

RBSM-FEM混合型要素モデルによる コンクリート供試体の圧縮破壊解析

竹本憲介¹・上林勝敏²・香月 智³・石川信隆⁴

- ¹ 学生会員 防衛大学校研究科学生 建設環境工学科 (〒239-8686 神奈川県横須賀市走水1-10-20)
² 正会員 修士(工学) 防衛大学校研究員 建設環境工学科 (〒239-8686 神奈川県横須賀市走水1-10-20)
³ 正会員 工博 防衛大学校助教授 建設環境工学科 (〒239-8686 神奈川県横須賀市走水1-10-20)
⁴ フェロー 工博 防衛大学校教授 建設環境工学科 (〒239-8686 神奈川県横須賀市走水1-10-20)

本研究は、有限要素法(FEM)モデルと剛体バネモデル(RBSM)とを一体化させた RBSM-FEM 混合型要素モデルを提案したうえで、コンクリート供試体の軟化領域を含む静的、高速の三軸圧縮実験結果のシミュレーション解析を行ったものである。RBSM-FEM 混合型モデルは、FEM の4節点四角形要素と同様な自由度を有し、3組の法線方向バネおよび接線方向バネからなるものであり、法線方向のバネにはバイリニアの弾塑性モデル、接線方向バネにはクーロンすべり限界に基づくバイリニア弾塑性モデルを用いた。コンクリート供試体の三軸圧縮実験結果のシミュレーション解析を試み、その局所化現象に支配された軟化現象、側圧が弾塑性挙動に及ぼす影響および高速載荷実験におけるひずみ速度効果を良く再現できることを示した。

Key Words: RBSM-FEM mixed model, tri-axial compression test, localization, softening

1. 緒言

コンクリート構造物の挙動を解明する代表的な数値解析手法として有限要素法(FEM)がある。しかし、FEMは連続体を基礎とする理論のため、コンクリート構造物のようにひび割れやせん断すべり等複雑な破壊現象を呈する場合はその表現が難しく、不連続な部分の挙動を表現するには特殊な取り扱いを行わなければならない^{1) 2)}。そこで、川井³⁾は塑性変形や破壊の本質はすべりや剥離にあるとし、固体や構造物が破壊や崩壊状態に達するといくつかのブロックに分離するか、リンク機構を形成し剛体運動を生じると考え、強い非線形領域を対象とした剛体ばねモデル(Rigid Body Spring Model, 以下RBSMと称す)と称する新しい離散化モデルを提案した。RBSMは、要素自体を剛体と仮定し、要素同士は各要素辺上に分布したばねにより結ばれ、このばねにエネルギーが蓄えられているとして評価する。したがって、要素間のすべりや分離等の破壊現象を簡単に取り扱うことができる。例えば、竹内ら^{4) 5)}はポロノイ多角形を用いてRBSMの自動要素分割を行い、無筋コンクリートの崩壊解析を行い、予め破壊パターンが予想できない間

題に対して、RBSMが不連続性の崩壊挙動を追跡するのに有効なモデルであることを検証している。さらには、ハイブリッド型変位モデルの考え方に着目してLagrangeの未定乗数にRBSMばねの考え方を導入し、ばね定数としてパネルティを用いて要素境界辺上での変位の連続性を近似的に導入した新しい離散化モデルを開発している。富田ら⁶⁾は、RBSMの適用により繰り返し荷重を受けるRC部材の変形挙動や軸力による塑性変形能の低下を解析的に推定できることを明らかにしている。上原⁷⁾は、鉄筋コンクリートの耐震壁の解析において三角形板要素に代えて長方形板要素を使ったRBSM法により平面応力を受ける薄板や耐震壁およびコンクリート柱について弾性解析を行い、その応力および変形が比較的良く一致することを確認している。また、中島ら⁸⁾は合成桁の解析においてRBSMを用い、鋼およびコンクリート部分のみならず、ずれ止めをも適切にモデル化して解析を行い、橋軸直角方向の力を受けるスタッドの挙動の定性的な傾向を捉えている。鬼頭ら⁹⁾は、RBSMにより鋼・コンクリート合成構造に用いられる形鋼シアコネクタの一例として単一平板からなるものを対象に解析を行い、シアコネクタの寸法諸元がその耐力値ならびに破壊形式に及ぼす影響を良好に評価できることを確認している。

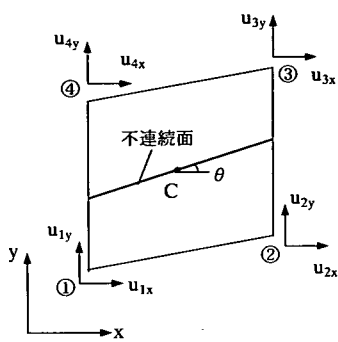
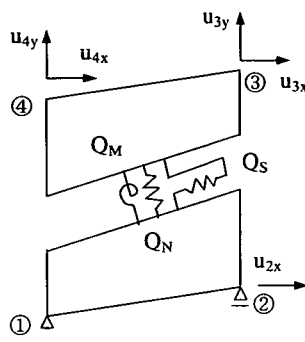
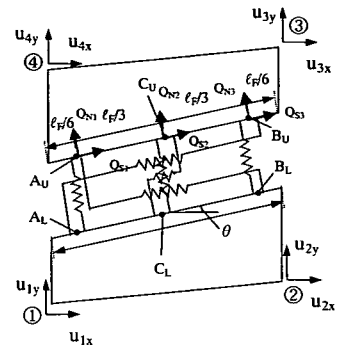


図-1 要素モデル



(a) 通常のRBSMモデル



(b) 提案モデル
図-2 不連続面のバネ

園田ら¹²⁾は、RBSMを用いて鋼・コンクリート合成はりの解析を行い、得られた終局強度および破壊形式が既往の実験結果と比較し良好な結果を得ている。また、鋼とコンクリートのずれ止めとして用いられるスタッドを集中ばねに置換することによりRBSM法の定式化に容易に組み込めることを示している。このようにRBSMは、剛体要素間に境界面を有し、その境界面に全ての情報を集約した物理モデルであるため、巨視的に取り扱えば構造物の不連続面を容易に表現できる。このことから、不連続面を有する構造物や部材に適した解析法と考えられる。微視的に取り扱えばコンクリートのひび割れ面の開閉が、構造全体の変形形状に大きな影響を与えるような場合等の解析に適していると考えられる。

一方、FEM解析は弾性応答をはじめ滑らかな(微分可能な)変形場を解析する場合には、特に高度な解析技法によらずとも広く知られている体系化された簡便な技法である。そもそもコンクリート構造物の破壊応答は、全ての部位が破壊状態にあるわけではなく、滑らかな変形場の応答部位と滑動や割裂および圧壊などの局所的な不連続面を構成する部位とによって構成されている。よって、コンクリート構造物の破壊解析にはFEMとRBSMを混合させた解析法が適しているように思われる。しかし、RBSMは要素の内点に変位点を有するのに対し、FEMは要素の境界線上(節点)に変位点を有するため、単純に組み合わせることはできない。すなわち、どちらかのプラットフォームに統一した手法が望まれる。FEMのプラットフォームでユーザーオプションルーチンの使用可能なツールが多く出回っていることを鑑みると、FEMベースにRBSMと同様な取り扱いができるような要素モデルの開発が便利なようである。

そこで本研究は、FEMの4節点四角要素と同様な自由度を有するRBSM-FEM混合型要素モデルを提案したうえで、コンクリート供試体の静的および高速の三軸圧縮破壊実験のシミュレーションに適用し、その適用性について検討したものである。

2. 要素モデルの基本式

(1) RBSM-FEM混合型要素モデル

提案する要素モデルは、図-1に示すように4つの節点を接続する四角形の要素形状を有し、要素の重心を通り、全体座標系のX軸と反時計回りに θ なる角度を有する不連続面を持つものである。このように要素の境界点に変位自由度を設定することにより、FEMの4節点四角要素と同様な取り扱いで全体のプラットフォームに組み込むことが可能となる。この不連続面を一般のRBSMの境界面に置き換えると、図-2(a)のような境界面上に一組の境界面に法線方向のバネ力 Q_N 、接線方向のバネ力 Q_S および回転バネ力 Q_M を設けることになる。しかし、このモデルを用いて一要素のみを構造体として考え、図-2(a)に示すように、節点①を2自由度固定、節点②をY方向に固定した系を考えると構造体として静定安定系でなければならないが、外的自由度5に対して、内力が3で不足するため不安定系となってしまう。すなわち、この要素モデルを多数挿入した構造系では安定解を得るために巧妙に構造自由度とRBSMモデルの組み合わせを行う必要があり、決して便利とはいえない。そこで本研究は、一要素のみでも安定系を構成できるように、図-2(b)に示す境界面に法線方向と接線方向の3組(6本)のバネを有するモデルとすることとした。なお、安定系を構成できる組み合わせはこの他にも5本モデルなどが考えられるが、複雑さを最小にして3組のバネに均等な構成則を与えられるものとしてこの3組モデルとした。すなわち、不連続面を3等分し、それぞれの領域の midpoint をA、C、Bとしたうえで、図中のC点では上側剛体のバネ接続点 C_U (下付Uは上部剛体側の点を表す)と下側剛体のバネ接続点 C_L (下付Lは下部剛体側の点を表す)とを法線方向バネ Q_{N2} および接線方向バネ Q_{S2} によって連結される。また、A点B点についてはそれぞれ法線方向バネ Q_{N1} 、 Q_{N3} によって対応する A_U-A_L および B_U-B_L が連結される。また、A点とB点の接線方向バネについては、 A_U と B_L 、 B_U と A_L がクロスするように接線方向バネ Q_{S1} 、 Q_{S3} によって連結されるもの

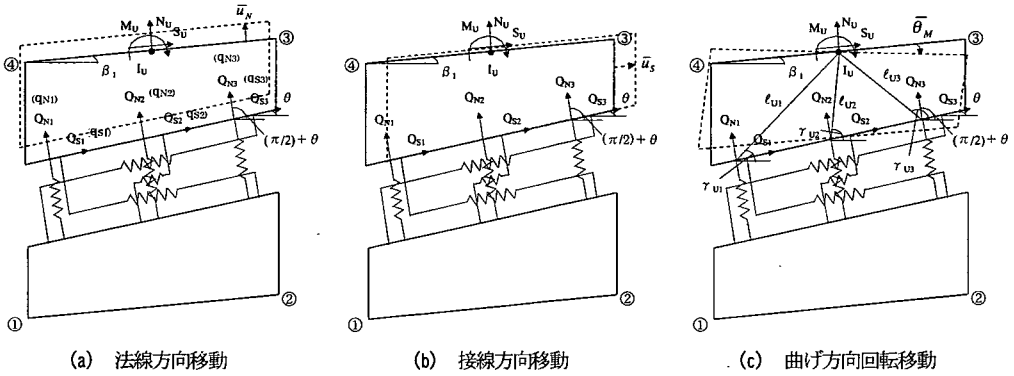


図-3 上部剛体の仮想変位の原理

とする。ここで、このようにクロスさせるのは、後述する変形適合マトリクスにおいて、 A_U と A_L 、 C_U と C_L 、 B_U と B_L を連結させるとバネ力 Q_{S1} 、 Q_{S2} 、 Q_{S3} に対応する変形ベクトル要素 q_{S1} 、 q_{S2} 、 q_{S3} に関する適合ベクトルが、場合によって一次従属関係になり不安定構造を形成するのを避けるためである。

(2) 要素の力の釣り合い条件

図-2(b)に示す提案モデルは、一要素でも不静定構造を構成するので、4節点の変位自由度とバネの変形適合条件、または、外力と内力の釣り合い条件を直接求めることが難しい。そこで、本研究では、まず仮想変位の原理によって剛体に働く2自由度並進方向外力と回転外力と各バネの内力との力の釣り合い条件を求め、これを拡張して節点外力との釣り合い条件へと誘導することとした。

