土木学会論文集 No. 695／IV-54, 77-90, 2002. 1

最適土地利用密度規制の設計に関する基礎的研究

河野達仁[1]・金子貴之[2]・森杉壽芳[3]

[1]正会員　博（学術）　東北大学大学院情報科学研究科　（〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 06）
UC Transportation Center, University of California (Berkeley, CA, 94720-1782)
[2]学生会員　修（情報科学）　東北大学大学院情報科学研究科　（〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 06）
[3]正会員　工博　東北大学教授　情報科学研究科　（〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 06）

本研究では人口に応じて発生する交通混雑などの外部不経済を適正化する土地利用規制を考察する．２つのゾーンを持つ基本モデルを構築し，各ゾーンの人口を調整する政策として，ビルが建ち並ぶ都市部では容積率規制，一戸建と農地が混在する郊外部では住宅地面積規制及び Minimum lot size zoning を対象に分析を行う．結論として，都市部では市場均衡で決まる容積率よりも大きく容積率を規制する地域と小さく容積率を規制する地域の両者が必要であることを示す．更に，郊外部では開発面積を広げる規制が必要である一方で，Minimum lot size zoning は必ず社会的厚生水準を低下させるため，望ましくない政策であることを示す．

Key Words: *FAR regulations, minimum lot size zoning, land use, second best*

1．本研究の目的

都市内の多くの地域において，人口の増加に伴い，交通混雑，日照･通風不足等の外部不経済が発生している．これらの外部不経済に対してその発生市場（例えば，交通市場）で混雑税などの直接的政策を行うことが最善の政策である．しかし，税の徴収費用などの取引費用が高い場合は最善の政策を行うことはかえって厚生を下げてしまう．その場合の次善の策として，外部不経済の発生市場と密接な関係にある住宅や土地市場に介入して都市内の人口分布の調整により外部不経済削減を行う手法が考えられる．例えば，容積率規制，Minimum lot size zoning(最小敷地面積規制)，及び，住宅地の総面積に対する規制等の土地利用規制があげられる．容積率規制はビルの床面積全体を，住宅地の総面積規制は一戸建の建つ住宅地面積全体を，Minimum lot size zoning は一戸建の個々の lot size を規制する．これらの規制は，外部不経済が発生している市場に対して間接市場である床面積・土地市場を通して社会的厚生を改善する．一方で，これらの規制は自由な市場を歪め，不効率(=費用)を発生させる．そこで，本論文では２つのゾーンから成る基本モデルを構築し，規制による不効率と外部不経済削減効果との関係を明示化して，都市内各地域の最適人口密度を導く規制を考察する．なお，現状の都市計画では，住宅地の総面積規制は線引きに相当し，線引きによって定められた市街化区域の中で，容積率規制と lot size zoning が課されると考えられる．

土地利用規制の経済分析に関しては，過去に多くの研究[例えば1)~8)]があり，人口密度をコントロールする容積率規制，Minimum lot size zoning に関しても多くの分析がある．Arnott・MacKinnon[2)]は，容積率規制と同様の効果をもつ高さ規制に関する分析を一般均衡理論を用いて行い，高さ規制の費用を算出している．山崎・日引[6)]は，容積率規制等の規制緩和に関して一般均衡理論を用いて分析している．Sasaki[8)]は，容積率規制及び Minimum lot size zoning が都市構造や住民の効用に与える影響について考察している．ただし，これらの論文は，規制による地価，地代の変化，都市の広がり，利益分配等，都市構造や分配構造の変化に着眼点が置かれており，最適な土地利用規制を考察していない．この点について，Fujita[5)]は，混雑が存在する下での適正な lot size zoning を分析した．Fujita[5)]の分析では，外部不経済が住宅地における人口密度に応じて発生すると仮定し，lot size zoning の下限を規制する条件を導いている．しかし，郊外部では日照・通風不足等の人口密度に応じて発生する外部不経済よりも，むしろ，都心への流入交通による道路混雑や郊外型集客施設や公共施設の混雑等のゾーンの人口数に応じて発生する外部不経済が問題であると考えられる．よって，本研究では郊外部の外部不経済はゾーンの人口数に応じて発生するものとする．更に，過去の論文において，容積率規制と lot size zoning を同時に扱う分析はない．したがって，本研究では人口により発生する外部不経済の適正化を目的に，容積率規制と lot size zoning を同時に扱うモデルとして，最適な土地利用密度規制について考察する．

2. 規制の整理とモデルの構築

本研究で検討する3つの規制を整理する．概念を図-1に示す．容積率規制は複数の家計が居住するビルの床面積を規制する手法である．一方，住宅地の総面積規制とlot size zoningは1つの家計が居住する一戸建が建つ地域で用いられ，住宅地の総面積規制は住宅地の総面積(lot size×家計数)全体を規制する一方，lot size zoningは各家計のlot sizeを規制する．なお，本研究では，ビルが建つ地域を都市部，一戸建と農地が混合する地域を郊外部と定義する．よって，農地を有さない都市部の住宅地の面積はゾーンの面積と等しく一定とし，農地を有す郊外部の住宅地面積は農地と共に弾力的であるとする．

具体的にモデルでは，人口分布の変化を表すため，2つのゾーン(ゾーン面積一定)で構成される都市を仮定し，空間的一般均衡分析を用い，両ゾーンの住民の効用を最大にする最適な土地利用規制を導く．3では，モデル1として，都市部の2つのゾーンを考え，最適容積率規制を考察する．2つのゾーンの総床面積を政策変数とし，最適容積率を導く．4ではモデル1を応用し，都市部ゾーンと郊外部のゾーンを考え，モデル2として住宅地の総面積規制，モデル3としてMinimum lot size zoningを考察する．モデル2では都市部の総床面積，及び，郊外部の住宅地総面積，モデル3では都市部の総床面積，及び，郊外部のlot size(各家計の土地面積)を政策変数にする．更に，農地を有さない都市部では，人口密度と人口は比例し，農地を有する郊外部では，ゾーンの住宅地における人口密度とゾーンの人口は比例しない．前記の通り，郊外部では，ゾーンの人口に応じて発生する外部不経済が大きな問題となっていると考えられるため，本研究では人口に応じた外部不経済を対象とする．

3. 都市部の容積率規制に関する分析

モデル1として，都市部の最適容積率規制について考察する．モデル1では以下のような仮定をおく．

①2つの居住ゾーン(i=1,2)が存在し，各ゾーンの土地面積はそれぞれ$\overline{A}_1$，$\overline{A}_2$で固定される．

②主体には家計，企業，Developerが存在する．

③すべての家計が居住ゾーンから所得を得るために居住ゾーン外の業務ゾーンで労働を行う．

④家計の居住ゾーン間の移住コストは存在せず，家計は厚生水準の高いゾーンに移住する．

⑤土地及び企業所有を含めすべての人は同質である．

⑥家計の効用水準を高めるために2つのゾーンで容積率規制を行う．そこで，モデル1では各ゾーンの総床面積F_1，F_2を政策変数とする．

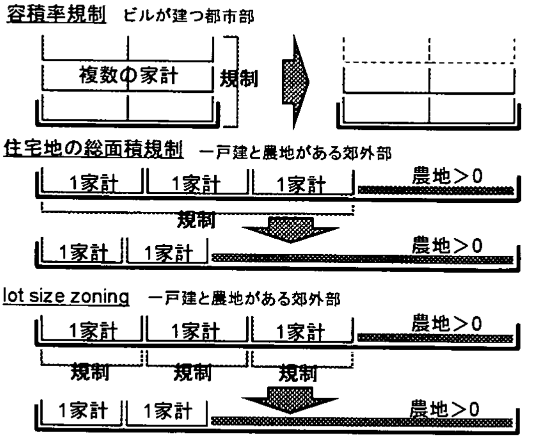


図-1　規制の違い

⑦新たな社会資本整備は行われない．

(1)各主体の行動

a)家計の行動

準線形の効用関数V_iを仮定する．各ゾーンの面積$\overline{A}_i$，社会資本$\overline{I}_i$，ゾーン固有の魅力$\overline{e}_i$は固定されており，g_iは各ゾーンの人口数N_iに依存する各ゾーンの外部不経済を表す．式(1C)は外部不経済g_iの説明変数として各ゾーンの人口数N_iを明示的に取り扱うことを示している．このような外部不経済g_iとしては交通混雑があげられる．なお，別ゾーンからの通過交通の存在等，外部不経済に影響する他の変数の存在を排除するものではない．また，外部不経済は地理的な意味で当該住宅地において引き起こされる必要性もない．例えば都心付近での流入交通による道路混雑などもここでの外部不経済に含まれる．ここでは各ゾーンの面積は固定されており，外部不経済は人口密度に応じて発生するとも解釈できる．

また，効用関数に対して式(1d)～式(1g)と仮定する．

$$V_i = \max_{x_i^h, f_i^h} u\left(f_i^h, g_i, \overline{e}_i\right) + x_i^h \tag{1a}$$

$$s.t.\quad x_i^h + r_i^h f_i^h = w + \frac{1}{N}\left\{\pi^f + \pi^d + \sum_i R_i \overline{A}_i\right\} \tag{1b}$$

$$g_i = g\left(N_i, \overline{I}_i\right) \tag{1c}$$

$$\frac{\partial u}{\partial f_i^h} > 0, \frac{\partial^2 u}{\partial f_i^{h2}} < 0 \tag{1d}$$

$$\frac{\partial u}{\partial g_i}\frac{\partial g_i}{\partial N_i} \leq 0 \text{ (以降は} \frac{\partial u}{\partial N_i} \text{と示す)} \tag{1e}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial f_i^h \partial g_i}\frac{\partial g_i}{\partial N_i} = 0 \text{ (以降は} \frac{\partial^2 u}{\partial f_i^h \partial N_i} \text{と示す)} \tag{1f}$$

$$\frac{\partial u}{\partial g_i}\frac{\partial^2 g_i}{\partial N_i^2} \leq 0 \text{ (以降は} \frac{\partial^2 u}{\partial N_i^2} \text{と示す)} (i=1,2) \tag{1g}$$

ただし，x_i^h：iゾーンの各家計の合成財需要，

f_i^h：iゾーンの一戸あたりの床面積需要，

r_i^h：iゾーンの床面積価格，

w ：賃金,
π^f ：企業の利潤,
π^d ：Developer の利潤,
R_i ：i ゾーンの地代,
$\overline{A}_i$ ：i ゾーンの土地面積,
N_i ：i ゾーンの人口,
$\overline{N}$ ：全人口,
$\overline{I}_i$ ： i ゾーンの社会資本,
$\overline{e}_i$ ：i ゾーンの固有の魅力

なお，スーパースクリプト h, f, d はそれぞれ，家計，企業，デベロッパーに関する変数であることを示す．

b) 企業の行動

1次同次関数の生産関数式(2b)を仮定する．したがって，企業の利潤 π^f は常に0であり，賃金率 w は式(2c)で示すように一定となる．

$$\pi^f = \max_{X^f, l^f} \left\{X^f - wl^f\right\} \tag{2a}$$

$$s.t. \quad X^f = wl^f \tag{2b}$$

$$\frac{\partial X^f}{\partial l^f} = w\ (:一定) \tag{2c}$$

ただし，X^f:合成財供給,
l^f:労働需要

c) Developer の行動

Developer は複数存在し，完全競争状態を仮定する．式(3b)は床面積生産関数を示し，合成財，土地および労働を投入財と仮定する．なお，容積率規制下では F_i が固定される．

$$\pi^d = \max_{F_i x_i^d l_i^d} \left\{\sum_i r_i^h F_i - \sum_i \left(x_i^d + R_i a_i^d + w l_i^d\right)\right\} \tag{3a}$$

$$s.t. \quad F_i = F\left(x_i^d, a_i^d, l_i^d\right) \tag{3b}$$

ただし，F_i:ゾーン i の床面積供給,
x_i^d:Developer のゾーン I での合成財需要,
a_i^d:ゾーン i の土地需要,
l_i^d:ゾーン i の労働需要

d) 市場均衡

市場均衡条件として，合成財に関して式(4a)，床面積に関して式(4b)，土地に関して式(4c)，労働に関して式(4d)を与える．各家計は効用水準の高いゾーンに移住することから，均衡では式(4e)で示されるように両ゾーン間の効用水準が等しくなる．更に，式(4f)に表現されるように2つのゾーンの合計人口は固定されている．

$$\sum_i \left(N_i x_i^h\right) + x^d = X^f \tag{4a}$$

$$N_i f_i^h = F_i (\mathrm{i} = 1,2) \tag{4b}$$

$$a_i^d = \overline{A}_i (i = 1,2) \tag{4c}$$

$$\sum_i N_i = \sum_i l_i^d + l^f \tag{4d}$$

$$V_1 = V_2 \tag{4e}$$

$$\sum_i N_i = \overline{N} \tag{4f}$$

(2) 厚生の変化

式(1b)，(1c)を式(1a)に代入して，固定変数である $\overline{I}_i$，$\overline{e}_i$ を明示しないことにより，式(5a)を得る．

$$V_i = \max_{f_i^h} u(f_i^h, N_i) + w + \frac{1}{\overline{N}}\left\{\pi^f + \pi^d + \sum_i R_i \overline{A}_i\right\} - r_i^h f_i^h \tag{5a}$$

