土木学会論文集 No. 695／IV-54, 3-15, 2002. 1

ネットワーク型評価の新しい適用手法 ＣＳＡの提案

木下栄蔵[1]・中西昌武[2]

[1]正会員　工博　名城大学教授　都市情報学部（〒509-0261 岐阜県可児市虹ケ丘4-3-3）
[2]正会員　工博　名古屋経済大学助教授　経済学部（〒484-8504 愛知県犬山市内久保61-1）

ネットワーク型評価の適用にむけてＡＨＰ（Analytic Hierearchy Process）を拡張したＡＮＰ（Analytic Network Process) は，評価要因クラス間の“評価合成”を適切に処理できない弱点がある．本稿では，この問題を処理できる新しい評価合成モデル「比較構造分析法（ＣＳＡ: Comparison Structure Analysis Method）」を提案する．ＣＳＡは，評価行列を確率行列に変換することにより，(i) 従来型ＡＨＰなどの一方通行型評価，(ii) 外部相互評価，(iii) 支配型ＡＨＰ，(iv) 支配型一斉法，(v) 内部相互評価，を評価サブシステムとする全体評価システムを構成することができる．その結果，各評価要因クラスのインスタンス評価値は，このシステムを数学的に表現するＣＳＡ超行列の主固有ベクトルとして求めることができる．

Key Words : *analytic hierarchy process, decision making theory, planning procedure*

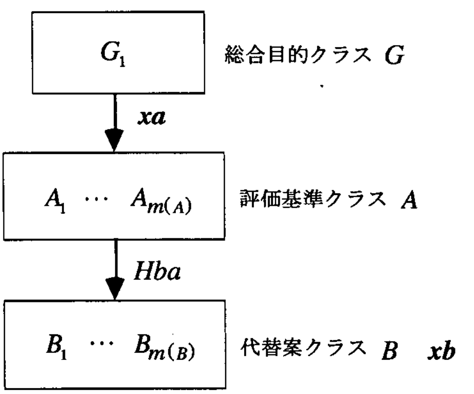
1. はじめに

階層分析法ＡＨＰをネットワーク構造の評価問題に適用する手法としてはSaatyのＡＮＰ（Analytic Network Process）[1)]がある．しかしＡＮＰにおける評価要因クラスの大きさの“配分比率”は，評価要因クラス間の評価の“合成比率”として使用することができない．本稿では，この問題点を指摘するとともに，これを処理する新しいネットワーク型評価合成モデル「比較構造分析法（ＣＳＡ：Comparison Structure Analysis Method）」の提案を行い，その適用方法を解説する．

2. ネットワーク構造における代替案評価の合成問題

ここでは評価モデルにおける個々の評価対象を「インスタンス」，また“評価基準”“代替案”など比較評価されるインスタンスの集合を「評価要因クラス」（あるいは単に「クラス」）と呼ぶことにする．

各列の合計１の縦確率行列の集合をＰ，零行列の集合を$\varnothing$で表す．いま評価のモデルが，**図-1** のように３つの評価要因クラスG（総合評価），A（評価基準），B（代替案）の階層構造で表されており，各評価基準$A_i \in A$　$(i=1,\dots,m(A))$　から見た各代替案 $B_j \in B\,(j=1,\dots,m(B))$ の評価結果が，評価行列 $Hba=\left[(Hba)_{ji}\right]$　$(Hba \in \mathrm{P})$　で



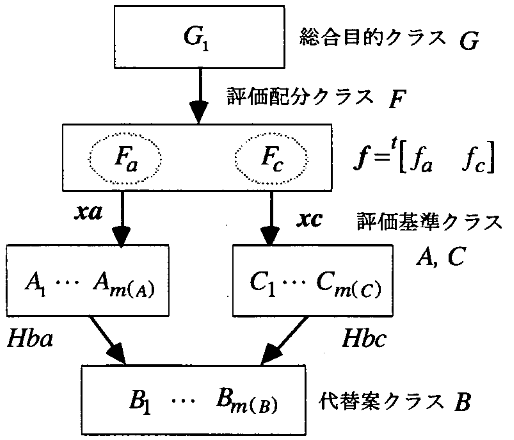
図－1　従来型ＡＨＰにおける３つの評価要因クラスの階層構造

与えられているとする．ここでは評価行列の求め方には特に制限がないものとする．

評価基準が異なると代替案の評価値は通常異なるのでこのままでは代替案の総合評価値$\boldsymbol{xb}=\left[(xb)_j\right]$は一意に決まらない．そこで総合目的$G_1$から見た$A_i$の値$\boldsymbol{xa}=\left[(xa)_i\right]$を別途求め，$(xa)_i$で$Hba$の各列を加重合計して$\boldsymbol{xb}=Hba\cdot\boldsymbol{xa}$を求める，というのがＡＨＰの考え方である．

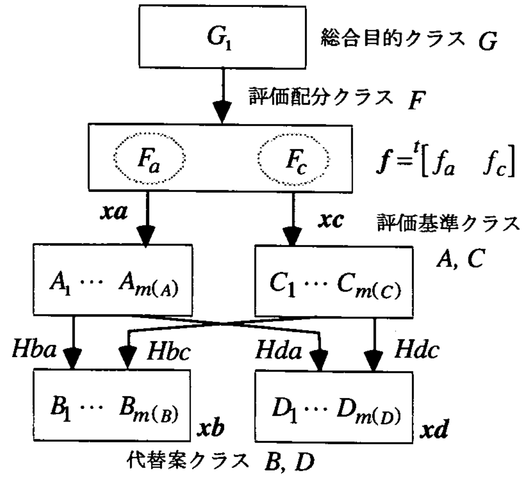
図－2 のように評価基準クラスが複数となるときは，それぞれの評価基準クラスから見た代替案評価結果の加重合成が必要となる．この場合は，評価基準クラスの上位に評価基準クラス自体を評価するクラスF（「評価配分クラス」と呼ぶことにする）を

設定し，総合目的G_1に照らして評価基準クラスの重要度の“配分”$f=[f_k]$を決定し，その配分比率をそのまま代替案評価結果の合成比率に適用するのがＡＨＰの伝統的方法である．アクター分析[2]や定性・定量要因比較分析[3]への適用が典型である．