まず、図-3(a)より上部剛体の節点③④を結ぶ境界線上の midpoint に境界線の法線方向に N_U 、接線方向に S_U 、時計回りに回転モーメント M_U が作用するものとする。この状態で法線方向に仮想変位 \bar{u}_N を与えた場合の各バネの仮想変形量は次式のようにになる。

$$\bar{q}_{N1} = \bar{q}_{N2} = \bar{q}_{N3} = \bar{u}_N \cos(\theta - \beta_1) \quad (1-a)$$

$$\bar{q}_{S1} = \bar{q}_{S2} = \bar{q}_{S3} = \bar{u}_N \sin(\theta - \beta_1) \quad (1-b)$$

ここで、 $\bar{q}_{N1}, \bar{q}_{N2}, \bar{q}_{N3}$: それぞれバネ力 Q_{N1}, Q_{N2}, Q_{N3} に対応するバネの変形量 (圧縮方向を正)、 $\bar{q}_{S1}, \bar{q}_{S2}, \bar{q}_{S3}$: それぞれバネ力 Q_{S1}, Q_{S2}, Q_{S3} に対応するバネの変形量 (左ずれを正)、 θ : 不連続面の x 軸となす角、 β_1 : 節点④と③を結ぶ境界線の x 軸となす角。

このとき、仮想変位の原理は次式となる。

$$\bar{u}_N \cdot N_U = \bar{q}_{N1} Q_{N1} + \bar{q}_{S1} Q_{S1} + \bar{q}_{N2} Q_{N2} + \bar{q}_{S2} Q_{S2} + \bar{q}_{N3} Q_{N3} + \bar{q}_{S3} Q_{S3} \quad (2)$$

よって、法線方向力 N_U と各バネの内力との力の釣り合い条件が次式のように得られる。

$$N_U = \cos(\theta - \beta_1) Q_{N1} + \sin(\theta - \beta_1) Q_{S1} + \cos(\theta - \beta_1) Q_{N2} + \sin(\theta - \beta_1) Q_{S2} + \cos(\theta - \beta_1) Q_{N3} + \sin(\theta - \beta_1) Q_{S3} \quad (3)$$

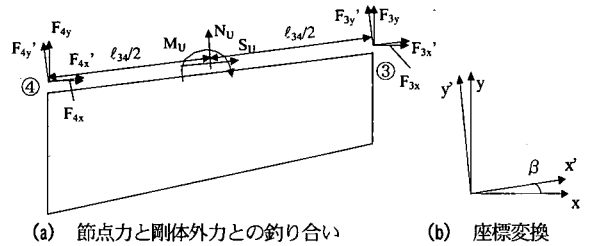


図-4 上部剛体部分の節点力と剛体外力

次に、図-3(b)に示すように節点④と③の境界線の接線方向の仮想変位 \bar{u}_S に対して、仮想変位の原理より境界線上のせん断力 S_U と各バネの内力の釣り合い条件は次式のようにになる。

$$S_U = -\sin(\theta - \beta_1) Q_{N1} + \cos(\theta - \beta_1) Q_{S1} - \sin(\theta - \beta_1) Q_{N2} + \cos(\theta - \beta_1) Q_{S2} - \sin(\theta - \beta_1) Q_{N3} + \cos(\theta - \beta_1) Q_{S3} \quad (4)$$

ここで、 S_U : 節点④③の線分に働くせん断力

さらに、図-3(c)に示すように RBSM 要素の上部剛体の仮想回転 $\bar{\theta}_M$ に対して、仮想変位の原理より曲げモーメント M_U と各バネの内力の釣り合い条件は次式のようにになる。

$$M_U = -l_{U1} \cos(\gamma_{U1} - \theta) Q_{N1} - l_{U3} \sin(\gamma_{U3} - \theta) Q_{S1} - l_{U2} \cos(\gamma_{U2} - \theta) Q_{N2} - l_{U2} \sin(\gamma_{U2} - \theta) Q_{S2} - l_{U3} \cos(\gamma_{U3} - \theta) Q_{N3} - l_{U1} \sin(\gamma_{U1} - \theta) Q_{S3} \quad (5)$$

ここで、 M_U : 線分④③に働く曲げモーメント、 l_{U1}, l_{U2}, l_{U3} : それぞれ線分④③の midpoint と A_U, C_U, B_U を結ぶ距離、 $\gamma_{U1}, \gamma_{U2}, \gamma_{U3}$: それぞれ線分 $I_U - A_U, I_U - C_U, I_U - B_U$ が x 軸となす角。

式(3), (4), (5)をマトリクス表示により次式のように表す。

$$\begin{bmatrix} N_U \\ S_U \\ M_U \end{bmatrix} = C_U^T \begin{bmatrix} Q_{N1} \\ Q_{S1} \\ Q_{N2} \\ Q_{S2} \\ Q_{N3} \\ Q_{S3} \end{bmatrix} \quad (6)$$

ここで、

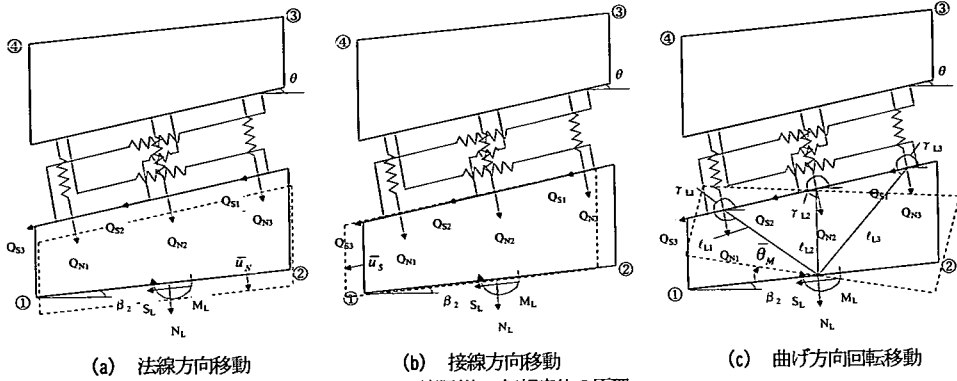


図5 下部剛体の仮想変位の原理

$$C_u^T = \begin{bmatrix} \cos(\theta - \beta_1) & \sin(\theta - \beta_1) & \cos(\theta - \beta_1) \\ -\sin(\theta - \beta_1) & \cos(\theta - \beta_1) & -\sin(\theta - \beta_1) \\ -l_{U1} \cos(\psi_{U1} - \theta) & -l_{U3} \sin(\psi_{U3} - \theta) & -l_{U2} \cos(\psi_{U2} - \theta) \\ \sin(\theta - \beta_1) & \cos(\theta - \beta_1) & \sin(\theta - \beta_1) \\ \cos(\theta - \beta_1) & -\sin(\theta - \beta_1) & \cos(\theta - \beta_1) \\ -l_{U2} \sin(\psi_{U2} - \theta) & -l_{U3} \cos(\psi_{U3} - \theta) & -l_{U1} \sin(\psi_{U1} - \theta) \end{bmatrix} \quad (7)$$

さて、図-4(a)の節点③、④の境界線上の外力 N_U , S_U , M_U と節点③、④上で境界線と x' 軸方向を同一とする局部座標系(図-4(b))での節点外力との力の釣り合いを次式のように表す。

$$\begin{bmatrix} F'_{3x} \\ F'_{3y} \\ F'_{4x} \\ F'_{4y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1/2 & 0 \\ -1/2 & 0 & 1/2l_{34} \\ 0 & -1/2 & 0 \\ -1/2 & 0 & -1/2l_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_U \\ S_U \\ M_U \end{bmatrix} = \mathbf{D} \begin{bmatrix} N_U \\ S_U \\ M_U \end{bmatrix} \quad (8)$$

ここで、 F'_{3x} , F'_{3y} : 節点③の局部座標系 x' , y' 方向の外力、
 F'_{4x} , F'_{4y} : 節点④の局部座標系 x' , y' 方向の外力、 l_{34} : 節点③④間の距離。なお、ここでは接線力 S_U が両端に振り分けられる仮定を用いている。
これを全体座標系に変換すると次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} F_{3x} \\ F_{3y} \\ F_{4x} \\ F_{4y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta_1 & -\sin \beta_1 & 0 & 0 \\ \sin \beta_1 & \cos \beta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \beta_1 & -\sin \beta_1 \\ 0 & 0 & \sin \beta_1 & \cos \beta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F'_{3x} \\ F'_{3y} \\ F'_{4x} \\ F'_{4y} \end{bmatrix} = \mathbf{D} \begin{bmatrix} F'_{3x} \\ F'_{3y} \\ F'_{4x} \\ F'_{4y} \end{bmatrix} \quad (9)$$

以上の式(6)~(9)を連立すると次のような力の釣り合い条件が得られる。

$$\begin{bmatrix} F_{3x} \\ F_{3y} \\ F_{4x} \\ F_{4y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G + l_{U1}EJ & -H + l_{U1}LJ & G + l_{U2}RJ \\ -H - l_{U1}EK & -G - l_{U1}LK & -H - l_{U2}RK \\ G - l_{U1}EJ & -H - l_{U1}LJ & G - l_{U2}RJ \\ -H + l_{U1}EK & -G + l_{U1}LK & -H + l_{U2}RK \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{N1} \\ Q_{S1} \\ Q_{N2} \\ Q_{S2} \\ Q_{N3} \\ Q_{S3} \end{bmatrix} \quad (10)$$

ただし、

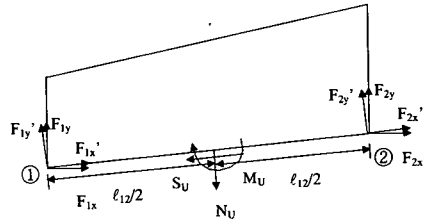


図6 下部剛体に働く節点力と剛体外力

$$G = \frac{1}{2} \sin \theta \quad H = \frac{1}{2} \cos \theta \quad J = \sin \beta_1 \quad K = \cos \beta_1$$

$$L = \frac{1}{2l_{34}} \sin(\psi_{U1} - \theta) \quad O = \frac{1}{2l_{34}} \sin(\psi_{U2} - \theta) \quad V = \frac{1}{2l_{34}} \sin(\psi_{U3} - \theta)$$

$$E = \frac{1}{2l_{34}} \cos(\psi_{U1} - \theta) \quad R = \frac{1}{2l_{34}} \cos(\psi_{U2} - \theta) \quad T = \frac{1}{2l_{34}} \cos(\psi_{U3} - \theta)$$

続いて、図-5 に示すような下部剛体の仮想変位の原理の適用では、 Q_{S1} と Q_{S3} がクロスされていることに注意して上部剛体の場合と同様に力の釣り合い条件は次のようになる。

$$N_L = \cos(\theta - \beta_2)Q_{N1} + \sin(\theta - \beta_2)Q_{S1} + \cos(\theta - \beta_2)Q_{N2} + \sin(\theta - \beta_2)Q_{S2} + \cos(\theta - \beta_2)Q_{N3} + \sin(\theta - \beta_2)Q_{S3} \quad (11)$$

$$S_L = -\sin(\theta - \beta_2)Q_{N1} + \cos(\theta - \beta_2)Q_{S1} - \sin(\theta - \beta_2)Q_{N2} + \cos(\theta - \beta_2)Q_{S2} - \sin(\theta - \beta_2)Q_{N3} + \cos(\theta - \beta_2)Q_{S3} \quad (12)$$

$$M_L = -l_{L1} \cos(\gamma_{L1} - \theta)Q_{N1} + l_{L1} \sin(\gamma_{L1} - \theta)Q_{S1} - l_{L2} \cos(\gamma_{L2} - \theta)Q_{N2} + l_{L2} \sin(\gamma_{L2} - \theta)Q_{S2} - l_{L3} \cos(\gamma_{L3} - \theta)Q_{N3} - l_{L3} \sin(\gamma_{L3} - \theta)Q_{S3} \quad (13)$$

ここで、 N_L : 節点①と②を結ぶ境界線の midpoint に働く法線方向力、 β_2 : 節点①と②を結ぶ境界線と x 軸となす角、 S_L : 節点①②の線分に働くせん断力、 M_L : 線分①②の midpoint に働く曲げモーメント、 l_{L1} , l_{L2} , l_{L3} : それぞれ線分①②の midpoint I_L と A_L , C_L , B_L を結ぶ距離、 γ_{L1} , γ_{L2} , γ_{L3} : それぞれ線分 I_L と A_L , I_L と C_L , I_L と B_L が x 軸となす角。

