

# 非線形はりモデルを用いた鋼製橋脚の耐震解析 における幾何学的非線形性とせん断変形の影響

後藤芳顯<sup>1</sup>・奥村徹<sup>2</sup>・鈴木昌哉<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 名古屋工業大学教授 工学部社会開発工学科 (〒466-8555 名古屋市昭和区御器所町)

<sup>2</sup>正会員 岐阜工業高等専門学校助手 環境都市工学科 (〒501-0495 岐阜県本巣郡真正町上真桑2236-2)

<sup>3</sup>正会員 名古屋市役所 緑政土木局道路部道路維持課 (〒460-0001 名古屋市中区三の丸3-1-1)

現行の耐震設計において単柱式鋼製橋脚の終局挙動を解析する際には、せん断変形を無視したBernoulli-Eulerはり理論による幾何学的非線形解析が一般的に行われている。ここでは、Bernoulli-Eulerはり理論による解析の妥当性、精度の検討をせん断変形の影響を考慮したTimoshenkoはり理論による幾何学的非線形解析と比較することによって行った。Bernoulli-Eulerはり理論による解析の精度を支配する2つの構造パラメータを同定し、これらのパラメータにより相対差を評価するための算定式を誘導した。これより、鋼製橋脚の耐震解析においては、せん断変形の影響が大きく、背の低い橋脚の耐震設計を行う際にはこの影響を無視できないことがわかった。一方、幾何学的非線形性の影響は、極端に細長比が大きい場合や鉛直荷重が大きい特別の場合を除き、一般的に無視できる。

**Key Words:** steel pier, seismic design, shear deformation, geometrical nonlinearity, Bernoulli-Euler beam, Timoshenko beam, accuracy

## 1. まえがき

鋼製橋脚は一般に水平荷重-水平変位曲線がピーク点を越え負勾配の領域にはいると局部座屈の影響が徐々に大きくなる。しかしながら、通常の耐震設計ではこのピーク点近傍までの挙動を対象とするため、鋼製橋脚の塑性率算定や動的解析の骨格曲線の決定を目的としたPushover解析<sup>1)~3)</sup>さらに時刻歴動的応答解析などの耐震解析には局部座屈を無視したはりモデルが用いられる場合が多い。このはりモデルを用いた耐震解析においては、鋼製橋脚がコンクリート橋脚に較べスレンダーであり、変位が大きく生じるであろうという理由から、材料の弾塑性特性による材料的非線形性に加えて、幾何学的非線形性も考慮した複合非線形解析を行う必要があると一般には考えられている<sup>1), 2)</sup>。しかしながら、解析結果に及ぼす幾何学的非線形性の影響については定量的には必ずしも十分に検討されていない<sup>4)</sup>。また、実務の分野においては、コンクリート橋脚の耐震解析では幾何学的非線形性の影響が通常無視されていることもあり、鋼製橋脚の耐震解析においても幾何学

的非線形性を無視し、非線形解析の簡素化を図ることに対する要望も強い。したがって、幾何学的非線形性が鋼製橋脚の耐震解析に与える影響を検討し、どのような場合に幾何学非線形性を無視しうるかを定量的に明らかにすることは重要である。

さらに、はりモデルを用いた耐震解析では一般にせん断変形(いわゆる曲げせん断変形)の影響を無視したBernoulli-Eulerの仮定に基づくはり理論(Bernoulli-Eulerはり理論)が用いられているので、せん断変形の影響による誤差も生ずると考えられる。せん断変形の影響は幾何学的非線形性の影響が少ない細長比パラメータの小さい背の低い橋脚において、より大きく現れると考えられるが、とくに、塑性域ではせん断応力が直応力と連成するためその挙動は複雑である。このように、幾何学的非線形性の影響が小さい場合に単純にBernoulli-Eulerはり理論を用いた微小変位解析で対応することにも問題が生ずる恐れがある。

そこで本研究では、図-1に示す単柱式鋼製橋脚を対象にはりモデルによる静的複合非線形解析を行い、幾何学的非線形性ならびにせん断変形が鋼製橋脚の

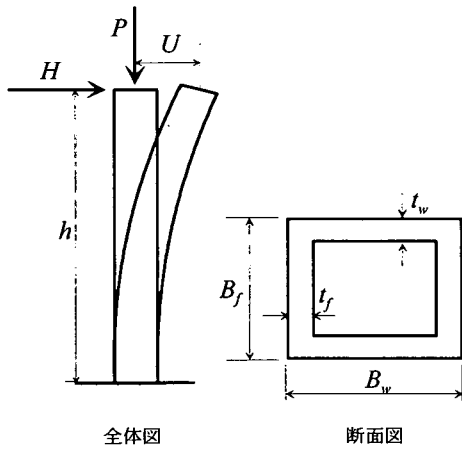


図-1 橋脚モデル

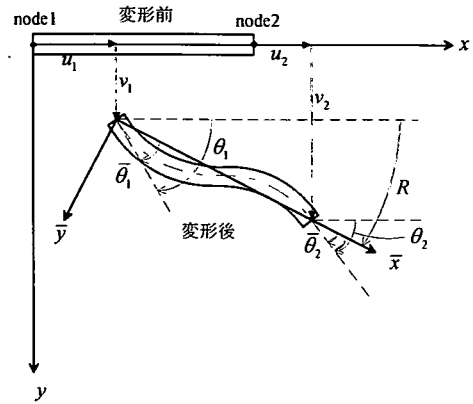


図-2 はり要素とCo-Rotational座標系

Pushover解析に与える影響について定量的に検討する。この結果をもとに、実務設計において用いられている幾何学的非線形性を考慮しせん断変形を無視したBernoulli-Eulerはりモデルによる耐震解析の妥当性について考察する。さらに、はりモデルによる耐震解析の簡素化を目的として、幾何学的非線形性やせん断変形の影響を無視することができる鋼製橋脚の構造パラメータの範囲について明らかにし、各種はり理論の耐震解析における適用限界について言及する。ここでは、はり理論として、せん断変形を無視した通常のBernoulli-Eulerはり理論に加え、せん断変形の影響を検討するためにせん断変形を考慮したTimoshenkoはり理論<sup>5)~7)</sup>を用いる。

## 2. Pushover解析における非線形解析手法

### (1) 対象とする解析手法

鋼製橋脚のPushover解析における幾何学的非線形性とせん断変形の影響を検討するために以下の4種類の解析手法を対象とする。

- a) Timoshenkoはり理論による幾何学的非線形解析
- b) Bernoulli-Eulerはり理論による幾何学的非線形解析
- c) Timoshenkoはり理論による微小変位解析
- d) Bernoulli-Eulerはり理論による微小変位解析

ここに、Timoshenkoはり理論はBernoulli-Eulerはり理論における直角保持の仮定を除き、せん断変形がはり断面内に一様に生ずると仮定したせん断変形を考慮するためのもっとも単純なモデルである。a)~d)いずれの解析においても材料的非線形性が考慮されており、幾何学的非線形解析の場合は複合非線形解析となる。一般に、鋼製橋脚のPushover解析ではb)の方法が主に用いられている<sup>1)~3)</sup>。

数値解析で幾何学的非線形性はCo-rotational座標(移動座標)を用いた剛体変位除去の手法<sup>8)</sup>により考慮する。なお、Pushover解析では橋脚のひずみが限界ひずみに到達するまでを対象としているため、変位が大きい場合もひずみが小さいことを前提とした微小ひずみの理論を用いている。また、材料非線形性はファイバーモデルにより考慮し、Timoshenkoはり理論における塑性域での直応力とせん断応力の連成はJ<sub>2</sub>流れ則、移動硬化則はZieglerの硬化則を用いる。

Bernoulli-Eulerはり要素を用いた複合非線形解析については既に文献<sup>9)・10)</sup>に述べているので、Timoshenkoはり要素による複合非線形解析の定式化についてつぎに説明する。既に一般的な定式化を3次元骨組について示している<sup>11)・12)</sup>が、その定式化が複雑となるので、ここでは理解を深めることも目的としてより簡単な平面問題についての定式化を示す。

### (2) Timoshenkoはり要素による複合非線形解析

#### a) 幾何学的非線形解析

要素接線剛性方程式を求めるために、二つの座標系、すなわち固定要素座標系と要素の剛体変位とともに移動するCo-rotational座標系 $(\bar{x}, \bar{y})$ を用いる(図-2)。ここで、Co-rotational座標系の原点は変形後の要素の一端と一致する。 $\bar{x}$ 軸は変形後の節点1と節点2を結んだ方向に選ぶ。Co-rotational座標系における節点増分変位 $\{\Delta \bar{d}\}$ と固定要素座標系下の増分変位 $\{\Delta d\}$ の関係は次のようになる。

$$\{\Delta \bar{d}\} = [R]\{\Delta d\} \quad (1)$$

ここで、 $[R]$ は $3 \times 6$ の変換マトリックスである。

さらに、仮想仕事の原理によって二つの座標系間の節点力の関係が得られる。

$$\{f\}^T \{\Delta d\} = \{\bar{f}\}^T \{\Delta \bar{d}\} \quad (2)$$

式(1)を式(2)に代入して得られる二つの座標系間の節点力関係を増分し、Co-rotational座標系での接線剛性方程式  $\{\Delta \bar{f}\} = [\bar{k}] \{\Delta \bar{d}\}$  を代入すれば、固定要素座標系での要素接線剛性方程式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \{\Delta f\} &= \left[ [R]^T [\bar{k}] [R] + \frac{\partial [R]^T}{\partial d} \{\bar{f}\} \right] \{\Delta d\} \\ &= [k] \{\Delta d\} \end{aligned} \quad (3)$$

