

# 個別要素法に基づく移動床シミュレーターの モデル定数の最適化

後藤仁志<sup>1</sup>・原田英治<sup>2</sup>・酒井哲郎<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 京都大学助教授 工学研究科土木工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

<sup>2</sup>正会員 工博 日本学術振興会特別研究員 京都大学工学研究科土木工学専攻 (同上)

<sup>3</sup>フェロー 工博 京都大学教授 工学研究科土木工学専攻 (同上)

移動床では砂粒子が接触・相互作用を繰り返しながら流送されるから、砂粒子レベルの微視的視点から流砂力学を構築するには、砂粒子間相互作用の記述が極めて重要である。砂粒子間相互作用のモデルとしては、現時点では個別要素法が唯一の選択肢であるが、その適用にあたってはモデル定数の適切かつ合理的な選択が課題である。本稿では、計算時間間隔を与えて、計算結果の安定性と収束性に優れたモデル定数群を逆算する簡便な決定法を示し、計算された流砂量と既往の実験結果との一致の観点から、モデル定数を最適化する。

**Key Words:** movable-bed simulator, particle/particle interaction, DEM, parameter tuning

## 1. まえがき

流体・粒子間および複数粒子間の相互作用を記述するモデルすなわち『数値移動床』は、流砂・漂砂特性を計算力学的に明らかにしようとする『数値流砂水理学』にとって必要不可欠である。複数粒子間の相互作用すなわち粒子間衝突のモデルとしては、個別要素法が唯一の現実的選択肢であるが、個別要素法の流砂過程への適用に際しては、モデル定数の合理的推定に検討課題が残されている。その一方で、近年のハードウェアの目覚ましい進歩は、限定された条件下において個別要素法による3次元非定常計算さえ可能としつつある。

本稿では、このような現況に鑑み、流砂量・漂砂量予測の観点から、個別要素法型の移動床シミュレーターのモデル定数の最適設定に関して検討する。流砂・漂砂現象に対するこれまでの個別要素法の適用は、比較的高いせん断力下(例えば、シートフロー漂砂)に限定されてきたが(後藤・酒井<sup>1)</sup>)、本稿では、移動限界付近から高せん断力下までの広範囲を対象とする。そのため、従来あまり詳細に議論されてこなかった重力場での静止状態の粒子層の安定性についても取り扱う。

本稿で対象とするのは、清水流近似を前提とした『数値移動床』であり、流体・粒子間干渉を敢えて考慮していない。著者ら<sup>2)</sup>は、流体・粒子間および複数

粒子間の干渉を同時に考慮するハイブリッドモデルについては、基本的な枠組みを提示しているが、計算負荷やプログラミングの煩雑性の観点からすると、ハイブリッドモデルは開発当事者以外の研究者・技術者にとっては必ずしも使い易いものではない。このような理由から、本稿では、流れ場のモデルを簡素化し、清水流近似を前提とした枠組みを選択している。ハイブリッドモデルがより洗練され、乱流モデルも併せて標準的な枠組みが確定できる段階となれば、粒子間干渉モジュールについてのモデル定数の最適化を再度実施する必要があるが、その際にも本稿の設定プロセスが準用できる。

## 2. 個別要素法型移動床シミュレーター

### (1) 個別要素法

個別要素法では粒子間接触を表現するために少なくとも5個の定数(法線方向および接線方向のバネ定数と粘性定数、接触面の摩擦係数)と計算時間間隔が必要とされる。さらに、塑性バネの導入に伴うバネの圧縮限界や、粒子間の異常反発を抑制し計算を安定化させるための反発係数などが導入されることも少なくないので、粒子間接触の記述に多くの定数が必要となる。定数の設定に関しては、物理実験で得られた反発係数と関係付けてバネ定数と粘性定数を推定する田中・石田・辻<sup>3)</sup>

の方法など、幾つかの推定指標が示されてきたが、それらの方法の流砂量の再現に対する適切性は必ずしも明確ではない。そのため、Cundall<sup>4)</sup> 以来の研究の経験的蓄積を頼りに、試行錯誤で定数を決定することが多かった。