上部剛体で行ったのと同様な操作を図-6 に示す剛体力 N_L , S_L , M_L と節点外力との関係を導入したうえで、全体座標系における下部剛体に対する節点外力と各バネの内力との力の釣り合い条件式が次式のように得られる。

$$\begin{bmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ F_{2x} \\ F_{2y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -G + \ell_{L1}E'J' & H - \ell_{L1}L'J' & -G + \ell_{L2}R'J' \\ H - \ell_{L1}E'K' & G + \ell_{L1}L'K' & H - \ell_{L2}R'K' \\ -G - \ell_{L1}E'J' & H + \ell_{L1}L'J' & -G - \ell_{L2}R'J' \\ H + \ell_{L1}E'K' & G - \ell_{L1}L'K' & H + \ell_{L2}R'K' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1x} \\ u_{1y} \\ u_{2x} \\ u_{2y} \\ u_{3x} \\ u_{3y} \\ u_{4x} \\ u_{4y} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} H - \ell_{L2}O'J' & -G + \ell_{L3}T'J' & H - \ell_{L3}V'J' \\ G + \ell_{L2}O'K' & H - \ell_{L3}T'K' & G + \ell_{L3}V'K' \\ H + \ell_{L2}O'J' & -G - \ell_{L3}T'J' & H + \ell_{L3}V'J' \\ G - \ell_{L2}O'K' & H + \ell_{L3}T'K' & G - \ell_{L3}V'K' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{N1} \\ Q_{S1} \\ Q_{N2} \\ Q_{S2} \\ Q_{N3} \\ Q_{S3} \end{bmatrix} \quad (14)$$

ここで、

$$J' = \sin\beta_2, \quad K' = \cos\beta_2, \quad L' = \frac{1}{2\ell_{L1}}\sin(\gamma_{L1} - \theta), \quad O' = \frac{1}{2\ell_{L2}}\sin(\gamma_{L2} - \theta),$$

$$E' = \frac{1}{2\ell_{L3}}\sin(\gamma_{L3} - \theta), \quad E' = \frac{1}{2\ell_{L1}}\cos(\gamma_{L1} - \theta), \quad R' = \frac{1}{2\ell_{L2}}\cos(\gamma_{L2} - \theta),$$

$$T' = \frac{1}{2\ell_{L3}}\cos(\gamma_{L3} - \theta) \text{ である.}$$

以上の式(10)と(14)をまとめると不連続面を有する4節点四角形要素に対して各節点外力と不連続面内の各バネの内力との力の釣り合い条件式が次式のように表される。

$$\begin{bmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ F_{2x} \\ F_{2y} \\ F_{3x} \\ F_{3y} \\ F_{4x} \\ F_{4y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -G + \ell_{L1}E'J' & H - \ell_{L1}L'J' & -G + \ell_{L2}R'J' \\ H - \ell_{L1}E'K' & G + \ell_{L1}L'K' & H - \ell_{L2}R'K' \\ -G - \ell_{L1}E'J' & H + \ell_{L1}L'J' & -G - \ell_{L2}R'J' \\ H + \ell_{L1}E'K' & G - \ell_{L1}L'K' & H + \ell_{L2}R'K' \\ G + \ell_{U1}EJ & -H + \ell_{U1}LJ & G + \ell_{U2}RJ \\ -H - \ell_{U1}EK & -G - \ell_{U1}LK & -H - \ell_{U2}RK \\ G - \ell_{U1}EJ & -H - \ell_{U1}LJ & G - \ell_{U2}RJ \\ -H + \ell_{L1}EK & -G + \ell_{U1}LK & -H + \ell_{U2}RK \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{N1} \\ Q_{S1} \\ Q_{N2} \\ Q_{S2} \\ Q_{N3} \\ Q_{S3} \end{bmatrix} \quad (15)$$

(3) 変形適合条件

式(10)と(14)で得られた力の釣り合い条件をもとに、反傾定理 (Principle of Contragredience)¹³⁾を適用して変形適合条件を求めると次のようになる。

$$\begin{bmatrix} q_{N1} \\ q_{S1} \\ q_{N2} \\ q_{S2} \\ q_{N3} \\ q_{S3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -G + \ell_{L1}E'J' & H - \ell_{L1}E'K' & -G - \ell_{L1}E'J' \\ H - \ell_{L1}L'J' & G + \ell_{L1}L'K' & H + \ell_{L1}L'J' \\ -G + \ell_{L2}R'J' & H - \ell_{L2}R'K' & -G - \ell_{L2}R'J' \\ H - \ell_{L2}O'J' & G + \ell_{L2}O'K' & H + \ell_{L2}O'J' \\ -G + \ell_{L3}T'J' & H - \ell_{L3}T'K' & -G - \ell_{L3}T'J' \\ H - \ell_{L3}V'J' & G + \ell_{L3}V'K' & H + \ell_{L3}V'J' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H + \ell_{L1}EK' & G + \ell_{U1}EJ & -H - \ell_{U1}EK \\ G - \ell_{L1}LK' & -H + \ell_{U1}LJ & -G - \ell_{U1}LK \\ H + \ell_{L2}RK' & G + \ell_{U2}RJ & -H - \ell_{U2}RK \\ G - \ell_{L2}OK' & -H + \ell_{U2}OJ & -G - \ell_{U2}OK \\ H + \ell_{L3}TK' & G + \ell_{U3}TJ & -H - \ell_{U3}TK \\ G - \ell_{L3}VK' & -H + \ell_{U3}VJ & -G - \ell_{U3}VK \end{bmatrix}$$

しかし、この変形適合条件では特殊条件 (例えば、 θ と β_1, β_2 が平行) のもとでは q_{S1}, q_{S2}, q_{S3} の1次独立性が保たれず要素剛性マトリックスが特異となる。これを避けるために q_{S1} と q_{S3} に関して節点③と④または①と②への遠近による重み付けを導入し、次のような変形適合条件に改良した。

$$\begin{bmatrix} q_{N1} \\ q_{S1} \\ q_{N2} \\ q_{S2} \\ q_{N3} \\ q_{S3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -G + \ell_{L1}O'J' & H - \ell_{L1}Q'K' & -G - \ell_{L1}Q'J' \\ 2(1-\omega)(H - \ell_{L1}L'J') & 2(1-\omega)(G + \ell_{L1}L'K') & 2\omega(H + \ell_{L1}L'J') \\ -G + \ell_{L2}R'J' & H - \ell_{L2}R'K' & -G - \ell_{L2}R'J' \\ H - \ell_{L2}O'J' & G + \ell_{L2}O'K' & H + \ell_{L2}O'J' \\ -G + \ell_{L3}T'J' & H - \ell_{L3}T'K' & -G - \ell_{L3}T'J' \\ 2\omega(H - \ell_{L3}P'J') & 2\omega(G + \ell_{L3}P'K') & 2\omega(H + \ell_{L3}P'J') \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H + \ell_{L1}Q'K' & G + \ell_{U1}OJ & -H - \ell_{U1}QK \\ 2\omega(G - \ell_{L1}LK') & 2(1-\omega)(-H + \ell_{U1}LJ) & 2\omega(-G - \ell_{U1}LK) \\ H + \ell_{L2}R'K' & G + \ell_{U2}RJ & -H - \ell_{U2}RK \\ G - \ell_{L2}O'K' & -H + \ell_{U2}OJ & -G - \ell_{U2}OK \\ H + \ell_{L3}T'K' & G + \ell_{U3}TJ & -H - \ell_{U3}TK \\ 2(1-\omega)(G - \ell_{L3}P'K') & 2\omega(-H + \ell_{U3}PJ) & 2(1-\omega)(-G - \ell_{U3}PK) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1x} \\ u_{1y} \\ u_{2x} \\ u_{2y} \\ u_{3x} \\ u_{3y} \\ u_{4x} \\ u_{4y} \end{bmatrix} \quad (17)$$

ここで、 ω : 重み付け係数 ($=1/3$) とした。

よって、仮想仕事の原理を保つため、改めて式(15)の釣り合い係数マトリックスは、式(17)の係数マトリックスの転置マトリックスとした。

(4) 構成則

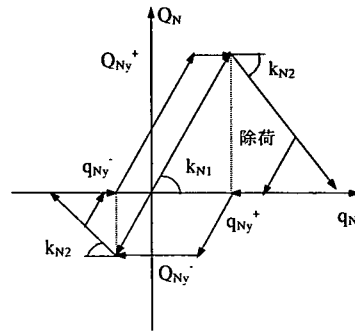
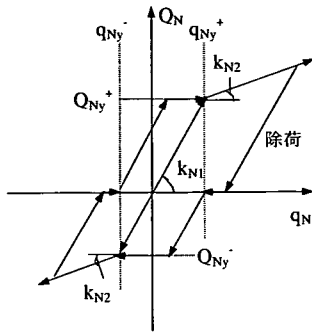
a) 法線方向バネ

法線方向バネの構成則は、図-7 に示すような除荷を考慮した2段階の線形剛性を持つモデルとする。よって、そのバネ力 Q_N は次式のようにして求める。

$$Q_N = \bar{Q}_N + \Delta Q_N \quad (18)$$

ここで、 Q_N : 現段階の法線方向バネ力、 \bar{Q}_N : 前段階の法線方向バネ力、 ΔQ_N : 増分法線方向バネ力であり、ここでは後述するように、動的解析法を用いて解析を進めるので、 ΔQ_N は時間増分 Δt 間の増分を表す。

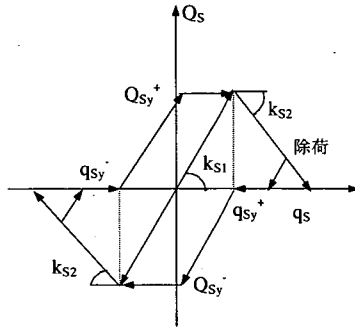
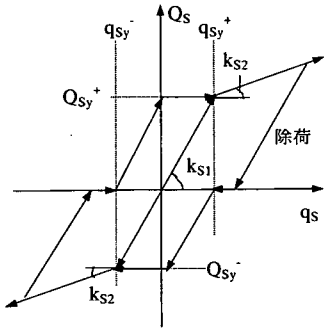
この ΔQ_N については以下のような手順で決定される。ま



(a) 硬化型 ($k_{Ny2} > 0$) の場合

(b) 軟化型 ($k_{Ny2} < 0$) の場合

図-7 法線方向バネの構成則



(a) 硬化型 ($k_{s2} > 0$) の場合

(b) 軟化型 ($k_{s2} < 0$) の場合

図-8 接線方向バネの構成則

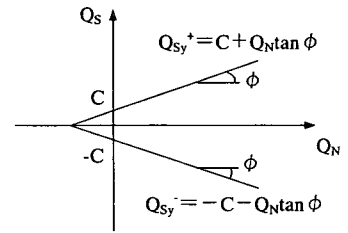


図-9 接線方向バネの降伏点構成則 (クーロンモデル)

ず、初期剛性 k_{N1} によって増分変形量と対応づけられる $\Delta\bar{Q}_N$ が求められる。

$$\Delta\bar{Q}_N = k_{N1}\Delta q_N \quad (19)$$

ただし、 k_{N1} ：初期剛性、 Δq_N ：増分法線方向バネ変形量。式(19)を用いると式(18)より仮定 \bar{Q}_N が求められる。

$$\bar{Q}_N = \bar{Q}_N + \Delta\bar{Q}_N \quad (20)$$

この際、次の条件を満足すると仮定値は真値となる。

$$Q_N = \bar{Q}_N : (q_{Ny-} \leq q_N \leq q_{Ny+}) \cup (Q_{Ny-} \leq Q_N \leq Q_{Ny+}) \quad (21)$$