式(5a)の1階の必要条件式(5b)から最適な f_i^{h*} が求まり，式(5c)の間接効用関数を得る．記号の* は最適解を示す．

$$\frac{\partial u}{\partial f_i^h}\left(f_i^h, N_i\right) = r_i^h \tag{5b}$$

$$V_i = u(f_i^{h*}, N_i) + w + \frac{1}{\overline{N}}\left\{\pi^f + \pi^d + \sum_i R_i \overline{A}_i\right\} - r_i^h f_i^{h*} \tag{5c}$$

ここで個人はすべて同質であるから，個人の効用最大化と，社会的便益 $B(=\sum_i N_i V_i)$ を最大化することは同義である．そこで，この経済の内生変数による社会的便益 B の変化を考察する．社会的便益の変化 dB は式(4e)，式(5c)を用いて式(5d)のように変形できる．なお，企業の利潤 π^f は常に0であり，$d\pi^f = 0$ である．

$$\begin{aligned} dB &= d\left\{\sum_i N_i V_i\right\} = N_1 dV_1 + N_2 dV_2 \\ &= N_1\left(\frac{\partial u}{\partial N_1} dN_1 - dr_1^h f_1^h\right) + N_2\left(\frac{\partial u}{\partial N_2} dN_2 - dr_2^h f_2^h\right) \\ &\quad + \overline{N} dw + d\pi^d + dR_1 \overline{A}_1 + dR_2 \overline{A}_2 \end{aligned} \tag{5d}$$

次に，容積率 F_i が指定される場合，式(3)で示される Developer の利潤最大化行動は式(6a)，式(6b)のような各ゾーンでの費用最小化行動と解釈できる．

$$C_i^d = \min_{x_i^d, a_i^d, l_i^d} \left\{x_i^d + R_i a_i^d + w l_i^d\right\} \tag{6a}$$

$$s.t. \quad F_i = F\left(x_i^d, a_i^d, l_i^d\right) \tag{6b}$$

結局，Developer の利潤は式(6c)のように示され，利潤の変化 $d\pi^d$ は賃金率 w が一定（dw=0）であることに注意して式(6d)のように導出できる．また，費用関数に対して，式(6e)と仮定する．

$$\pi^d = \sum_i \{r_i^h F_i - C_i^d(R_i, w, F_i)\} \tag{6c}$$

$$\begin{aligned} d\pi^d &= F_1 dr_1^h + F_2 dr_2^h + r_1^h dF_1 + r_2^h dF_2 \\ &\quad - a_1^d dR_1 - a_2^d dR_2 - \frac{\partial C_1^d}{\partial F_1} dF_1 - \frac{\partial C_2^d}{\partial F_2} dF_2 \end{aligned} \tag{6d}$$

$$\frac{\partial^2 C_i^d}{\partial F_i^2} > 0 \ (i = 1,2) \tag{6e}$$

式(5d)に式(6d)を代入して，更に市場均衡条件式(4b)～式(4d)を用いると，式(7)が得られる．

$$dB = \left(r_1^h - \frac{\partial C_1^d}{\partial F_1}\right) dF_1 + \left(r_2^h - \frac{\partial C_2^d}{\partial F_2}\right) dF_2 + \left(N_1 \frac{\partial u}{\partial N_1} - N_2 \frac{\partial u}{\partial N_2}\right) dN_1 \tag{7}$$

社会的便益 B は経済全体の外生変数 F_1, F_2 の関数として，$B(F_1, F_2)$ と書ける．そこで，$F_1 \geq 0$ 又は $F_2 \geq 0$ の条件下で，社会的便益 B の最大化の必要条件はクーン・タッカーの1階条件より，式(8a)，式(8b)で示される．

$$F_1\left\{\frac{\partial B}{\partial F_1}\right\} = 0, \frac{\partial B}{\partial F_1} \leq 0 \tag{8a}$$

$$F_2\left\{\frac{\partial B}{\partial F_2}\right\}=0, \frac{\partial B}{\partial F_2}\le 0 \tag{8b}$$

式(8a),式(8b)を満たし，社会的便益を最大化する床面積F_1，F_2を，最適床面積と定義する．(なお，一定である各ゾーンの面積で除することより，最適容積率が得られる．) しかし，$F_1=0$ 又は $F_2=0$ は片方のゾーンにすべての人が居住することを意味しており，これが最適解になることは現実的でない．したがって，$F_1=0$ 又は $F_2=0$ の点に最適解はないと仮定する．つまり，内点解として最適解が存在することを仮定する．また，その最適解が経済学的に安定的であることも仮定する．結局，$F_1\neq 0$ 且つ $F_2\neq 0$ であるから，式(7),式(8a),式(8b)より式(9a),式(9b)を得る．つまり，最適解のおいては必ず式(9a),式(9b)の両式が満たされる．なお，式(9a),式(9b)の第1項は床面積市場での死荷重の変化，第2項はゾーン1とゾーン2の混雑外部性の差の変化を示す．

$$\frac{\partial B}{\partial F_1}=\left(r_1^h-\frac{\partial C_1^d}{\partial F_1}\right)+\left(N_1\frac{\partial u}{\partial N_1}-N_2\frac{\partial u}{\partial N_2}\right)\frac{dN_1}{dF_1}=0 \tag{9a}$$

$$\frac{\partial B}{\partial F_2}=\left(r_2^h-\frac{\partial C_2^d}{\partial F_2}\right)+\left(N_1\frac{\partial u}{\partial N_1}-N_2\frac{\partial u}{\partial N_2}\right)\frac{dN_1}{dF_2}=0 \tag{9b}$$

(3) 各関数の性質

ここでは，式(9a),式(9b)の各項について分析する．

a) $r_1-\partial C_1^d/\partial F_1$ と $r_2-\partial C_2^d/\partial F_2$ に関して

式(10a)のように関数Φ_1,Φ_2を定義する．

$$\Phi_1(F_1,F_2)\equiv r_1-\frac{\partial C_1^d}{\partial F_1}, \Phi_2(F_1,F_2)\equiv r_2-\frac{\partial C_2^d}{\partial F_2} \tag{10a}$$

任意の F_2に対して式(10b)を満たす F_1を$F_1^M(F_2)$と定義する．F_1^Mはゾーン2の床面積F_2のもとで一般均衡波及後に市場で決定されるゾーン1の床面積を示す．同様に式(10c)より$F_2^M(F_1)$が求まる．

$$\Phi_1(F_1^M,F_2)\equiv r_1^h(F_1^M,F_2)-\frac{\partial C_1^d}{\partial F_1}\left(R_1(F_1^M,F_2),F_1^M\right)=0 \quad \text{for } {}^\forall F_2 \tag{10b}$$

$$\Phi_2(F_1,F_2^M)\equiv r_2^h(F_1,F_2^M)-\frac{\partial C_2^d}{\partial F_2}\left(R_2(F_1,F_2^M),F_2^M\right)=0 \text{ for } {}^\forall F_1 \tag{10c}$$

また，市場で決定される場合の床面積F_i^Mからの乖離，すなわち規制の大きさを表す変数$\widetilde{F}_i$を導入すると，床面積F_iは式(11)で表される．

$$F_1^M(F_2)+\widetilde{F}_1=F_1,\ F_2^M(F_1)+\widetilde{F}_2=F_2 \tag{11}$$

ここで式(10b)より，式(12a)が得られる．なお，各項の下の符号条件は付録 A に示した．各項の符号条件から式(12a)の符号は負と求まる．

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial F_1}=\frac{\partial r_1^h}{\partial F_1}-\frac{\partial^2 C_1^d}{\partial F_1\partial R_1}\frac{\partial R_1}{\partial F_1}-\frac{\partial^2 C_1^d}{\partial F_1^2}=\underset{(-)}{\frac{\partial r_1^h}{\partial F_1}}-\underset{(0)}{\frac{\partial a_1^d}{\partial F_1}}\frac{\partial R_1}{\partial F_1}-\underset{(+)}{\frac{\partial^2 C_1^d}{\partial F_1^2}}<0 \tag{12a}$$

同様に式(10c)から式(12b)が得られ，符号が負と求まる．

$$\frac{\partial \Phi_2}{\partial F_2}=\frac{\partial r_2^h}{\partial F_2}-\frac{\partial^2 C_2^d}{\partial F_2\partial R_2}\frac{\partial R_2}{\partial F_2}-\frac{\partial^2 C_2^d}{\partial F_2^2}=\underset{(-)}{\frac{\partial r_2^h}{\partial F_2}}-\underset{(0)}{\frac{\partial a_2^d}{\partial F_2}}\frac{\partial R_2}{\partial F_2}-\underset{(+)}{\frac{\partial^2 C_2^d}{\partial F_2^2}}<0 \tag{12b}$$

したがって，式(10b),式(12a)より式(13a)，同様に式(10c),式(12b)より式(13b)の性質が得られる．

$$\Phi_1\left(F_1^M(F_2)+\widetilde{F}_1,F_2\right)\begin{cases}<0 & \text{for } \widetilde{F}_1>0,{}^\forall F_2\\ =0 & \text{for } \widetilde{F}_1=0,{}^\forall F_2\\ >0 & \text{for } \widetilde{F}_1<0,{}^\forall F_2\end{cases} \tag{13a}$$

$$\Phi_2\left(F_1,F_2^M(F_1)+\widetilde{F}_2\right)\begin{cases}<0 & \text{for } {}^\forall F_1,\widetilde{F}_2>0\\ =0 & \text{for } {}^\forall F_1,\widetilde{F}_2=0\\ >0 & \text{for } {}^\forall F_1,\widetilde{F}_2<0\end{cases} \tag{13b}$$

b) dN_1/dF_1 , dN_1/dF_2 に関して

付録 A より式(14)が得られる．

$$\frac{dN_1}{dF_1}>0\ ,\ \frac{dN_1}{dF_2}<0 \tag{14}$$

c) $N_1\,\partial u/\partial N_1-N_2\,\partial u/\partial N_2$ に関して

Ψ,ψ_1,ψ_2 を式(15)のように定義する．

$$\Psi(F_1,F_2)\equiv\psi_1(F_1,F_2)-\psi_2(F_1,F_2) \tag{15a}$$

$$\psi_1(F_1,F_2)\equiv N_1(F_1,F_2)\frac{\partial u}{\partial N_1}(F_1,F_2) \tag{15b}$$

$$\psi_2(F_1,F_2)\equiv N_2(F_1,F_2)\frac{\partial u}{\partial N_2}(F_1,F_2) \tag{15c}$$

付録 B により，式(16)が得られる．

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \widetilde{F}_1}<0, \frac{\partial \Psi}{\partial \widetilde{F}_2}>0 \tag{16}$$

