は、Wigner 分布に含まれていない。これは、信号 $s'(t)$ の Wigner 分布 $W'(t, \omega)$ が、

$$\begin{aligned} W'(t, \omega) &= \int s'^* \left(t - \frac{\tau}{2}\right) s' \left(t + \frac{\tau}{2}\right) e^{-i\omega\tau} d\tau \\ &= \int s^* \left(t - \frac{\tau}{2}\right) s \left(t + \frac{\tau}{2}\right) e^{-i\theta} e^{i\theta} e^{-i\omega\tau} d\tau \\ &= W(t, \omega) \end{aligned} \quad (41)$$

となり、 $s(t)$ の Wigner 分布と一致することより明らかである。したがって、与えられた Wigner 分布を満たす時系列信号を作成するという目的においては、 $\theta_{j_0 k_0}$ は自由に設定してよいパラメタである。

ただし、波形を分離する場合等のように、再現対象の波形の情報がある場合には、それを満たすように定めることが可能となる。例えば、合成すべき波形 $s_{\text{orig}}(t)$ の時刻 $t = t_0$ における実部と虚部の値に関する情報がある場合を考える。また、提案した手法により、ある一定位相成分を仮定して合成された複素信号を $s_{\text{comp}}(t)$ とおく。この時、

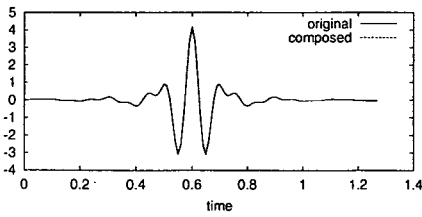
$$\Delta\theta = \arg\{s_{\text{orig}}(t)\} - \arg\{s_{\text{comp}}(t)\} \quad (42)$$

として得られる一定位相成分の補正值 $\Delta\theta$ を用いて

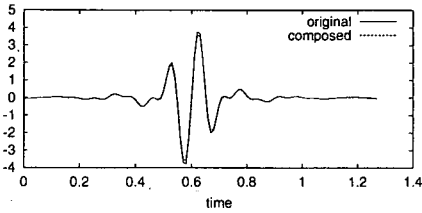
$$s'(t) = s_{\text{comp}}(t) \cdot e^{i\Delta\theta} \quad (43)$$

として求められる時系列データ $s'(t)$ は再現対象の波形と同じ一定位相成分を有することになる。

このようにして $\theta_{j_0 k_0}$ が定められれば、全てのウェーブレット係数が算出されるため、これを、式 (16) にし



(a) 実部



(b) 虚部

図-3 元波形と Wigner 分布から合成された波形の比較

たがってウェーブレット逆変換することにより時系列信号を作成することができる。

以上の方法により、任意の Wigner 分布から時系列信号を合成することが可能である。対象とする Wigner 分布が表現可能でない場合、この手法は、射影した空間内で表現可能な Wigner 分布への近似を行いその時間周波数特性を有する近似的な時系列信号を与える。また、対象とする Wigner 分布が表現可能である場合には、この手法は対応する時系列信号と、一定位相成分のみの差を有する信号を与える。この波形は近似解ではない。したがって、一定位相成分の情報が与えられれば完全に元波形を復元できる。

5. 数値計算例

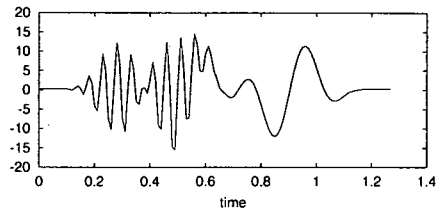
提案した手法の有効性を示すため、単純な時系列データ及び強震記録に適用する。なお、ウェーブレット変換の数値計算には、佐々木ら¹⁸⁾が示しているアルゴリズムを用いた。