ここに、 $\{\Delta f\}$ 、 $\{\Delta d\}$  は固定要素座標系での増分節点力ベクトル、増分節点変位ベクトルである。

#### b) 材料構成則

曲げせん断変形を考慮したTimoshenkoはり要素を用いるので、はりの作用応力としては直応力とせん断応力を考える必要がある。ここでは、塑性域での直応力とせん断応力の連成をJ<sub>2</sub>流れ則と混合硬化則に基づく構成則モデルで考慮する。この構成則モデルによると、増分応力-増分ひずみ関係は次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} d\sigma \\ d\tau \end{Bmatrix} = [D_{ep}] \begin{Bmatrix} d\varepsilon \\ d\gamma \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} [D_{ep}] &= \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & G \end{bmatrix} \frac{1}{E^p g^2 + (\sigma - \alpha_1)^2 E + 9(\tau - \alpha_2)^2 G} \\ &\times \begin{bmatrix} (\sigma - \sigma_1)^2 E^2 & 3EG(\sigma - \alpha_1)(\tau - \alpha_2) \\ \text{Sym} & 9G^2(\tau - \alpha_2)^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

ここに、 $\sigma$  は直応力、 $\tau$  は曲げせん断応力、 $\varepsilon$  は直ひずみ、 $\gamma$  はせん断ひずみ、 $E$ 、 $G$  はYoung係数とせん断弾性係数、 $E^p$  は塑性係数(硬化係数)である。 $\alpha_1$  は後背応力で移動した降伏曲面の中心を表す。Zieglerの移動硬化則より後背応力の増分  $d\alpha_1$  は次の式で表される。

$$\begin{Bmatrix} d\alpha_1 \\ d\alpha_2 \end{Bmatrix} = \frac{h_k \left( \frac{\partial g}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial g}{\partial \tau} d\tau \right)}{(h_1 + h_k)g} \begin{Bmatrix} \sigma - \alpha_1 \\ \tau - \alpha_2 \end{Bmatrix} \quad (6)$$

$g$  は降伏関数で、 $h_1$  と  $h_k$  は等方硬化および移動硬化係数であり  $E^p = h_1 + h_k$  なる関係が成立する。塑性載荷状態では式(5)を用いるが、数値計算では増分間隔が有限であるため、降伏曲面上の応力状態が降伏曲面の外に出る可能性がある。したがって、応力状態をReturn Mappingにより降伏曲面上に引き戻す必要がある。ここでは、Crisfield<sup>13)</sup>の‘Backward Euler Return’法を用いる。

#### c) はり要素の剛性方程式の誘導

まず、Timoshenkoはり要素をCo-rotational座標系下で求める。Co-rotational座標系での変位関数として、軸方向変位成分を1次関数、その他の変位成分を2次関数、回転成分を1次関数で次式のように近似する<sup>14)</sup>。

$$\begin{aligned} \bar{u} &= a_0 + a_1 x \\ \bar{v} &= b_0 + b_1 x + b_2 x^2 \\ \bar{\theta} &= c_0 + c_1 x \end{aligned} \quad (7a, b, c)$$

さらに、要素の長さに沿って曲げせん断ひずみが一定と仮定すると、式(7)の変位関数は次のようになる。

$$\begin{aligned} \bar{u} &= N_1 \bar{u}_1 + N_2 \bar{u}_2 \\ \bar{v} &= N_1 \bar{v}_1 + N_3 \bar{\theta}_1 + N_2 \bar{v}_2 - N_3 \bar{\theta}_2 \\ \bar{\theta} &= N_1 \bar{\theta}_1 + N_2 \bar{\theta}_2 \end{aligned} \quad (8a, b, c)$$

ここに、 $\{\bar{u}_i, \bar{v}_i, \bar{\theta}_i\}$  は要素節点  $i$  の変位・回転成分であり、補間関数  $N_1, N_2, N_3$  は次のように表される。

$$N_1 = 1 - \frac{x}{l} \quad ; \quad N_2 = \frac{x}{l} \quad ; \quad N_3 = \frac{x}{2} \left( 1 - \frac{x}{l} \right) \quad (9)$$

式(8)に示す変位関数に対応する直ひずみは、ひずみが小さいことを前提として

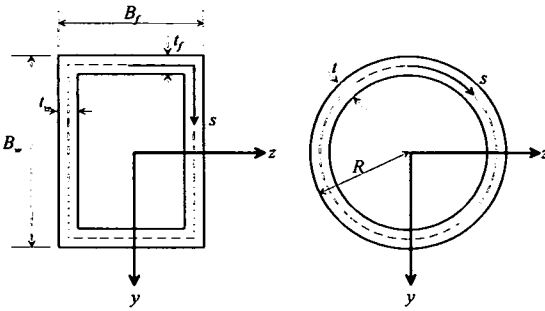


図-3 橋脚の断面と \$s\$ 座標

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= \bar{u}' - y\bar{\theta}' \\ &= [-1/l, 0, y/l, 1/l, 0, -y/l] \{\bar{d}\} \quad (10) \\ &= [N_e] \{\bar{d}\}\end{aligned}$$

ここに ( )' は \$x\$ に関する微係数を表す。また

$$\{\bar{d}\} = \{\bar{u}_1, \bar{v}_1, \bar{\theta}_1, \bar{u}_2, \bar{v}_2, \bar{\theta}_2\}^T \quad (11)$$

せん断変形の影響は薄肉断面の場合、板厚中心線に沿った成分が支配的であるので、これと直交する方向については無視する。よって、要素薄肉断面の板厚中心線に沿った長さで定義される \$s\$ 座標を図-3のように導入すると、ひずみが小さい場合、式(8)に示す変位関数に対応する薄肉断面板厚中心線 \$s\$ 方向のせん断ひずみはつぎのようになる。

$$\begin{aligned}\gamma_{xs} &= \gamma_{xy} \frac{dy}{ds} \\ &= (\bar{v}' - \bar{\theta}') \frac{dy}{ds} \\ &= \left[ 0, -\frac{1}{l} \frac{dy}{ds}, -\frac{1}{2} \frac{dy}{ds}, 0, \frac{1}{l} \frac{dy}{ds}, -\frac{1}{2} \frac{dy}{ds} \right] \{\bar{d}\} \\ &= [N_r] \{\bar{d}\} \quad (12)\end{aligned}$$

ここに、\$\gamma\_{xy}\$ は \$y\$ 方向のせん断ひずみである。

Co-rotational座標系での増分型の要素剛性方程式は式(4)の構成則と式(10)、(12)で求めたひずみを増分し、次の仮想仕事式に代入することにより誘導する。

$$\int_V (\Delta\sigma_{xx} \delta\Delta\varepsilon_{xx} + \Delta\tau_{xs} \delta\Delta\gamma_{xs}) dv - \delta \{\Delta\bar{d}\}^T \{\Delta\bar{f}\} = 0$$

断面内での塑性域の進展状況は断面をメッシュ分割し、メッシュ中心点を積分点とする Plastic-zone Method<sup>9), 10)</sup> を用いて考慮する。一方、要素の軸方向については、今回の変位関数では、式(10)、(12)からわかるように、直ひずみとせん断ひずみが定数になるため、数値積分が避けられる。得られた Co-rotational座標系での増分型の要素剛性方程式は以下のようになる。

$$\{\Delta\bar{f}\} = [\Delta\bar{k}] \{\Delta\bar{d}\} \quad (14)$$

ここに、\$[\Delta\bar{k}]\$ は弾塑性接線剛性行列である。\$[\Delta\bar{k}]\$ を式(3)に代入すると、有限要素解析で用いる固定要素座標系での弾塑性接線剛性方程式が求められる。

#### d) Timoshenkoはり要素の精度

誘導した Timoshenko はり要素による複合非線形解析の精度を検討する。図-4に Timoshenko はり要素の幾何学的非線形性の精度検証として弾性片持ちばりの後座屈領域での軸方向荷重と軸直角方向変位の関係を文献6)の楕円積分による厳密解と比較している。ここでははり要素の分割数は収束性を考慮し、10要素とした。これより本研究で用いる Timoshenko はり要素は有限ひずみ・有限変位の解に収束していることがわかる。さらに、材料非線形性を含めた精度検証として、後の3.(2)で示す表-3の実橋脚例の中からせん断変形の影響が最も大きく生じると考えられる単柱式矩形断面橋脚 pier10を選び、局部座屈を無視した場合、より正確と考えられる平面応力要素 (ABAQUS要素タイプ: CPS4)<sup>15)</sup> を用いて複合非線形解析を行い Timoshenko はり要素による結果と比較する。このとき材料構成則は4.(1)で詳述しているようにバイリニア移動硬化則を用いる。なお数値解析では収束解が得られるように、Timoshenko はり要素では4.(1)で述べる要素分割、また平面応力要素では高さ方向に300要素(うち、有効破壊長<sup>1), 2)</sup>の領域で100要素)、断面方向について44要素に分割している。結果として、Timoshenko はり要素と平面応力要素により得られた橋脚頂部の水平力と水平変位の関係を比較して図-5に示す。この荷重-変位曲線上には表-3に示す限界ひずみ到達点<sup>1), 2)</sup>を示している。図中には参考のためにせん断変形を無視した Bernoulli-Euler はり要素による複合非線形解析の結果も示している。図-5の荷重-変位曲線より Timoshenko はり要素は平面応力要素と限界ひずみに