本稿では著者ら（後藤・酒井<sup>1)</sup>）がこれまで用いてきた粒子コード(MBS=Movable Bed Simulator)を見直した単純な構成のコードを対象にモデル定数の最適化を実施することとした。

鉛直2次元場における水流中の砂粒子の運動方程式は、

$$\rho \left( \frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{du_{pi}}{dt} = \sum_j \left\{ -f_n \cos \alpha_{ij} + f_s \sin \alpha_{ij} \right\}_j + F_{Dx} \quad (1)$$

$$\rho \left( \frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{dv_{pi}}{dt} = \sum_j \left\{ -f_n \sin \alpha_{ij} - f_s \cos \alpha_{ij} \right\}_j + F_{Dy} - \rho \left( \frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) A_3 d^3 g \quad (2)$$

$$\sigma \frac{\pi d^5}{60} \frac{d\omega_{pi}}{dt} = \frac{d}{2} \sum_j \left\{ f_s \right\}_j \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} F_{Dx} \\ F_{Dy} \end{bmatrix} = \Xi_{FD} \cdot \begin{bmatrix} U + u - u_{pi} \\ v - v_{pi} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\Xi_{FD} = \frac{1}{2} \rho \varepsilon C_D A_2 d^2 \sqrt{(U + u - u_{pi})^2 + (v - v_{pi})^2} \quad (5)$$

で与えられる（後藤・酒井<sup>1)</sup>）。ここに、 $\rho$ ：水の密度、 $\sigma$ ：砂粒子の密度、 $C_M$ ：付加質量係数（ $C_M=0.5$ ）、 $A_2, A_3$ ：砂粒子の2次元・3次元形状係数（球を想定し、 $A_2=\pi/4, A_3=\pi/6$ ）、 $d$ ：砂粒径、 $u_{pi}, v_{pi}$ ：砂粒子  $i$  の  $x, y$  方向の移動速度（ $x, y$ ：主流方向の座標軸とそれに直交する座標軸）、 $f_n, f_s$ ：砂粒子  $ij$  間の法線( $n$ )および接線( $s$ )方向の作用力、 $\alpha_{ij}$ ：砂粒子  $ij$  の接触角、 $g$ ：重力加速度、 $\omega_{pi}$ ：砂粒子  $i$  の角速度、 $\varepsilon$ ：遮蔽係数、 $C_D$ ：抗力係数（ $C_D=0.4$ ）、 $U$ ：主流方向（ $x$ 方向）の平均流速、 $u, v$ ： $x, y$ 方向の流速の変動成分である。

各粒子の接点には、法線方向および接線方向に弾性スプリング（バネ定数  $k_n, k_s$ ）および粘性ダッシュポット（粘性定数  $\eta_n, \eta_s$ ）を配置して相互作用を表現する。砂粒子  $ij$  間の法線および接線方向の作用力  $f_n, f_s$  は、

$$\begin{cases} f_n(t) = e_n(t) + d_n(t) \\ f_s(t) = e_s(t) + d_s(t) \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} e_n(t) = e_n(t - \Delta t) + k_n \cdot \Delta \xi_n \\ e_s(t) = e_s(t - \Delta t) + k_s \cdot \Delta \xi_s \end{cases} ; \quad \begin{cases} d_n(t) = \eta_n \cdot \Delta \dot{\xi}_n \\ d_s(t) = \eta_s \cdot \Delta \dot{\xi}_s \end{cases} \quad (7)$$