(4) 最適化

$\Phi_1(F_1,F_2)$, $\Phi_2(F_1,F_2)$, $\Psi(F_1,F_2)$ の座標(F_1,F_2)を分解して，$\left(F_1^M+\widetilde{F}_1,F_2^M+\widetilde{F}_2\right)$で考える．この時，式(9a),式(9b)の条件は式(17a),式(17b)に書き換えられる．

$$\frac{dB}{dF_1}=\Phi_1\left(F_1^M+\widetilde{F}_1,F_2^M+\widetilde{F}_2\right)+\Psi\left(F_1^M+\widetilde{F}_1,F_2^M+\widetilde{F}_2\right)\frac{dN_1}{dF_1}=0 \tag{17a}$$

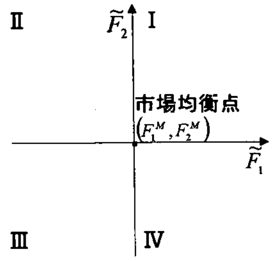
$$\frac{dB}{dF_2}=\Phi_2\left(F_1^M+\widetilde{F}_1,F_2^M+\widetilde{F}_2\right)+\Psi\left(F_1^M+\widetilde{F}_1,F_2^M+\widetilde{F}_2\right)\frac{dN_2}{dF_2}=0 \tag{17b}$$

a) 市場均衡点について

市場均衡点における改善の可能性について検討する．市場均衡点$\left(\widetilde{F}_1,\widetilde{F}_2\right)=(0,0)$を考えると，式(10b),式(10c)から式(18)が成立する．

$$\Phi_1\left(F_1^M+0,F_2^M+0\right)=0\text{，}\Phi_2\left(F_1^M+0,F_2^M+0\right)=0 \tag{18}$$

次に,ゾーン1の人口増加に伴う限界的外部不経済$\psi_1\left(F_1^M+0,F_2^M+0\right)$とゾーン2の人口増加に伴う限界的外部不経済$\psi_2\left(F_1^M+0,F_2^M+0\right)$の大小によって場合分けを行う．ゾーン1とゾーン2の限界的外部不経済の大小は次の(i)〜(iii)で網羅される．



図－2　象限

(i) $\left|\psi_1\left(F_1^M+0, F_2^M+0\right)\right| = \left|\psi_2\left(F_1^M+0, F_2^M+0\right)\right|$ の時，
式(17a)～式(18)より $\partial B/\partial F_1 = 0$, $\partial B/\partial F_2 = 0$ が得られる．
(ii) $\left|\psi_1\left(F_1^M+0, F_2^M+0\right)\right| > \left|\psi_2\left(F_1^M+0, F_2^M+0\right)\right|$ の時，
式(17a)～式(18)より $\partial B/\partial F_1 < 0$, $\partial B/\partial F_2 > 0$ が得られ，近傍では，$\tilde{F}_1$ を負に，$\tilde{F}_2$ を正にすることで社会的便益が向上することがわかる．
(iii) $\left|\psi_1\left(F_1^M+0, F_2^M+0\right)\right| < \left|\psi_2\left(F_1^M+0, F_2^M+0\right)\right|$ の時，
式(17a)～式(18)より $\partial B/\partial F_1 > 0$, $\partial B/\partial F_2 < 0$ が得られる．

b) 最適容積率の必要条件

最適容積率の必要条件について検討する．なお，モデル1では，両ゾーンの面積は一定のため，床面積を容積率に置き換えても同様のことが言える．したがって，床面積に関する最適性を検討する．

a)で示した(i),(ii),(iii)の中で，(i)については，現実性が低いため除く．(ii)あるいは(iii)については，一般性を失うことなく，(ii)についてのみ検討を行う．検討方法として，**図-2** のⅠ,Ⅱ,Ⅲ,Ⅳ象限について式(17a),式(17b)が同時に成立するかについて検討する．

付録Dに示すように，水平軸，垂直軸を除く第2象限以外では符号条件に矛盾が生じるため，最適解が存在するとすれば，水平軸，垂直軸を除く第2象限にのみ存在すると言える．

(5) 最適解の解釈

ここでは，最適解について考察する．なお，前記のとおり，ゾーンの面積は固定されており，床面積を容積率に置き換えても同様のことが言える．

a) 最適容積率規制

社会的厚生最大化を行う最適な容積率規制を行うには，$\tilde{F}_1 < 0, \tilde{F}_2 > 0$ という条件より，ゾーン1では市場均衡で決まる容積率よりも小さく設定し，ゾーン2では市場均衡で決まる容積率よりも大きく設定する必要があることを示した．すなわち，ゾーン1では，最高容積率規制，ゾーン2では最低容積率規制を行うことが求められる．

なお，$\tilde{F}_1 < 0, \tilde{F}_2 > 0$ という条件の直感的理解は以下のようである．ゾーン1の容積率を市場均衡よりも小さく規制し，人口を減少させると，混雑外部性は減少する．

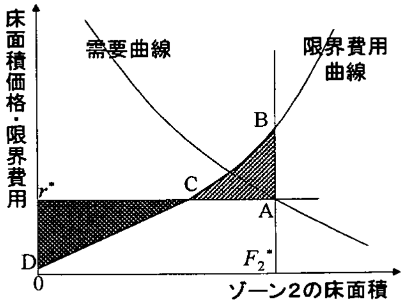


図-3　ゾーン2でのDeveloperの床面積生産可能性

しかし一方で，ゾーン1の床面積市場での死荷重が大きくなる．逆にゾーン2の容積率を市場均衡より大きく規制し，人口を引き寄せれば，ゾーン1のみで規制を行う場合より，ゾーン1, 2の床面積市場で発生する合計の死荷重は小さくなるため，少ない死荷重の発生で混雑外部性を減少させることが出来る．

2つのゾーンのどちらの容積率規制を市場均衡より大きくすべきか（もう片方のゾーンの容積率は市場均衡より小さくする）の決定は，式(15a)の $N_i\,\partial u/\partial N_i$ の大きさで示される，市場均衡点での人口増加による混雑外部性の限界的変化に従う．両ゾーン間で比較して，人口増加による混雑外部性の限界的変化が大きければ，そのゾーンでは市場均衡で決まる容積率よりも小さく容積率を設定し，限界的変化が小さければ，市場均衡で決まる容積率よりも大きく設定する必要がある．

更に，住宅地だけでなく，業務地を考えた場合も同様の結論が得られる．

b) 最適容積率規制の分権経済による実行可能性

分権経済の下での，第II象限の規制の実行可能性について述べる．Developerは完全競争状態のため，床面積市場でのレント(=生産者余剰)が地代となる．レントが正である限り，地主は土地を供給する．正のレントが得られるかどうかは，需要関数と費用関数に依存する．$\tilde{F}_2 > 0$ について，**図-3** に示されるように，三角形ABCの面積より三角形CDr^*の面積が大きい場合には，市場均衡以上の規制であっても正のレントが得られるため，このゾーンの土地は供給され，規制された床面積が実現される．したがって，この状況では分権経済でも実行可能である．

c) 実際の都市での検討

実際の都市ではどの地域がゾーン1, 2に相当するのか検討する．仮に，外部不経済は人口数に関して逓増的に増加すると想定し，都市部の中でも特に人口密度の高い都心がゾーン1に相当すると，都市部の中心では容積率を市場均衡よりも小さく設定し，それ以外の都市部では市場均衡よりも大きく設定すべきであると言える．

実際の都市計画では，容積率規制は用途規制と連動してほとんどのゾーンで最高容積率のみを用いて規制して

いる．この規制では，実際の容積率は市場均衡よりも小さいか，あるいは一致している事になり，本研究の結論から見ると不十分な規制である．

ただし，一部のゾーンで高度利用地区として付加的に最低容積率規制を行っている場合がある．都市計画法[9]によると,「高度利用地区では，用途地域内の市街地における土地の合理的かつ健全な高度利用と都市機能の更新」を目的としている．しかし，実際には上記の目的達成の為の明確な方法論なしに，高度利用地区は都市部の中心のごく限られた一部のゾーンでのみ使われている．本研究より，その最低容積率規制の目的が単純な都市高度化の促進にあるだけでなく，都市全体での混雑外部性の削減にもあることがわかる．また，状況によっては最低容積率規制を都市部の中心以外で設定する必要がある．

4．都市部及び郊外部を考慮した分析

ゾーン1には都市部を仮定し容積率規制によって，ゾーン2には郊外部を仮定し住宅地の総面積に対する規制及び Minimum lot size zoning によって都市全体の効用最大化を試みる．住宅地の総面積規制に対してモデル2として，Minimum lot size zoning に対してモデル3として定式化を行う．なお，前記の通り，郊外部は農地を含むことより住宅地の総面積は弾力的であり，郊外部の外部不経済は農地を除いた住宅地の人口密度ではなく，各ゾーンの人口数に応じて発生すると仮定する．また，都市部では土地面積が一定であり，人口と人口密度は比例するため,都市部での外部性は人口数及び人口密度で決まる．

(1)モデル2－住宅地の総面積に対する規制

ゾーン1の総床面積量，ゾーン2の住宅地の総面積に規制を行う．モデル2ではモデル1で政策変数であったゾーン2の床面積の総面積 F_2 を，ゾーン2の住宅地の総面積 A_2^d に置き換えている．

a)モデル1からの変更点

モデル2では，ゾーン1の f_1^h を各家計の床面積，ゾーン2の f_2^h を各家計の lot size として分析を行う．

郊外部であるゾーン2には，住宅地と農地が存在し，農地から単位面積あたり R_2^a の収穫があるものとする．よって，モデル1の式(2)を次式に置き換える．

$$x_i^h + r_i^h f_i^h = w + \frac{1}{N}\left\{\pi^f + \pi^d + R_1\overline{A}_1 + R_2^d A_2^d + R_2^a A_2^a\right\} \quad (19)$$

ただし，A_2^d：ゾーン2の住宅地の総供給面積

R_2^d：ゾーン2の住宅地の地代

A_2^a：ゾーン2の農地供給面積

R_2^a：ゾーン2の農地の地代(一定)

一戸建が建つゾーン2では，Developer はビルを供給せず，土地のみを供給することを仮定し，式(6),式(7)を次式に置き換える．

$$\pi^d = \max_{F_1, x_1^d, l_1^d, F_2, a_2^d}\begin{Bmatrix} r_1^h F_1 - (x_1^d + R_1 a_1^d + w l_1^d) \\ + r_2^h F_2 - (R_2^d a_2^d) \end{Bmatrix} \quad (20a)$$

$$s.t.\quad F_1 = F\left(x_1^d, a_1^d, l_1^d\right), \quad F_2 = a_2^d \quad (20b)$$

ただし，a_i^d：ゾーン i の住宅地の総需要面積

ゾーン1では容積率規制として全床面積 F_1 を，ゾーン2では住宅地の総需要面積 a_2^d を規制することより，Developer の各ゾーンでの費用最小化行動として次式を得る．

$$C_1^d = \min_{x_1^d, l_1^d}\left\{x_1^d + R_1 a_1^d + w l_1^d\right\},\quad C_2^d = R_2^d a_2^d \quad (21)$$

他の都市への農作物の移出入を考え，農地収入で合成財を購入すると仮定すると，合成財の市場均衡条件式(22a)を得る．更に，農地の存在より，土地に関する市場均衡条件式(22b)を得る．

$$\sum_i x_i^h = X^f + R_2^a a_2^a \quad (22a)$$

$$\begin{cases} a_1^d = \overline{A}_1,\ a_2^d = A_2^d,\ a_2^a = A_2^a \\ A_2^d + A_2^a = \overline{A}_2 \end{cases} \quad (22b)$$

ただし，a_2^a：ゾーン2の農地需要面積

b)厚生変化

式(5d)と同様に，全効用の全微分が得られる．

$$dB = \left(r_1^h - \frac{\partial C_1^d}{\partial F_1}\right)dF_1 + \left(r_2^h - \frac{\partial C_2^d}{\partial a_2^d}\right)da_2^d + \left(R_2^d - R_2^a\right)da_2^d + \left(N_1\frac{\partial u}{\partial N_1} - N_2\frac{\partial u}{\partial N_2}\right)dN_1 \quad (23a)$$