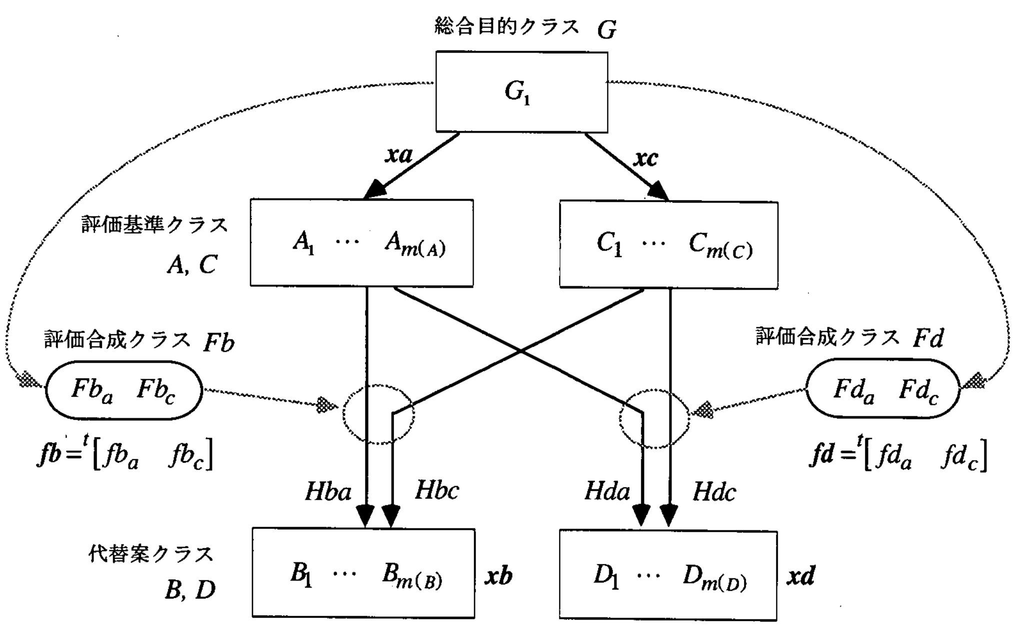
$$\boldsymbol{xb}=[Hba\cdot \boldsymbol{xa} \quad Hbc\cdot \boldsymbol{xc}]\boldsymbol{f}$$
$$=f_a\cdot Hba\cdot \boldsymbol{xa}+f_c\cdot Hbc\cdot \boldsymbol{xc}$$

図－2　複数の評価基準クラスによる代替案評価合成



$$\boldsymbol{xb}=[Hba\cdot \boldsymbol{xa} \quad Hbc\cdot \boldsymbol{xc}]\boldsymbol{f}$$
$$=f_a\cdot Hba\cdot \boldsymbol{xa}+f_c\cdot Hbc\cdot \boldsymbol{xc}$$
$$\boldsymbol{xd}=[Hda\cdot \boldsymbol{xa} \quad Hdc\cdot \boldsymbol{xc}]\boldsymbol{f}$$
$$=f_a\cdot Hdc\cdot \boldsymbol{xa}+f_c\cdot Hdc\cdot \boldsymbol{xc}$$

図－3　評価配分クラスによる複数の代替案評価合成



$$\boldsymbol{xb}=[Hba\cdot \boldsymbol{xa} \quad Hbc\cdot \boldsymbol{xc}]\boldsymbol{fb}=fb_a\cdot Hba\cdot \boldsymbol{xa}+fb_c\cdot Hbc\cdot \boldsymbol{xc}$$
$$\boldsymbol{xd}=[Hda\cdot \boldsymbol{xa} \quad Hdc\cdot \boldsymbol{xc}]\boldsymbol{fd}=fd_a\cdot Hda\cdot \boldsymbol{xa}+fd_c\cdot Hdc\cdot \boldsymbol{xc}$$

図－4　評価合成クラスによる複数の代替案評価合成

この方法は評価基準クラス自体への評価配分比率を用いて代替案評価を合成しようとする限りは合理的である．実際，ＡＨＰの階層構造をネットワーク構造に拡張したＡＮＰ(Analytic Network Process)では，このような評価配分の考え方をそのままネットワーク構造に適用している．ＡＮＰにおける各インスタンスの総合評価値は，評価要因クラス間の各評価行列を部分行列とする列和１の超行列の累乗の極限値として得ることができる[4]．

だが，“合成元に対する評価配分”とは独立の観点で評価合成を行おうとする場合，評価配分の考えに基づく手法はたちまち使えなくなる．例えば，評価基準クラス A, C がともに代替案クラス B, D を評価している**図－3**のネットワーク構造では，評価配分クラス F は，評価基準クラスを介して代替案クラスと結合しているため，B, D それぞれについて別の合成比率を与えることができない．

この問題を解決するためには，評価基準クラスの上位階層ではなく“評価結果の合成操作自体の上位階層”に「評価合成クラス」を設定し，合成局面ごとに評価目的に照らして代替案評価の合成比率を決定して評価値の合成をすればよい（**図－4**）．

次章では，この手法をより一般的な評価ネットワークへと拡張した評価合成モデルＣＳＡを提案する．

3．比較構造分析法：ＣＳＡ

ここでは，評価要因クラス群がネットワーク構造となる場合の評価合成を汎用的に行うための新しいモデルとして「比較構造分析法（Comparison Structure Analysis ：ＣＳＡ）」を提案し，その適用方法を解説する．

(1) 比較構造分析法のデータモデル

ここでは**図－5**のような評価要因クラス間のネットワーク構造を考える．評価システムは v 個の評価要因クラス $Zk \in Z \quad (k=1,\cdots,v)$ からなり，クラス Zk には $m(Zk)$ 個のインスタンスが存在する．任意の $Zp, Zq \in Z$ における Zp のインスタンス Zp_i に関する Zq のインスタンス Zq_j の評価結果を評価行列 $Hqp=\left[(Hqp)_{ji}\right]$ で表す．

ただし Hqp は，$Hqp \in \mathrm{P} \cup \varnothing$（評価要因クラス間の評価がない場合の評価行列は O）で与えられており，評価行列の求め方は特に規定がないものとする．

いまクラス $Zt \in Z$ は複数のクラス $Zr \in Z \; (r \neq t)$ から評価を受けており，Zt のインスタンス同士も内部で相互評価している．Zt_j の評価値 $xt=\left[(xt)_j\right]$ を求めるためには，各 Zr のインスタンス Zr_i に関する Zt_j の各評価 $\tilde{H}tr$ および Zt の内部相互評価 $\tilde{H}tt$ を合成しなければならない．ここでは各 $\tilde{H}tr$ についての合成比率 $F=\left[ft_r\right]$ は，別途，評価者が評価目的に照らして決めているものとする．ただし，

$$1 \geq ft_r \geq 0; \quad ft_r = 0\left(for\ \tilde{H}tr = O\right); \quad \sum_{r=1}^{v} ft_r = 1$$

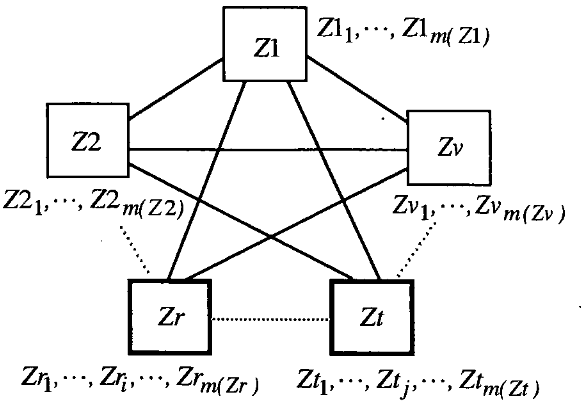
である．

各 Zr_i の評価値を $xr=\left[(xr)_i\right]$ とすると評価結果の ft_r による加重合成値は $\quad xt=\sum_{r=1}^{v}\left(ft_r \cdot \tilde{H}tr \cdot xr\right)$ となる．これはすべての $xt \; (t=1,2,\cdots,v)$ について言えるから，

$$\begin{cases} x1 = \sum_{r=1}^{v}\left(f1_r \cdot \tilde{H}1r \cdot xr\right) \\ \quad \vdots \\ xr = \sum_{r=1}^{v}\left(fr_r \cdot \tilde{H}rr \cdot xr\right) \\ \quad \vdots \\ xt = \sum_{r=1}^{v}\left(ft_r \cdot \tilde{H}tr \cdot xr\right) \\ \quad \vdots \\ xv = \sum_{r=1}^{v}\left(fv_r \cdot \tilde{H}vr \cdot xr\right) \end{cases} \tag{1}$$