満足しない場合には、次のように場合分けされて Q_N が求められる。

$$q_{Ny-} \leq q_N \leq q_{Ny+} \text{ で } \bar{Q}_N > Q_{Ny+} \text{ の場合には } Q_N = Q_{Ny+} \quad (22a)$$

$$q_N > q_{Ny+} \text{ で } \bar{Q}_N < 0 \text{ の場合には } Q_N = 0 \quad (22b)$$

$$q_N > q_{Ny+} \text{ で } \bar{Q}_N > Q_N = Q_{Ny+} + k_{N2}(q_N - q_{Ny+}) \text{ の場合には}$$

$$Q_N = Q_{Ny+} + k_{N2}(q_N - q_{Ny+}) \quad (22c)$$

$$q_N > q_{Ny+} \text{ で } Q_N = Q_{Ny+} + k_{N2}(q_N - q_{Ny+}) < 0 \text{ の場合には}$$

$$Q_N = 0 \quad (22d)$$

$$q_{Ny-} \leq q_N \leq q_{Ny+} \text{ で } \bar{Q}_N < Q_{Ny-} \text{ の場合には } Q_N = Q_{Ny-} \quad (22e)$$

$$q_N < q_{Ny-} \text{ で } \bar{Q}_N > 0 \text{ の場合には } Q_N = 0 \quad (22f)$$

$$q_N < q_{Ny-} \text{ で } \bar{Q}_N < 0 \text{ の場合には } Q_N = Q_{Ny-} + k_{N3}(q_N - q_{Ny-}) \quad (22g)$$

$$q_N < q_{Ny-} \text{ で } Q_N = Q_{Ny-} + k_{N3}(q_N - q_{Ny-}) > 0 \text{ の場合には}$$

$$Q_N = 0 \quad (22h)$$

ただし、 q_{Ny+} ：法線方向バネの圧縮降伏時の変形量、 q_{Ny-} ：法線方向バネの引張降伏時の変形量、 Q_{Ny+} ：法線方向バネの圧縮降伏強度、 Q_{Ny-} ：法線方向バネの引張降伏強度、 k_{N2} ：法線方向バネの圧縮側弾塑性剛性、 k_{N3} ：法線方向バネの引張側弾塑性剛性。

以上の式(19)~(22)は、図-7(a)、(b)に示す硬化型および軟化型の両方のタイプに適用できる。

b) 接線方向バネ

接線方向バネについても、法線方向バネと同様に図-8に示す硬化および軟化型の除荷過程を考慮したモデルとする。ただし、法線方向バネについては圧縮と引張で非対称な降伏点を設定したが、接線方向バネについては硬化型および軟化型とも対称として、次式によるクーロン滑りモデルを用いて算定した。

$$Q_{sy+} = C + Q_N \tan \phi \quad (23a)$$

$$Q_{sy-} = -C - Q_N \tan \phi \quad (23b)$$

以下、 Q_s は Q_N と同様に次式によって求められる。

$$Q_s = \bar{Q}_s + \Delta Q_s \quad (24)$$

ここで、 Q_s ：現段階の接線方向バネ力、 \bar{Q}_s ：前段階の接線方向バネ力、 ΔQ_s ：増分接線方向バネ力であり、ここでも

後述するように、動的解析法を用いて解析を進めるので、 ΔQ_s は時間増分 Δt 間の増分を表す。

この ΔQ_s については以下のような手順で決定される。まず、初期剛性 k_{s1} によって増分変形量と対応づけられる $\Delta \tilde{Q}_s$ が求められる。

$$\Delta \tilde{Q}_s = k_{s1} \Delta q_s \quad (25)$$

ただし、 k_{s1} : 初期剛性、 Δq_s : 増分接線方向バネ変形量。これを用いて、式(24)に代入され、仮定 \tilde{Q}_s が求められる。

$$\tilde{Q}_s = \bar{Q}_s + \Delta \tilde{Q}_s \quad (26)$$

この際、次の条件を満足すると仮定値は真値となる。

$$Q_s = \tilde{Q}_s : (q_{sy}^- \leq q_s \leq q_{sy}^+) \cup (Q_{sy}^- \leq Q_s \leq Q_{sy}^+) \quad (27)$$

満足しない場合には、次のように場合分けされて Q_s が求められる。

$$q_{sy}^- \leq q_s \leq q_{sy}^+ \text{ で } \tilde{Q}_s > Q_{sy}^+ \text{ の場合には } Q_s = Q_{sy}^+ \quad (28a)$$

$$q_s > q_{sy}^+ \text{ で } \tilde{Q}_s < 0 \text{ の場合には } Q_s = 0 \quad (28b)$$

$$q_s > q_{sy}^+ \text{ で } \tilde{Q}_s > Q_{sy}^+ = Q_{sy}^* + k_{s2}(q_s - q_{sy}^+) \text{ の場合には} \\ Q_s = Q_{sy}^* + k_{s2}(q_s - q_{sy}^+) \quad (28c)$$

$$q_s > q_{sy}^+ \text{ で } Q_s = Q_{sy}^* + k_{s2}(q_s - q_{sy}^+) < 0 \text{ の場合には} \\ Q_s = 0 \quad (28d)$$

$$q_{sy}^- \leq q_s \leq q_{sy}^+ \text{ で } \tilde{Q}_s < Q_{sy}^- \text{ の場合には } Q_s = Q_{sy}^- \quad (28e)$$

$$q_s < q_{sy}^- \text{ で } \tilde{Q}_s > 0 \text{ の場合には } Q_s = 0 \quad (28f)$$

$$q_s < q_{sy}^- \text{ で } \tilde{Q}_s < Q_{sy}^- = -Q_{sy}^- + k_{s2}(q_s + q_{sy}^-) \text{ の場合には} \\ Q_s = -Q_{sy}^- + k_{s2}(q_s + q_{sy}^-) \quad (28g)$$

$$q_s < q_{sy}^- \text{ で } Q_s = -Q_{sy}^- + k_{s2}(q_s + q_{sy}^-) > 0 \text{ の場合には} \\ Q_s = 0 \quad (28h)$$

ここで、 q_{sy}^+ : 接線方向バネの左ズレ降伏時の変形量、 q_{sy}^- : 接線方向バネの右ズレ降伏時の変形量、 Q_{sy}^+ : 接線方向バネの左ズレ降伏強度、 Q_{sy}^- : 接線方向バネの右ズレ降伏強度、 k_{s2} : 接線方向バネの弾塑性剛性。

以上の式(23)~(28)は、図-8(a)、(b)に示す硬化型および軟化型の両方のタイプに適用できる。

(5) 構造全体の解析式

ここでは、構造全体を通常の FEM による三角形要素と RBSM 要素によってモデル化するものとする。

この際、FEM 三角形要素には、Drucker-Prager の降伏条件¹⁹⁾に基づく弾塑性モデルを用いる。しかし、図-8、9に示すように RBSM モデルで軟化モデルを用いると、静的弾塑性解析では軟化領域で全体系の剛性マトリックスの解が不安定となる。これを防ぐため本研究では、後述の高速载荷解析に応用する企図もあってこれを動的解析アルゴリズムによって解くものとした。動的解析の慣性力項を含むことによって解を安定的に進めることができる。構造全体の運動方程式は次式のように表される。

$$\begin{bmatrix} m_{kk} & m_{kw} \\ m_{kw} & m_{ww} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_k \\ \ddot{u}_w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{kk} & D_{kw} \\ D_{kw} & D_{ww} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_k \\ \dot{u}_w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_k \\ F_w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{kk} & K_{kw} \\ K_{kw} & K_{ww} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_k \\ \Delta u_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_k \\ F_w \end{bmatrix} \quad (29)$$

ここで、 $(\bar{\quad})$ は前段階での解を示し、 \ddot{u} 、 \dot{u} 、 u : それぞれ節点の加速度、速度、変位ベクトル、 F : 節点外力ベクトル、 m : 質量マトリックス、 D : 減衰マトリックス、 K : 剛性マトリックスであり、添字 k は、変位ベクトルまたは外力ベクトルに関して known の略で既知の量を示し、添字 w は、unknown の略で未知の量を示す、すなわち、 F_w 、 \dot{u}_w 、 \ddot{u}_w 、 u_w は未知数である。一方、 F_k は既知であり、 \ddot{u}_k 、 \dot{u}_k 、 u_k は加速度、速度、または変位が与えられることにより、ニューマークの β 法の積分関係によってすべてが既知となる。ちなみに、構成則が非線形の場合には、式(29)は変位に関して微小増分間の式に変換され、剛性マトリックスは増分間の接線剛性マトリックスを用いるものとする。まず、式(29)の下段の式を未知項と既知項に整理すると、次式が得られる。

$$m_{kw}\ddot{u}_w + D_{kw}\dot{u}_w + K_{kw}\Delta u_w = F_k - \bar{F}_k - m_{kk}\ddot{u}_k - D_{kk}\dot{u}_k - K_{kk}\Delta u_k \quad (30)$$

これをニューマーク β 法による積分則と連立すると、 \ddot{u}_w は次式によって与えられる。

$$\ddot{u}_w = \left[m_{kw} + (\Delta t/2)D_{kw} + \beta\Delta t^2 K_{kw} \right]^{-1} \left[F_k - \bar{F}_k - m_{kk}\ddot{u}_k - D_{kk}\dot{u}_k - D_{kw}\dot{u}_w + (\Delta t/2)\ddot{u}_w \right] - K_{kw}\Delta u_k - K_{kw}[\Delta t\ddot{u}_w + (1/2 - \beta)\Delta t^2\ddot{u}_w] \quad (31)$$

ここで、 Δt は増分時間を示す。求められた \ddot{u}_w を用いて、ニューマーク β 積分則により、 \dot{u}_w 、 u_w は次式となる。

$$\dot{u}_w = \bar{\dot{u}}_w + (\ddot{u}_w + \dot{u}_w)\Delta t/2 \quad (32)$$

$$u_w = \bar{u}_w + \dot{u}_w\Delta t + ((1/2) - \beta)\Delta t^2\ddot{u}_w + \beta\Delta t^2\dot{u}_w \quad (33)$$

さらに、未知の外力 F_w は次式によって求められる。

$$F_w = m_{wk}\ddot{u}_k + m_{ww}\ddot{u}_w + D_{wk}\dot{u}_k + D_{ww}\dot{u}_w + \bar{F}_w + K_{wk}u_k + K_{ww}u_w \quad (34)$$

3. 解析例

提案する解析モデルを用いてコンクリート供試体の静的および高速三軸圧縮実験結果¹³⁾のシミュレーションへの適用性について検討を試みる。本実験では、テストピース圧縮载荷実験でありながら、①破壊面における局所化現象が存在すること、②破壊面から離れる部位でひずみの除荷現象がみられること、③軟化勾配に関して精度良い計測が行われていることなどの特徴がある。実験供試体は、図-10に示すような直径 50mm、高さ 100mm の円柱供試体であり、表-1に示すように側圧を 0、4.9、9.8N/mm² の 3 種類で行っており、側圧がない場合の強度は 31N/mm² の強度をもつ普通強度コンクリートである。

(1) RBSM 単一要素モデルによる解析

まず、静的一軸実験結果によると、写真-1に示すような破壊面を有し、その傾きは約 62° であったことが報告されている¹⁴⁾。文献 14) では、すべり面の形状や傾きが側圧条件等によって変化することも考察されているが、ここでは最

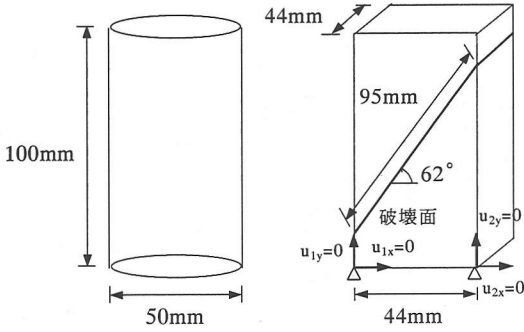


図-10 コンクリート供試体

図-11 RBSM 単一要素

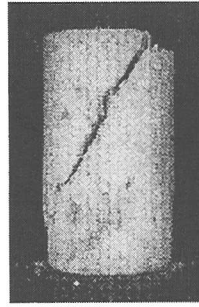


写真-1 破壊状況

表-1 実験結果による圧縮強度

側圧(N/mm ²)	圧縮強度(N/mm ²)
0	31
4.9	56
9.8	75

表-2 RBSM1 要素モデルの構成則値

項目区分	項目	数値
法線方向バネ	最大圧縮バネ力 Q_{NC} (kN)	41.8
	最大引張バネ力 Q_{NT} (kN)	-4.18
	バネ係数 K_N (N/cm)	1.67×10^6
	圧縮軟化係数 K_{NC} (N/cm)	-4.17×10^5
	引張軟化係数 K_{NT} (N/cm)	-4.17×10^5
接線方向バネ	バネ係数 K_{S1} (N/cm)	5.88×10^5
	軟化勾配 K_{S2} (N/cm)	-1.23×10^5
	粘着力 C (kN)	8.82
	内部摩擦角 ϕ (°)	34