(1) 単純な波形での計算例

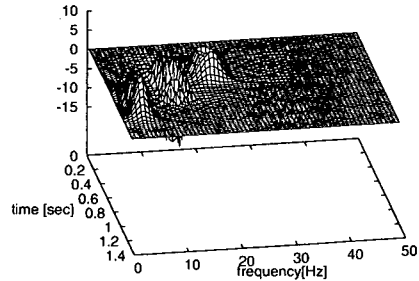
a) 波形の合成

対象とする波形として、ウェーブレット ψ_{47} (式(14)において $j=4, k=7$ としたもの) を考える。サンプリング間隔は $0.01[\text{sec}]$ 、データ数は 128 とした。なお、これは、前述した波形と同じであり、その時刻歴波形は図-1 に示されている。また、元波形の解析信号を算出し、その Wigner 分布を計算した結果は図-2 (b) に示されている。

この Wigner 分布から、提案した手法により波形を合成した。なお、再現すべき波形が既知であるため、一



(a) 時刻歴波形 (実部)



(b) Wigner 分布

図-4 分離の対象とした波形の時刻歴及び Wigner 分布

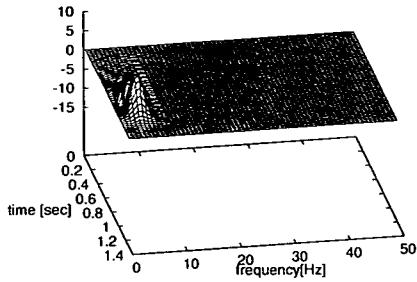
定位相成分 θ_0 についても補正した。元波形と合成波形を図-3 に示す。同図より、実部虚部ともに精度よく再現されていることが分かり、提案する手法の妥当性が確認される。

b) 波形の分離

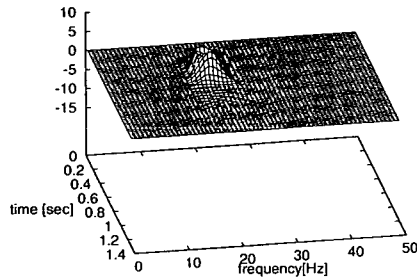
次に、提案した手法を波形の分離に適用する。対象とする波形は高周波成分が卓越した波と低周波が卓越した波を重ね合わせたものである。サンプリング間隔は $0.01[\text{sec}]$ 、データ数は 128 である。波形の時刻歴を図-4 (a) に、また、その Wigner 分布を図-4 (b) に示す。

この Wigner 分布を、図-5 に示すように 2 つに分割し、それぞれについて提案する手法で波形を合成した。Wigner 分布の時間周波数領域上での分割においては、両者のクロス項とみなされる領域は取り込まなかった。式(5)に示されるように、二波形の和の Wigner 分布はそれぞれの波形の Wigner 分布に加え、干渉項を含んでいる。そのため、分割においてはこれを除去することが好ましいからである。

合成された波形の一定位相成分は、図-4 (a) に示される元波形の情報に基づいて与えている。高周波成分から構成される波形については、地震動の初動部分の低周波成分がまだ始まっていないと見なされる時刻 0.3 sec における一定位相成分の情報から、式(42)を用いて補正した。また、低周波成分から構成される波形については、高周波成分が十分小さくなった比較的遅い時刻 0.8 sec での情報を用いて同様に補正した。なお、一定



(a) 低周波成分



(b) 高周波成分

図-5 低周波成分と高周波成分に分離した Wigner 分布

位相成分は時間変化しないので、補正値を求めるための時間が多少ずれても安定して同じ結果が得られる。

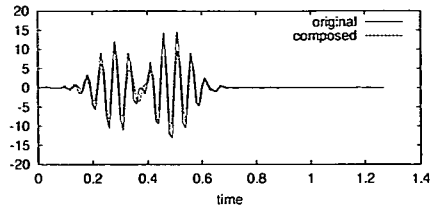
高周波成分の Wigner 分布より合成された波形の実部及び虚部を図-6 に、また、低周波成分の Wigner 分布から合成された波形を図-7 に示す。いずれの場合においても合成された波形は元波形と良く一致しており、提案する手法の妥当性を示す結果となっている。