が成立する．

これは評価行列のネットワーク的な結合関係を数学的に表現したものだが，この解は非負超行列 $\tilde{S}$ を



図－５　評価要因クラス間のネットワーク構造

$$
\tilde{S}=\begin{bmatrix}
f1_1\cdot\tilde{H}11,\cdots,f1_r\cdot\tilde{H}1r,\cdots,f1_t\cdot\tilde{H}1t,\cdots,f1_v\cdot\tilde{H}1v\\
\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots\\
fr_1\cdot\tilde{H}r1,\cdots,fr_r\cdot\tilde{H}rr,\ \cdots,fr_t\cdot\tilde{H}rt,\ \cdots,fr_v\cdot\tilde{H}rv\\
\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots\\
ft_1\cdot\tilde{H}t1,\cdots,ft_r\cdot\tilde{H}tr,\cdots,ft_t\cdot\tilde{H}tt,\cdots,ft_v\cdot\tilde{H}tv\\
\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots\\
fv_1\cdot\tilde{H}v1,\cdots,fv_r\cdot\tilde{H}vr,\cdots,fv_t\cdot\tilde{H}vt,\cdots,fv_v\cdot\tilde{H}vv
\end{bmatrix} \tag{2}
$$

とする（ただし超行列の横の部分行列のうち少なくとも一つが縦確率行列である）とき，

$$
\tilde{S}\cdot\begin{bmatrix}\boldsymbol{x1}\\\vdots\\\boldsymbol{xr}\\\vdots\\\boldsymbol{xt}\\\vdots\\\boldsymbol{xv}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{x1}\\\vdots\\\boldsymbol{xr}\\\vdots\\\boldsymbol{xt}\\\vdots\\\boldsymbol{xv}\end{bmatrix} \tag{3}
$$

の基本方程式（同次方程式）をみたす$\tilde{S}$の主固有ベクトル値をクラスごとに正規化した値として求めることができる．

例えば**図－4**のネットワーク的評価合成問題は，G_1の評価値を$g_1:=1$とする$\tilde{S}$の基本方程式，

$$
\begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0\\
\boldsymbol{xa} & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & fb_a\cdot Hba & 0 & fb_c\cdot Hbc & 0\\
\boldsymbol{xc} & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & fd_a\cdot Hda & 0 & fd_c\cdot Hdc & 0
\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1\\\boldsymbol{xa}\\\boldsymbol{xb}\\\boldsymbol{xc}\\\boldsymbol{xd}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\\boldsymbol{xa}\\\boldsymbol{xb}\\\boldsymbol{xc}\\\boldsymbol{xd}\end{bmatrix} \tag{4}
$$

で表すことができる．

ＣＳＡ超行列は，ＡＮＰ超行列のような確率行列にはならないが，以下の４つの特徴がある．

(i)部分行列は，縦確率行列としてデータ入力する．

(ii)部分行列の横の合成比率の和は１である（ＡＮＰでは縦の和が１）．

(iii)合成元のクラスの大きさとは独立に合成比率を決定できる．（ＡＮＰでは合成元に付与されたクラス配分の大きさがそのまま合成比率に使われる）．

(iv)解となる部分ベクトルの成分は非負であり，成分和は同じ値となる．（ＡＮＰは成分和を評価要因クラスの大きさとして認識するが，ＣＳＡは評価要因クラスの大きさに関心がない）．

(i)以外はすべてＡＮＰと対立する特徴である．ＡＮＰは“評価の配分”に主たる関心を持ち，ＣＳＡは“評価の合成”に主たる関心を持つ．それぞれの手法の関心の違いがこのような特徴の違いとなった結果であるといえる．

ここで(iv)の特徴が(i)(ii)から導かれることを以下に示そう．

$\tilde{S}$は非負行列であるからフロベニウス根（ここでは主固有値１）に対応する固有ベクトルは非負[5]である．

$\boldsymbol{e}=[e_i](e_i=1)$とおく．$\tilde{S}\cdot\boldsymbol{xt}$を展開し$\boldsymbol{e}$を用いて部分ベクトル$\boldsymbol{xt}$の列和を求めると，

$$
\begin{aligned}
&{}^t\boldsymbol{e}\cdot\sum_{r=1}^{v}\left(ft_r\cdot\tilde{H}tr\cdot\boldsymbol{xr}\right)\\
&=ft_1\cdot{}^t\boldsymbol{e}\cdot\tilde{H}t1\cdot\boldsymbol{x1}+\cdots+ft_v\cdot{}^t\boldsymbol{e}\cdot\tilde{H}tv\cdot\boldsymbol{xv}\\
&=ft_1\cdot{}^t\boldsymbol{e}\cdot\boldsymbol{x1}+\cdots+ft_v\cdot{}^t\boldsymbol{e}\cdot\boldsymbol{xv}={}^t\boldsymbol{e}\cdot\boldsymbol{xt}
\end{aligned} \tag{5}
$$

の方程式が得られる．この関係はすべての$\boldsymbol{xt}$について成り立つ．

したがって，$yt={}^t\boldsymbol{e}\cdot\boldsymbol{xt}$，$\boldsymbol{y}={}^t[y1,\cdots,yt,\cdots,yv]$とするとき，(5)の解は，

$$
F\cdot\boldsymbol{y}=\boldsymbol{y} \tag{6}
$$

の解として与えられる．

Fの行和は前提により１である．このような非負行列Fに対する固有値は１，固有ベクトルは$\boldsymbol{e}$の実数倍(k)となる[6]．

よって${}^t\boldsymbol{e}\cdot\boldsymbol{x1}=\cdots={}^t\boldsymbol{e}\cdot\boldsymbol{xt}=\cdots={}^t\boldsymbol{e}\cdot\boldsymbol{xv}\,(=k)$．

（証明終わり）

(2)　ＣＳＡの構成サブシステム

ここではＣＳＡ超行列の部分行列として適用可能な評価行列について検討する．

２つのクラス間の評価関係や内部相互評価関係（同一クラスのインスタンス同士が相互評価する関係）をここでは「評価サブシステム」と呼ぶことにする．すなわち評価構造は，“評価サブシステムがネットワーク結合したシステム”として理解することができる．

ＣＳＡ評価ネットワークにおける任意の評価要因クラスBからAへの評価行列を必要に応じて変換し，ＣＳＡの部分行列に適用したものを$\tilde{H}ab$であらわす．部分行列が縦確率行列となることがＣＳＡ適用の条件だが，以下の評価手法はいずれもこの条件を満たしており，ＣＳＡ評価サブシステムへの適

用が可能である．これ以外の手法も，条件を満たせばむろん適用可能である．

a) 一方通行型評価 (One-way type Evaluation)

クラス A から B への評価 Hba はあるが，A のインスタンス値は別の評価サブシステムによって決定されている．従来型ＡＨＰ[7] や，ループ型評価システム[8), 9)] の構成部品をなす評価サブシステムがこれに該当する．

$$\tilde{S}ab=\begin{bmatrix} - & O \\ \tilde{H}ba & - \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} - & O \\ Hba & - \end{bmatrix} \tag{7}$$