と書ける。ここに、 $e_n, e_s$ ：法線および接線方向のバネによる抗力、 $d_n, d_s$ ：法線および接線方向のダッシュポットによる抗力、 $\Delta \xi_n, \Delta \xi_s$ ：時間  $\Delta t$  間の法線および接線方向変位である。また、非粘着性材料を対象とすることから、法線方向には引張り抵抗しないジョイントを、接線方向には一定の限界を越える力が作用すると滑動するジョイント

$$f_n(t) = f_s(t) = 0 \quad \text{when } e_n(t) < 0 \quad (8)$$

$$f_s(t) = \mu \cdot \text{SIGN}(e_n(t), e_s(t)) \quad \text{when } |e_s(t)| > \mu \cdot e_n(t) \quad (9)$$

をそれぞれ配置した。ここに、 $\mu$ ：接触面における動摩擦係数（ $\mu=0.577$ ）、 $\text{SIGN}(a, b)$ は  $|a|$  に  $b$  の符号を付けることを意味する。

## (2) モデル定数の設定

はじめに、質点  $m$  の上下にバネ（バネ定数  $k_n$ ）を配した1自由度振動系の固有周期  $T$  を基準に、計算時間間隔  $\Delta t$  とバネ定数  $k_n$  を関係付ける。

$$\Delta t = T / \alpha_m ; \quad T = 2\pi \sqrt{m/2k_n} \quad (10)$$

吉田・榎谷・今井<sup>5)</sup> は、 $\alpha_m=20.0$  を最適値として与えている。なお、この関係は、個別要素法で頻用される1自由度振動系の差分解の収束性と安定性を考慮した計算時間間隔の制約条件

$$\Delta t \leq 2\sqrt{m/k_n} \quad (11)$$

よりも安全側にある。所与の  $\Delta t$  の下に式(11)からバネ定数  $k_n$  を算定し、縦弾性係数とせん断弾性係数の関係

$$k_s = \frac{k_n}{2(1+\nu)} \quad (12)$$

を援用して  $k_s$  を算定する（ $\nu$ ：ポアソン比(=0.3)）。さらに、粘性定数  $\eta_n, \eta_s$  に関しては、Voigtモデル1自由度振動系の臨界減衰の条件を基準に、

$$\eta_n = \alpha_{cn} \cdot 2\sqrt{m \cdot k_n} ; \quad \eta_s = \eta_n / \sqrt{2(1+\nu)} \quad (13)$$

により算定する。上式において  $\alpha_{cn}=1.0$  とした関係は、粒子間の異常反発の抑制には効果的で頻用される。

なお、式(10)の表現から明らかなように、本モデルの定数は粒子の質量に依存するから、粒子径  $d$  にも依存する。なお、式(13)の係数  $\alpha_{cn}$  は、後述のように、既存の流砂量のデータと計算結果を一致させるように決定するが、仮に  $\alpha_{cn}=1.0$  とした場合、計算時間間隔

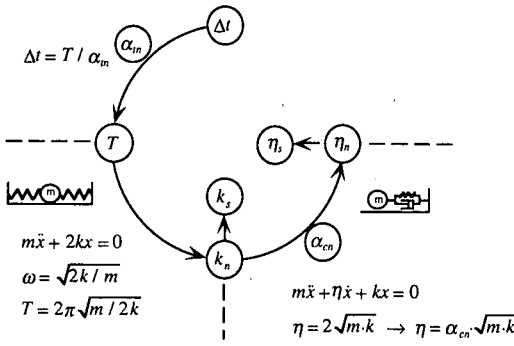


図-1 モデル定数設定プロセス

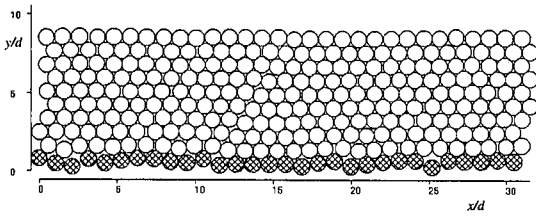


図-2 モデル河床の例

$\Delta t=2.0 \times 10^{-4} s$ , 粒径  $d=0.5 \text{ mm}$ , 比重  $\alpha/\rho=2.65$  の砂粒子に値するモデル定数は,  $k_n=2.54 \times 10^2 (\text{N/m})$ ;  $k_s=9.78 \times 10^1 (\text{N/m})$ ;  $\eta_n=4.58 \times 10^{-1} (\text{Ns/m})$ ;  $\eta_s=2.84 \times 10^{-1} (\text{Ns/m})$  である. 以上のモデル定数の決定手順をまとめて, 図-1 に示す.