ゾーン2では農地が存在する限り，地主のオファーする地価は最終的に農地の価格 R_2^a となるため，住宅地の価格 R_2^d と農地の価格 R_2^a は等しくなる．更に，ゾーン2での Developer の費用関数(21)を考慮し，次式を得る．

$$dB = \left(r_1^h - \frac{\partial C_1^d}{\partial F_1}\right)dF_1 + \left(r_2^h - R_2^a\right)da_2^d + \left(N_1\frac{\partial u}{\partial N_1} - N_2\frac{\partial u}{\partial N_2}\right)dN_1 \quad (23b)$$

したがって,式(24a),式(24b)を満足するゾーン1の全床面積，ゾーン2の住宅地の総面積が最適である．

$$\frac{\partial B}{\partial F_1} = \left(r_1^h - \frac{\partial C_1^d}{\partial F_1}\right) + \left(N_1\frac{\partial u}{\partial N_1} - N_2\frac{\partial u}{\partial N_2}\right)\frac{dN_1}{dF_1} = 0 \quad (24a)$$

$$\frac{\partial B}{\partial a_2^d} = \left(r_2^h - R_2^a\right) + \left(N_1\frac{\partial u}{\partial N_1} - N_2\frac{\partial u}{\partial N_2}\right)\frac{dN_1}{da_2^d} = 0 \quad (24b)$$

また,付録Aの F_2 を a_2^d に変換することで次式を得る．

$$\frac{dN_1}{dF_1} > 0,\ \frac{dN_1}{da_2^d} < 0 \quad (25)$$

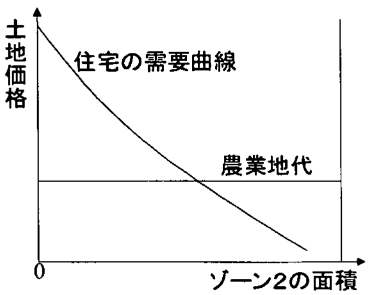


図-4　ゾーン２での Developer の土地供給可能性

c) 最適解の解釈

ゾーン２での住宅地の総面積を政策変数にした際の最適条件として式(24a),式(24b)を，人口移動の条件式として式(25)を得た．式(24a)はモデル１の式(9a)と等しく，式(25)はモデル１の式(14)に対応し，同符号である．また，式(24b)の $r_2^h - R_2^a$ は式(9b)の $r_2^h - \partial C_2^d / \partial F_2$ に対応し，同符号である．

また，ここでは市場均衡点でのゾーン１の混雑外部性の限界的変化量がゾーン２の変化量よりも大きいと仮定する．これは **4.(2).a)** の(ii)の仮定に対応する．ゾーン２が郊外部であることより，仮定の実現可能性は高い．この時,ゾーン１では市場均衡より小さい床面積を設定し，ゾーン２では，市場均衡より大きく住宅地の総面積を設定すべきであると結論付けられる．つまり，ゾーン１では市場均衡で決まる容積率よりも小さく容積率規制を行い，ゾーン２では市場均衡で決まる住宅地の総面積よりも大きく供給する必要があることを示す．

ただし，ゾーン２の住宅地の総面積に関して，**図-4** に示すように住宅地の限界費用が農地の機会費用と等しく一定であるため，市場均衡より大きく住宅地の総面積を設定した場合，Developer は利潤を得られない．よって，分権経済ではこの最適配分を達成できず，必ず補助政策を実施する必要がある．

なお，現状の都市計画の中では，線引きにより住宅地の総面積規制を行うことが可能である．しかし，線引きはせいぜい，住宅地の面積を市場均衡で定まる総面積よりも小さくする効果しか持たず，本研究で得られた大きくすべきという結論を満足できない．

(2) モデル3－Minimum lot size zoning

ゾーン１の全床面積量，ゾーン２の各住民の lot size(敷地面積)に規制を行う．モデル３ではモデル２で政策変数であったゾーン２の住宅地の総面積を，ゾーン２の各家計の lot size に置き換えている．

a) モデル2からの変更点

ゾーン２の効用関数式(1a)を次式に置き換え，ゾーン２の各家計の lot size を政策変数とする．

$$V_2 = \max_{x_2^h} u\left(f_2^h, g_2, \bar{e}_2\right) + x_2^h \tag{26}$$

Developer はビルのみを生産すると仮定し，ゾーン１でのみ床面積を生産すると考える．

$$\pi^d = \max_{F_1, x_1^d, l_1^d} \left\{ r_1^h F_1 - (x_1^d + R_1 a_1^d + w l_1^d) \right\} \tag{27a}$$

$$s.t. \quad F_1 = F\left(x_1^d, a_1^d, l_1^d\right) \tag{27b}$$

費用最小化行動として，式(27c)が得られる．

$$C_1^d = \min_{x_1^d, l_1^d} \left\{ x_1^d + R_1 a_1^d + w l_1^d \right\} \tag{27c}$$

また，住宅地に関する市場均衡条件式(28)を得る．

$$N_2 f_2^h = A_2^d \tag{28}$$

b) 厚生変化

式(5d)に,市場均衡条件等を代入すると次式が得られる．

$$dB = \left(r_1^h - \frac{\partial C_1^d}{\partial F_1} \right) dF_1 + N_2 \left(\frac{\partial u}{\partial f_2} - r_2^h \right) df_2^h + \left(R_2^d - R_2^a \right) dA_2^d + \left(N_1 \frac{\partial u}{\partial N_1} - N_2 \frac{\partial u}{\partial N_2} \right) dN_1 \tag{29}$$

ゾーン２では農地が存在する限り，住宅地の価格 R_2^d と農地の価格 R_2^a は等しくなること，更に，個人の床面積量と個人の lot size が等しいことを考慮すると，式(30)が成立し，全微分として式(31)を得る．

$$r_2^h = R_2^d = R_2^a \tag{30}$$

$$dB = \left(r_1^h - \frac{\partial C_1^d}{\partial F_1} \right) dF_1 + N_2 \left(\frac{\partial u}{\partial f_2} - R_2^a \right) df_2^h + \left(N_1 \frac{\partial u}{\partial N_1} - N_2 \frac{\partial u}{\partial N_2} \right) dN_1 \tag{31}$$

次式より最適床面積量と個人の最適 lot size を得る．

$$\frac{dB}{dF_1} = \left(r_1^h - \frac{\partial C_1^d}{\partial F_1} \right) + \left(N_1 \frac{\partial u}{\partial N_1} - N_2 \frac{\partial u}{\partial N_2} \right) \frac{dN_1}{dF_1} = 0 \tag{32a}$$

$$\frac{dB}{df_2^h} = N_2 \left(\frac{\partial u}{\partial f_2^h} - R_2^a \right) + \left(N_1 \frac{\partial u}{\partial N_1} - N_2 \frac{\partial u}{\partial N_2} \right) \frac{dN_1}{df_2^h} = 0 \tag{32b}$$

c) 各関数の性質

モデル１の式(10a)と同様に関数 $\hat{\Phi}_1, \hat{\Phi}_2$ を定義する．

$$\hat{\Phi}_1\left(F_1, f_2^h\right) \equiv r_1 - \frac{\partial C_1^d}{\partial F_1}, \hat{\Phi}_2\left(F_1, f_2^h\right) \equiv \frac{\partial u}{\partial f_2^h} - R_2^a \tag{33}$$

更に，式(10b),式(10c)と同様に式(34a),式(34b)を得る．

$$\hat{\Phi}_1\left(F_1^M, f_2^h\right) \equiv r_1^h\left(F_1^M, f_2^h\right) - \frac{\partial C_1^d}{\partial F_1}\left(R_1\left(F_1^M, f_2^h\right), F_1^M\right) = 0 \quad for\ {}^\forall f_2^h \tag{34a}$$

$$\hat{\Phi}_2\left(F_1, f_2^{hM}\right) \equiv \frac{\partial u}{\partial f_2^h}\left(F_1, f_2^{hM}\right) - R_2^a = 0 \quad for\ {}^\forall F_1 \tag{34b}$$

市場で決定される場合の lot size f_2^{hM} からの乖離を表す変数 $\tilde{f}_2^h$ を導入すると，lot size f_2^h は式(35)で表される．

$$f_2^{hM} + \tilde{f}_2^h = f_2^h \tag{35}$$

更に，式(34a),式(34b)から式(36a),式(36b)を得る．符号

条件は付録Eに示した．

$$\frac{\partial\hat{\Phi}_1}{\partial F_1}=\underset{(-)}{\frac{\partial r_1^h}{\partial F_1}}-\underset{(0)}{\frac{\partial a_1^d}{\partial F_1}\frac{\partial R_1}{\partial F_1}}-\underset{(+)}{\frac{\partial^2 C_1^d}{\partial F_1^2}}<0 \tag{36a}$$

$$\frac{\partial\hat{\Phi}_2}{\partial f_2^h}\equiv\underset{(-)}{\frac{\partial^2 u}{\partial f_2^{h2}}}-\underset{(0)}{\frac{\partial R_2^a}{\partial f_2^h}}<0 \tag{36b}$$

したがって，式(34a),式(36a)より式(37a)，式(34b),式(36b)より式(37b)を得る．

$$\begin{aligned}\hat{\Phi}_1\left(F_1^M\left(f_2^h\right)+\tilde{F}_1,f_2^h\right)&<0 \text{ for } \tilde{F}_1>0,{}^\forall f_2^h\\ &=0 \text{ for } \tilde{F}_1=0,{}^\forall f_2^h\\ &>0 \text{ for } \tilde{F}_1<0,{}^\forall f_2^h\end{aligned} \tag{37a}$$

$$\begin{aligned}\hat{\Phi}_2\left(F_1,f_2^{hM}\left(F_1\right)+\tilde{f}_2^h\right)&<0 \text{ for } {}^\forall F_1,\tilde{f}_2^h>0\\ &=0 \text{ for } {}^\forall F_1,\tilde{f}_2^h=0\\ &>0 \text{ for } {}^\forall F_1,\tilde{f}_2^h<0\end{aligned} \tag{37b}$$

続いて，モデル1の式(15a)と同様に$\hat{\Psi},\hat{\psi}_1,\hat{\psi}_2$を式(38)のように定義する．

$$\hat{\Psi}\left(F_1,f_2^h\right)\equiv\hat{\psi}_1\left(F_1,f_2^h\right)-\hat{\psi}_2\left(F_1,f_2^h\right) \tag{38a}$$

$$\hat{\psi}_1\left(F_1,f_2^h\right)\equiv N_1\left(F_1,f_2^h\right)\frac{\partial u}{\partial N_1}\left(F_1,f_2^h\right) \tag{38b}$$

$$\hat{\psi}_2\left(F_1,f_2^h\right)\equiv N_2\left(F_1,f_2^h\right)\frac{\partial u}{\partial N_2}\left(F_1,f_2^h\right) \tag{38c}$$

付録E，Fより，以下の条件式を得る．

$$\frac{dN_1}{dF_1}>0\,,\frac{\partial\hat{\Psi}}{\partial\tilde{F}_1}<0 \tag{39a}$$

$$\tilde{f}_2^h<0 \text{ の時，} \frac{dN_1}{df_2^h}<0\,,\frac{\partial\hat{\Psi}}{\partial\tilde{f}_2^h}>0 \tag{39b}$$

$$\tilde{f}_2^h=0 \text{ の時，} \frac{dN_1}{df_2^h}=0\,,\frac{\partial\hat{\Psi}}{\partial\tilde{f}_2^h}=0 \tag{39c}$$

$$\tilde{f}_2^h>0 \text{ の時，} \frac{dN_1}{df_2^h}>0\,,\frac{\partial\hat{\Psi}}{\partial\tilde{f}_2^h}<0 \tag{39d}$$

d) 市場均衡点について

ここではモデル1での4.(2).a)の(ii)の仮定と同様に，市場均衡点でのゾーン1の混雑外部性の限界的変化量がゾーン2の変化量よりも大きいと仮定して分析を進める．ゾーン2が郊外であることを考慮すると，仮定の実現可能性は高い．この時，式(40)が成立する．

$$\begin{aligned}&\left|\hat{\psi}_1\left(F_1^M+0,f_2^{hM}+0\right)\right|>\left|\hat{\psi}_2\left(F_1^M+0,f_2^{hM}+0\right)\right|\\ &\hat{\Psi}\left(F_1^M+0,f_2^{hM}+0\right)<0\end{aligned} \tag{40}$$