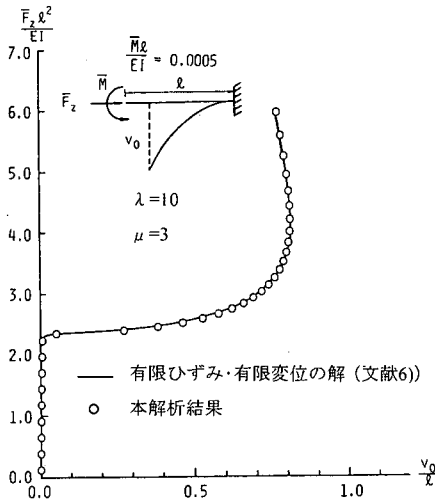


図-4 Timoshenkoはり要素の幾何学的非線形性の精度

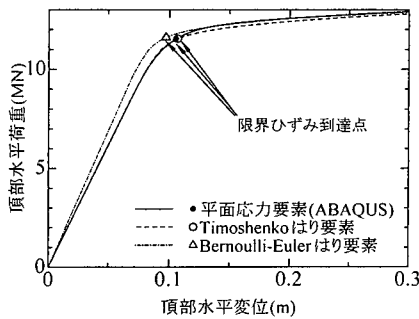


図-5 Timoshenkoはり要素の精度 (pier10)

達点に至るまで良く一致している。一方、Bernoulli-Eulerはり要素による結果は荷重が小さい領域から既に差が生じ、限界ひずみ到達変位にも差が生じている。以上より、Timoshenkoはり要素はせん断変形の影響が大きい鋼製橋脚の耐震解析で用いる要素として有効なものであることが解る。

### 3. 弾性域での支配パラメータと幾何学的非線形性とせん断変形の影響

#### (1) 支配パラメータ

単柱式鋼製橋脚の弾塑性域における幾何学的非線形性とせん断変形の影響を検討する前に弾性域について検討する。ここでは、2. に示した数値解析法に加えて、支配微分方程式の解析解から支配パラメータを明らかにし、弾塑性域での検討を行うための

準備を行う。2. (1) で述べたa)～d)の解析法に対応する弾性域での支配微分方程式を表-1にまとめている。ここで、幾何学的非線形性はいわゆる線形化有限変位理論で考慮するとともに、ひずみは小さいことを前提としている。また、せん断力  $V$  とせん断ひずみ  $\gamma$  関係におけるせん断有効断面積  $A_{ef}$  は式(12)より、箱形断面の場合はウェブ断面積  $A_w$  に一致する。

図-1に示す単柱式鋼製橋脚モデルについて、表-1に示す4種類の支配微分方程式より解析的に求めた水平力  $H$  と水平変位  $U$  の関係を以下に示す。

[ a ) Timoshenkoはりの線形化有限変位理論]

$$U_i^T = \frac{\xi \tan(\alpha h \xi) - \alpha h}{\alpha P} H_i^T \quad (15)$$

[ b ) Bernoulli-Eulerはりの線形化有限変位理論]

$$U_i^E = \frac{\tan(\alpha h) - \alpha h}{\alpha P} H_i^E \quad (16)$$

[ c ) Timoshenkoはりの微小変位理論]

$$U_s^T = \frac{h^3}{3EI} \left( 1 + \frac{3}{(\beta h)^2} \right) H_s^T \quad (17)$$

[ d ) Bernoulli-Eulerはりの微小変位理論]

$$U_s^E = \frac{h^3}{3EI} H_s^E \quad (18)$$

ここに、

$$\alpha h = \sqrt{\frac{P}{EI}} \cdot h \quad (19)$$

$$\beta h = \sqrt{\frac{GA_{ef}}{EI}} \cdot h \quad (20)$$

$$\xi = \sqrt{1 + \frac{(\alpha h)^2}{(\beta h)^2}} \quad (21)$$

である。なお、水平力  $H$  と水平変位  $U$  に関して上添字  $E$  はBernoulli-Eulerはりを、 $T$  はTimoshenkoはりを表す。また、下添字  $l$  はlarge displacementを意味し幾何学的非線形性を考慮したことを、 $s$  はsmall displacementを意味し微小変位解析による解であることをそれぞれ表している。ここで、式(15)に示す線形化有限変位理論に基づくTimoshenkoはりの解析解は幾何学的非線形性とせん断変形の影響をとともに考慮したもので、表-1に示す4つの理論の中では最

表-1 弾性はりの線形化有限変位理論と微小変位理論の支配微分方程式

理論	つり合い式	弾性構成則
a) Timoshenkoはりの線形化有限変位理論	$N' = 0$ $N(v_0' - \gamma)' + V' = 0$ $M' - (V - N\gamma) = 0$	$N = EAu_0'$ $V = GA_{\phi}\gamma$ $M = -EI(v_0' - \gamma)'$
b) Bernoulli-Eulerはりの線形化有限変位理論	$N' = 0$ $Nu_0' + M' = 0$	$N = EAu_0'$ $M = -EIv_0''$
c) Timoshenkoはりの微小変位理論	$N' = 0$ $V' = 0$ $M' - V = 0$	$N = EAu_0'$ $V = GA_{\phi}\gamma$ $M = -EI(v_0' - \gamma)'$
d) Bernoulli-Eulerはりの微小変位理論	$N' = 0$ $M' = 0$	$N = EAu_0'$ $M = -EIv_0''$

(注):  $A$ : 断面積,  $A_{\phi}$ : 有効せん断断面積,  $I$ : 断面2次モーメント

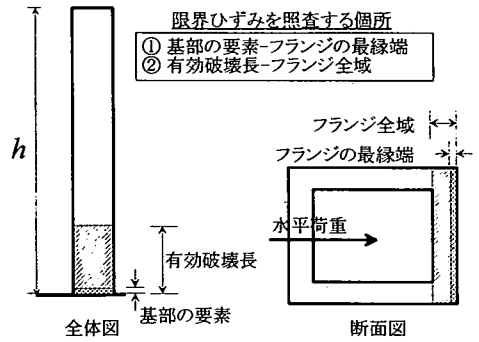


図-6 限界ひずみを照査する箇所

表-2 各理論の相対差の検討

$j \backslash k$	a) Timoshenkoはりの幾何学的非線形理論	b) Bernoulli-Eulerはりの幾何学的非線形理論	c) Timoshenkoはりの微小変位理論	d) Bernoulli-Eulerはりの微小変位理論
a) Timoshenkoはりの幾何学的非線形理論		$e_1$	$e_2$	$e_3$
b) Bernoulli-Eulerはりの幾何学的非線形理論				$e_4$
c) Timoshenkoはりの微小変位理論				$e_5$

も精度の高い弾性解析解である。

幾何学的非線形性とせん断変形の影響としては、これら2つの影響を考慮しているか否かにより2.

(1) で分類した4種類のはり理論の中における2つの理論間の相対差を用いて検討する。相対差は、実挙動の範囲で重要な場合として、橋脚基部の要素が限界ひずみに達した時を対象とする。ここでは、先に述べたように、表-1に示す4つの理論を用いて弾性域での相対差  $e_i$  の解析的表現を導出し、本題である弾塑性領域での検討の準備として、支配パラメータや相対差の特性を把握することを目的としている。したがって、図-6に示しているように橋脚基部の有効破壊長での圧縮フランジでの平均ひずみ(新技術小委員会方式)<sup>2)</sup>ではなく基部要素の最大圧縮ひずみが限界ひずみに到達した時を対象とし、相対差の誘導過程の簡素化をはかる。このような方法を用いると有効破壊長での平均ひずみを用いた場合に比べ相対差の量が若干異なるが、支配パラメータや相対差の特性などは影響を受けない。限界ひずみ到達時を対象とする場合、水平力、水平変位の値は各理論により異なるので、比較する2つの理論の相対差  $e_i$  は次式を用いて評価する。

$$e_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(\frac{U_j - U_k}{U_j}\right)^2 + \left(\frac{H_j - H_k}{H_j}\right)^2} \quad (22)$$

ここに、 $U_j$ 、 $U_k$  は比較する2つの理論による限界ひずみ到達時の柱頂部の水平変位であり、 $H_j$ 、 $H_k$  はそれぞれの理論に対応した水平力である。下添え字  $j$  は基準となる理論による値、 $k$  は比較される理論の値を表しており、本論文で検討する相対差の下添え字  $i$  との関係を表-2にまとめている。なお、Timoshenkoはりの幾何学的非線形理論における解を正解とすれば、 $e_1$  は幾何学的非線形解析においてせん断変形を無視することによる誤差、 $e_2$  はせん断変形を考慮した解析で幾何学的非線形性を無視することによる誤差、 $e_3$  は幾何学的非線形性とせん断変形を無視することによる誤差、 $e_4$  はBernoulli-Eulerはり理論による解析での幾何学的非線形性を無視することによる誤差、また、 $e_5$  は微小変位解析においてせん断変形を無視することによる誤差をそれぞれ表す。