### (3) 粒子の初期配列

砂粒子の初期配列の適切性は, 流砂量への影響要因として, 特に移動限界付近で問題となる. ここでは, 砂粒子をランダムに配列して抜け出し角の不規則性をモデル河床に取り込んでいる.

パッキングに際しては, 粒子層底面粒子の平均高さ回りに標準偏差が  $d/3$  になるように固定粒子 (図-2 中にハッチで表示) を配置した. その上側に, 格子間隔が粒径より5-10%大きい格子に粒子を規則的に配置するが, この際に擬似乱数を使って一定の確率で粒子を配置しない箇所を設ける. その後, 左右を周期境界として重力の作用下でパッキング計算を行う. このようにして生成されたモデル河床の一例を 図-2 に示す.

### (4) 流速場のモデル化

砂粒子に作用する駆動力を適切に評価するためには, 流れ場のモデルは不可欠である. 乱流場の空間的な非一様性や粒子混入による流速場の変化など, 流速場の詳細な記述のために検討を要する事項は少

なくないが, ここでは, 粒子運動の記述に重点を置き, 流れ場に関しては可能な限り簡単な取り扱いとするため, 従来, 著者らが用いてきた方法 (例えば, 後藤・酒井<sup>6)</sup>) を基礎とした取り扱いを行った.

平均流速分布は粗面対数則

$$\frac{U}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( 30.1 \frac{y + 0.25d}{k_{sr}} \right) \quad (14)$$

で与えた ( $u_*$ : 摩擦速度,  $\kappa$ : カルマン定数,  $k_{sr}$ : 粗度係数). 平均河床高 ( $y=0$ ) は, 表層付近の粒子 (最も高い位置に存在する粒子の中心の座標から, 河床を構成する最大粒径の粒子の粒径分の幅に存在する粒子) の中心の座標の平均値で定義した. 粗度係数  $k_{sr}$  には砂粒径  $d$  を用いた. また, 乱れ強度は 柳津<sup>7)</sup> による普遍関数表示

$$\frac{\sqrt{u^2}}{u_*} = 2.30 \exp\left(-\frac{y}{h}\right); \quad \frac{\sqrt{v^2}}{u_*} = 1.27 \exp\left(-\frac{y}{h}\right) \quad (15)$$

(水深  $h=20.0 \text{ cm}$  と仮定) で与え, Monte Carlo法で乱れの時系列を模擬した. なお, 乱れ強度は, 100 ステップに1回切り替えたが, この設定では50Hzの変動が支配的な状態を対象とすることとなる. さらに, 遮蔽係数  $\epsilon$  に関しては,

$$\epsilon = \epsilon_0 + (1 - \epsilon_0) \left[ 1 - \exp\left\{-\left(\frac{y + 0.25d}{k_{sr}}\right)^2\right\} \right] \quad (16)$$

として, 平均河床高における値  $\epsilon_0=0.4$  から流れの影響を直接的に受ける遮蔽効果がない状態 ( $\epsilon=1.0$ ) へ粗度程度の空間スケールで遷移するとした.