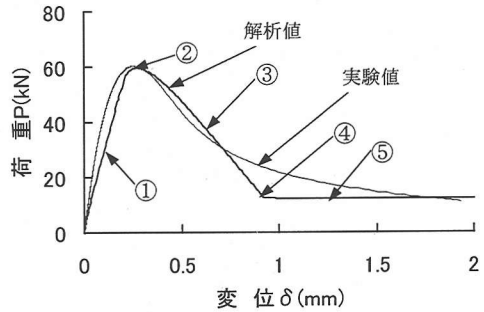


図-12 荷重～変位関係

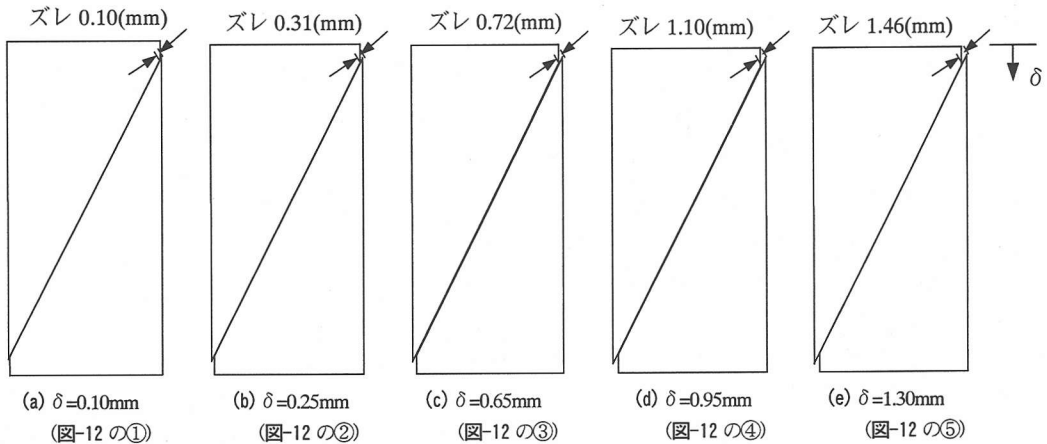


図-13 RBSM 要素の変形図

も簡略化された代表的なモデル化として、図-11 に示すようにコンクリート円形断面供試体と同じ断面積を持つ正方形断面のRBSMの単一要素によってシミュレーション解析することを試みた。ここで、正方形断面とした理由は、RBSMの2次元解析を用いるため奥行きを一定としたためである。各バネの構成則パラメータは法線方向バネについては、実験による応力～ひずみ関係よりバネ力～変形関係とした。接線方向バネについては、粘着力は圧縮強度¹⁵⁾、内部摩擦角は実験($\phi=2(\theta-45^\circ)$)、バネ係数、軟化勾配はパラメトリックに決定し、表-2の値を用いた。

図-12に、解析で得られた荷重～変位関係を実験結果と比較して示す。単一要素による粗いモデル化に関わらず、表-2の構成則を用いると実験の最大強度および軟化勾配を概ね表すことができている。特に、解析の構成則は線形にも関わらず、実験結果と同様な非線形の荷重～変位関係となっており、実験の変位1mm以降の残留強度をも良くシミュレートできている。図-12に示した荷重～変位関係の特徴的な点①～⑤における変位の進行に伴う要素の破壊変形の進行図を図-13に示す。これより一定のズレ変形により変形していることわかる。

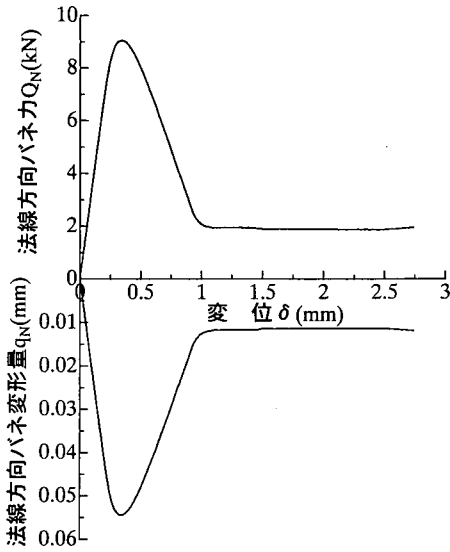


図-14 法線方向バネ Q_N の応答

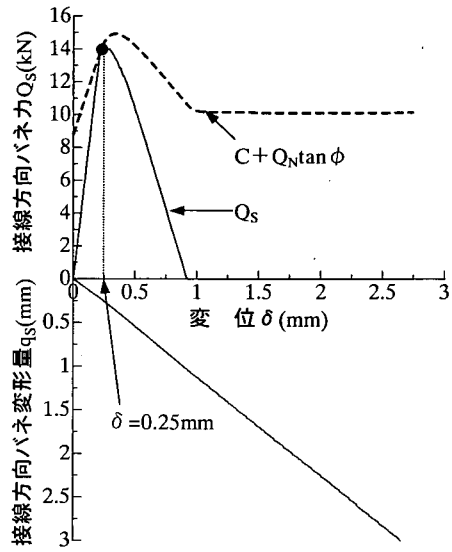


図-15 接線方向バネ Q_S の応答

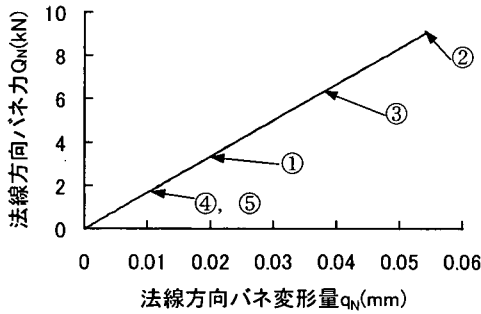


図-16 法線方向バネ力～変形関係

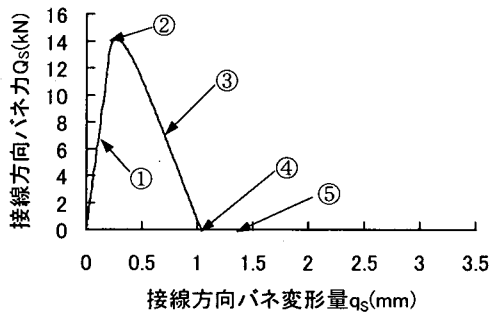


図-17 接線方向バネ力～変形関係

図-14には破壊面中央の法線方向バネの応答 (Q_{N2} , q_{N2}) を、また、図-15には破壊面中央の接線方向バネの応答 (Q_{S2} , q_{S2}) を示している。図-14より法線方向バネ力および変形量は変位 0.3mm までとはともに増加し、ピーク値に達するとそれ以降急激に減少している。そして接線方向バネ力が 0 になる変位 0.85mm 以後は法線方向バネ力と変形量は一定となっている。このため法線方向のバネ力が一定の残留値となり、図-12の残留強度と釣り合っている。

図-15によると、法線方向バネが復元プロセスをたどっている間にも、一貫して接線方向バネの変形は供試体上面の変位 δ と比例して増加することがわかる。よって、そのバネ力は当初線形的に増加するが、図中に破線で示した限界バネ力に $\delta = 0.25\text{mm}$ で達するため、その後は軟化型の弾塑性応答の軟化挙動をたどる。この間、基準限界値 ($C + Q_N \tan \phi$) の値はやや非線形的に軟化するので滑りバネ力 Q_S も非線形的に軟化し、変位 $\delta = 0.85\text{mm}$ において接線方向バネ力が失われる。

図-16と図-17には、それぞれ図-14と図-15で示したバネ力～変形関係を示す。これより、法線方向バネは弾性的に荷重、除荷プロセスをたどり、最終的に約 2kN の残留バネ力を保つのに対して、接線方向バネは、軟化型の弾塑性応答を示していることがわかる。

以上、図-12および図-14～17を総合すると、①提案モデルによって粗くではあるが実験結果の軟化型の挙動を表すことができる。②多段階線形の構成則の組み合わせであるにも関わらず、図-15に見られるように限界力の微妙なバランスによってあたかも非線形的なピーク値以降の軟化挙動を表現できる。③軟化後に残留する応力についても表現が可能であることがわかる。これらの挙動に与える構成則パラメータの影響について調べるため、各々のパラメータについて、表-2で示した値の 0.5 倍または 2 倍もしくは 1.5 倍の値を用いて同条件の解析を行った。

図-18に、法線方向バネ係数が荷重～変位関係に与える影響を示している。これより法線方向バネ係数は、この弾性

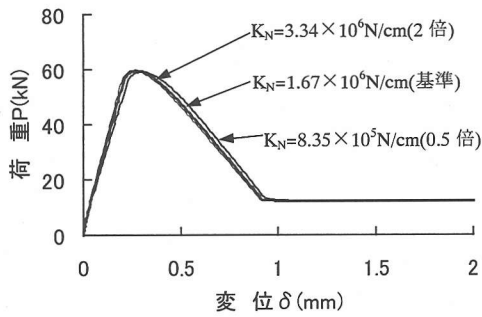


図-18 法線方向バネ係数の影響

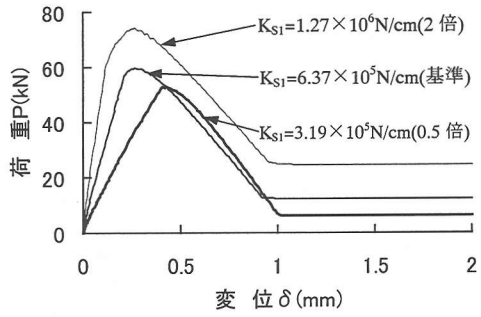


図-19 接線方向バネ係数の影響

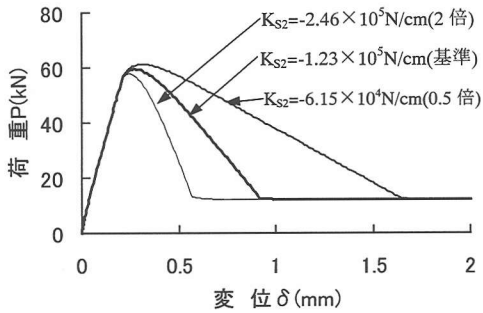


図-20 接線方向バネの軟化剛性の影響

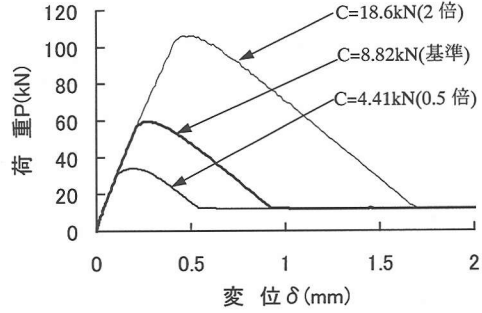


図-21 粘着力の影響

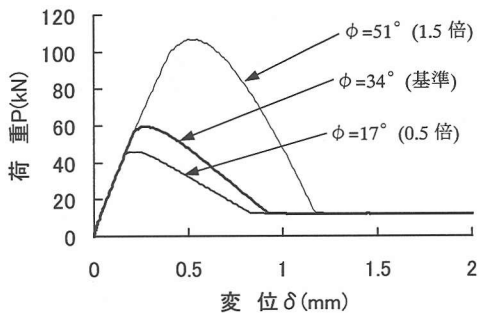
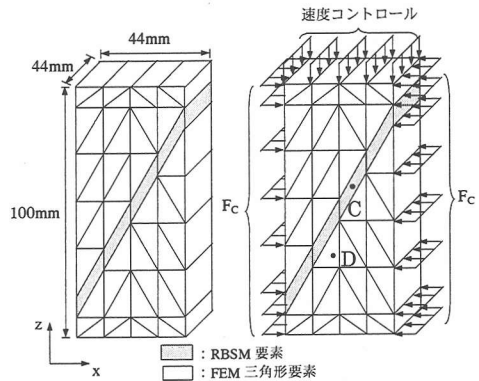