注）[－] は不定

b) 外部相互評価 (External-Mutual Evaluation)

クラス A からクラス B への評価 Hba と，クラス B から A への評価 Hab の，相互評価が存在する．ＡＮＰの結合部品として知られる“外部従属(Outer Dependence)関係”がこれに相当する．

$$\tilde{S}tr=\begin{bmatrix} - & \tilde{H}ab \\ \tilde{H}ba & - \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} - & Hab \\ Hba & - \end{bmatrix} \tag{8}$$

c) 支配型ＡＨＰ (Dominance type AHP)

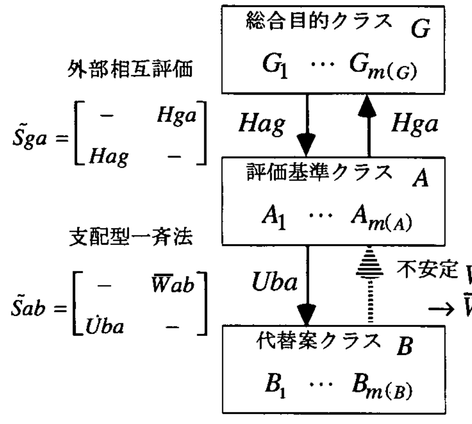
支配代替案法[10)]は，評価の対象となる代替案 B_j $(j=1,\cdots,k,\cdots,m(B))$ のどれか１つを代表者 B_{k*}（いわゆるたたき台）とみて，これを中心にして各評価基準の重要度を決めようというものである．すなわちまず代表者 B_{k*} から各評価基準 A_i $(i=1,2,\ldots,m(A))$ の重要度 $(Wab)_{ik*}$ を決め，それと同時にその他の代替案 $B_{j\neq k*}$ からみた重要度 $(Wab)_{ij}$ は，$(Wab)_{ik*}$ と各評価基準から見た代替案の重要度 $_{k*}(Uba)_{ji}$ をもとに一種の比例関係によって決める．

クラス B からクラス A への評価 $\hat{W}ab(k*)=\left[\left(\hat{W}ab\right)_{ij}\right]$ は，クラス A からクラス B への評価 $_{k*}Uba=\left[_{k*}(Uba)_{ji}\right]$ を用いて，支配代替案 B_{k*} に関するクラス A の評価 $(Wab)_{ik*}$ から推定する．また $_{k*}Uba$ を確率行列 $\dot{U}ba$ に正規化[11)]して評価サブシステムに適用する．

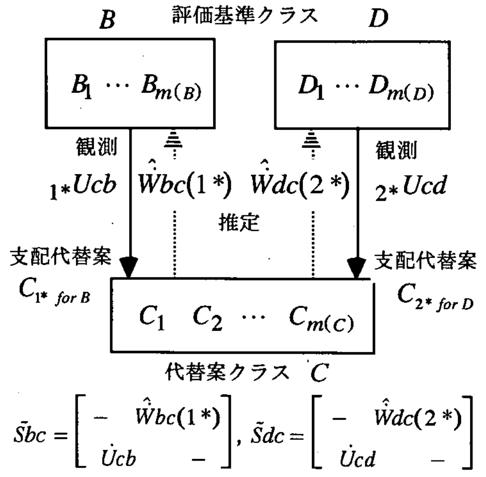
$$\tilde{S}ab=\begin{bmatrix} - & \tilde{H}ab \\ \tilde{H}ba & - \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} - & \hat{W}ab \\ \dot{U}ba & - \end{bmatrix} \tag{9}$$

d) 支配型一斉法 (Concurrent Convergence)

支配型ＡＨＰにおいて複数の代替案を代表者（たたき台）として適用する場合は，それぞれをもとにした評価基準の重要度の推定値が異なるため評価基準の評価行列が不安定な状態になる．そこで支配型



図－６　外部相互評価と支配型一斉法の階層的構造



図－７　支配代替案法の輻輳

ＡＨＰにおいて各代替案を代表者として決めた重要度の全体を，一種の逐次近似法で総合的にまとめ，より安定した推定値を求めていこうという手法が一斉法[12)]である．

支配型ＡＨＰにおいて，クラス B からクラス A への評価 $Wab=\left[(Wab)_{ij}\right]$ が不安定行列のときは，c)の Uba を用いて安定行列 $\overline{W}ab=\left[\left(\overline{W}ab\right)_{ij}\right]$ に変換する．また Uba を確率行列 $\dot{U}ba$ に正規化する．

$$\tilde{S}ab=\begin{bmatrix} - & \tilde{H}ab \\ \tilde{H}ba & - \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} - & \overline{W}ab \\ \dot{U}ba & - \end{bmatrix} \tag{10}$$

e) 内部相互評価 (Internal-Mutual Evaluation)

内部相互評価の評価行列 $Haa=\left[(Haa)_{ij}\right]$ が縦確率行列として単独で与えられるとき，その評価結

果 $\boldsymbol{xa}$ は，$\boldsymbol{xa} = Haa \cdot \boldsymbol{xa}$　の主固有ベクトルとなる．そこで，

$$\tilde{S}aa = \left[\tilde{H}aa\right] = [Haa] \qquad (11)$$

をＣＳＡ超行列における内部相互評価の評価サブシステムとして適用する．

4．ＣＳＡの適用パターン

以下，数パターンの評価構造を取り上げ，ＣＳＡの適用イメージを説明する．

(1)　外部相互評価と支配型一斉法の階層構造

図－6 のように外部相互評価と支配型一斉法が階層をなす多目的の評価構造は，$\tilde{S}ga$ および $\tilde{S}ab$ の２つのタイプの評価サブシステムを結合し，

$$\begin{bmatrix} O & Hga & O \\ fa_g \cdot Hag & O & fa_b \cdot \overline{W}ab \\ O & \dot{U}ba & O \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{xg} \\ \boldsymbol{xa} \\ \boldsymbol{xb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{xg} \\ \boldsymbol{xa} \\ \boldsymbol{xb} \end{bmatrix} \qquad (12)$$

の基本方程式で表される．内部相互評価は存在しないため対角部分行列は零行列 O となる．また Wab は不安定行列のため，安定行列 Uba を元に一斉法を用いて $\overline{W}ab$ に変換する．この場合，A_i の評価値 $\boldsymbol{xa} = \left[(xa)_i\right]$ は，Hag, $\overline{W}ab$ を評価目的に照らして決めた合成比率 fa_g, fa_b を用いて合成した値となる．