### 3. パラメータ設定

はじめに, 粒径  $d=0.5 \text{ mm}$  の粒子を水平方向に5個 ( $nld=5$ ), 鉛直方向に10個 ( $nvd=10$ ) 配置し, 計算時間  $\Delta t=2.0 \times 10^{-5} s$ ,  $\alpha_{cn}=1.0$  の条件でパッキング計算を行い, 粒子層が速やかに安定するように  $\alpha_{in}$  を決定する.  $\alpha_{in}$  の相違による粒子群の重心の鉛直座標 ( $y_{gc}$ ) の時間的変化を示したのが 図-3 である. 図からは,  $\alpha_{in}=20.0$  のとき, 速やかに安定化することが分かる. 次に  $\alpha_{in}=20.0$  に固定し  $\alpha_{cn}$  の最適値を求める. 図-4によると粒子群の重心が  $\alpha_{cn}=1.3$  のとき最も速やかに収束することが分かる. 以上のパッキング計算の安定性から決定したパラメータ ( $\alpha_{in}, \alpha_{cn}$ ) = (20.0, 1.3) を用いて計算した底面せん断力 ( $\tau$ ) と流砂量 ( $q_B^*$ ) との関係を, 既往の実験データ (Meyer-Peter and Müller<sup>8)</sup>, Gilbert<sup>9)</sup>) と併せて 図-5 に示す. 計算結果を既往の実