図-22 内部摩擦角の影響



(a) 要素分割 (b) 速度制御および側圧荷重

図-23 RBSM-FEM 混合型要素モデル

性挙動のいずれに対してもほとんど影響を与えないことがわかる。

図-19に、接線方向バネの初期剛性の影響を示している。これより、接線方向バネの初期剛性を大きくするにつれて、荷重～変位関係の初期剛性、ピーク値および残留強度が大きくなることがわかる。しかし、軟化勾配には影響が見られない。

図-20には、接線方向バネの軟化領域 K_{S2} の剛性による影響を示している。これより、 K_{S2} については軟化領域の勾配のみ影響を及ぼすが、荷重のピーク値や残留強度にはほとんど影響を与えないことがわかる。

図-21には、クーロン滑り則の粘着力項 (C) が与える影

響を示す。これより粘着力を大きくするにつれてピーク値のみが明瞭に大きくなることがわかる。

図-22は、クーロン滑り則の内部摩擦角の影響を示す。これより内部摩擦角も粘着力と同様にピーク値が大きくなるとともに軟化勾配が小さくなっていることがわかる。

(2) RBSM-FEM 混合型モデル

前述のRBSM単一要素モデルでも、実験の荷重～変位関係と同様な弾塑性挙動を表現できることが認められたが、実験で明らかにされているひずみの局所的な除荷現象など

表-3 構成則パラメータ

要素	区分およびパラメータ	数値	
三角形要素	ヤング率(N/cm ²)	2.60×10 ⁶	
	ポアソン比	0.167	
	Drucker-Prager 定数 α	0.265	
	Drucker-Prager 定数 κ	80	
	圧縮	圧縮強度 σ_c (N/mm ²)	20
		終局強度 σ_{yf} (N/mm ²)	31
硬化係数H(N/cm ²)		1.00×10 ⁶	
RBSM要素	法線方向	最大圧縮バネ力 Q_{NC} (kN)	10.5
		最大引張バネ力 Q_{NT} (kN)	1.05
		バネ係数 K_N (N/cm)	4.1×10 ⁵
		圧縮軟化係数 K_{NC} (N/cm)	-1.04×10 ⁵
		引張軟化係数 K_{NT} (N/cm)	-1.04×10 ⁵
	接線方向	バネ係数 K_{S1} (N/cm)	1.47×10 ⁵
		軟化勾配 K_{S2} (N/cm)	-3.08×10 ⁴
		粘着力C(kN)	2.21
		内部摩擦角 ϕ (°)	34
側圧 F_c (kN)		0	
		21.6	
		43.1	

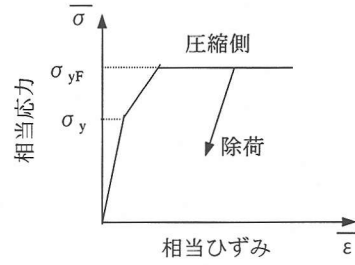


図-24 三角形要素の構成則

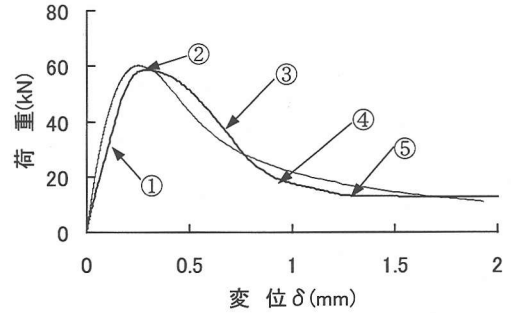


図-25 荷重～変位関係 (側圧0の場合)

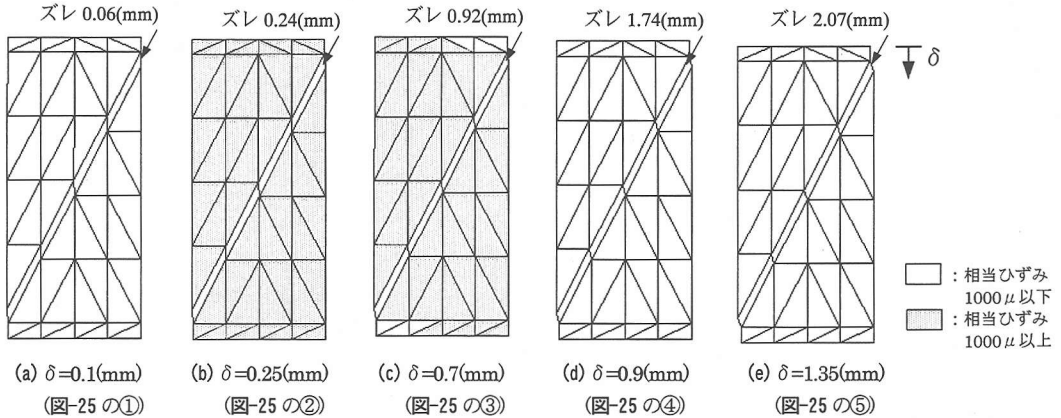


図-26 変形図

は取り扱えない。そこで、改めて図-23 に示すような RBSM-FEM 混合型モデルを用いて実験結果をシミュレーションする。この際 FEM 三角形要素の構成則は、図-24 に示すような Drucker-Prager の降伏条件¹⁶⁾に従う相当応力～相当ひずみ関係を図-24 に示すような3段階の弾塑性モデルとした。

また、構成則パラメータは RBSM 要素が前モデルの4分の1にその破壊面が縮小されたことを考慮して、表-3 に示す値を用いた。

図-25 に荷重～変位関係を実験結果と比較して示す。RBSM 単一要素による解析に比べ全体的に滑らかな非線形性を示し、実験結果に近くなっていることがわかる。ただ

し、ピーク前の剛性がやや実験値よりも小さい。これは、図-26 で考察するように RBSM のズレ変形が重複して現れたためであり、改良の検討を要する。図-25 に示す点①～⑤における変位の進行に伴う供試体の変形図を図-26 に示す。これより、図-26 (a) に示した変位 $\delta=0.1$ mm における RBSM 要素のズレ変形($q_s=0.06$ mm)を、図-13 (a) に示した RBSM 単一要素モデルの場合($q_s=0.10$ mm)に比べて、ズレ変形が小さくなっていることがわかる。すなわち、FEM 要素による弾性変形によって全体変形が吸収されていることがわかる。この全体変形 δ とズレ変形の差は、荷重がピーク値を迎える $\delta=0.25$ mm ではほぼなくなり、以後の変形では全体変形よりもズレ変形の方が大きくなっていることがわかる。

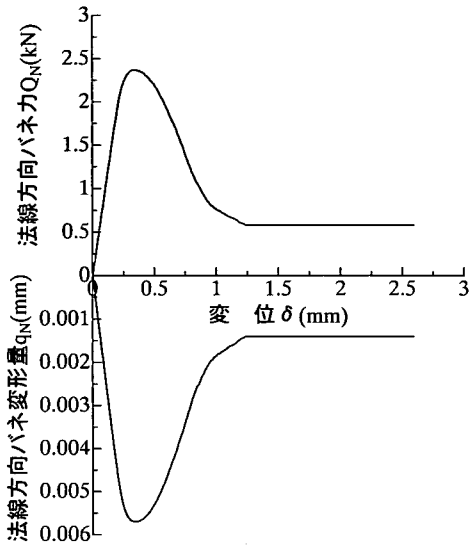


図-27 法線方向バネ Q_N の応答 (側圧 0 の場合)

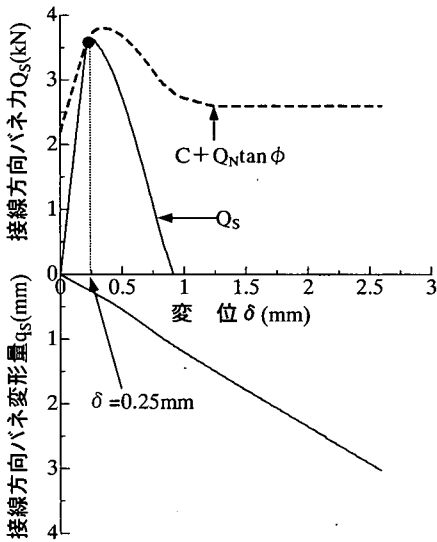


図-28 接線方向バネ Q_S の応答 (側圧 0 の場合)

図-27, 28 には、それぞれ右から 2 番目の RBSM 要素の真ん中 (図-23 (b) の C 点) の法線方向バネ力および接線方向バネ力および変形量～全体変形量関係を示す。これより、法線および接線方向バネの挙動は前述の RBSM 単一モデルとほぼ同様の挙動を示すが、接線方向バネについては、その変形量の増加が非線形的な単調増加となっており、RBSM 単一要素モデルでは、線形関係であったことと異なっている。

図-29, 30 には、法線および接線方向のそれぞれのバネ力～変形量関係を示すが、これらの挙動は、図-16, 17 に示した RBSM 単一要素モデルによる解析と全く同様なものとな

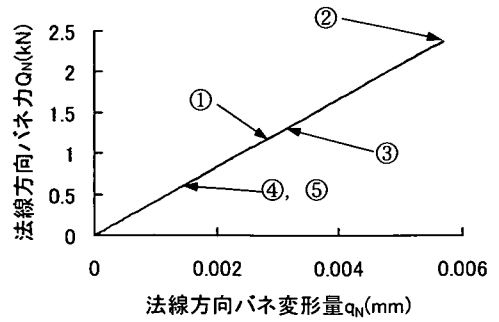


図-29 法線方向バネ力～変形関係 (側圧 0 の場合)

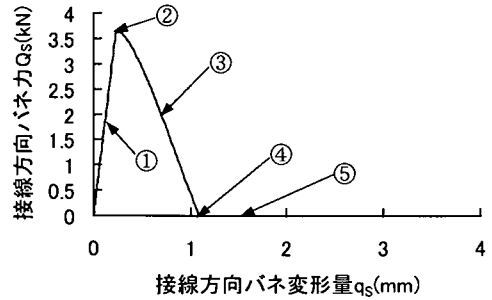


図-30 接線方向バネ力～変形関係 (側圧 0 の場合)

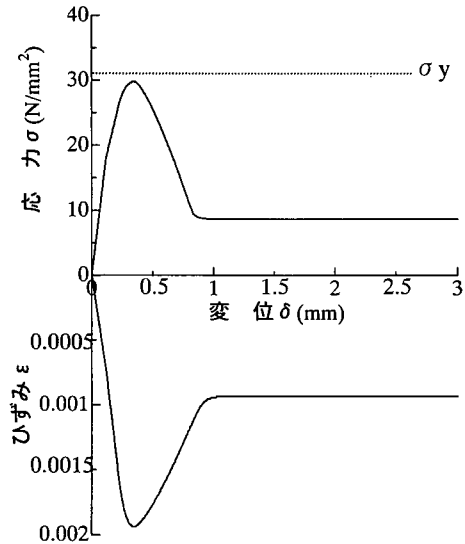


図-31 応力 σ_y およびひずみ ϵ_y の応答 (側圧 0 の場合)

っている。

図-31 には、左から 2 番目の RBSM 要素の下の FEM 三角形要素 (図-23 (b) の D 点) の z 方向応力およびひずみ～変位関係を、図-32 にはその応力～ひずみ関係を示す。なお、この実験での応力は内挿したアクリル棒を用いて局所的に計測したものである¹⁴⁾。これより荷重のピーク値付近では、FEM 要素も弾塑性領域に達しているが、FEM 要素に与えた降伏応力 $\sigma_y = 30 \text{ N/mm}^2$ には達していないことがわかる。図