弾性域における微小変位理論と線形化有限変位理論による矩形断面橋脚基部のひずみは柱頂部の水平力、水平変位を用いてそれぞれ次式のようになる。

表-3 単柱式矩形断面鋼製橋脚の実例（等価無補剛断面へ置換）

橋脚モデル	降伏応力	フランジ幅	ウェブ幅	フランジ厚	ウェブ厚	高さ	軸力	有効破壊長*	限界ひずみ**)	支配パラメータ**)	
	$\sigma_v$	$B_f$	$B_w$	$t_f$	$t_w$	$h$	$P$	$le$	$\epsilon_{cu}$	$\alpha h$	$\beta h$
	(MPa)	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)	(MN)	(m)			
pier1	235.2	1.00	1.00	0.017	0.028	9.18	2.26	0.70	0.00159	0.271	11.833
pier2	235.2	1.00	1.00	0.027	0.018	9.18	2.26	0.70	0.00153	0.245	8.529
pier3	352.8	3.00	3.06	0.031	0.029	14.73	12.30	1.50	0.00282	0.153	5.129
pier4	352.8	3.06	3.00	0.027	0.033	14.73	12.230	1.50	0.00283	0.160	5.648
pier5	235.2	2.50	2.05	0.026	0.031	11.19	6.60	1.75	0.00188	0.151	5.819
pier6	235.2	2.05	2.50	0.028	0.028	11.19	6.60	1.44	0.00187	0.128	5.223
pier7	352.8	2.60	2.34	0.022	0.025	11.39	6.91	1.50	0.00334	0.147	5.356
pier8	352.8	2.34	2.60	0.022	0.024	11.39	6.91	1.50	0.00324	0.134	5.072
pier9	450.8	2.50	2.50	0.031	0.036	11.00	15.82	1.57	0.00377	0.175	5.186
pier10	450.8	2.50	2.50	0.032	0.035	11.30	15.82	1.57	0.00378	0.173	5.049
pier11	352.8	2.20	2.20	0.026	0.016	17.36	5.29	1.54	0.00244	0.218	7.069
pier12	352.8	3.00	2.50	0.026	0.028	16.14	15.75	2.00	0.00360	0.253	6.692

ヤング係数: $E=205800\text{MPa}$ , せん断弾性係数: $G=79150\text{MPa}$

(注)：諸元は図-1参照， \* ) 文献1), 2)参照， \*\* ) 式(30), (31)参照

$$e_s = \frac{1}{E} \left( \frac{P}{A} + \frac{H_s h}{I} \cdot \frac{B_w}{2} \right) \quad (23)$$

$$e_l = \frac{1}{E} \left( \frac{P}{A} + \frac{H_l h + U_l P}{I} \cdot \frac{B_w}{2} \right) \quad (24)$$

$$e_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \left( 1 - \frac{(\alpha h)^2 + 3(\xi^2 - 1)}{3} \cdot \frac{\xi \tan(\alpha h \xi)}{\xi \tan(\alpha h \xi) - \alpha L} \right)^2 + \left( 1 - \frac{\xi \tan(\alpha h \xi)}{\alpha h} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (26)$$

各理論に対応した柱基部の最大縁ひずみを式(23)あるいは式(24)より求め、比較する2つの理論(j, k)により得られるひずみが等しいという条件と式(15)~(18)を用いると2つの理論による水平力の比および水平変位の比が求められる。これを式(22)に代入することにより2つの理論(j, k)の相対差 $e_j$ が解析的に求められる。このようにして得られた表-2で定義される相対差 $e_1 \sim e_5$ の算定式を以下に示す。

$$e_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \left( 1 - \frac{(\alpha h)^2}{3} \cdot \frac{\xi \tan(\alpha h \xi)}{\xi \tan(\alpha h \xi) - \alpha L} \right)^2 + \left( 1 - \frac{\xi \tan(\alpha h \xi)}{\alpha h} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (27)$$

$$e_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \left( 1 - \frac{\tan(\alpha h) - \alpha h}{\tan(\alpha h)} \cdot \frac{\xi \tan(\alpha h \xi)}{\xi \tan(\alpha h \xi) - \alpha h} \right)^2 + \left( 1 - \frac{\xi \tan(\alpha h \xi)}{\tan(\alpha h)} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (25)$$

$$e_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \left( 1 - \frac{(\alpha h)^2}{3} \cdot \frac{\tan(\alpha h)}{\tan(\alpha h) - \alpha h} \right)^2 + \left( 1 - \frac{\tan(\alpha h)}{\alpha h} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (28)$$

$$e_5 = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3}{(\beta h)^2 + 3} \quad (29)$$

以上から弾性域の相対差は2つの無次元パラメータ  $\alpha h$  と  $\beta h$  によって支配され、限界ひずみの大きさには影響されないことが解る。また、 $\alpha h$  は式(25)より主として幾何学的非線形性の影響を、 $\beta h$  は式(26)より主としてせん断変形の影響に関与するパラメータであることが解る。 $\alpha h$  と  $\beta h$  を既存の無次元化パラメータで表すと次のようになる。

$$\alpha h = \sqrt{\frac{P}{EI}} \cdot h = \sqrt{\frac{P}{A\sigma_y} \frac{A\sigma_y}{EI}} \cdot h = \frac{\pi}{2} \cdot \lambda_{ef} \cdot \sqrt{\frac{P}{A\sigma_y}} \quad (30)$$

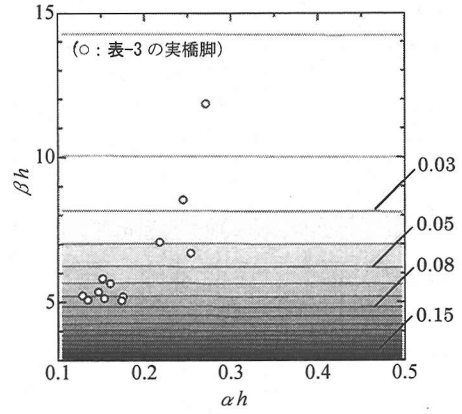
$$\beta h = \sqrt{\frac{GA_{ef}}{EI}} \cdot h = \sqrt{\frac{G}{\sigma_y} \frac{A_{ef}}{A} \frac{A\sigma_y}{EI}} \cdot h = \frac{\pi}{2} \cdot \lambda_{ef} \cdot \sqrt{\frac{A_{ef}}{A} \frac{G}{\sigma_y}} \quad (31)$$

ここに、 $\lambda_{ef} = 2h\sqrt{\sigma_y/E}/(\pi\sqrt{I/A})$  は有効細長比パラメータ、 $P/(\sigma_y A)$  は軸力比、 $A_{ef}/A$  は有効せん断断面積比である。

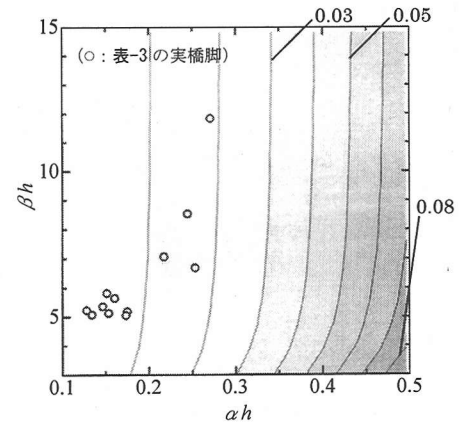
## (2) 弾性域での幾何学的非線形性とせん断変形の影響

ここでは、本論文の主題である弾塑性域での検討を行うための準備として、簡単に弾性域での幾何学的非線形性とせん断変形の影響について検討する。表-3に検討対象とする12種類の単柱式矩形断面鋼製橋脚の一般的な実例<sup>16)</sup>および式(30)、(31)で表される各橋脚の支配パラメータ  $\alpha h$ 、 $\beta h$  の値を示す。なお、単柱式鋼製橋脚のPushover解析では通常局部座屈を無視したはり理論によるため、表-3では単柱式橋脚の解析モデルとして、文献<sup>1)</sup>にならぬ断面積、外形、全塑性モーメントが一定という条件で、断面を等価な無補剛断面に置換したものを示している。

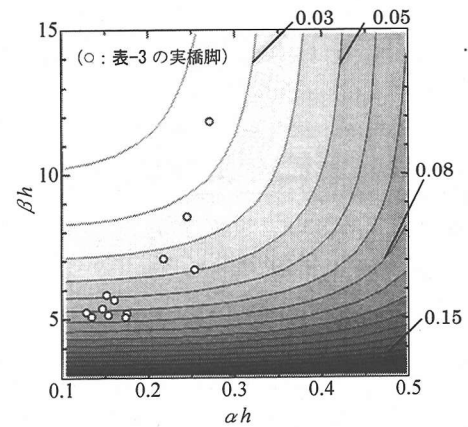
図-7に式(25)~(27)に対応した相対差  $e_1 \sim e_3$  の値とパラメータ  $\alpha h$ 、 $\beta h$  の関係を等高線により図示する。またこれらの図には表-3に示す12種類の単柱式矩形断面鋼製橋脚の実例の分布を  $\alpha h - \beta h$  平面上に点で表示している。図-7の等高線分布より、当然ではあるが式(25)による幾何学的非線形性とせん断変形を無視することによる誤差を含む  $e_3$  が最も大きいことが確認される。相対差  $e_3$  の値は  $\beta h$  が小さく、 $\alpha h$  が大きいほど増大することがわかる。この特性をより詳しく見るためにせん断変形のみを