(2) 強震記録への適用

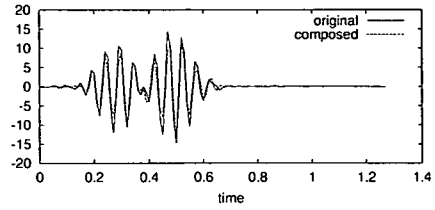
ここでは、提案した手法を強震動記録の時間周波数領域上での分離に用い、その実用的な問題への適用性を示す。

対象とする波形は兵庫県南部地震において阿倍野で観測された強震記録 (NS 成分) とした。同記録は関西地震観測連絡協議会により提供²⁰⁾されている。

阿部野の記録は盆地生成表面波を伴っていることが知られている。このような強震記録の解析を行うため、実体波成分や表面波成分を抽出することが考えられる。一般的な傾向として、このような地震動の初動部分では実体波に相当する成分が卓越しており、後続部分で卓越してくる表面波成分は長周期成分に富んでいると考えられる。この仮定に基づけば、実体波成分としては、初動部分では短周期から長周期までの領域の成分

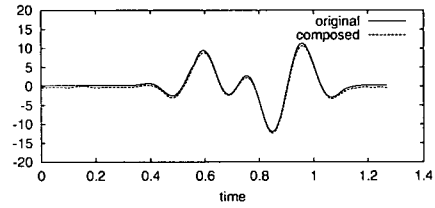


(a) 実部

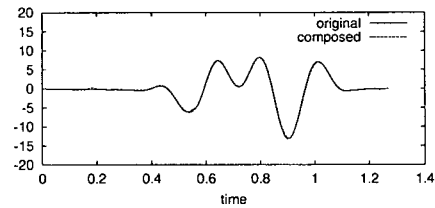


(b) 虚部

図-6 高周波成分の Wigner 部分から合成した波形と元波形との比較



(a) 実部



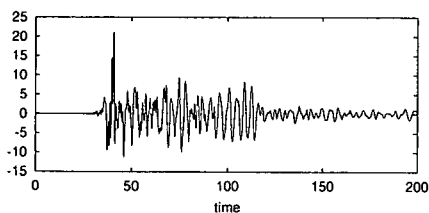
(b) 虚部

図-7 低周波成分の Wigner 部分から合成した波形と元波形との比較

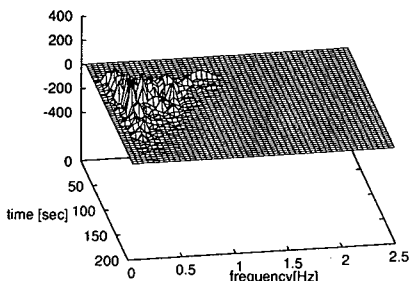
を、また、後続部分では短周期成分のみを抽出することになる。一方、表面波成分としては後続の部分の長周期成分のみを抽出することになる。

しかし、このように時間周波数領域で分離された時間周波数特性に基づき時刻歴波形を合成することは、例えば、フーリエ変換ではできない。ここでは、対象とする地震波形を Wigner 分布に基づいて時間周波数領域で分割し、分割された Wigner 分布から、提案する手法により時刻歴波形を合成することを試みる。

本検討では、対象とする強震記録を解析信号に変換したものに、リサンプリング及びハイカットフィルタリングを施して、サンプリング間隔を 0.2[sec]、データ数を 1,024 としたものをを用いている。対象とした波形