式(32a)と式(39a)より$\partial B/\partial F_1<0$となり，市場均衡点の近傍では，$\tilde{F}_1$を負にすることで社会的便益が向上することがわかる．

次に，式(32b)と式(39b)〜式(39d)より，ゾーン2での条件を検討する．

$\partial u/\partial f_2^h-R_2^a>0$つまり，$\tilde{f}_2^h<0$の時，式(39a)より次式を得る．

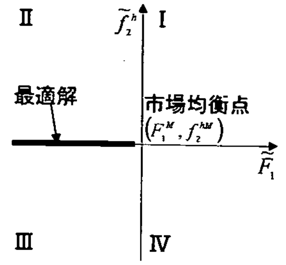


図-5 Minimum lot size zoning の最適解

$$\frac{dB}{df_2^h}=N_2\underset{(+)}{\left(\frac{\partial u}{\partial f_2^h}-R_2^a\right)}+\underset{(-)}{\left(N_1\frac{\partial u}{\partial N_1}-N_2\frac{\partial u}{\partial N_2}\right)}\underset{(-)}{\frac{dN_1}{df_2^h}}>0 \tag{41a}$$

式(41a)は個人の土地の面積が増加すると，社会的便益が増加することを示している．

$\partial u/\partial f_2^h-R_2^a=0$つまり，$\tilde{f}_2^h=0$の時，式(39c)より，$\partial B/\partial f_2^h=0$となる．

家計の lot size が市場均衡で定まる時，最適な lot size であることがわかる．

$\partial u/\partial f_2^h-R_2^a<0$つまり，$\tilde{f}_2^h>0$の時，式(39d)より次式を得る．

$$\frac{dB}{df_2^h}=N_2\underset{(-)}{\left(\frac{\partial u}{\partial f_2^h}-R_2^a\right)}+\underset{(-)}{\left(N_1\frac{\partial u}{\partial N_1}-N_2\frac{\partial u}{\partial N_2}\right)}\underset{(+)}{\frac{dN_1}{df_2^h}}<0 \tag{41b}$$

式(41b)は個人の土地面積が増加すると，全効用が減少することを示している．

したがって，ゾーン2の住民の lot size は$\partial u/\partial f_2^h-R_2^a=0$，つまり，$\tilde{f}_2^h=0$のように，市場均衡で決定される場合，社会的効用最大化が達成できる．

e) 最適解の必要条件

モデル1と同様に，式(32a),式(32b)を満たす最適解が何象限に存在するかを検討する．付録Hの証明より，**図-5**に示される$\tilde{F}_1<0,\tilde{f}_2^h=0$以外では符号条件に矛盾が生じるため，最適解が存在するとすれば，$\tilde{F}_1<0,\tilde{f}_2^h=0$上にのみ存在すると言える．

f) 最適解の解釈

モデル1と同様に，市場均衡点でのゾーン1の混雑外部性の限界的変化量がゾーン2の変化量よりも大きいと仮定すると，混雑の適正化による社会的厚生を最大化するためには，ゾーン1では市場均衡より小さい床面積を設定し，ゾーン2では Minimum lot size zoning を設定せずに，市場均衡に任せるべきであると言える．つまり，Minimum lot size zoning は社会的厚生を減少させる．

$\tilde{F}_1<0,\tilde{f}_2^h=0$という直感的理解は以下のようである．ゾーン1では容積率を市場均衡よりも小さく規制し，ゾーン1の人口を減少させることにより，混雑外部性を減少させる．一方，lot size zoning は式(39)に示すように人

口を減少させる効果のみを有するため，人口を増加させるべきゾーン２では lot size zoning を行うべきでない．

(3) モデル2とモデル3の比較

lot size を政策変数と考えたモデル３では，lot size zoning を行うべきでないという結論から，ゾーン１での容積率規制のみにより混雑外部性を適正化する．一方，住宅地の総面積を政策変数と考えたモデル２では，ゾーン１での容積率規制とゾーン２での住宅地の総面積規制により混雑外部性を適正化する．モデル２の証明のように，１つのゾーンで行われる政策よりも２つのゾーンで行われる政策の方が死荷重の発生が少ない．したがって，住宅地の総面積規制を行うことが望まれる．

表-1 本研究の３つのモデルと結論

モデル	対象地域*)	対象政策	最適政策
ﾓﾃﾞﾙ1	都市部ｿﾞｰﾝ1	容積率規制	市場均衡より小さく規制
	都市部ｿﾞｰﾝ2	容積率規制	市場均衡より大きく規制
ﾓﾃﾞﾙ2	都市部ｿﾞｰﾝ1	容積率規制	市場均衡より小さく規制
	郊外部ｿﾞｰﾝ2	住宅地の総面積規制	市場均衡より大きく規制
ﾓﾃﾞﾙ3	都市部ｿﾞｰﾝ1	容積率規制	市場均衡より小さく規制
	郊外部ｿﾞｰﾝ2	Minimum lot size zoning	規制を行うべきでない．

注:対象地域*)のゾーン１およびゾーン２は各モデルで対象とした２つのゾーンの名称を示し，ゾーン２に比較してゾーン１の方が人口増による外部不経済の限界的変化量が大きいと仮定している．詳細は各モデルを参照．

5．結論

本研究では空間を考慮した一般均衡分析を用いて，ビルが建つ都市部で用いられる容積率規制，一戸建の建つ郊外部で用いられる住宅地の総面積規制と Minimum lot size zoning を３つのモデルを用いて考察した．３つのモデルで対象とした地域および政策，さらに分析の結果得られた最適政策の条件を表-1 にまとめた．都市部では住宅地のみの存在より，住宅地の面積はゾーンの面積と常に等しく一定と仮定し，郊外部では住宅地と農地の存在より，住宅地の面積は農地の面積によって弾力的に変化すると仮定した．ただし，本研究は外部不経済のみを対象とした最適な土地利用規制を考察しているが，外部経済の考察にも応用可能である．

都市部での容積率規制では，市場均衡点において各ゾーンの人口数による混雑外部性の限界的変化を比較して，限界的変化が大きいゾーンには市場均衡で決まる容積率よりも小さい容積率を，限界的変化が小さいゾーンには市場均衡で決まる容積率よりも大きい容積率を設定することで社会的厚生が最大化され，しかも，分権的経済下でも補助なしに達成可能であることを示した．

現状として，一部のゾーンで高度利用地区として，最低容積率制限を行っている．都市計画法によると，用途地域内の市街地における土地の合理的かつ健全な高度利用と都市機能の更新を目的としている．そして，高度利用地区は主に都市部の中心で設定されている．本研究では，その最低容積率規制の目的が，混雑外部性の最適化にもあることを示し，状況に応じては最低容積率規制を都市部の中心以外で行う必要があることを述べた．

更に，都市部では容積率規制，一戸建が建つ郊外部では住宅地の総面積規制及び Minimum lot size zoning が行われている状況を想定し考察を行った．

郊外部で住宅地の総面積規制を行う場合，都市部で多く発生する混雑外部性を適正化するためには，都市部では容積率規制により市場均衡よりも床面積を小さく規制し，郊外部では住宅地の総面積を市場均衡よりも大きく規制することで，社会的厚生の最大化が行えることを述べた．但し，郊外部の住宅地を供給する Developer には補助が必要となる．なお，現状の都市計画の中では，線引きにより住宅地の総面積規制を行うことが可能である．しかし，線引きはせいぜい住宅地の面積を市場均衡で定まる総面積よりも小さくする効果しか持たず，本研究で得られた大きくすべきという結論を満足できない．

また，郊外部で Minimum lot size zoning を行う場合，都市部で多く発生する混雑外部性の適正化を目的とし，郊外部の外部不経済が人口数に応じて発生すると仮定すると，社会的厚生を減少させてしまい，望ましくない政策であることを述べた．都市部で多く発生する混雑外部性を適正化するためには，都市部では容積率規制により市場均衡よりも床面積を小さく規制し，郊外では lot size に関して規制を行わないことで，社会的厚生の最大化が行えることを述べた．なお，Fujita[6]は住宅地の人口密度に応じた外部不経済を仮定し，lot size zoning の有効性を導いており，外部不経済の発生について更なる考察が求められる．

lot size を政策変数と考えたモデルでは，lot size を規制すべきでないという結論から，ゾーン１での容積率規制のみにより混雑外部性を適正化する．一方，住宅地の総面積を政策変数と考えたモデルでは，ゾーン１での容積率規制とゾーン２での住宅地の総面積規制により混雑外部性を適正化する．モデル２でも示されたように１つのゾーンで行われる政策よりも２つのゾーンで行われる政策の方が死荷重の発生が少ないと考えられるため，住宅地の総面積規制の実行が望まれると言える．

なお，社会資本が最適であっても，外部不経済が存在

する時には，同様の結論が導かれる．また，家計の効用関数を企業の利潤関数に置き換えることで，住宅地だけでなく，業務地に対しても同様の結論が得られる．

謝辞:本研究について，佐々木公明教授(東北大学)，安藤朝夫助教授(東北大学)，赤松隆助教授(東北大学)，林山泰久助教授(東北大学)，上田孝行助教授(東京工業大学)，小池淳司助教授(鳥取大学)，米本清氏(東北大学)から有益なコメントを頂いた．ここに記して感謝する．

付録A－モデル1　床面積変化に伴う地代と人口の変化

一般均衡の波及を通した床面積変化に伴う地代と人口の変化を求める．合成財の価格はニューメレールとして固定され，労働供給の賃金は，合成財が生産されている限り，合成財の限界生産力 w(一定)で決定される．よって，合成財・労働市場では価格は変化しない．また，土地市場で地価が変化しても床面積の需要及び供給には変化がない．そこで，床面積市場の均衡条件式(4b)と効用均衡条件式(4e)，人口の条件式(4f)だけ考えれば十分である．これより式(A1)～式(A3)，行列式(A4)が得られる．

$$-f_1^h dr_1^h + f_2^h dr_2^h + \left(\frac{\partial u}{\partial N_1}+\frac{\partial u}{\partial N_2}\right)dN_1 = 0 \tag{A1}$$

$$N_1\frac{\partial f_1^h}{\partial r_1^h}dr_1^h + f_1^h dN_1 = dF_1 \tag{A2}$$

$$\left(\overline{N}-N_1\right)\frac{\partial f_2^h}{\partial r_2^h}dr_2^h - f_2^h dN_1 = dF_2 \tag{A3}$$

$$\begin{bmatrix} -f_1^h & f_2^h & \left(\dfrac{\partial u}{\partial n_1}+\dfrac{\partial u}{\partial N_2}\right) \\ N_1\dfrac{\partial f_1^h}{\partial r_1^h} & 0 & f_1^h \\ 0 & \left(\overline{N}-N_1\right)\dfrac{\partial f_2^h}{\partial r_2^h} & -f_2^h \end{bmatrix}\begin{bmatrix} dr_1^h \\ dr_2^h \\ dN_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ dF_1 \\ dF_2 \end{bmatrix} \tag{A4}$$