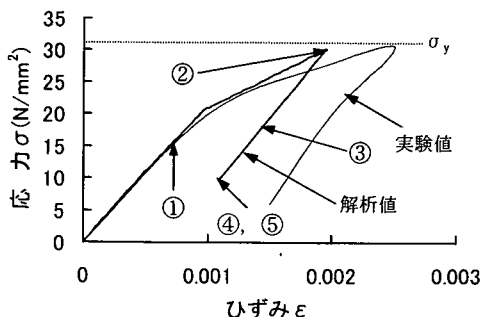


図-32 応力 σ ～ひずみ ε 関係 (側圧0の場合)

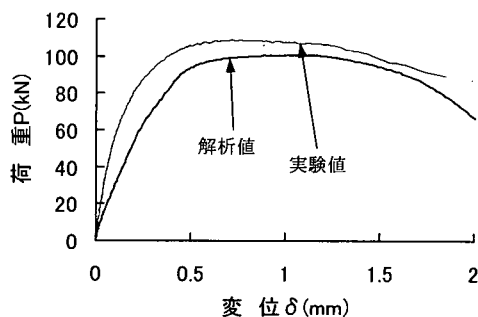


図-33 荷重～変位関係 (側圧4.9N/mm²の場合)

-32の実験値は、コンクリート供試体内部に挿入したアクリル棒に添付したひずみゲージのうち、破壊面から下側の点において計測されたものであり、弾塑性領域後に初期弾性勾配で除荷していることがわかる。また、解析は上昇時の弾塑性応答が概ね一致するものの、除荷位置については若干解析の方のひずみが小さくなっていることがわかる。

(3) 側圧の効果

図-33に静的三軸試験において側圧が4.9N/mm²における荷重～変位関係を示す。側圧については図-23(b)に示すように解析モデルの側方に力として与えた。荷重のピーク値および初期剛性は解析の方が実験よりも小さい。これは、実験において側圧により供試体の剛性が見かけ大きくもなっているにも関わらず、本解析では、FEM要素の弾性係数を一定としているためである。このように三角形要素の連続体モデルにおける側圧の影響については別途検討が必要である。しかし、ピーク値以降の軟化勾配が側圧を受けた場合に緩くなる傾向も良くトレースできている。図-34, 35にはそれぞれ図-23(b)のC点のRBSM要素の真中の法線方向バネ力および接線方向バネ力および変形量～変位関係を示す。これより接線方向バネ力は当初線形的に増加するが、図中に破線で示した限界バネ力に $\delta=0.80\text{mm}$ で達するため、その後は軟化型の弾塑性応答の軟化挙動をたどる。その際、軟化の勾配は側圧0の場合に比べ緩やかになり、この間、基準限界値($C+Q_N \tan \phi$)の値は非線形的に軟化する

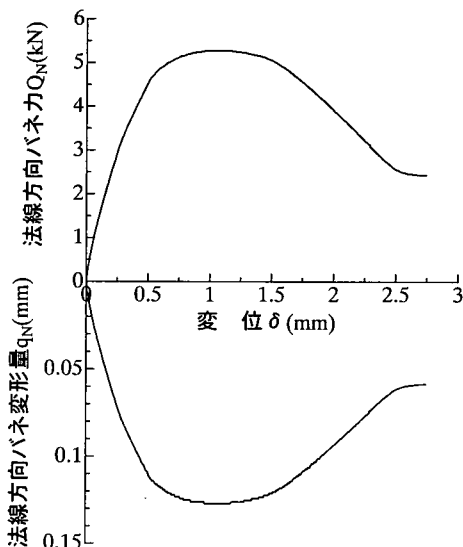


図-34 法線方向バネ Q_N の応答 (側圧4.9N/mm²の場合)

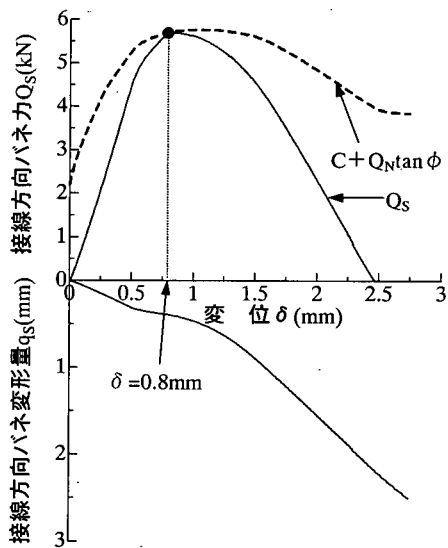


図-35 接線方向バネ Q_S の応答 (側圧4.9N/mm²の場合)

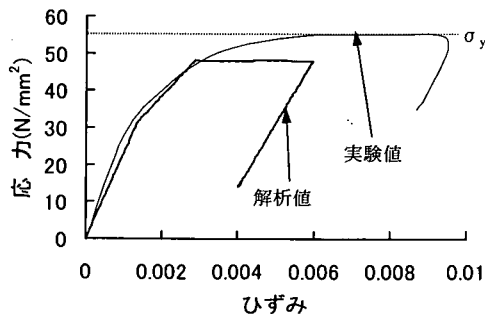


図-36 応力 σ ～ひずみ ε 関係 (側圧4.9N/mm²の場合)

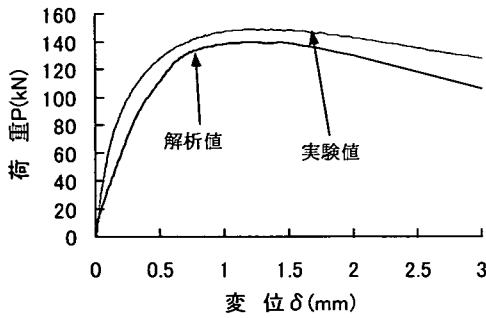


図-37 荷重～変位関係（側圧 9.8N/mm²の場合）

ので滑りバネ力 Q_N も非線形的に軟化し、変形 $\delta=2.5\text{mm}$ において接線方向バネ力が失われる。

図-36 には左から 2 番目の RBSM 要素の破壊面の下（図-23 (b) の D 点）における応力～ひずみ関係を示す。これより、側圧をかけることにより応力が増加する傾向は概ね一致するが、ひずみが小さくなっている。これは、実験では、破壊後の塑性領域が下半分に集中し、上半分は弾性的であったのに対し、解析は対称性に基づき上下均等に塑性化するためである。このように局所化減少と同時に生起する非対称性についてはランダムモデリングなどの検討が必要である。

また、図-37 には側圧が 9.8N/mm^2 における荷重～変位関係を示す。これも解析結果の方がピーク値が小さいもののピーク値以降の軟化が側圧を受けた場合に緩くなる傾向も含めて概ねトレースできることがわかる。図-38, 39 にはそれぞれ図-23 (b) の C 点の RBSM 要素の真ん中の法線方向バネ力および接線方向バネ力および変形量～変位関係を示す。これより接線方向バネ力の軟化が側圧 4.9N/mm^2 の場合に比べさらに緩やかになることも良くシミュレートできることがわかる。

図-40 には破壊面の下（図-23 (b) の D 点）における応力～ひずみ関係を示す。これも側圧 4.9N/mm^2 の場合の場合と同様応力増加の傾向も含め概ね一致しているものと考えられる。

図-41 には、側圧を逐次と変化させた場合に得られるピーク荷重と側圧との関係を示す。内部摩擦角に相当する比例関係が現れているが、解析値は実験値ともほぼ一致していることがわかる。

(4) ひずみ速度効果

著者の一人上林ら¹⁴⁾は、図-42 に示す高速の載荷速度を与えて、ひずみ速度効果について調べた。その結果、その材料特性の代表値である圧縮強度は、次式のようなひずみ速度効果があるとしている。

$$f'_{cd} = f'_c \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_{sc}} \right)^{0.006 \left[\log \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_{sc}} \right) \right]^{1.05}} \quad (35)$$

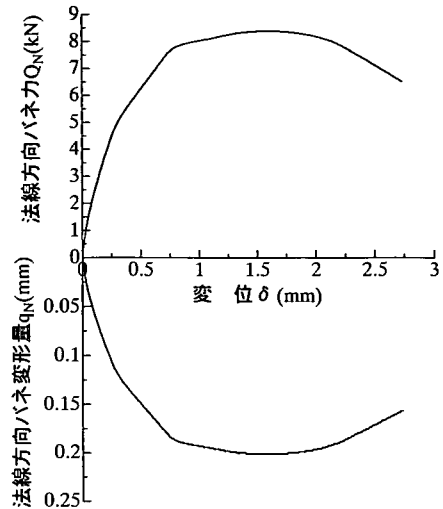


図-38 法線方向バネ Q_N の応答（側圧 9.8N/mm²の場合）

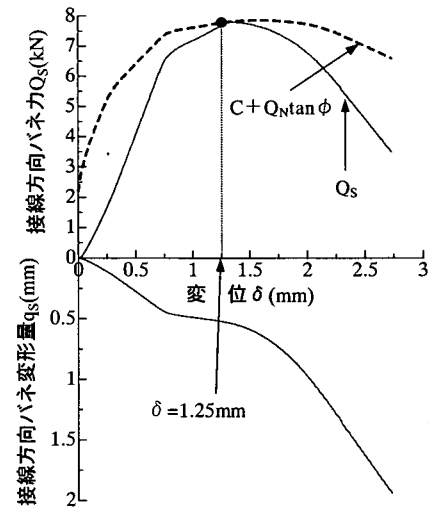


図-39 接線方向バネ Q_s の応答（側圧 9.8N/mm²の場合）

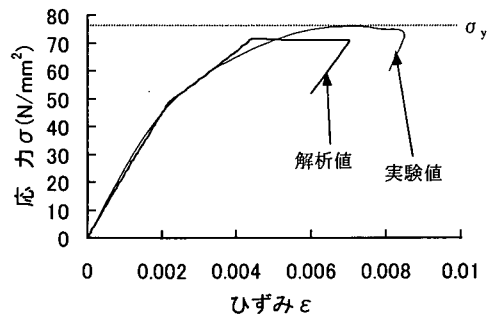


図-40 応力 σ ～ひずみ ϵ 関係（側圧 9.8N/mm²の場合）

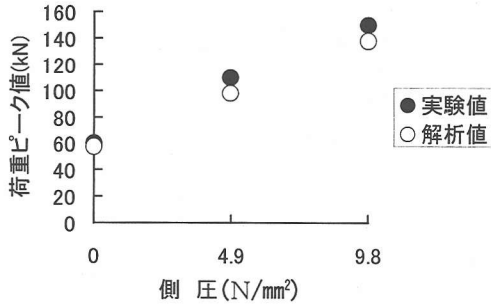


図-41 荷重ピーク値～側圧関係

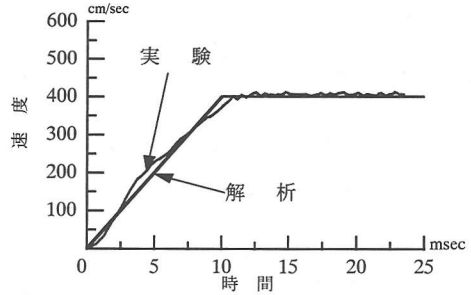
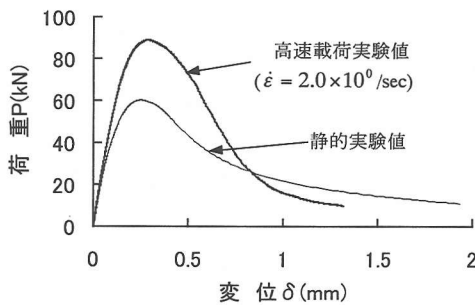