(a) 時刻歴波形



(b) Wigner 分布

図-8 解析の対象とする強震記録の時刻歴及び Wigner 分布

の時刻歴及び Wigner 分布を図-8 に示す。

図-8 (b) に示される Wigner 分布を参考に、時間周波数領域において図-9 のように分割し、それぞれの Wigner 分布から波形を合成する。図-9 に示される分割は厳密な検討に基づくものではない。しかし、強震記録を実体波と表面波に分離するという場合に想定される領域分割を模擬した例としては十分であると考えられる。また、前掲の数値計算例と同様に、干渉項を除去した分割をするべきであるが、強震記録のような複雑な波形の場合、干渉項に相当する成分を明確に判別することは困難であることが多いと考えられる。そのため、干渉項に相当すると考えられる成分の除去は行わずに Wigner 分布を分割し、そのような場合の適用性を検討するものとする。なお、分割する二つの領域の間に位置する分布を除去した Wigner 分布を対象とした波形合成も行った²¹⁾が、合成された波形は、以下に示す波形と大きな差異はないものであった。

ここで示す分割においては領域 (i) は L 字型をしており、前半部分では低周波帯までの広い周波数帯を含み、後半部分では比較的高い周波数帯のみを含んでいる。このように、考慮する周波数帯域を時間的に変化させて波形を分離することは、フーリエ変換では不可能である。そこで、提案する手法により (i) と (ii) のそれぞれの時間周波数領域において与えられた Wigner 分布からの波形の合成を試みる。

合成する波の一定位相成分は、領域 (i) に相当する成

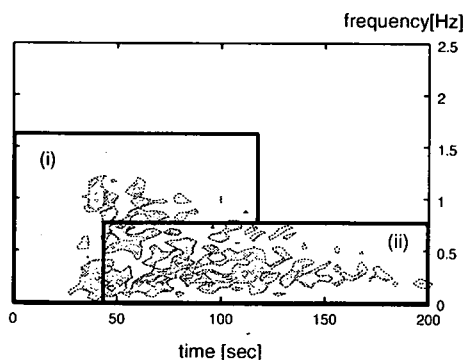


図-9 Wigner 分布に基づく時間周波数領域の分割

分の波形については地震動の初動部分の成分を、領域 (ii) に相当する成分の波形については地震動の後半部分の成分を用いて、それぞれ決定した。

領域 (i) 及び (ii) に相当する合成波の時刻歴をそれぞれ図-10 及び図-11 に示す。さらに、両波形を足し合わせたものを、元波形とともに図-12 に示す。

図-10 においては、初動部分の大きくうねる部分には長周期成分が含まれているが、後半部分は短周期成分のみを含んでいる様子がみられ、領域 (i) における時間周波数特性の変化を反映した波形合成がされたことが分かる。

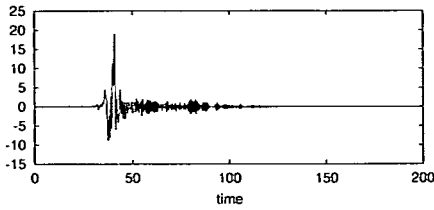
また、領域 (ii) は時刻 42.5sec 以降のみを含んでいるが、図-11 では、時刻 42.5sec 以前の値はほぼ 0 になっており、合成された波形が時間的な変化を表現できていることが分かる。

さらに、図-12 を見ると、合成された 2 つの波形の和が元波形とよく一致していることが分かる。これは、提案する手法の有効性を示す結果であると考えられる。

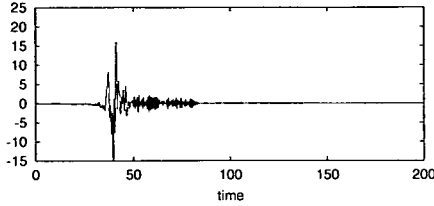
6. おわりに

本論文では、地震動の重要な特性である時間周波数特性を考慮して波形を合成する手法について検討した。

時間周波数特性の規定には、種々の好ましい特性を有する Wigner 分布を用いた。しかし、Wigner 分布は、一般には時系列信号への変換ができないという問題がある。この問題を回避するため、Wigner 分布に基づいて時系列波形を合成する手法として、ウェーブレットを用いる手法を提案した。提案した手法では、直交ウェーブレットの cross-Wigner 分布を基底とする空間 \mathcal{W} を考え、対象とする Wigner 分布の空間 \mathcal{W} へ射影するという過程を経て、ウェーブレット係数を評価し、その係数を用いて時系列信号を合成する。これは、対象とする Wigner 分布が表現可能である (対応する時系列信号が存在する) 場合には真値を与え、そうでない場合