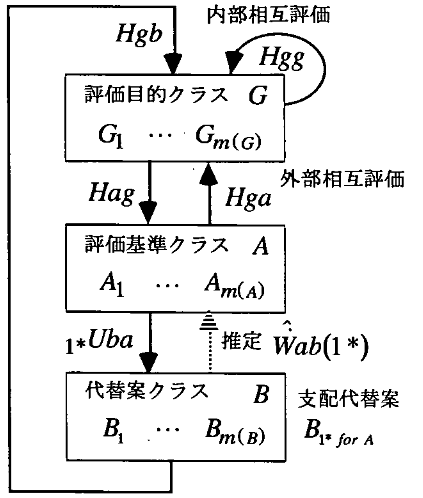
(2)　輻輳する支配型ＡＨＰサブシステムの結合

代替案クラス C が，２つのタイプの評価基準クラス B および D という異なる角度から支配代替案法で評価される場合を考える．

図－7　を見ると，評価基準クラス B に対する評価では C_1 が支配代替案（$C_{1^* \ for\ B}$）であるのに対し，評価基準クラス D に対する評価では C_2 が支配代替案（$C_{2^* \ for\ D}$）である．この場合は，$\dot{U}cb, \dot{U}cd$ の合成比率を fc_b, fc_d とすると，２つの支配型ＡＨＰサブシステムを合成した評価構造は，

$$\begin{bmatrix} O & \hat{W}bc(1^*) & O \\ fc_b \cdot \dot{U}cb & O & fc_d \cdot \dot{U}cd \\ O & \hat{W}dc(2^*) & O \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{xb} \\ \boldsymbol{xc} \\ \boldsymbol{xd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{xb} \\ \boldsymbol{xc} \\ \boldsymbol{xd} \end{bmatrix} \qquad (13)$$

の基本方程式で表される．



$$\tilde{S}gg = Hgg, \quad \tilde{S}bg = \begin{bmatrix} - & O \\ Hgb & - \end{bmatrix}$$

$$\tilde{S}ga = \begin{bmatrix} - & Hga \\ Hag & - \end{bmatrix}, \quad \tilde{S}ab = \begin{bmatrix} - & \hat{W}ab(1^*) \\ \dot{U}ba & - \end{bmatrix}$$

図－８　複合的ループを持つ多目的評価の構造

(3)　複合的なループを持つ多目的評価システム

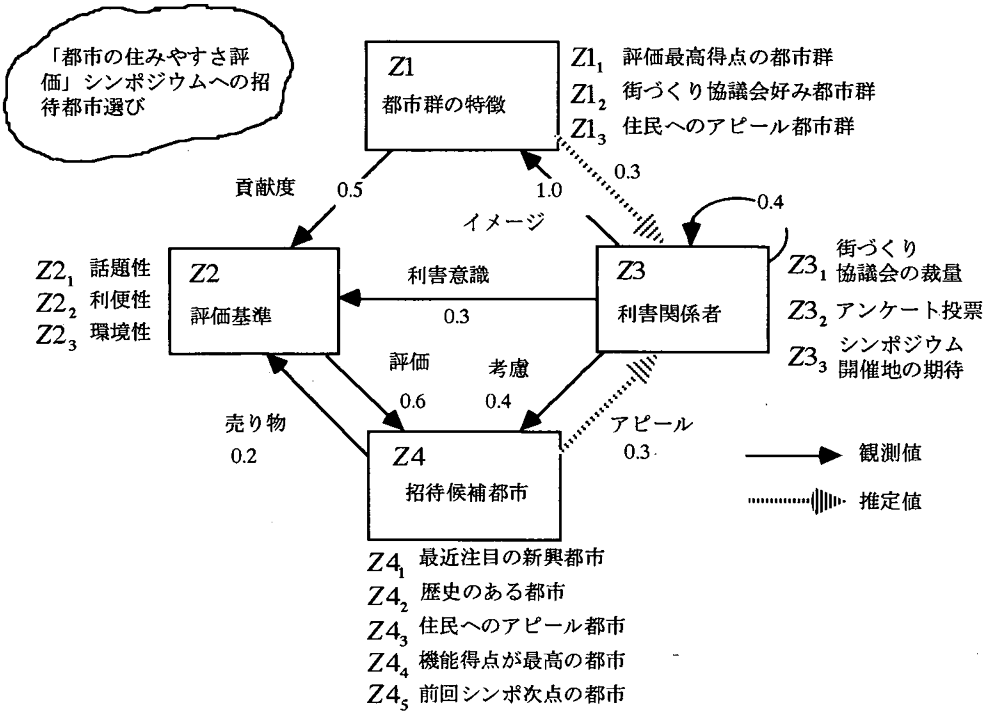
評価目的が複数あり，それらの目的の強さが評価基準や代替案の影響を受ける多目的評価の場合，評価システムは，３つの評価要因クラスのネットワーク関係となる．

図－８　の事例では，代替案クラス B から評価目的クラス G に対するフィードバック Hgb があり，Hag, ${}_{1^*}Uba$ とともに新たなループを構成している．また２つの目的同士は内部相互評価 Hgg を持つ．また評価基準に関する代替案の評価では支配代替案法が適用されている．

G のインスタンス G_l　$(l = 1,2)$　の評価値を $(xg)_l$ とする．$(xg)_l$ の評価値は Hgg, Hgb, Hga を $fg_g : fg_b : fg_a$ の合成比率で，また $(xa)_i$ の評価値は Hag, $\hat{W}ab$ を $fa_g : fa_b$ の合成比率でそれぞれ合成して求めるものとする．このような評価構造における各評価要因のインスタンス評価値は基本方程式

$$\begin{bmatrix} fg_g \cdot Hgg & fg_a \cdot Hga & fg_b \cdot Hgb \\ fa_g \cdot Hag & O & fa_b \cdot \hat{W}ab(1^*) \\ O & \dot{U}ba & O \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{xg} \\ \boldsymbol{xa} \\ \boldsymbol{xb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{xg} \\ \boldsymbol{xa} \\ \boldsymbol{xb} \end{bmatrix} \qquad (14)$$

の解として求めることができる．



図－9　比較構造分析法によるシンポジウム招待都市の選定

5. 比較構造分析法の適用イメージ

本章では簡単な仮想事例（**図－9**）により比較構造分析法の適用イメージを説明する.

(1) 分析の対象

ここでは仮想の事例として“都市の住みやすさを評価する全国シンポジウム”（街づくり協議会が主宰）に招待する都市を選定する問題を考えてみよう.シンポジストは，招待都市の代表者と学識経験者とで構成される.街づくり協議会では予備分析の結果，シンポジウムの成功の決めてとなる４つの評価要因クラス（“Z1：都市群の特徴”，“Z2：評価基準”，“Z3：利害関係者”，“Z4：招待候補都市（代替案）”）を抽出したが，招待都市を上手に選択するためには**図－9**のようなクラス間ネットワークの評価合成問題を解く必要があると考えた.

そこで街づくり協議会は比較構造分析法を用いてこの問題を分析することにした.

(2) 評価要因クラス間の評価

街づくり協議会では，アンケート投票結果（$Z3_2$）や，シンポジウム開催地の一般聴衆の期待（$Z3_3$）を十分に考慮しつつ協議会が主体（$Z3_1$）となって招待都市の選択をすべきであるという方針を立てた.

またシンポジウムを濃い内容とするためには，対象とすべき都市群の特徴を事前にある程度絞り込んでおく必要があると考え，評価最高得点の都市群（$Z1_1$），街づくり協議会好み都市群（$Z1_2$），住民へのアピール都市群（$Z1_3$）の３つの都市群を設定した.そして個々の候補都市の具体的な評価に当たっては，話題性（$Z2_1$），利便性（$Z2_2$），環境性（$Z2_3$）の３つの評価基準で評価するのが良い，と考えた.