式(A4)より，クラメールの公式を用いて，床面積価格と人口変化は次式で表される．なお，()内には効用関数に仮定した性質から得られる符号条件を示した．また，式(A5)の符号条件については，式(5b)より導いた．

$$\frac{\partial^2 u}{\partial f_i^{h2}}df_i^h = dr_i^h \quad \frac{df_i^h}{dr_i^h} = 1\Big/\underset{(-)}{\frac{\partial^2 u}{\partial f_i^{h2}}} < 0 \tag{A5}$$

$$\frac{dr_1^h}{dF_1} = -\frac{1}{\underset{(-)}{|D|}}\left\{-\left(f_2^h\right)^2 - \underset{(-)}{\left\{\frac{\partial u}{\partial N_1}+\frac{\partial u}{\partial N_2}\right\}}\left(\overline{N}-N_1\right)\underset{(-)}{\frac{\partial f_2^h}{\partial r_2^h}}\right\} < 0 \tag{A6}$$

$$\frac{dr_1^h}{dF_2} = \frac{1}{\underset{(-)}{|D|}}\left\{f_1^h f_2^h\right\} < 0 \tag{A7}$$

$$\frac{dr_2^h}{dF_1} = \frac{1}{\underset{(-)}{|D|}}\left\{f_1^h f_2^h - \underset{(-)}{\left\{\frac{\partial u}{\partial N_1}+\frac{\partial u}{\partial N_2}\right\}}\right\} < 0 \tag{A8}$$

$$\frac{dr_2^h}{dF_2} = -\frac{1}{\underset{(-)}{|D|}}\left\{-\left(f_1^h\right)^2 - \underset{(-)}{\left\{\frac{\partial u}{\partial N_1}+\frac{\partial u}{\partial N_2}\right\}}N_1\underset{(-)}{\frac{\partial f_1^h}{\partial r_1^h}}\right\} < 0 \tag{A9}$$

$$\frac{dN_1}{dF_1} = -\frac{1}{\underset{(-)}{|D|}}\left\{-f_1^h\left(\overline{N}-N_1\right)\underset{(-)}{\frac{\partial f_2^h}{\partial r_2^h}}\right\} > 0 \tag{A10}$$

$$\frac{dN_1}{dF_2} = \frac{1}{\underset{(-)}{|D|}}\left\{-f_2^h N_1\underset{(-)}{\frac{\partial f_1^h}{\partial r_1^h}}\right\} < 0 \tag{A11}$$

$$\begin{aligned}|D| &= N_1\underset{(-)}{\frac{\partial f_1^h}{\partial r_1^h}}\left(\overline{N}-N_1\right)\underset{(-)}{\frac{\partial f_2^h}{\partial r_2^h}}\underset{(-)}{\left(\frac{\partial u}{\partial N_1}+\frac{\partial u}{\partial N_2}\right)} \\ &\quad + \left(f_1^h\right)^2\left(\overline{N}-N_1\right)\underset{(-)}{\frac{\partial f_2^h}{\partial r_2^h}} + \left(f_2^h\right)^2 N_1\underset{(-)}{\frac{\partial f_1^h}{\partial r_1^h}} < 0\end{aligned} \tag{A12}$$

付録B－モデル1　$\Psi = N_1\dfrac{\partial u}{\partial N_1} - N_2\dfrac{\partial u}{\partial N_2}$ の性質

市場均衡からの床面積の乖離 $d\widetilde{F}_1, d\widetilde{F}_2$ の変化による実際の床面積の変化 dF_1, dF_2 を求める．

式(11)より，式(B1)(B2)が得られる．

$$\begin{bmatrix} 1 & -\dfrac{\partial F_1^M}{\partial F_2} \\ -\dfrac{\partial F_2^M}{\partial F_1} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} dF_1 \\ dF_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d\widetilde{F}_1 \\ d\widetilde{F}_2 \end{bmatrix} \tag{B1}$$

$$|H| = 1 - \frac{\partial F_1^M}{\partial F_2}\frac{\partial F_2^M}{\partial F_1} \tag{B2}$$

なお，付録Cより，式(B3)が得られている．

$$|H| > 0\,,\ \frac{\partial F_1^M}{\partial F_2} < 0\,,\ \frac{\partial F_2^M}{\partial F_1} < 0 \tag{B3}$$

式(B3)を用いると式(B4)-(B7)を得る．

$$\frac{dF_1}{d\widetilde{F}_1} = \frac{1}{|H|} > 0 \quad \text{(B4)}, \qquad \frac{dF_1}{d\widetilde{F}_2} = \frac{\dfrac{\partial F_1^M}{\partial F_2}}{|H|} < 0 \quad \text{(B5)}$$

$$\frac{dF_2}{d\widetilde{F}_1} = \frac{\dfrac{\partial F_2^M}{\partial F_1}}{|H|} < 0 \quad \text{(B6)}, \qquad \frac{dF_2}{d\widetilde{F}_2} = \frac{1}{|H|} > 0 \quad \text{(B7)}$$

次に，$\Psi(F_1, F_2)$ に関して以下の条件を得る．

$$\frac{\partial \Psi}{\partial F_1} = \underset{(-)}{\frac{\partial u}{\partial N_1}}\underset{(+)}{\frac{\partial N_1}{\partial F_1}} + N_1\underset{(-)}{\frac{\partial^2 u}{\partial N_1^2}}\underset{(+)}{\frac{\partial N_1}{\partial F_1}} + \underset{(-)}{\frac{\partial u}{\partial N_2}}\underset{(+)}{\frac{\partial N_1}{\partial F_1}} + N_2\underset{(-)}{\frac{\partial^2 u}{\partial N_2^2}}\underset{(+)}{\frac{\partial N_1}{\partial F_1}} < 0 \tag{B8}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial F_2} = \underset{(-)}{\frac{\partial u}{\partial N_1}}\underset{(-)}{\frac{\partial N_1}{\partial F_2}} + N_1\underset{(-or0)}{\frac{\partial^2 u}{\partial N_1^2}}\underset{(-)}{\frac{\partial N_1}{\partial F_2}} + \underset{(-or0)}{\frac{\partial u}{\partial N_2}}\underset{(-)}{\frac{\partial N_1}{\partial F_2}} + N_2\underset{(-or0)}{\frac{\partial^2 u}{\partial N_2^2}}\underset{(-)}{\frac{\partial N_1}{\partial F_2}} > 0 \tag{B9}$$

更に，$\Psi\left(F_1^M(F_2)+\widetilde{F}_1, F_2^M(F_1)+\widetilde{F}_2\right)$ と表し，式(B4)～

式(B7)を用いると次式を得る．

$$\frac{\partial\Psi}{\partial\widetilde{F}_1}=\underset{(-)}{\frac{\partial\Psi}{\partial F_1}}\underset{(+)}{\frac{\partial F_1}{\partial\widetilde{F}_1}}+\underset{(+)}{\frac{\partial\Psi}{\partial F_2}}\underset{(-)}{\frac{\partial F_2}{\partial\widetilde{F}_1}}<0 \qquad \text{(B10)}$$

$$\frac{\partial\Psi}{\partial\widetilde{F}_2}=\underset{(-)}{\frac{\partial\Psi}{\partial F_1}}\underset{(-)}{\frac{\partial F_1}{\partial\widetilde{F}_2}}+\underset{(+)}{\frac{\partial\Psi}{\partial F_2}}\underset{(+)}{\frac{\partial F_2}{\partial\widetilde{F}_2}}>0 \qquad \text{(B11)}$$

付録C－モデル1　付録Bの$|H|$，$\frac{\partial F_1^M}{\partial F_2}$，$\frac{\partial F_2^M}{\partial F_1}$の符号

区画2の床面積F_2と区画1の市場で決定される床面積F_1^Mの関係を示す．式(10b)より，式(C1)を得る．

$$\frac{\partial r_1^h}{\partial F_1}\frac{\partial F_1^M}{\partial F_2}+\frac{\partial r_1^h}{\partial F_2}-\left\{\frac{\partial^2 C_1^d}{\partial R_1\partial F_1}\frac{\partial R_1}{\partial F_1^M}\frac{\partial F_1^M}{\partial F_2}+\frac{\partial^2 C_1^d}{\partial R_1\partial F_1}\frac{\partial R_1}{\partial F_2}+\frac{\partial^2 C_1^d}{\partial F_1^2}\frac{\partial F_1^M}{\partial F_2}\right\}=0 \qquad \text{(C1)}$$

なお，式(C2)より，式(C3)を得る．

$$\frac{\partial^2 C_1^d}{\partial R_1\partial F_1}=\frac{\partial a_1^d}{\partial F_1}=0 \qquad \text{(C2)}$$

$$\frac{\partial r_1^h}{\partial F_1}\frac{\partial F_1^M}{\partial F_2}+\frac{\partial r_1^h}{\partial F_2}-\frac{\partial^2 C_1^d}{\partial F_1^2}\frac{\partial F_1^M}{\partial F_2}=0 \qquad \text{(C3)}$$

式(C1)より条件式(C4)，同様に式(C5)が得られる．

$$\frac{\partial F_1^M}{\partial F_2}=-\overset{(-)}{\frac{\partial r_1^h}{\partial F_2}}\Bigg/\left(\underset{(-)}{\frac{\partial r_1^h}{\partial F_1}}-\underset{(+)}{\frac{\partial^2 C_1^d}{\partial F_1^2}}\right)<0 \qquad \text{(C4)}$$

$$\frac{\partial F_2^M}{\partial F_1}=-\overset{(-)}{\frac{\partial r_2^h}{\partial F_1}}\Bigg/\left(\underset{(-)}{\frac{\partial r_2^h}{\partial F_2}}-\underset{(+)}{\frac{\partial^2 C_2^d}{\partial F_2^2}}\right)<0 \qquad \text{(C5)}$$

したがって，式(B2)は次式のように表せる．

$$|H|=1-\frac{\dfrac{\partial r_1^h}{\partial F_2}\dfrac{\partial r_2^h}{\partial F_1}}{\left(\dfrac{\partial r_1^h}{\partial F_1}-\dfrac{\partial^2 C_1^d}{\partial F_1^2}\right)\left(\dfrac{\partial r_2^h}{\partial F_2}-\dfrac{\partial^2 C_2^d}{\partial F_2^2}\right)} \qquad \text{(C6)}$$

次に，式(C6)について検討する．式(C6)の右辺第2項の分子は式(C7)，分母は式(C8)で与えられる．

$$\frac{\partial r_1^h}{\partial F_2}\frac{\partial r_2^h}{\partial F_1}=\frac{1}{|D|^2}\left\{f_1^{h2}f_2^{h2}\right\} \qquad \text{(C7)}$$

$$\frac{\partial r_1^h}{\partial F_1}\frac{\partial r_2^h}{\partial F_2}=\frac{1}{|D|^2}\left\{\begin{aligned}&f_1^{h2}f_2^{h2}+f_1^{h2}N_2\underset{(-)}{\frac{\partial f_2^h}{\partial r_2^h}}\underset{(-)}{\left(\frac{\partial u}{\partial N_1}+\frac{\partial u}{\partial N_2}\right)}\\&+f_2^{h2}N_1\underset{(-)}{\frac{\partial f_1^h}{\partial r_1^h}}\underset{(-)}{\left(\frac{\partial u}{\partial N_1}+\frac{\partial u}{\partial N_2}\right)}\\&+N_1\underset{(-)}{\frac{\partial f_1^h}{\partial r_1^h}}N_2\underset{(-)}{\frac{\partial f_2^h}{\partial r_2^h}}\underset{(+)}{\left(\frac{\partial u}{\partial N_1}+\frac{\partial u}{\partial N_2}\right)^2}\end{aligned}\right\} \qquad \text{(C8)}$$

式(C7)と式(C8)より，式(C9)が得られる．

$$\frac{\partial r_1^h}{\partial F_1}\frac{\partial r_2^h}{\partial F_2}>\frac{\partial r_1^h}{\partial F_2}\frac{\partial r_2^h}{\partial F_1} \qquad \text{(C9)}$$

更に，式(C6)を展開することにより，式(C10)が得られる．()内の符号条件と式(C9)より，式(C11)が得られた．

$$|H|=1-\frac{\dfrac{\partial r_1^h}{\partial F_2}\dfrac{\partial r_2^h}{\partial F_1}}{\left(\dfrac{\partial r_1^h}{\partial F_1}\dfrac{\partial r_2^h}{\partial F_2}-\underset{(+)}{\dfrac{\partial^2 C_2^d}{\partial F_2^2}}\underset{(-)}{\dfrac{\partial r_1^h}{\partial F_1}}-\underset{(+)}{\dfrac{\partial^2 C_1^d}{\partial F_1^2}}\underset{(-)}{\dfrac{\partial r_2^h}{\partial F_2}}+\underset{(+)}{\dfrac{\partial^2 C_1^d}{\partial F_1^2}}\underset{(+)}{\dfrac{\partial^2 C_2^d}{\partial F_2^2}}\right)} \qquad \text{(C10)}$$

$$0<|H|\ (<1) \qquad \text{(C11)}$$

付録D－モデル1　最適解の必要条件

a)第Ⅰ象限（水平軸，垂直軸含む）

$\widetilde{F}_1\ge 0,\widetilde{F}_2\ge 0$，ただし，$(\widetilde{F}_1,\widetilde{F}_2)\neq(0,0)$