(a) 実部



(b) 虚部

図-10 領域 (i) に相当する合成波

は近似的な解を与える方法である。

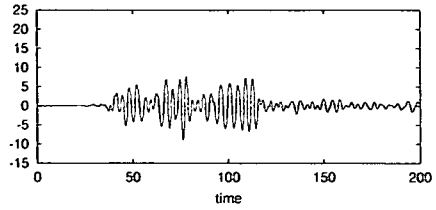
提案した手法を、単純な時間周波数特性を有する波形の合成、及び時間周波数領域での分離に適用した。いずれの場合においても良好な結果が得られ、手法の妥当性が示された。また、実地震で観測された強震記録を時間周波数領域で分離する検討にも適用した。この検討においても良好な結果が得られ、提案した手法が複雑な強震記録にも適用できることが示された。

本論文で示した数値計算例では、時刻歴波形から算出した表現可能な Wigner 分布を分割した Wigner 分布を対象としている。このような Wigner 分布は一般に表現可能ではないが、それらは表現可能な分布に近いものであると考えられる。一方、例えば任意に設定された Wigner 分布は表現可能な Wigner 分布との差異も大きいと考えられる。そのような Wigner 分布への提案手法の適用性についての検討が今後の課題として挙げられる。

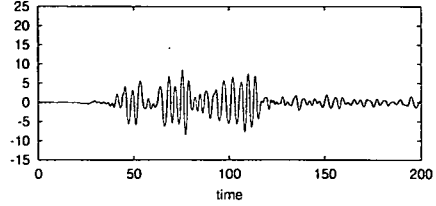
付録 I ウェーブレットの cross-Wigner 分布の直交性

二つのウェーブレット ($\psi_{j_1 k_1}(t), \psi_{\ell_1 m_1}(t)$) の cross-Wigner 分布 ($W_{j_1 k_1, \ell_1 m_1}(t, \omega)$) が直交性を有することは以下のように示される。

$$\begin{aligned} & \iint W_{j_1 k_1, \ell_2 m_2}(t, \omega) W_{j_2 k_2, \ell_1 m_1}^*(t, \omega) dt d\omega \\ &= \iint \left\{ \frac{1}{2\pi} \int \psi_{j_1 k_1}^* \left(t - \frac{\tau_1}{2} \right) \psi_{\ell_1 m_1} \left(t + \frac{\tau_1}{2} \right) e^{-i\omega\tau_1} d\tau_1 \right\} \\ & \quad \times \left\{ \frac{1}{2\pi} \int \psi_{j_2 k_2}^* \left(t - \frac{\tau_2}{2} \right) \psi_{\ell_2 m_2} \left(t + \frac{\tau_2}{2} \right) e^{-i\omega\tau_2} d\tau_2 \right\}^* dt d\omega \end{aligned}$$