(a)  $e_1$



(b)  $e_2$



(c)  $e_3$

図-7 弾性域での相対差  $e_1, e_2, e_3$

無視した場合の誤差を表す  $e_1$  ならびに幾何学的非線形性のみを無視した場合の誤差を表す  $e_2$  とこれ



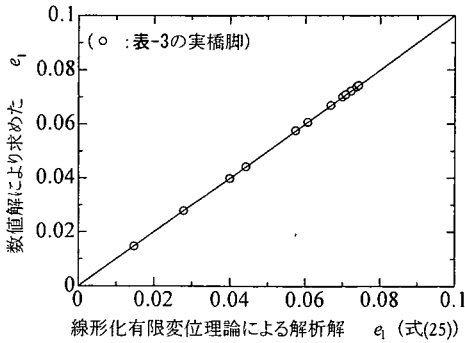
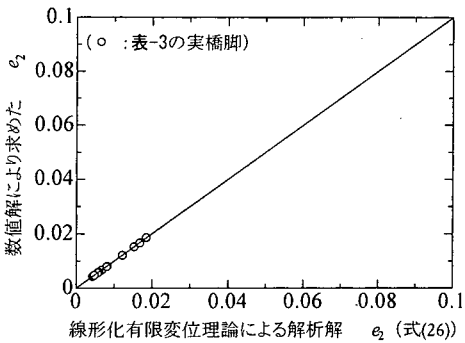
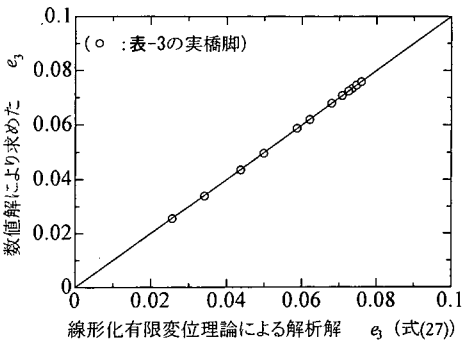
(a)  $e_1$ (b)  $e_2$ (c)  $e_3$ 

図-8 弾性域における線形化有限変位理論による相対差算定式の精度

ら2つのパラメータとの関係を調べる。

せん断変形のみを無視することによる誤差を表す  $e_1$  は  $\beta h$  の影響が支配的で  $\alpha h$  にはほとんど影響されない。  $e_1$  は  $\beta h$  が小さいほど大きくなる。  $\beta h$  が小さい場合は式(31)から解るように鋼製橋脚の細長比が小さい場合やせん断有効断面積比が小さい場合に対応している。

幾何学的非線形性のみを無視することによる誤差を表す  $e_2$  に関しては  $\alpha h$  の影響が支配的であり、  $\alpha h$  が大きいほど誤差が大きい。  $\alpha h$  が大きい場合

は式(30)から解るように、鋼製橋脚の細長比パラメータが大きい場合や軸力比が大きい場合に対応している。ただ、  $\beta h$  の小さいときにはこのパラメータが  $e_2$  に与える影響が見られ、誤差が大きくなる。これは  $\beta h$  が小さいと、構造的には橋脚のせん断剛性が低くなるため、変形が大きく生じ、幾何学的非線形性の影響が大きく現れることによる。図-7において点で示される表-3の各実橋脚の範囲では、せん断変形を無視することによる誤差の影響が大きく、幾何学的非線形性の影響は小さいことがわかる。

以上の検討に用いた線形化有限変位理論による相対差算定式(25)~(27)の精度を検証するために、図-8には表-3に示す12種類の単柱式矩形断面鋼製橋脚に関する相対差について、2.(2)で示した数値解析で評価される相対差と比較することにより示している。この図より両者は良く一致しており、対象とする荷重・変位レベルでは線形化有限変位理論で十分に扱えることを示している。なお、数値解析では最大ひずみに関する解の収束性を確保するため橋脚を100要素(うち、有効破壊長で80要素)に分割した。

#### 4. 弾塑性域での幾何学的非線形性とせん断変形の影響

##### (1) 相対差の算定式

3. で検討した構造パラメータ、相対差算定式をもとに通常のPushover解析で対象とする弾塑性域での幾何学的非線形性とせん断変形の影響を検討する。これらの影響を評価する指標として、弾性域での検討と同様、式(22)で定義した相対差算定式を用いる。相対差を計算する限界状態としては、図-6に示す橋脚基部の有効破壊長での圧縮フランジの平均ひずみ(新技術小委員会方式<sup>2)</sup>)が限界ひずみに到達した時を対象とし、このときの水平変位、水平荷重を2.の数値計算で求め、式(22)に代入して相対差を計算する。ここで、弾塑性域の相対差であることを示すために下添え字  $p$  を用い  $e_{ip}$  ( $i=1\sim 5$ ) と表す。

まず、表-3に示す12種類の単柱式矩形断面鋼製橋脚の実例について、鋼製橋脚の材料構成則は降伏点を勾配変化点としたバイリニア移動硬化則(塑性剛性:  $E_p = E/100$ )と考えて、数値計算により相対差  $e_{ip} \sim e_{sp}$  を計算する。数値計算では最大ひずみに対する解の収束性を確保するため橋脚を3.(2)と同様に、断面について44層に高さ方向に100要素に分割する。算定された相対差の値をもとに、試行錯誤的に検討した結果、弾塑性域の相対差近似算定式としては弾性領域の相対差算定式(25)~(29)をもとに、

以下のように補正係数  $a_1 \sim a_5$ ,  $b_1 \sim b_4$  を導入することで対応できることが明らかになった。

$$e_{1p} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ a_1 \left( 1 - \frac{\tan(\alpha h) - \alpha h}{\tan(\alpha h)} \cdot \frac{\xi \tan(\alpha h \xi)}{\xi \tan(\alpha h \xi) - \alpha h} \right)^2 + b_1 \left( 1 - \frac{\xi \tan(\alpha h \xi)}{\tan(\alpha h)} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (32)$$

$$e_{2p} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ a_2 \left( 1 - \frac{(\alpha h)^2 + 3(\xi^2 - 1)}{3} \cdot \frac{\xi \tan(\alpha h \xi)}{\xi \tan(\alpha h \xi) - \alpha h} \right)^2 + b_2 \left( 1 - \frac{\xi \tan(\alpha h \xi)}{\alpha h} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (33)$$

$$e_{3p} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ a_3 \left( 1 - \frac{(\alpha h)^2}{3} \cdot \frac{\xi \tan(\alpha h \xi)}{\xi \tan(\alpha h \xi) - \alpha h} \right)^2 + b_3 \left( 1 - \frac{\xi \tan(\alpha h \xi)}{\alpha h} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (34)$$

$$e_{4p} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ a_4 \left( 1 - \frac{(\alpha h)^2}{3} \cdot \frac{\tan(\alpha h)}{\tan(\alpha h) - \alpha h} \right)^2 + b_4 \left( 1 - \frac{\tan(\alpha h)}{\alpha h} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (35)$$

$$e_{5p} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot a_5 \cdot \left( \frac{3}{(\beta h)^2 + 3} \right) \quad (36)$$

ここに、補正係数  $a_1 \sim a_5$ ,  $b_1 \sim b_4$  の値は表-3に示す12種類の単柱式矩形断面鋼製橋脚の実例について数値計算により求めた相対差をもとに最小自乗法で表-4のように決定される。これらの近似式の精度は図-9に示しているように、いずれも良好である。ここで、弾塑性領域での相対差であるにも関わらず、材料の非線形性を表す重要な指標である降伏応力  $\sigma_y$  の影響がほとんどない理由としては相対差が式

表-4 弾塑性域における相対差近似算定式の補正係数の値

$a_1 = 0.727$	$b_1 = 25.9$
$a_2 = -8.70$	$b_2 = 1.55$
$a_3 = 0.734$	$b_3 = 1.41$
$a_4 = -12.6$	$b_4 = 1.79$
$a_5 = 0.853$	

(22) のように同じ材料構成則を用いた二つの解析理論の無次元化相対差として表されていることによると考えられる。

図-10に式(32)~(36)に対応した相対差  $e_{1p} \sim e_{5p}$  と支配パラメータ  $\alpha h$ ,  $\beta h$  の関係を図示する。また、これらの図には表-3に示す12種類の単柱式矩形断面鋼製橋脚の実例について数値計算により求めた相対差の値もプロットしている。なお、相対差  $e_{4p}$  は  $\alpha h$  のみ、 $e_{5p}$  は  $\beta h$  のみに支配されるため図-10(d), (e) では、それぞれ1つのパラメータと相対差の値との関係を示している。これら相対差  $e_{4p}$ ,  $e_{5p}$  の図中には式(28), (29)による弾性領域での相対差の値も示している。