質の高い評価モデルづくりに役立てるという点では，最高の評価を受けている都市群（$Z1_1$）の報告へのニーズも高い.シンポジウムを円滑に進めるという観点からいえば，街づくり協議会好みの都市を選ぶという方法もある.しかし各利害関係者（Z3）に対し魅力ある話題提供や提言が出せないシンポジウムでは基本的に困るので，Z1－Z3の評価関係の分析では“住民へのアピール都市群”（$Z1_3$）を支配代替案（$Z1_{3^* for\ Z3}$）として分析することにする（**表－1**）.

この場合，住民へのアピールをどう捉えるかが問

表－1　利害関係者（イメージ）→都市群の特徴

		$Z1_1$	$Z1_2$	$Z1_3$	$H13_{3*}$	$Z3_1$	$Z3_2$	$Z3_3$
都市群の特徴	$Z1_1$ 評価最高の都市群	支配型ＡＨＰ				3	2	1
	$Z1_2$ 協議会好み都市群					2	1/4	1/3
	$Z1_3$ 住民アピール都市群					1	1	1
利害関係者	$Z3_1$ 街づくり協議会の裁量		推定		0.3	評価のたたき台となる都市群		
	$Z3_2$ アンケート投票				0.5			
	$Z3_3$ シンポジウム開催地の期待				0.2	$Z1_{3*\ for\ Z3}$		

$$
\tilde{S}31=\begin{bmatrix} O & \hat{H}31 \\ \hat{H}13 & O \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.615 & 0.429 \\ 0 & 0 & 0 & 0.333 & 0.077 & 0.143 \\ 0 & 0 & 0 & 0.167 & 0.308 & 0.429 \\ 0.429 & 0.758 & 0.3 & 0 & 0 & 0 \\ 0.476 & 0.158 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0.095 & 0.084 & 0.2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{15}
$$

表－2　都市群の特徴（貢献度）→評価基準

		$Z1_1$	$Z1_2$	$Z1_3$	$Z2_1$	$Z2_2$	$Z2_3$
チームカラー	$Z1_1$ 評価最高の都市群	一方通行的評価					
	$Z1_2$ 協議会好み都市群						
	$Z1_3$ 住民アピール都市群						
評価基準の重要度	$Z2_1$ 話題性	0.1	0.1	0.4			
	$Z2_2$ 利便性	0.6	0.5	0.4			
	$Z2_3$ 環境性	0.3	0.4	0.2			

$$
\tilde{S}12=\begin{bmatrix} O & O \\ H12 & O \end{bmatrix} \tag{16}
$$

表－3　利害関係者（利害意識）→評価基準

		$Z2_1$	$Z2_2$	$Z2_3$	$Z3_1$	$Z3_2$	$Z3_3$
評価基準の重要度	$Z2_1$ 話題性				0.1	0.5	0.2
	$Z2_2$ 利便性				0.3	0.3	0.3
	$Z2_3$ 環境性				0.6	0.2	0.5
利害関係者	$Z3_1$ 街づくり協議会の裁量				一方通行的評価		
	$Z3_2$ アンケート投票						
	$Z3_3$ シンポジウム開催地の期待						

$$
\tilde{S}32=\begin{bmatrix} O & H32 \\ O & O \end{bmatrix} \tag{17}
$$

題となるが，アンケート投票の結果（$Z3_2$）はかなり説得力があると考えられる．また協議会にはこれまでシンポジウムをリードしてきた実績に裏付けられた裁量への自信（$Z3_1$）がある．

そこで$Z1_{3*\ for\ Z3}$に関する利害関係者クラス$Z3$の各インスタンスの重み付けは$H13_{3*}={}^t[0.3\ 0.5\ 0.2]$とした．

魅力的な都市づくりを実際に打ち出すには，それ

表－4　評価基準【売り物】←（相互評価）→招待候補都市

		$Z2_1$	$Z2_2$	$Z2_3$	$Z4_1$	$Z4_2$	$Z4_3$	$Z4_4$	$Z4_5$
評価基準の重要度	$Z2_1$ 話題性	外部相互評価			0.6	0.3	0.6	0.2	0.2
	$Z2_2$ 利便性				0.3	0.1	0.3	0.5	0.5
	$Z2_3$ 環境性				0.1	0.6	0.1	0.3	0.3
招待候補の評価	$Z4_1$ 最近注目の新興都市	0.3	0.1	0.1					
	$Z4_2$ 歴史のある都市	0.1	0.2	0.4					
	$Z4_3$ 住民へのアピール都市	0.3	0.1	0.2					
	$Z4_4$ 機能得点が最高の都市	0.2	0.3	0.2					
	$Z4_5$ 前回シンポ次点の都市	0.1	0.3	0.1					

$$\tilde{S}24=\begin{bmatrix} O & H42 \\ H24 & O \end{bmatrix} \tag{18}$$

表－5　利害関係者（考慮）←→招待候補都市（アピール）

		$Z3_1$	$Z3_2$	$Z3_3$	$Z4_1$	$Z4_2$	$Z4_3$	$Z4_4$	$Z4_5$
利害関係者	$Z3_1$ 街づくり協議会の裁量	支配型			0.7	0.7	0.6	0.2	0.2
	$Z3_2$ アンケート投票				0.2	0.2	0.3	0.1	0.7
	$Z3_3$ シンポジウム開催地の期待				0.1	0.1	0.1	0.7	0.1
招待候補の評価	$Z4_1$ 最近注目の新興都市	1	1	1	一斉法		不安定行列の安定化		
	$Z4_2$ 歴史のある都市	1	1	1					
	$Z4_3$ 住民へのアピール都市	1	1	1	安定行列				
	$Z4_4$ 機能得点が最高の都市	1/3	1	2					
	$Z4_5$ 前回シンポ次点の都市	1/3	2	1					

$H34$ は $Z4_1$ を基準とした場合の評価

$$\tilde{S}34=\begin{bmatrix} O & \bar{H}43 \\ \dot{H}34 & O \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.68 & 0.68 & 0.68 & 0.352 & 0.299 \\ 0 & 0 & 0 & 0.22 & 0.22 & 0.22 & 0.338 & 0.570 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.310 & 0.131 \\ 0.273 & 0.167 & 0.167 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.273 & 0.167 & 0.167 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.273 & 0.167 & 0.167 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.091 & 0.167 & 0.333 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.091 & 0.333 & 0.167 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{19}$$

ぞれの都市群の特徴を満たす機能を揃えなければならない（**表－2**）．住民へのアピール$Z1_3$だけを重視するならば，利便性（$Z2_2$），と話題性（$Z2_1$）をバランス良く揃えればよい．いっぽう評価最高都市群をめざすならば高い利便性（$Z2_2$）が求められることになる．むろん環境性（$Z2_3$）への配慮を欠いた都市は現在では高い指示は得られない．

住みやすい都市の選考には環境性（$Z2_3$）を重視したい，というのが利害関係者（$Z3$）としての街づくり協議会（$Z3_1$）の本音である．この点ではシンポジウム開催地ファンの心情（$Z3_3$）も同じだった．いっぽうアンケート結果は話題性（$Z2_1$）を求める声が多かった（**表－3**）．

都市の具体的な評価についてはどうか．候補都市はいずれも基本的な都市機能は整っているので，それ以外のプラスαが選考を左右することになる．むろん候補都市が売りこむ評価基準について実際にその通りに評価される保証はない．そこで評価基準ク