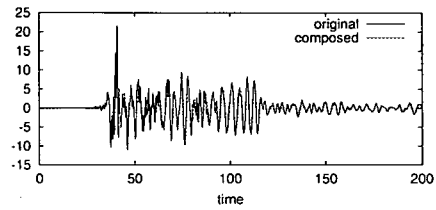


(a) 実部

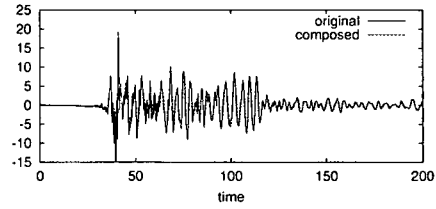


(b) 虚部

図-11 領域 (ii) に相当する合成波



(a) 実部



(b) 虚部

図-12 合成波形 (領域 (i) の合成波 + 領域 (ii) の合成波) と元波形の比較

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \iiint \psi_{j_1 k_1}^* \left(t - \frac{\tau_1}{2} \right) \psi_{\ell_1 m_1} \left(t + \frac{\tau_1}{2} \right) \\ & \quad \times \psi_{j_2 k_2} \left(t - \frac{\tau_2}{2} \right) \psi_{\ell_2 m_2}^* \left(t + \frac{\tau_2}{2} \right) e^{i\omega(\tau_2 - \tau_1)} d\tau_1 d\tau_2 dt d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \iiint \psi_{j_1 k_1}^* \left(t - \frac{\tau_1}{2} \right) \psi_{\ell_1 m_1} \left(t + \frac{\tau_1}{2} \right) \\ & \quad \times \psi_{j_2 k_2} \left(t - \frac{\tau_2}{2} \right) \psi_{\ell_2 m_2}^* \left(t + \frac{\tau_2}{2} \right) \delta(\tau_2 - \tau_1) d\tau_1 d\tau_2 dt \\ &= \frac{1}{2\pi} \iint \psi_{j_1 k_1}^* \left(t - \frac{\tau_1}{2} \right) \psi_{\ell_1 m_1} \left(t + \frac{\tau_1}{2} \right) \\ & \quad \times \psi_{j_2 k_2} \left(t - \frac{\tau_1}{2} \right) \psi_{\ell_2 m_2}^* \left(t + \frac{\tau_1}{2} \right) d\tau_1 dt \\ & \quad \text{(ここで } x = t - \tau_1/2, y = t + \tau_1/2 \text{ とおいて)} \\ &= \frac{1}{2\pi} \int \psi_{j_1 k_1}^*(x) \psi_{j_2 k_2}(x) dx \int \psi_{\ell_1 m_1}(y) \psi_{\ell_2 m_2}^*(y) dy \\ &= \frac{1}{2\pi} \delta_{j_1 j_2} \delta_{k_1 k_2} \delta_{\ell_1 \ell_2} \delta_{m_1 m_2} \end{aligned} \tag{I.1}$$

なお、上の式変形では

$$\delta(x) = \frac{1}{2\pi} \int e^{i\omega x} d\omega \quad (I.2)$$

を用いている。

付録 II 周辺条件

Wigner 分布が周辺条件を満たすとは

$$\int W(t, \omega) dt = \hat{s}(\omega)^2 \quad (II.1)$$

$$\int W(t, \omega) d\omega = s(t)^2 \quad (II.2)$$

が成立することを意味する。これは、Wigner 分布が、元信号のエネルギー分布の時間変化や、周波数成分ごとのエネルギーを保存したまま、その時空間領域での分布を表現することができることを意味するものである。

例えば Wigner 分布 $W(t, \omega)$ を周波数領域で積分すると、式 (II.1) を次のように整理できることが示される。

$$\begin{aligned} & \int W(t, \omega) d\omega \\ &= \int \left\{ \frac{1}{2\pi} \int s^* \left(t - \frac{\tau}{2} \right) s \left(t + \frac{\tau}{2} \right) e^{-i\omega\tau} d\tau \right\} d\omega \\ &= \int s^* \left(t - \frac{\tau}{2} \right) s \left(t + \frac{\tau}{2} \right) \delta(\tau) d\tau \\ &= s^*(t)s(t) = |s(t)|^2 \end{aligned} \quad (II.3)$$

参考文献

- 1) 土木学会：土木構造物の耐震基準等に関する第二次提言，1996
- 2) Aki, K. and Richards, P. G. : *Quantitative Seismology*, W. H. Freeman and Company, 1980
- 3) Gabor, D. : Theory of Communication, *Journal of IEE*, Vol.93, pp.429 - 457, 1946
- 4) Priestley, M. B. : Evolutionary Spectra and Nonstationary Processes, *Journal of Royal Statistical Society, Ser.B*, Vol.27, pp.204 - 237, 1965