## (2) せん断変形の影響

せん断変形の影響については幾何学的非線形性を考慮した場合のTimoshenkoはり理論とBernoulli-Eulerはり理論間の相対差  $e_{1p}$  (図-10(a)) と幾何学非線形性を無視した場合の両はり理論間の相対差  $e_{5p}$  (図-10(e)) を用いて考察する。幾何学的非線形性を考慮した場合においても、せん断変形を無視すること起因する誤差を表す  $e_{1p}$  は弾性域での誤差を表す  $e_1$  と同様にパラメータ  $\beta h$  の影響が支配的であり、このパラメータが小さいほどせん断変形の影響が大きくなる。一方、弾性域とは異なり、弾塑性域では  $\alpha h$  の大きな領域 ( $\alpha h > 0.4$ ) でこのパラメータの影響も少し現れ、相対差  $e_{1p}$  がやや増大する。一方、 $\alpha h < 0.4$  ではせん断変形に与える幾何学的非線形性の影響はほとんどなく、 $e_{1p}$  と幾何学的非線形性を無視した場合の相対差  $e_{5p}$  の値はほぼ一致する。

Timoshenkoはり理論による幾何学的非線形解析を正解と考え、表-3に示す実際の橋脚の範囲でせん断変形を無視することにより生じる誤差の値をPushover解析で通常用いられる b) Bernoulli-Eulerはり理論による幾何学的非線形解析について見ると、図-10(a)の相対差  $e_{1p}$  から  $\beta h < 5.8$  となる過半数の橋脚について誤差が5%を越えることが解る。これから、実橋脚の範囲において、Pushover解析でせん断変形を無視できない橋脚が多く存在することが予想される。

弾塑性域での相対差の値  $e_{1p}$ ,  $e_{5p}$  と弾性域の値  $e_1$ ,

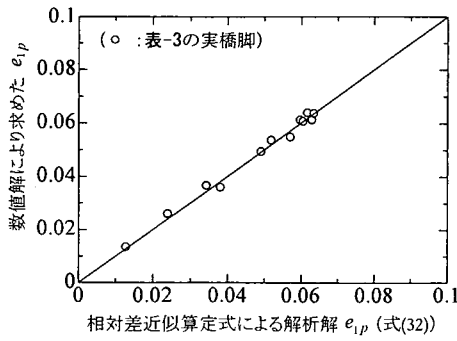
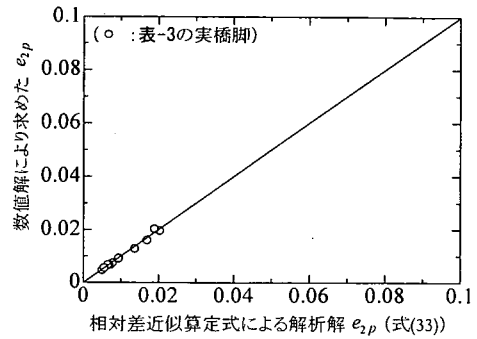
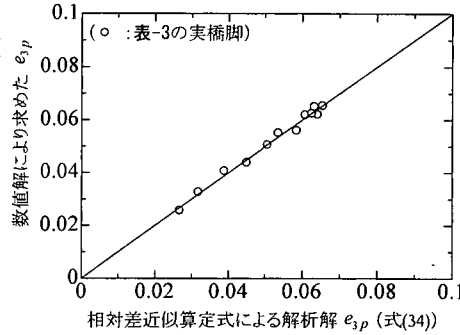
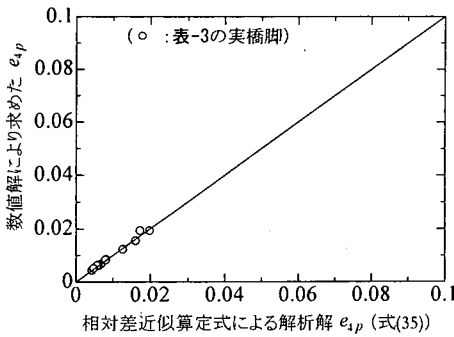
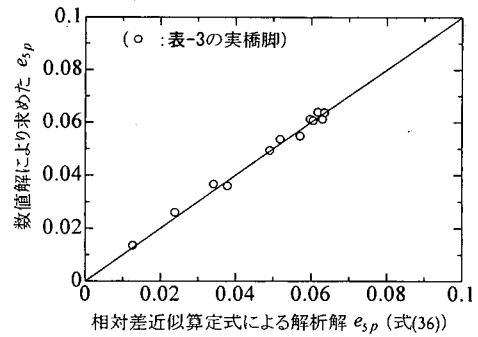
(a)  $e_{1p}$ (b)  $e_{2p}$ (c)  $e_{3p}$ (d)  $e_{4p}$ (e)  $e_{5p}$ 

図-9 弾塑性域における相対差近似算式の精度

$e_5$ とを比較すると弾塑性域の相対差の値がやや小さくなっておりせん断変形の影響は弾塑性域においてやや減少するといえる。これは、通常の橋脚では、水平力が増加した場合、塑性化は曲げモーメントの増加により圧縮フランジから生ずるため、橋脚の曲げ剛性の低下はウェブの影響が支配的なせん断剛性の低下に較べて大きくなることに起因している。すなわち、曲げによる水平変位成分の増加により全体の水平変位  $U$  におけるせん断変形の寄与分が相対的に減少するため、せん断変形の影響が小さくなる。なお、極端に背が低い場合は曲げモーメントに比べせん断力の影響が大きいため、せん断力を負担するウェブから塑性化が生じ、せん断変形の影響が大き

くなる可能性があるが実際の橋脚の範囲ではほとんど対象外である。

### (3) 幾何学的非線形性の影響

幾何学的非線形性の影響についてはTimoshenkoはり理論とBernoulli-Eulerはり理論において、それぞれ幾何学的非線形性を考慮した場合に対するこれを無視した場合の相対差  $e_{2p}$ 、 $e_{4p}$  (図-10(b), (d))を用いて考察する。Timoshenkoはり理論の場合、 $e_{2p}$ より幾何学的非線形性は弾性域の場合と同様、主としてパラメータ  $\alpha h$  に支配され、これが大きいほど幾何学的非線形性の影響が大きくなる。ただ、 $\beta h$  が小さい領域ではこのパラメータの影響が現れ、幾何学的非線形性を無視することによる誤差が大きくな

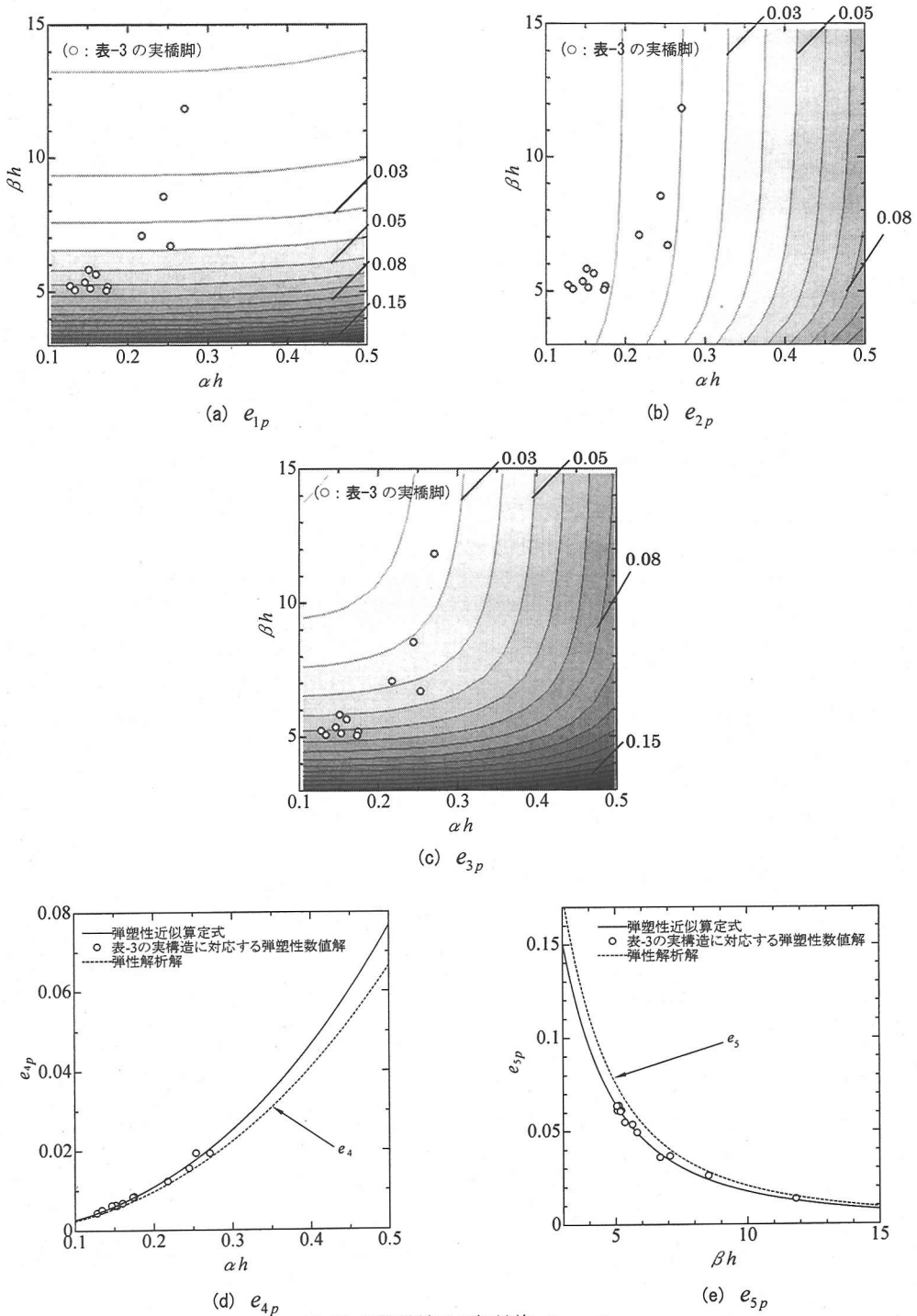


図-10 弾塑性域での相対差  $e_{1p} \sim e_{5p}$

る。これは  $\beta h$  の小さい領域でせん断変形が増加するため、これによる幾何学非線形性の影響が大きくなるためである。一方、 $\beta h$  が大きくなる ( $\beta h > 10$ ) とせん断変形の影響は小さくなり、 $e_{2p}$  はせん断変