式(18)と式(13a),式(13b)より，式(D1)を得る．

$$\Phi_1\left(F_1^M+\widetilde{F}_1,F_2^M+\widetilde{F}_2\right)<0,\ \Phi_2\left(F_1^M+\widetilde{F}_1,F_2^M+\widetilde{F}_2\right)<0 \qquad \text{(D1)}$$

式(17a),式(17b)が成立するためには式(D2),式(D3)が同時に成立する必要がある．しかし，式(D2),式(D3)はそれぞれ$\Psi\left(F_1^M+\widetilde{F}_1,F_2^M+\widetilde{F}_2\right)>0$，$\Psi\left(F_1^M+\widetilde{F}_1,F_2^M+\widetilde{F}_2\right)<0$を示し矛盾する．つまり，第Ⅰ象限に解は存在しない．

$$\Psi\left(F_1^M+\widetilde{F}_1,F_2^M+\widetilde{F}_2\right)=-\underset{(-)}{\Phi_1\left(F_1^M+\widetilde{F}_1,F_2^M+\widetilde{F}_2\right)}\Big/\underset{(+)}{\left(dN_1/dF_1\right)} \qquad \text{(D2)}$$

$$\Psi\left(F_1^M+\widetilde{F}_1,F_2^M+\widetilde{F}_2\right)=-\underset{(-)}{\Phi_2\left(F_1^M+\widetilde{F}_1,F_2^M+\widetilde{F}_2\right)}\Big/\underset{(-)}{\left(dN_1/dF_2\right)} \qquad \text{(D3)}$$

b)第Ⅲ象限（水平軸，垂直軸含む）

$\widetilde{F}_1\le 0,\widetilde{F}_2\le 0$，ただし，$(\widetilde{F}_1,\widetilde{F}_2)\neq(0,0)$

式(18)と式(13a),式(13b)より，式(D4)を得る．

$$\Phi_1\left(F_1^M+\widetilde{F}_1,F_2^M+\widetilde{F}_2\right)>0,\ \Phi_2\left(F_1^M+\widetilde{F}_1,F_2^M+\widetilde{F}_2\right)>0 \qquad \text{(D4)}$$

c)と同様に，式(17a),式(17b)が成立するためには式(D5),式(D6)が同時に成立する必要がある．式(D5),式(D6)は$\Psi\left(F_1^M+\widetilde{F}_1,F_2^M+\widetilde{F}_2\right)<0$，$\Psi\left(F_1^M+\widetilde{F}_1,F_2^M+\widetilde{F}_2\right)>0$を示し矛盾する．つまり，第Ⅲ象限に解は存在しない．

$$\Psi\left(F_1^M+\widetilde{F}_1,F_2^M+\widetilde{F}_2\right)=-\underset{(+)}{\Phi_1\left(F_1^M+\widetilde{F}_1,F_2^M+\widetilde{F}_2\right)}\Big/\underset{(+)}{\left(dN_1/dF_1\right)} \qquad \text{(D5)}$$

$$\Psi\left(F_1^M+\widetilde{F}_1,F_2^M+\widetilde{F}_2\right)=-\underset{(+)}{\Phi_2\left(F_1^M+\widetilde{F}_1,F_2^M+\widetilde{F}_2\right)}\Big/\underset{(-)}{\left(dN_1/dF_2\right)} \qquad \text{(D6)}$$

c)第Ⅳ象限　$\widetilde{F}_1>0,\widetilde{F}_2<0$

式(18)と式(13a),式(13b)より，式(D7)を得る．

$$\Phi_1\left(F_1^M+\widetilde{F}_1,F_2^M+\widetilde{F}_2\right)<0,\ \Phi_2\left(F_1^M+\widetilde{F}_1,F_2^M+\widetilde{F}_2\right)>0 \qquad \text{(D7)}$$

ここで，式(D8),式(D9)が成立し，式(D10)が求まる．

$$\Psi\left(F_1^M+\widetilde{F}_1,F_2^M+\widetilde{F}_2\right)=-\underset{(-)}{\Phi_1\left(F_1^M+\widetilde{F}_1,F_2^M+\widetilde{F}_2\right)}\Big/\underset{(+)}{\left(dN_1/dF_1\right)} \qquad \text{(D8)}$$

$$\Psi\left(F_1^M+\widetilde{F}_1,F_2^M+\widetilde{F}_2\right)=-\underset{(+)}{\Phi_2\left(F_1^M+\widetilde{F}_1,F_2^M+\widetilde{F}_2\right)}\Big/\underset{(-)}{\left(dN_1/dF_2\right)} \qquad \text{(D9)}$$

$$\Psi\left(F_1^M+\widetilde{F}_1,F_2^M+\widetilde{F}_2\right)>0 \qquad \text{(D10)}$$

ただし，(ii)のケースより，$\Psi\left(F_1^M+0,F_2^M+0\right)<0$ という条件と，式(16)を用いると，式(D11)を得る．

$$\Psi\left(F_1^M+\widetilde{F}_1,F_2^M+\widetilde{F}_2\right)<0 \qquad \text{(D11)}$$

したがって，式(D10)と式(D11)に矛盾が生じ，第Ⅳ象限には解は存在しない．

d)第Ⅱ象限　$\widetilde{F}_1<0,\widetilde{F}_2>0$

第Ⅱ象限に関して，関数の符号の矛盾は生じない．

したがって，式(17a),式(17b)を満たす解が存在する場合，すなわち最適解が内点解として存在するならば，その解は必ず第Ⅱ象限にある．すなわち，最適容積率規制を行う際には $\widetilde{F}_1<0,\widetilde{F}_2>0$ とする必要がある．なお，**c),d)** の証明より，水平軸，垂直軸は含まない．

付録E－モデル3　床面積，lot size に伴う地代・人口変化

区画１での床面積市場の均衡条件式(4b)，区画２での住宅地市場の均衡条件式(28)，効用均衡条件式(4e)，人口の条件式(4f)より，式(E1)が得られる．

$$-f_1^h dr_1^h+\left(\frac{\partial u}{\partial N_1}+\frac{\partial u}{\partial N_2}\right)dN_1=\left(\frac{\partial u_2}{\partial f_2^h}-R_2^a\right)df_2^h$$

$$N_1\frac{\partial f_1^h}{\partial r_1^h}dr_1^h+f_1^h dN_1=dF_1 \qquad \text{(E1)}$$

行列を用いて表現すると式(E2)を得る．

$$\begin{bmatrix} -f_1^h & \left(\frac{\partial u}{\partial N_1}+\frac{\partial u}{\partial N_2}\right) \\ N_1\frac{\partial f_1^h}{\partial r_1^h} & f_1^h \end{bmatrix}\begin{bmatrix} dr_1^h \\ dN_1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \left(\frac{\partial u_2}{\partial f_2^h}-R_2^a\right)df_2^h \\ dF_1 \end{bmatrix} \qquad \text{(E2)}$$

式(E2)より，以下の条件式を得る．

$$\frac{dr_1}{dF_1}=-\frac{1}{\underset{(-)}{|D|}}\underset{(-)}{\left(\frac{\partial u}{\partial N_1}+\frac{\partial u}{\partial N_2}\right)}<0 \qquad \text{(E3)}$$

$$\frac{dN_1}{dF_1}=-\frac{1}{\underset{(-)}{|D|}}f_1^h>0 \qquad \text{(E4)}$$

$$\frac{dr_1}{df_2^h}=-\frac{1}{\underset{(-)}{|D|}}\underset{(-)}{\left(\frac{\partial u}{\partial N_1}+\frac{\partial u}{\partial N_2}\right)}\left(\frac{\partial u_2}{\partial f_2^h}-R_2^a\right) \qquad \text{(E5)}$$

$$\frac{dN_1}{df_2^h}=\frac{1}{\underset{(-)}{|D|}}\left\{-N_1\underset{(-)}{\frac{\partial f_1^h}{\partial r_1^h}}\left(\frac{\partial u_2}{\partial f_2^h}-R_2^a\right)\right\} \qquad \text{(E6)}$$

よって，$\partial u/\partial f_2^h-R_2^a>0$ の時，

$$\frac{dN_1}{df_2^h}=\frac{1}{\underset{(-)}{|D|}}\left\{-N_1\underset{(-)}{\frac{\partial f_1^h}{\partial r_1^h}}\underset{(+)}{\left(\frac{\partial u_2}{\partial f_2^h}-R_2^a\right)}\right\}<0 \qquad \text{(E7)}$$

$$\frac{dr_1}{df_2^h}=-\frac{1}{\underset{(-)}{|D|}}\underset{(-)}{\left(\frac{\partial u}{\partial N_1}+\frac{\partial u}{\partial N_2}\right)}\underset{(+)}{\left(\frac{\partial u_2}{\partial f_2^h}-R_2^a\right)}<0 \qquad \text{(E8)}$$

$\partial u/\partial f_2^h-R_2^a=0$ の時，

$$\frac{dN_1}{df_2^h}=\frac{1}{\underset{(-)}{|D|}}\left\{-N_1\underset{(-)}{\frac{\partial f_1^h}{\partial r_1^h}}\underset{(0)}{\left(\frac{\partial u_2}{\partial f_2^h}-R_2^a\right)}\right\}=0 \qquad \text{(E9)}$$

$$\frac{dr_1}{df_2^h}=-\frac{1}{\underset{(-)}{|D|}}\underset{(-)}{\left(\frac{\partial u}{\partial N_1}+\frac{\partial u}{\partial N_2}\right)}\underset{(0)}{\left(\frac{\partial u_2}{\partial f_2^h}-R_2^a\right)}=0 \qquad \text{(E10)}$$

$\partial u/\partial f_2^h-R_2^a<0$ の時，

$$\frac{dN_1}{df_2^h}=\frac{1}{\underset{(-)}{|D|}}\left\{-N_1\underset{(-)}{\frac{\partial f_1^h}{\partial r_1^h}}\underset{(-)}{\left(\frac{\partial u_2}{\partial f_2^h}-R_2^a\right)}\right\}>0 \qquad \text{(E11)}$$

$$\frac{dr_1}{df_2^h}=-\frac{1}{\underset{(-)}{|D|}}\underset{(-)}{\left(\frac{\partial u}{\partial N_1}+\frac{\partial u}{\partial N_2}\right)}\underset{(-)}{\left(\frac{\partial u_2}{\partial f_2^h}-R_2^a\right)}>0 \qquad \text{(E12)}$$

ただし，$|D|=-\underset{(+)}{\left(f_1^h\right)^2}-N_1\underset{(-)}{\frac{\partial f_1^h}{\partial r_1^h}}\underset{(-)}{\left(\frac{\partial u}{\partial N_1}+\frac{\partial u}{\partial N_2}\right)}<0$ (E13)

付録F－モデル3　$\hat{\Psi}=N_1\frac{\partial u}{\partial N_1}-N_2\frac{\partial u}{\partial N_2}$ の性質

付録Bと同様にして以下の条件式を得る．

$$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{\partial F_1^M}{\partial f_2^h} \\ -\frac{\partial f_2^{hM}}{\partial F_1} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} dF_1 \\ df_2^h \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} d\widetilde{F}_1 \\ d\widetilde{f}_2^h \end{bmatrix} \qquad \text{(F1)}$$

$$\frac{\partial\hat{\Psi}}{\partial F_1}<0 \qquad \text{(F2)}$$

$$\frac{\partial\hat{\Psi}}{\partial f_2^h}=\underset{(-)}{\frac{\partial u}{\partial N_1}}\frac{\partial N_1}{\partial f_2^h}+N_1\underset{(-or0)}{\frac{\partial^2 u}{\partial N_1^2}}\frac{\partial N_1}{\partial f_2^h}+\underset{(-or0)}{\frac{\partial u}{\partial N_2}}\frac{\partial N_1}{\partial f_2^h}+N_2\underset{(-or0)}{\frac{\partial^2 u}{\partial N_2^2}}\frac{\partial N_1}{\partial f_2^h} \qquad \text{(F3)}$$