- 5) 亀田弘行：強震地震動の非定常パワースペクトルの算出法に関する一考察，土木学会論文集，第235号，pp.55 - 62, 1975
- 6) Wigner, E. : On the quantum Correction for thermodynamic equilibrium, *Physical review*, Vol.40, pp.749 - 759, 1932
- 7) Boudreaux-Bartels, G. F. and Parks, T. W. : Time-Varying Filtering and Signal Estimation Using Wigner Distribution Synthesis Techniques, *IEEE Transactions on Acoustic Speech and Signal Processing*, Vol. ASSP-34, No.3, 1986
- 8) Langford, B. W. : Signal Synthesis from Cohen's class of bilinear time-frequency signal representations using convex projections, *Proceedings of ICASSP-91*, D9.10, pp.2053 - 2056, 1991
- 9) 川上高史, 安井伸行, 北川孟, 堀畑聡, 石光俊介：Wigner 分布の逆変換による非定常信号の再構成，日本機械学会論文集 (C 編) 63 巻, 607 号, pp.341 - 347, 1997
- 10) Cohen, L. : *Time-Frequency Analysis*, Prentice Hall, 1995 (邦訳：時間-周波数解析, 朝倉書店)
- 11) Classen, T. A. C. and Mecklenbräuker, W. F. G. : The Wigner Distribution - A Tool for Time-Frequency Signal Analysis, Part I : Continuous-Time Signals, *Philips Journal of Research*, Vol.35, No.3, 1980
- 12) Moyal, J. E. : Quantum mechanics as a statistical theory, *Proceedings of Cambridge Philosophical Society*, Vol.45, pp.99 - 124, 1979
- 13) Chui, C. : *An Introduction to Wavelets*, Academic Press, 1992 (邦訳：ウェーブレット解析入門, 東京電機大学出版局)
- 14) Daubechies, I. : *Ten Lectures on Wavelets*, S.I.A.M., 1992
- 15) Resnikoff, H. L., Wells, R.O. : *Wavelet Analysis*, Springer-Verlag, 1998
- 16) Meyer, Y. : Orthonormal Wavelets, *Wavelets*, Springer, 1989
- 17) Lina, Jean-Marc : Complex Daubechies Wavelets, *Applied Computational Harmonic Analysis*, Vol.2, pp.219 - 229, 1995
- 18) 佐々木文夫, 前田達哉, 山田道夫：ウェーブレット変換を用いた時系列データの解析，構造工学論文集，Vol.38B, pp.9 - 20, 1992
- 19) 澤田純男, 盛川仁, 土岐憲三, 川崎久仁生：震源インパルス列モデルの位相特性，第3回都市直下地震災害総合シンポジウム，pp.79 - 80, 1998
- 20) 関西地震観測研究協議会 地震記録 CD-ROM, 1995
- 21) 大濱吉礼, 本田利器：ウェーブレットを用いた Wigner 分布からの波形合成，平成 13 年度 土木学会関西支部年次学術講演会 講演概要集, I-91, 2001

(2001. 4. 19 受付)

WAVE COMPOSITION FROM WIGNER DISTRIBUTION USING WAVELETS

Riki HONDA and Yoshinori OHAMA

Wigner distribution is a useful tool to detect the time varying frequency characteristics of the signal, and it has many advantages. There is also a problem, however, that generally Wigner distribution can not be converted to the time series signal. This paper proposes a method to compose a time series signal from an arbitrary Wigner distribution by using the orthonormal wavelet functions. By using the proposed method, a strong motion record is divided into the body wave component and surface wave component based on its time-frequency characteristics represented by Wigner distribution. The computation results verify the applicability of the proposed method.