形を無視したBernoulli-Eulerはり理論の相対差  $e_{4p}$  の値とほぼ一致する。

表-3に示す実際の橋脚の範囲で幾何学的非線形性を無視することにより生ずる弾塑性域における誤差

の値をTimoshenkoはり理論, Bernoulli-Eulerはり理論について見ると, 図-10(b), (d)から解るように, 全ての橋脚について誤差が3%を未滿となることが解る. これから, 実際の橋脚の範囲においては大多数の橋脚はPushover解析で幾何学的非線形性を無視した微小変位理論で扱えると考えられる.

弾塑性域での相対差の値  $e_{2p}$ ,  $e_{4p}$  と弾性域の値  $e_2$ ,  $e_4$  とを比較すると弾塑性域の誤差の値がやや大きくなっており幾何学的非線形性の影響は弾塑性域において増加する. これは塑性化により変位量が増加することによる.

#### (4) せん断変形と幾何学的非線形性の連成による影響

(2), (3)ではせん断変形と幾何学非線形性の影響を独立して考察したが, d) Bernoulli-Eulerはりの微小変位理論をPushover解析へ適用する場合, せん断変形と幾何学的非線形性の両者を同時に無視することの影響を検討する必要がある. 微小変位のBernoulli-Eulerはり理論の幾何学的非線形性を考慮したTimoshenkoはり理論に対する相対差  $e_{3p}$  は図-10(c)に示すようにせん断変形を無視することによる誤差を表す  $e_{1p}$ , 幾何学的非線形性を無視したことによる誤差を表す  $e_{2p}$  いずれよりも大きくなる. これは, Bernoulli-Eulerはりの微小変位理論ではせん断変形と幾何学的非線形性の両方の影響を同時に無視していることによる当然の結果であるが,  $e_{3p}$  において, 先に述べたせん断変形の影響を無視したことによる誤差と幾何学的非線形性を無視したことによる誤差が単に累加されるだけなのかあるいは連成効果が生じているのかさらに検討する. いま仮に連成がないかあるいは十分小さい場合, 水平変位と水平力について次の累加の関係が成り立つ.

$$\begin{aligned} U_i^T &\cong U_i^E + (U_s^T - U_s^E) \\ H_i^T &\cong H_i^E + (H_s^T - H_s^E) \end{aligned} \quad (37a, b)$$

ここで, 右辺第2項の括弧内はせん断変形の影響による累加分を表している. したがって, 式(37)の関係を用いると, 式(22)で定義される相対差  $e_{3p}$  は次のように書くことができるはずである.

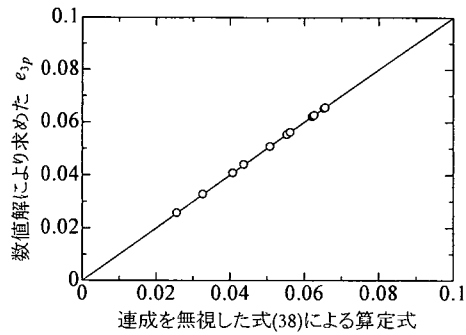


図-11 せん断変形と幾何学的非線形性の連成が相対差に与える影響

$$\begin{aligned} e_{3p} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\left( \frac{U_i^T - U_s^E}{U_i^T} \right)^2 + \left( \frac{H_i^T - H_s^E}{H_i^T} \right)^2} \\ &\cong \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \left[ \frac{\{U_i^E + (U_s^T - U_s^E)\} - U_s^E}{U_i^T} \right]^2 + \left[ \frac{\{H_i^E + (H_s^T - H_s^E)\} - H_s^E}{H_i^T} \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \\ &\cong \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \left( \frac{U_i^E - U_s^E}{U_i^E} + \frac{U_s^T - U_s^E}{U_s^T} \right)^2 + \left( \frac{H_i^E - H_s^E}{H_i^E} + \frac{U_s^T - U_s^E}{H_s^T} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \\ &= \left\{ e_{4p}^2 + e_{2p}^2 + \frac{(U_i^E - U_s^E)(U_s^T - U_s^E)}{U_i^E U_s^T} + \frac{(H_i^E - H_s^E)(H_s^T - H_s^E)}{H_i^E H_s^T} \right\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (38)$$

表-3の実橋脚に関する相対差  $e_{3p}$  についてせん断変形と幾何学的非線形性の影響の連成を無視した式(38)で計算した相対差と比較したのが図-11であるが, 相対差  $e_{3p}$  は近似値と良く一致している. 以上より, せん断変形と幾何学的非線形性の連成による影響は十分小さく, これらの影響が累加されるだけであることが解る.

#### 5. 実務設計での非線形耐震解析法とその簡易化

設計で用いるはりモデルによる橋脚の非線形耐震解析法としてどの範囲のものが許容されるかという点について考察する. 4. で検討したように, はりモデルの中では a) Timoshenkoはり理論による幾何学的非線形解析が最も精度が高いと考えられるので, この理論との相対差がどの程度になるかという観点から耐震解析法の許容範囲を設定する. ここでは, 実務設計における仮定荷重が設計鋼重に対して5%を越えた場合は設計をやり直す等の慣行から判断してTimoshenkoはり理論による幾何学的非線形解析結果に対する許容相対誤差を5%に設定する.

### (1) Bernoulli-Eulerはり理論による幾何学的非線形解析

現行の非線形耐震解析では幾何学的非線形性のみ考慮し、せん断変形を無視したBernoulli-Eulerはりの理論による解析が一般に用いられているが、上記の許容誤差に基づくと、この解析法の適用範囲は図-10(a)に示されている相対差 $e_{1p}$ が5%以内となる構造パラメータ $\alpha h$ 、 $\beta h$ の範囲の鋼製橋脚となる。この場合、 $\alpha h$ の影響が小さいので、簡便な許容範囲として $\beta h \geq 6$ なる安全側の条件を設定することができる。表-3の現実の橋脚例を見ると、構造パラメータの許容範囲を厳密に見ても、12橋脚中7橋脚については構造パラメータ $\alpha h$ 、 $\beta h$ が許容範囲に入らない。したがって、実際の橋脚の設計に対して、現在最も多く用いられているBernoulli-Eulerはり理論による幾何学的非線形解析が適用できない場合が多く存在すると考えられ、その適用に当たっては十分吟味することが重要である。このような橋脚に対しては本論文で示したようなせん断変形を考慮した解析法を用いることが必要であり、解析ソフトの整備が急務である。

### (2) Timoshenkoはり理論による微小変位解析

幾何学的非線形性を無視した微小変位のTimoshenkoはり理論の適用は図-10(b)に示す $e_{2p}$ が5%以内となる領域の構造パラメータ $\alpha h$ 、 $\beta h$ を持つ橋脚について許容される。この場合、パラメータ $\beta h$ の影響は $\beta h \geq 5$ の場合において小さくなるので、簡便な許容範囲としては $\alpha h \leq 0.35$ の安全側の条件を設定することができる。表-3の現実の橋脚例では全ての橋脚の構造パラメータ $\alpha h$ が許容範囲に入っており、実橋脚の大多数については微小変位のTimoshenkoはり理論の適用が可能になると考えられる。残念ながら、このような微小変位のTimoshenkoはり理論を用い、直応力とせん断応力との連成を考慮した材料非線形解析は既存の汎用ソフトの中にもあまり見られず、直ちに実務に適用することはできないと考えられる。

### (3) Bernoulli-Eulerはり理論による微小変位解析

コンクリート橋脚の耐震解析に通常用いられている微小変位のBernoulli-Eulerはり理論を用いる場合は、幾何学的非線形性とせん断変形の影響が無視されているので、この解析に含まれる誤差はより大きい。このため、誤差が5%以内となる構造パラメータ $\alpha h$ 、 $\beta h$ の許容範囲は図-10(c)の $e_{3p}$ から解るように図-10(a)の $e_{1p}$ 、(b)の $e_{2p}$ に比べかなり狭くなる。このため、表-3の実橋脚例を見ると、12橋脚中8橋脚

については許容誤差の範囲に入らない。このように、せん断変形を無視したBernoulli-Eulerはり理論による微小変位解析は、実橋脚の耐震解析に全く適用できないわけではないが、その適用範囲はかなり限られることが予想されるので、適用に当たっては構造パラメータが許容範囲に入っているか否か慎重に検討することが重要である。