また，式(F3)から式(F4)～式(F6)が求まる．

$$\partial u/\partial f_2^h-R_2^a>0\text{ の時，}\ \frac{\partial\hat{\Psi}}{\partial f_2^h}>0 \qquad \text{(F4)}$$

$$\partial u/\partial f_2^h-R_2^a=0\text{ の時，}\ \frac{\partial\hat{\Psi}}{\partial f_2^h}=0 \qquad \text{(F5)}$$

$$\partial u/\partial f_2^h-R_2^a<0\text{ の時，}\ \frac{\partial\hat{\Psi}}{\partial f_2^h}<0 \qquad \text{(F6)}$$

更に，式(F7),式(F8)が求まり，式(F8)から式(F9)～式(F11)が求まる．

$$\frac{\partial\hat{\Psi}}{\partial\widetilde{F}_1}=\underset{(-)}{\frac{\partial\hat{\Psi}}{\partial F_1}}\underset{(1)}{\frac{\partial F_1}{\partial\widetilde{F}_1}}+\frac{\partial\hat{\Psi}}{\partial f_2^h}\underset{(0)}{\frac{\partial f_2^h}{\partial\widetilde{F}_1}}<0 \qquad \text{(F7)}$$

$$\frac{\partial\hat{\Psi}}{\partial\widetilde{f}_2^h}=\frac{\partial\hat{\Psi}}{\partial f_2^h}\underset{(1)}{\frac{\partial f_2^h}{\partial\widetilde{f}_2^h}}+\underset{(-)}{\frac{\partial\hat{\Psi}}{\partial F_1}}\frac{\partial F_1}{\partial\widetilde{f}_2^h} \qquad \text{(F8)}$$

$$\partial u/\partial f_2^h-R_2^a>0\text{ の時，}\ \frac{\partial\hat{\Psi}}{\partial\widetilde{f}_2^h}>0 \qquad \text{(F9)}$$

$$\partial u/\partial f_2^h - R_2^a = 0 \text{ の時,} \quad \frac{\partial \hat{\Psi}}{\partial \tilde{f}_2^h} = 0 \tag{F10}$$

$$\partial u/\partial f_2^h - R_2^a < 0 \text{ の時,} \quad \frac{\partial \hat{\Psi}}{\partial \tilde{f}_2^h} < 0 \tag{F11}$$

付録G－モデル3 $|H|, \frac{\partial F_1^M}{\partial f_2^h}, \frac{\partial f_2^{hM}}{\partial F_1}$ の符号

付録Cと同様にして，以下の条件式を得る．

$$|H| = 1 \tag{G1}$$

$$\partial u/\partial f_2^h - R_2^a > 0 \text{ の時,} \quad \frac{\partial F_1^M}{\partial f_2^h} < 0 \tag{G2}$$

$$\partial u/\partial f_2^h - R_2^a = 0 \text{ の時,} \quad \frac{\partial F_1^M}{\partial f_2^h} = 0 \tag{G3}$$

$$\partial u/\partial f_2^h - R_2^a < 0 \text{ の時,} \quad \frac{\partial F_1^M}{\partial f_2^h} > 0 \tag{G4}$$

$$\frac{\partial f_2^{hM}}{\partial F_1} = 0 \tag{G5}$$

付録H－モデル3　最適解の必要条件

a) 第Ⅰ象限(水平軸，垂直軸含む)

$\tilde{F}_1 \geq 0, \tilde{f}_2^h \geq 0$，ただし，$(\tilde{F}_1, \tilde{f}_2^h) \neq (0,0)$

式(32a),式(32b),式(39a),式(39d)より，式(H１),式(H2)を得る.しかし，式(39a),式(39d),式(40)より得られる式(H3)に矛盾する．したがって，第Ⅰ象限に解は存在しない．

$$\begin{aligned}&\hat{\Psi}\left(F_1^M + \tilde{F}_1, f_2^{hM} + \tilde{f}_2^h\right) \\ &= -\hat{\Phi}_1\left(F_1^M + \underset{(-)}{\tilde{F}_1}, f_2^{hM} + \tilde{f}_2^h\right) \Big/ \left(\underset{(+)}{dN_1/dF_1}\right) > 0\end{aligned} \tag{H1}$$

$$\begin{aligned}&\hat{\Psi}\left(F_1^M + \tilde{F}_1, f_2^{hM} + \tilde{f}_2^h\right) \\ &= -\hat{\Phi}_2\left(F_1^M + \underset{(-)}{\tilde{F}_1}, f_2^{hM} + \tilde{f}_2^h\right) \Big/ \left(\underset{(+)}{dN_1/df_2^h}\right) > 0\end{aligned} \tag{H2}$$

$$\hat{\Psi}\left(F_1^M + \tilde{F}_1, f_2^{hM} + \tilde{f}_2^h\right) < 0 \tag{H3}$$

b) 第Ⅲ象限(垂直軸含む)

$\tilde{F}_1 \leq 0, \tilde{f}_2^h < 0$，ただし，$(\tilde{F}_1, \tilde{f}_2^h) \neq (0,0)$

式(32a),式(32b),式(39a),式(39d)より，式(H4),式(H5)を得る．しかし，式(H4)と式(H5)は矛盾する．したがって，第Ⅲ象限に解は存在しない．

$$\begin{aligned}&\hat{\Psi}\left(F_1^M + \tilde{F}_1, f_2^{hM} + \tilde{f}_2^h\right) \\ &= -\hat{\Phi}_1\left(F_1^M + \underset{(+)}{\tilde{F}_1}, f_2^{hM} + \tilde{f}_2^h\right) \Big/ \left(\underset{(+)}{dN_1/dF_1}\right) < 0\end{aligned} \tag{H4}$$

$$\begin{aligned}&\hat{\Psi}\left(F_1^M + \tilde{F}_1, f_2^{hM} + \tilde{f}_2^h\right) \\ &= -\hat{\Phi}_2\left(F_1^M + \underset{(+)}{\tilde{F}_1}, f_2^{hM} + \tilde{f}_2^h\right) \Big/ \left(\underset{(-)}{dN_1/df_2^h}\right) > 0\end{aligned} \tag{H5}$$

c) 第Ⅱ象限　$\tilde{F}_1 < 0, f_2^h > 0$

式(32a),式(32b),式(39a),式(39d)より，式(H6),式(H7)を得る．しかし，式(H6)と式(H7)は矛盾する．したがって第Ⅱ象限に解は存在しない．

$$\begin{aligned}&\hat{\Psi}\left(F_1^M + \tilde{F}_1, f_2^{hM} + \tilde{f}_2^h\right) \\ &= -\hat{\Phi}_1\left(F_1^M + \underset{(+)}{\tilde{F}_1}, f_2^{hM} + \tilde{f}_2^h\right) \Big/ \left(\underset{(+)}{dN_1/dF_1}\right) < 0\end{aligned} \tag{H6}$$

$$\begin{aligned}&\hat{\Psi}\left(F_1^M + \tilde{F}_1, f_2^{hM} + \tilde{f}_2^h\right) \\ &= -\hat{\Phi}_2\left(F_1^M + \underset{(-)}{\tilde{F}_1}, f_2^{hM} + \tilde{f}_2^h\right) \Big/ \left(\underset{(+)}{dN_1/df_2^h}\right) > 0\end{aligned} \tag{H7}$$

d) 第Ⅳ象限　$\tilde{F}_1 > 0, \tilde{f}_2^h < 0$

式(32a),式(32b),式(39a),式(39b)より，式(H8),式(H9)を得る．しかし，式(39a),式(39d),式(40)より得られる式(H10)に矛盾する．したがって，第Ⅳ象限に解は存在しない．

$$\begin{aligned}&\hat{\Psi}\left(F_1^M + \tilde{F}_1, f_2^{hM} + \tilde{f}_2^h\right) \\ &= -\hat{\Phi}_1\left(F_1^M + \underset{(-)}{\tilde{F}_1}, f_2^{hM} + \tilde{f}_2^h\right) \Big/ \left(\underset{(+)}{dN_1/dF_1}\right) > 0\end{aligned} \tag{H8}$$

$$\begin{aligned}&\hat{\Psi}\left(F_1^M + \tilde{F}_1, f_2^{hM} + \tilde{f}_2^h\right) \\ &= -\hat{\Phi}_2\left(F_1^M + \underset{(-)}{\tilde{F}_1}, f_2^{hM} + \tilde{f}_2^h\right) \Big/ \left(\underset{(+)}{dN_1/df_2^h}\right) > 0\end{aligned} \tag{H9}$$

$$\hat{\Psi}\left(F_1^M + \tilde{F}_1, f_2^{hM} + \tilde{f}_2^h\right) < 0 \tag{H10}$$

e) $\tilde{F}_1 < 0, \tilde{f}_2^h = 0$

次に $\tilde{F}_1 < 0, \tilde{f}_2^h = 0$ の条件を検討する．

式(32a),式(39a)より，式(49)を得る．これに矛盾は生じない．したがって，最適解が存在するとすれば，**図-4** に示す半直線(市場均衡点は含まない)上に存在する．

$$\hat{\Psi}\left(F_1^M + \tilde{F}_1, f_2^{hM} + 0\right) = -\hat{\Phi}_1\left(F_1^M + \underset{(+)}{\tilde{F}_1}, f_2^{hM} + 0\right) \Big/ \left(\underset{(+)}{dN_1/dF_1}\right) < 0 \tag{H11}$$

参考文献

1) Courant, P. N. : On the Effect of Fiscal Zoning on Land and Housing Values, *Journal of Urban Economics*, No.3, 88-94, 1976.
2) Arnott, R. J. and MacKinnon, J. G. : Measuring the Costs of Height Restrictions with a general Equilibrium Model, *Regional Science and Urban Economics* 7, 359-375, 1977.
3) Moss, W. G. : Large Lot Zoning, Property Taxes, and Metropolitan Area, *Journal of Urban Economics*, No.4, 408-427, 1977.
4) Grieson, R. E. and White, J. R : The Effect of Zoning on Structure and Land Markets, *Journal of Urban Economics*, No10, 271-285, 1981.
5) Fujita, M. : Neighborhood externalities and traffic congestion, *Urban economic theory*, Cambridge university press, 1989.
6) 山崎福寿，日引聡：土地利用規制の経済分析，経済研究 44，No.2，1993.
7) Brueckner, J. K. and Lai, F. : Urban Growth controls with resident landowners, *Regional Science and Urban Economics* 26, 1996.
8) Sasaki, K. : Minimum Lot Size Zoning and FAR Regulation in the Presence of Neighborhood Externalities, *Tohoku University Discussion Paper*, 2000.
9) 都市計画法，2000 年現在
10) 森杉壽芳：社会資本整備の便益評価，勁草書房，1997.
11) 林宜嗣：土地利用の経済学，都市問題の経済学，４章，99-126，日本経済新聞社，1993.

12) 八田達夫:土地利用規制,東京一極集中の経済分析，4章,95-130，日本経済新聞社，1994.

(2001.4.10 受付)

A STUDY ON THE DESIGN OF OPTIMAL DENSITY LAND USE REGULATIONS

Tatsuhito KONO, Takayuki KANEKO and Hisa MORISUGI

This study analyzes city-planning regulations in order to optimize external diseconomies arising from population. This study uses a spatial general equilibrium model with two zones. We examined "FAR regulations" for central areas which have many "building" and "Minimum lot size zoning" for suburban areas which have some "houses". Consequently, it is necessary to establish two types of zones in central areas, in one zone regulated FAR should be larger than FAR without regulations in the zone and another zone where regulated FAR should be smaller than FAR without regulations in the zone. In addition, this study reveals that lot size zoning should not be imposed in suburban areas because lot size zoning reduces social utility level. Moreover, in terms of "restrictions on development areas", the total residential areas in suburbs should be expanded to attain the welfare maximization.