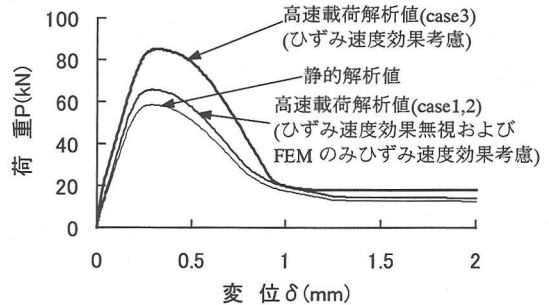
図-42 高速載荷における入力速度～時間関係

表-4 RBSM-FEM 混合型モデルの構成則値

要素	区分およびパラメータ	①	②	③	
三角形要素	ヤング率(N/cm ²)	2.60×10 ⁶	2.60×10 ⁶	2.60×10 ⁶	
	ポアソン比	0.167	0.167	0.167	
	Drucker-Prager 定数 α	0.265	0.265	0.265	
	Drucker-Prager 定数 κ	80	80	80	
	圧縮	圧縮強度 σ _v (N/mm ²)	20	30	30
		終局強度 σ _{vf} (N/mm ²)	31	45.5	45.5
硬化係数 H(N/cm ²)		1.00×10 ⁶	1.00×10 ⁶	1.00×10 ⁶	
RBSM 要素	法線方向	最大圧縮/引張力 Q _{NCY} (kN)	10.5	10.5	10.5
		最大引張/引張力 Q _{NTY} (kN)	1.05	1.05	1.05
		バネ係数 K _{N'} (N/cm)	4.1×10 ⁵	4.1×10 ⁵	4.1×10 ⁵
		圧縮軟化係数 K _{NC'} (N/cm)	-1.04×10 ⁵	-1.04×10 ⁵	-1.04×10 ⁵
		引張軟化係数 K _{NT'} (N/cm)	-1.04×10 ⁵	-1.04×10 ⁵	-1.04×10 ⁵
	接線方向	バネ係数 K _{S1'} (N/cm)	1.47×10 ⁵	1.47×10 ⁵	2.20×10 ⁵
		軟化勾配 K _{S2'} (N/cm)	-3.08×10 ⁴	-3.08×10 ⁴	-3.08×10 ⁴
		粘着力 C(kN)	2.21	2.21	3.31
		内部摩擦角 φ(°)	34	34	34



(a) 実験値



(b) 解析値

図-43 高速載荷時の荷重～変位関係 (側圧0の場合)

ここで、 f'_{cd} : 動的一軸圧縮強度、 f'_c : 静的一軸圧縮強度、 $\dot{\epsilon}$: 任意のひずみ速度、 $\dot{\epsilon}_{sc}$: 静的載荷のひずみ速度。

一方で、ひずみ速度効果は材料物性ではなく、供試体に質量があるためこの慣性力による影響ではないかとの意見もある。これを確認するため、ここでは、case1 : FEM および RBSM の構成則 (材料物性) を変化させず高速の載荷速

度のみを与えた場合、case2 : FEM の構成則パラメータにおいて式(35)を用いた場合、case3 : case2 に加えてさらに RBSM (接線方向バネ係数および粘着力を 1.5 倍) の構成則パラメータを変化させた場合についての解析を行い、それぞれの荷重～変位関係の影響について考察をする。構成則パラメータを表-4 に示す。

図-43(a)には側圧なしでの静的実験と高速載荷時の荷重～変位関係を示している。これより、実験では明瞭に高速載荷時の最大荷重が増加しており、その比率は約1.5倍となっている。図-43(b)には各ケースごとの解析結果を比較している。まず、case1の静的載荷に用いた構成則パラメータを用いたうえで、上端の変位速度を図-42に示すものとして解析を行った場合には、若干強度が増すものの、最大荷重にして2%の増加にすぎないことがわかる。また、case2のFEM要素にのみひずみ速度を考慮した場合にもあまり最大荷重には変化がなく、静的の場合のやはり2%の増加にすぎない。ちなみに、RBSMだけの強度増加も検討したが、うまくシミュレートできない。

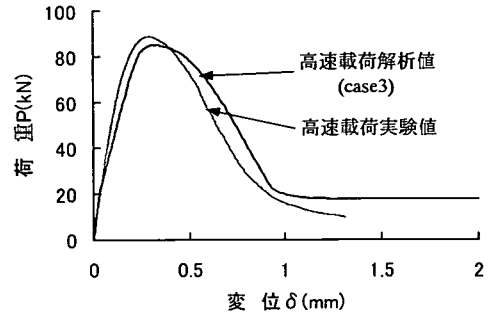
これに対して、case3のFEM要素と同時にRBSM要素の構成則にひずみ速度効果を考慮した場合には、実験値とほぼ同様な約1.5倍の最大荷重の増加がみられる。

図-44に側圧が0, 4.9, 9.8N/mm²における実験結果とFEM, RBSM要素にそれぞれひずみ速度を考慮した場合の解析結果を示す。いずれの場合も良く実験結果をシミュレートできていることがわかる。

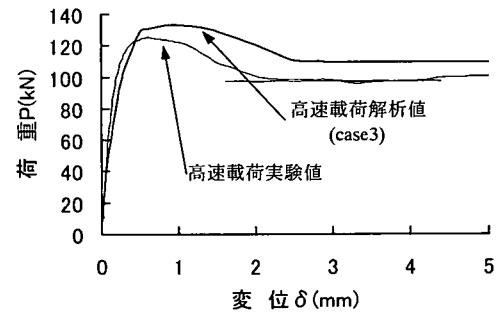
4. 結 言

本研究は、FEMの4節点四角要素と同様な自由度を有するRBSM-FEM混合型要素モデルを提案し、これを用いてコンクリートテストピースの静的および高速一軸・三軸圧縮実験をシミュレーション解析をしたものである。得られた成果を要約すると以下のようになる。

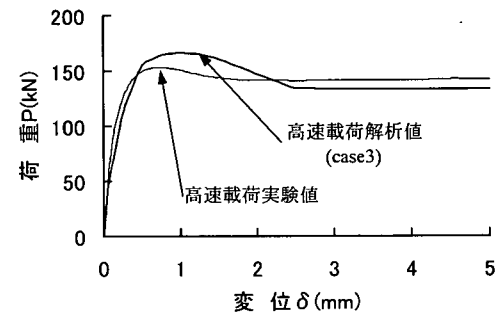
- (1) FEMの4節点四角要素と同様な自由度を有するRBSM-FEM混合型要素モデルを提案することができた。
- (2) 提案したRBSM-FEM混合型要素モデルのうちRBSM単一要素でも実験をかなり良くシミュレートでき、特に荷重のピーク値、軟化挙動および残留強度を良くシミュレートできることがわかった。
- (3) パラメータ感度解析を行うことにより、接線方向バネ係数、軟化剛性、粘着力および内部摩擦角が荷重～変位関係に及ぼす影響が大きいことが認められた。
- (4) RBSM-FEM混合型モデルを用いた解析では、FEM要素が弾性的または弾塑性の硬化領域の挙動を支配的に表すことにより、RBSM単一要素より滑らかな荷重上昇域の挙動を表現できる。また、ピーク値以降では、RBSM要素の構成則が支配的になるが、この場合にもFEM要素の応力伝達がRBSM要素の法線方向バネ力に影響を与えるため、より滑らかな軟化挙動を表すことができる。
- (5) 側圧の影響により荷重のピーク値以降の軟化勾配が緩やかになるがRBSM要素では自動的に表現されることが認められた。
- (6) 高速載荷時の解析においてFEM要素と同時にRBSM要素にひずみ速度効果を考慮することにより、その最大強度



(a) 側圧0の場合



(b) 側圧4.9N/mm²の場合



(c) 側圧9.8N/mm²の場合
図-44 高速載荷実験との比較

の増加や軟化勾配の変化をうまく表現できることがわかった。

なお、本解析ではひび割れ角度が明確になったものに適用しているが、今後RBSM要素の配置の方法、側圧が作用する場合の横方向の挙動、波動的観点からの要素分割あるいはRBSM要素の軟化型の構成則における破壊エネルギーとの関連づけについて検討が必要である。さらに、提案したRBSM-FEM混合型要素モデルを用いて、衝撃荷重を受けるPCはりの曲げ破壊解析などにも適用していく予定である。

参考文献

- 1)野口博：有限要素法による鉄筋コンクリートの非線形解析，日本建築学会論文報告集，第258号，pp.27～37，1977年。
- 2)岡村甫，前川宏一：鉄筋コンクリートにおける非線形有限要素法解析，土木学会論文集，No.360/V-3，pp.1～10，1985年。
- 3)呉智深，町田篤彦，高東劭：一般的な不連続変形を考慮した混合型有限要素解析法の開発，土木学会論文集，No.598/I-44，pp.149～159，1998年7月。
- 4)川井忠彦：離散化極限解析法概論，培風館，1991年。
- 5)竹内則雄，上田真稔，鬼頭宏明，樋口晴紀，上林厚志：ポロノイ分割を用いたRBSMによる無筋コンクリート梁の寸法効果解析，構造工学論文集，Vol. 40A，pp.519～527，1994年3月。
- 6)竹内則雄，草深守人，武田洋，佐藤一雄，川井忠彦：ペナルティを用いたハイブリッド型モデルによる離散化極限解析，構造工学論文集，Vol.46A，pp.261～270，2000。
- 7)富田充宏，梶川康男，吉田直司：軸力と繰り返し曲げを受けるRC部材のRBSMによる挙動解析，構造工学論文集，Vol. 43A，pp.347～354，1997年3月。
- 8)上原修一：剛体バネモデル(RBSM)を用いた平面応力問題の弾性解析精度に関する検討，構造工学における数値解析法シンポジウム論文集，第11巻，pp.159～164，1987年7月。
- 9)上原修一：剛体バネ要素法による弾塑性解析のための一手法の提案とその手法の無筋コンクリート柱解析への適用，構造工学における数値解析法シンポジウム論文集，第14巻，pp.431～436，1990年7月。
- 10)中島章典，斉木功，安中真紀，和田敏雄，吉田育生：橋軸直角方向力による合成桁ずれ止めの挙動の把握に関する研究，構造工学論文集，Vol. 46A，pp.1573～1582，2000年3月。
- 11)鬼頭宏明，竹内則雄，上田真稔，樋口晴紀，上林厚志，富田充宏：RBSMによる形鋼シアコネクタの離散化極限解析，計算工学講演会論文集，Vol. 1，No.2，pp.917～920，1996年5月。
- 12)園田恵一郎，鬼頭宏明，奥谷知明：剛体バネ要素法の合成はりの極限解析に対する適用性について，構造工学における数値解析法シンポジウム論文集，構造工学における数値解析法シンポジウム論文集，第12巻，pp.85～90，1988年7月。
- 13)青山博之，上村智彦：マトリクス法による構造解析，培風館，1988。
- 14)上林勝敏，藤掛一典，大野友則，水野淳，鈴木篤：高ひずみ速度・三軸圧縮応力下におけるコンクリートの動的軟化特性とそのモデル化，土木学会論文集，No.669/V-50，pp.135～148，2001年2月。
- 15)上田真稔：鉄筋コンクリート部材の離散化極限解析法に関する研究，東京大学学位請求論文，1995。
- 16)色部誠，河角誠，安達洋：コンクリート構造物の塑性解析，丸善，1985年7月。

(2001. 3. 15 受付)

A COMPRESSION FRACTURE ANALYSIS OF CONCRETE SPECIMEN USING RBSM - FEM MIXED MODEL

Kensuke TAKEMOTO, Katsutoshi UEBAYASHI, Satoshi KATSUKI and Nobutaka ISHIKAWA

This paper presents static and high-speed tri-axial compression fracture analysis of concrete specimen by using a mixed RBSM (rigid body spring model) – FEM model. A new RBSM model proposed here in has 3 couples of spring normal to and parallel to the failure plane located at the center of the element with an arbitrary angle, and 4 nodes at the out side corner of the element so that this element can be installed in the FEM platform without any interface. This model can take into account the bilinear elastic plastic gap behavior and Mohr-Coulomb slip behavior including softening in elastic plastic behavior. After formulating the basic equation of this model test piece compression test results that include the localization and softening behavior is simulated by using the proposed model. It is found that the proposed method can express very well the softening curve and residual resistance induced by localized fracture plane. Furthermore, the high-speed loading test results are simulated by the proposed method. It is also found that rate effect on the concrete strength and softening rate is also expressed well by considering those effect in the constitutive laws.