なお、(1)からも解るように、本解析理論を用いて生ずる誤差の大部分はせん断変形を無視したことに起因するものであるが、せん断変形が無視できる場合には図-10(d)の $e_{4p}$ が誤差となる。これより、誤差が5%以内となる構造パラメータの範囲は $\alpha h \leq 0.41$ となり、パラメータ $\alpha h$ に限ると表-3の実橋脚例は全て許容範囲となる。このことから、せん断変形が無視できる橋脚についてはほとんどせん断変形を無視したBernoulli-Eulerはり理論による微小変位解析が適用できると考えられる。

## 6. あとがき

鋼製橋脚の耐震解析において、はり理論の範囲でもっとも精度の良い結果を与えるせん断変形を考慮したTimoshenkoはり理論に基づく幾何学的非線形解析をもとに、単柱式鋼製橋脚の耐震解析に及ぼす幾何学的非線形性とせん断変形の影響について検討した。この検討結果より耐震設計で用いる妥当な解析モデルについて考察した。得られた結論を以下にまとめる。

(1) はりモデルにおいて、幾何学的非線形性とせん断変形の考慮の有無が解析結果に与える影響は2つの構造パラメータ $\alpha h$ と $\beta h$ により支配される。前者は主として幾何学非線形性にまた後者は主としてせん断変形に関わるパラメータである。

(2) 鋼製橋脚の耐震解析においてせん断変形や幾何学的非線形性を無視することにより生ずる誤差を構造パラメータ $\alpha h$ と $\beta h$ により評価する式を誘導した。

(3) 幾何学的非線形性を無視することにより生ずる誤差は構造パラメータ $\alpha h$ が大きいほど大きい。これは、鋼製橋脚の細長比パラメータが大きい場合や軸力比が大きい場合に対応しているが、一般の橋脚の範囲を検討した結果、許容誤差を5%とした場合、大半の橋脚に対して幾何学的非線形の影響は無視できるものと考えられる。

(4) せん断変形を無視することによる誤差は $\beta h$ が小さいほど大きい。これは、鋼製橋脚の細長比が小さい場合やせん断有効断面積比が小さい場合に対応

している。一般の橋脚の範囲を検討した結果、かなりの橋脚についてせん断変形の影響は無視できないものと考えられる。

(5)幾何学的非線形性とせん断変形の影響を同時に無視することによる誤差は何れか一方を無視することによる誤差を累加したものにほぼ等しく、連成効果はほとんど生じない。

(6)実際の橋脚の耐震解析において、現在最も多く用いられているせん断変形を無視したBernoulli-Eulerはり理論による幾何学的非線形解析が適用できない場合が比較的多く存在すると考えられ、その適用に当たっては構造パラメータの範囲を十分吟味することが重要である。適用できない橋脚に対しては本論文で示したようなせん断変形を考慮したTimoshenkoはり理論などによる解析法を用いることが必要であり、解析ソフトの整備が急務である。

以上、本論文の詳細な検討は単柱式の等断面橋脚に限られているが、近似的には変断面橋脚やラーメン橋脚における幾何学的非線形性とせん断変形の影響評価にも適用できる。すなわち、変断面橋脚の場合は、各断面の諸元を用いて $\alpha h$ 、 $\beta h$ をそれぞれ算定し、そのうちで最大の $\alpha h$ と最小の $\beta h$ を用いて幾何学的非線形性とせん断変形の影響を無視することによる誤差を評価すれば安全側の検討ができる。また、ラーメン橋脚についても、死荷重によるはりの曲げ変形が大きくない場合、各柱部材に対して、有効細長比パラメータを用いた式(30)、(31)により算定される支配パラメータ $\alpha h$ 、 $\beta h$ を用いれば、近似的に誤差を評価しうることを2~3の橋脚について確認している。

また、解析法についても、ここでの検討は静的複合非線形解析に限られている。動的解析のうち、静的解析より計算した骨格曲線をもとに復元力モデルを設定し1自由度系として解析する場合には本検討結果はほぼ適用できる。しかしながら、はりの有限要素モデルを用いて橋脚を離散化して直接動的応答解析を行う場合、せん断変形や幾何学的非線形性を無視すると、材料的非線形性を有する有限要素の力学特性に変化を生じ、これが振動特性に変化を与える。したがって、入力地震動によってはこの振動特性の変化により、橋脚に作用する慣性力も大きく変化し、これがまた非線形有限要素の力学特性に敏感に反映されるため、静的解析に較べ誤差が大きく増幅される潜在的な可能性があることを一部明らかにしている<sup>9)</sup>。このように、動的解析では入力地震動により、幾何学的非線形性やせん断変形を無視することによる誤差が見かけ上、ランダムに変動するの

で、厳密な誤差評価ができていないのが現状である。今後、多くの動的応答解析データの蓄積を行い地震波と誤差の関係を明らかにするための糸口を見出すことが必要である。

**謝辞**：本研究の一部は土木学会鋼構造委員会鋼構造物の耐震検討小委員会および日本鋼構造協会次世代土木鋼構造研究特別委員会鋼橋の耐震設計小委員会で行ったものでご援助をいただいた鋼材倶楽部に謝意を表す。

#### 参考文献

- 1) 宇佐美勉, 鈴木森晶, I.H.P. Mamaghani, 葛漢彬: コンクリートを部分的に充填した鋼製橋脚の地震時水平耐力法の提案, 土木学会論文集, No.525/I-33, pp.69-82, 1995.
- 2) 土木学会鋼構造新技術小委員会耐震設計WG: 鋼構造物の耐震設計指針案と耐震設計のための新技術, pp.51-79, pp.136-146, 1996.
- 3) 土木学会鋼構造委員会 鋼構造物の耐震検討小委員会: 鋼構造物の耐震解析用ベンチマークと耐震設計法の高度化, 2000.
- 4) 深谷茂広, 徳永法夫, 刑部清次: 鋼製橋脚の幾何学的非線形の影響, 土木学会第54回年次学術講演会, I-B200, pp.398-399, 1999.
- 5) 西野文雄, 長谷川彰夫: 構造物の弾性解析, 新体系土木, 技報堂出版, pp.82-86, 1983.
- 6) Goto, Y., Yoshimitsu, T. and Obata, M: Elliptic integral solutions of plane elastic with axial and shear deformations, *International Journal of Solids and Structures*, Vol.26, No.4, pp. 375-390, 1990.
- 7) Iwakuma, T.: Timoshenko beam theory with extension effect and its stiffness equation for finite rotation, *Computers and Structures*, Vol.34, pp.239-250, 1990.
- 8) 後藤芳顕, 吉光友雄, 小畑誠, 西野文雄: 平面骨組の有限ひずみ・有限変位理論の解に収束する2種類の数値解法と精度特性, 土木学会論文集, No.428, I-15, pp.67-76, 1991.
- 9) 後藤芳顕, 宮下敏: 平面骨組の弾塑性分岐挙動の解析法と初期曲げを受ける剛結門型骨組の座屈特性, 構造工学論文集, Vol.40A, pp.283-294, 1994.
- 10) Goto, Y. and Miyashita, S.: Validity of classification systems of semi-rigid connections, *Engineering Structures*, Vol.17, pp.544-554, 1995.
- 11) Li, X.S. and Goto, Y.: A three-dimensional nonlinear seismic analysis of frames considering panel zone deformation, 土木学会論文集, No.605/I-24, pp.1-13, 1998.

- 12) 後藤芳顕, リンソン, 山口栄輝: 橋軸方向地震力を受ける逆L形鋼製橋脚の終局挙動と設計, 土木学会論文集, No.675/ I -55, pp.313-330, 2001.
- 13) Crisfield, M.A.: *Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures*, Vol.1 Essentials, John Wiley & Sons, 1991.
- 14) Hinton, E and Owen, D.R.J.: *An Introduction to Finite Element Computations*, Pineridge Press, Swansea, UK., 1979.
- 15) ABAQUS/Standard User's Manual: Ver5.7, HKS, 1997.
- 16) 首都高速道路公団: 首都高速道路の橋梁に関する調査研究(平成7年度), 1996.
- (2001. 2. 22 受付)

## EFFECTS OF GEOMETRICAL NONLINEARITY AND SHEAR DEFORMATIONS ON THE SEISMIC DESIGN ANALYSIS OF STEEL PIERS BASED ON NONLINEAR BEAM MODEL

Yoshiaki GOTO, Toru OKUMURA and Masaya SUZUKI

In the seismic design, the ultimate behavior of steel piers are usually predicted by the nonlinear Bernoulli-Euler beam model where shear deformation is ignored. Here, the validity and accuracy of the Bernoulli-Euler beam model is examined in comparison with the nonlinear Timoshenko beam model that takes into account the effect of shear deformation. First, we identified two structural parameters that govern the accuracy of the Bernoulli-Euler beam model. Then, an equation is derived to estimate the accuracy of this beam model in terms of the two parameters. From this equation, it is shown that the shear deformation has a big influence on the ultimate behavior of steel piers and cannot be ignored for the stocky piers. In contrast to the shear deformation, the geometrical nonlinearity can be normally ignored except for the steel piers with extremely large slenderness ratio and high axial force ratio.