ラス（Z2）と招待候補都市クラス（Z4）の関係の評価には，外部相互評価を適用することにした（**表－4**）．

また都市ごとに利害関係者へのアピールの仕方は異なる．ただしこれらのアピールは全体として整合性を欠くものの，潜在的には何らかの整合性があるはずであると考え，支配型一斉法によりデータの調整を行うことにした（**表－5**）．

また，Z3の内部相互評価の関係は，

$$H33=\begin{bmatrix}0.7 & 0.2 & 0.3\\ 0.2 & 0.7 & 0.3\\ 0.1 & 0.1 & 0.4\end{bmatrix} \tag{20}$$

であった．

(3) 総合評価

評価ネットワーク結合における各評価要因クラスに対する評価合成比率は，合成対象クラス同士の一対比較評価の結果，**図－9**の矢線上の数値の通りであったとする．

全体評価システムの超行列$\tilde{S}$は，

$$\tilde{S}=\begin{bmatrix}O & O & 1.0\times\dot{H}31 & O\\ 0.5\times H12 & O & 0.3\times H32 & 0.2\times H42\\ 0.3\times\hat{H}13 & O & 0.4\times H33 & 0.3\times\overline{H}43\\ O & 0.6\times H24 & 0.4\times\dot{H}34 & O\end{bmatrix} \tag{21}$$

となる．

$\boldsymbol{x}={}^{t}[\boldsymbol{x1}\ \boldsymbol{x2}\ \boldsymbol{x3}\ \boldsymbol{x4}]$ として，$\tilde{S}$の基本方程式 $\tilde{S}\cdot\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}$ を解くと，評価要因クラス$Zr\ (r=1,2,3,4)$の各インスタンスZr_iの総合評価値$(xr)_i$は以下のようになった（$\succ$は優劣順を示す）．

$x1={}^{t}[(x1)_1\ (x1)_2\ (x1)_3]={}^{t}[0.534\quad 0.210\quad 0.256]$

評価最高得点の都市群$\succ$住民へのアピール都市群$\succ$街づくり協議会好み都市群

$x2={}^{t}[(x2)_1\ (x2)_2\ (x2)_3]={}^{t}[0.239\quad 0.420\quad 0.341]$

利便性$\succ$環境性$\succ$話題性

$x3={}^{t}[(x3)_1\ (x3)_2\ (x3)_3]={}^{t}[0.484\quad 0.379\quad 0.137]$

街づくり協議会の裁量$\succ$アンケート投票$\succ$シンポ開催地の期待

$x4={}^{t}[(x4)_1\ (x4)_2\ (x4)_3\ (x4)_4\ (x4)_5]$
$={}^{t}[0.176\quad 0.234\quad 0.196\quad 0.206\quad 0.188]$

歴史のある都市$\succ$機能得点が最高の都市$\succ$住民へのアピール都市$\succ$前回シンポ次点の都市$\succ$最近注目の新興都市

“機能得点が最高の都市（$Z4_4$）”を押しのけて“歴史のある都市（$Z4_2$）”が1位となった理由は，この都市が「環境性をとりわけ高く重視する」協議会の方針にもっとも良く合致していたためである．また“住民へのアピール都市（$Z4_3$）”は，シンポジウムに話題性を求める声を反映した結果，3位となった．

(4) 感度分析

階層構造やネットワーク構造など複雑な構造を持つ評価モデルにおける感度分析の重要性については，Masuda[13]，Armacost and Hossseini[14]，Triantaphyllou and Sanchez[15]らが詳しく言及している．ＣＳＡにおいても，合成比率をどのように設定するかは，各評価要因クラス内のインスタンス順位に大きく影響することが予想される．そこで重要な案件については自身の判断結果の位置づけを再確認するために，合成比率変更の順位結果への影響を調べる「感度分析」を行うことが望ましい．

ただしTriantaphyllouらが指摘するように感度分析の標準的な方法論はまだ確立していないが，いずれも実評価値を非加重や極限など何らかの理想状態の評価値と対比させる点では共通している．ここでは，実際の評価合成値（以下「実合成値」）の順位を，①各インスタンスがもっとも有利に評価される場合のインスタンス評価値（以下「最有利値」），②評価要因クラスを均等に合成した評価値（以下「均等合成値」）の順位と比較してみよう．

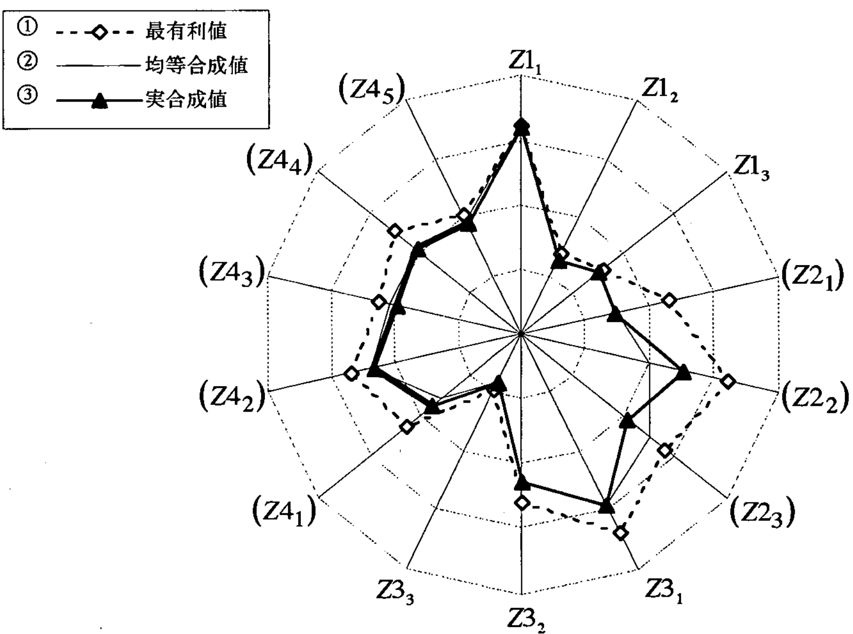
最有利値と均等合成値はともに評価サブシステムに対応する部分行列の値のみから求めることができる．最有利値は実合成値の取りうる値の上限を示し，評価合成で上位にランクされる可能性のあるインスタンスかどうかがこれで分かる．また均等合成値はプリミティブな非加重合成の結果を示し，実際の評価合成のインスタンス評価値への影響をこれで伺うことができる．

表－6は，感度分析結果をまとめたものである．代替案（Z4）の上位3者の数値は斜体太字で示してある．また**図－10**は，**表－6**の結果を評価要因クラスごとのインスタンス数で標準化してレーダーチャートに表したものである．最有利値で囲まれた領域が実合成値の取りうる値の範囲である．

代替案順位感度の最高順位・最低順位の結果に明らかなように合成比率の個別の変化に対し代替案の順位は敏感に反応している．はじめに最有利値の順位に着目して見よう．“歴史のある都市（$Z4_2$）”と“機能得点が最高の都市（$Z4_4$）”が，高い最有利値で1・2位となっていることがわかる．また“最近注目の新興都市（$Z4_1$）”と“住

表－6　感度分析結果

代替案順位感度 最高順位	代替案順位感度 最低順位	インスタンス	①最有利値		②均等合成値		③実合成値	
		$Z1_1$	0.540	1	0.534	1	0.534	1
		$Z1_2$	0.231	3	0.211	3	0.210	3
		$Z1_3$	0.265	2	0.256	2	0.256	2
		$Z2_1$	0.381	3	0.246	3	0.239	3
		$Z2_2$	0.528	1	0.333	2	0.420	1
		$Z2_3$	0.467	2	0.420	1	0.341	2
		$Z3_1$	0.566	1	0.487	1	0.484	1
		$Z3_2$	0.429	2	0.376	2	0.379	2
		$Z3_3$	0.159	3	0.137	3	0.137	3
1	5	$Z4_1$	0.227	3	0.159	5	0.176	5
1	2	$Z4_2$	*0.269*	*1*	*0.239*	*1*	*0.234*	*1*
1	4	$Z4_3$	*0.227*	*3*	*0.205*	*2*	*0.196*	*3*
1	5	$Z4_4$	*0.253*	*2*	*0.205*	*2*	*0.206*	*2*
3	5	$Z4_5$	0.206	5	0.192	4	0.188	4



図－１０　感度分析結果のレーダーチャート

民へのアピール都市（$Z4_3$）”は，2位と26ポイント差で同率3位である．“前回シンポ次点の都市（$Z4_3$）”は，この両者よりもさらに21ポイント低い単独最下位となっている．

次にこの結果と，実合成値の結果を比較してみよう．“歴史のある都市（$Z4_2$）”と“機能得点が最高の都市（$Z4_4$）は，実合成値でも1・2位である．また最有利値3位の2者のうち“住民へのアピール都市（$Z4_3$）”が実合成値で3位となっている．いっぽう“最近注目の新興都市（$Z4_1$）”は，

実合成値では最下位となっている．この理由は，もともと $Z4_1$ の均等合成値は0.159（最下位）と低いのに対し，$Z4_1$ を高く評価する合成ウェイトが実合成で得られなかったことにある．“前回シンポ次点の都市（$Z4_3$）”は，実合成値でも評価は4位と低かった．

今回の仮想事例における実合成値の上位3者は，最有利値や均等合成値でも上位にあることから，適用された合成比率 F は，上位3者の順位逆転に影響しなかったことがわかる．

都市群の特徴クラス（$Z1$）および利害関係者クラス（$Z3$）については，ともに実合成値，最有利値，均等合成値の結果が同順位であった．また評価基準クラス（$Z2$）については，均等合成値と実合成値とで1・2位の順位が逆転しており，実合成は，“環境性（$Z2_3$）”よりも“高い利便性（$Z2_2$）”をより積極的に求めていることが再確認された．

このような感度分析を通して実合成値に十分満足した街づくり協議会では，“歴史のある都市（$Z4_2$）”と“機能得点が最高の都市（$Z4_4$）”を今回の招待都市とし，“住民へのアピール都市（$Z4_3$）”を次点扱いとすることに決定した．

6．比較構造分析法の適用可能性と課題

比較構造分析法ＣＳＡは，ネットワーク結合した評価要因クラス間の評価結果を合成する評価システムに適用することができる．

合成対象となる評価行列を縦確率行列に変換することによりこのシステムは，a)従来型ＡＨＰなどの一方通行型評価，b)外部相互評価，c)支配型ＡＨＰ，d)支配型一斉法，e)内部相互評価，をサブシステムとしてネットワーク結合に組み込むことができる．その結果，各評価要因クラスのインスタンス評価値は，ネットワーク結合を表現するＣＳＡ超行列の主固有ベクトルとして求めることができる．

ＣＳＡとＡＮＰはともに評価行列のネットワーク結合を扱うが，両者は結合方法についての考え方が大きく異なる．ＣＳＡは“合成元に対する評価配分”とは独立の観点で評価合成を行える点がＡＮＰに対する強みである．今後は，具体的な事例への適用を通してＣＳＡの有効な適用方法と改善点を検討してゆくことが課題である．

なお最有利値や均等合成値そのものを評価合成手法の選択肢とする考え方は当然存在する．しかしどのような評価問題に対しどのような評価合成手法を適用するかは，それ自体が評価合成方法論上の大きな問題であり，別の機会に議論することとしたい．

参考文献

1) Saaty, T. L. : *The Analytic Network Process*, RWS Publications, 1996.

2) 中西昌武，木下栄蔵：集団意思決定ストレス法の集団ＡＨＰへの適用，日本オペレーションズ・リサーチ学会論文誌，Vol.41，No.4，1998.12.

3) 金尾毅：絶対評価法によるリニューアルのコストベネフィット評価，木下栄蔵編：ＡＨＰの理論と実際，日科技連，pp.215-224，2000.

4) 高橋磐郎：ＡＨＰからＡＮＰへ，木下栄蔵編：ＡＨＰの理論と実際，日科技連，pp.11-33，2000.

5) 斉藤正彦：線形代数入門，東大出版会，p.221，1981.

6) 斉藤正彦：:前掲書，p.73.

7) Saaty, T. L. : *The Analytic Hierarchy Process*, McGraw-Hill, 1980.

8) 木下栄蔵：ＡＨＰ手法と応用技術，総合技術センター，pp.195-198，1992.

9) 木下栄蔵：入門ＡＨＰ，日科技連，pp.139-147，2000.

10) 木下栄蔵，中西昌武：ＡＨＰにおける新しい視点の提案，土木学会論文集，No.569／IV-36，1997.7.

11) 高橋磐郎：Saaty 型 Supermatrix 法と木下・中西型一斉法の比較，第40回ＯＲシンポジウム予稿集～ＡＨＰの理論と実際，日本オペレーションズ・リサーチ学会，1998.10.14.

12) 木下栄蔵，中西昌武：支配代替案法における追加データの処理手法「一斉法」の提案，土木学会論文集，No.611／IV-42，1999.1.

13) Masuda, T. : Hierarchical sensitivity analysis of the priorities used in analytic hierarchy process, *System Science*, Vol.21, No.2, pp.415-427, 1990.

14) Armacost, R.L. and Hosseini, J.C. : Identification of determinant attributes using the analytic hierarchy process, *Journal of the Academy of Marketing Science*, Vol.22, No.4, pp.383-392, 1994.

15) Triantaphyllou, E. and Sanchez, A. : A sensitivity analysis approach for some deterministic multi-criteria decision making methods, *Decision Sciences*, Vol.28, No.1, pp.151-194, 1997.

(2000.11.1 受付)

A PROPOSAL OF CSA AS A NEW APPLICATION METHOD TO A NETWORK TYPE EVALUATION

Eizo KINOSHITA and Masatake NAKANISHI

Analytic Network Process (ANP), which is one way to generalize AHP for its application to a network type evaluation, has a disadvantage in 'synthesizing the evaluation outputs' of evaluation factor classes.

In this research, we will propose a new evaluation synthesizing model, Comparison Structure Analysis Method (CSA), to counter this problem and explain the application procedures of CSA. By transforming evaluation matrices (i. one-way type evaluation such as conventional AHP, ii. external mutual evaluation, iii. dominance type AHP, iv. dominance type concurrent convergence, v. internal mutual evaluation) into probability matrices, they are identified as evaluation subsystems and combined into a total evaluation network system. The judgment values of instances of each evaluation factor class are obtained as a principal eigenvector of CSA supermatrix, which is a mathematical expression of the system.