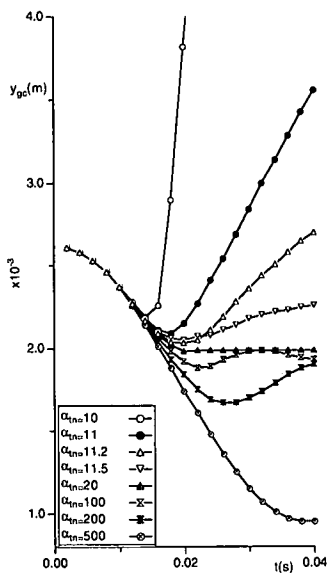


図-3  $\alpha_{in}$  の影響

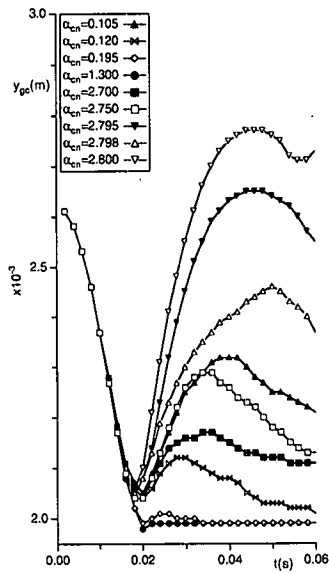


図-4  $\alpha_{cn}$  の影響

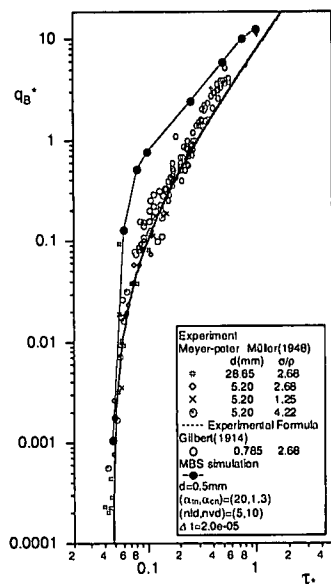


図-5 底面せん断力 - 流砂量

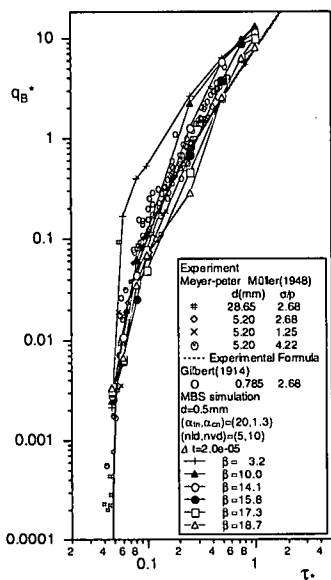


図-6  $\beta$  による調整

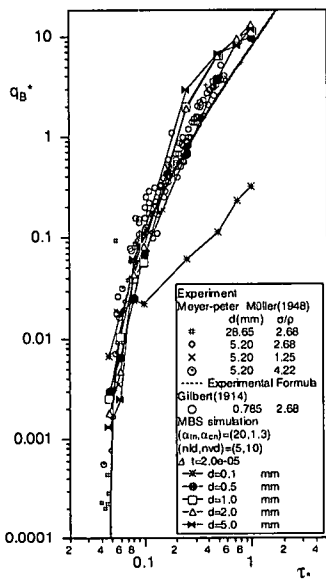


図-7 粒径による影響

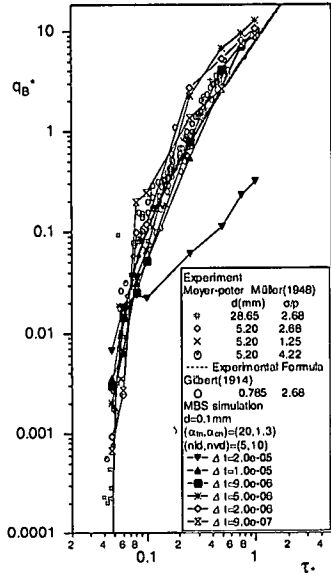


図-8 計算時間間隔による調整

験値と一致させるため、粘性定数を一定に保持したままバネ定数を変化させて調整した。式(10), (13)より、

$$\eta_n = \frac{\alpha_{cn}}{\alpha_{in}} \frac{2\sqrt{2}mn}{\Delta t} \quad (17)$$

と書けるから、粘性定数を変化させずにバネ定数のみを変化させるには、 $\alpha_{in}$ 、 $\alpha_{cn}$  の両者に同一の定数を乗じればよい。そこで

$$\alpha'_{in} = \beta \alpha_{in} ; \alpha'_{cn} = \beta \alpha_{cn} \quad (18)$$

として  $\beta$  の最適値を検討した。図-6より  $\beta=15.8$  のとき既往の研究結果に近い値が得られることが分かる。

#### 4. 粒径および粒子層厚の影響

図-7は、第3章で設定されたモデル定数を用い、粒径を変化させて底面せん断力と流砂量の関係を計算したものである。粒径  $d=0.1$  mm の場合のみ既往の実験結果より小さい値の流砂量を示すことが図より分かる。そこで、粒径  $d=0.1$  mm に対して図-8

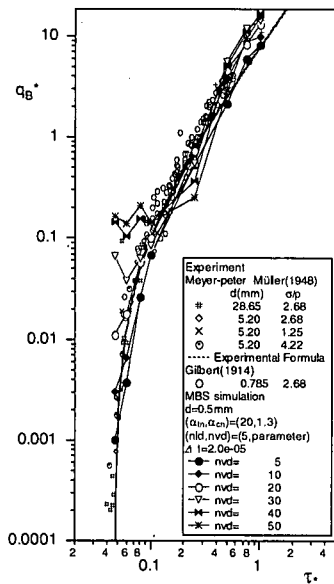


図-9 粒子層厚による影響

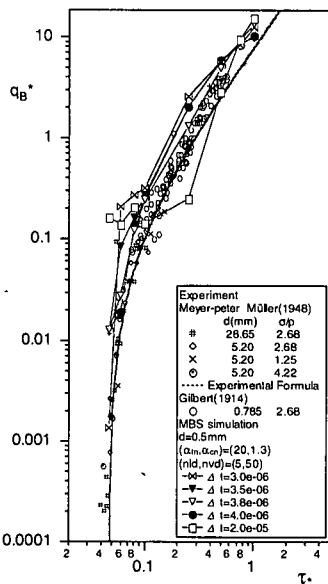


図-10 計算時間間隔による調整

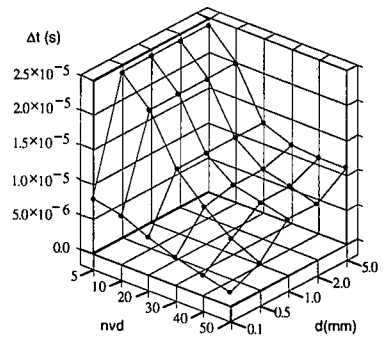


図-11 粒子層厚・粒径・計算時間間隔の関係

に示すようにこれまでに決定したモデル定数は保持したまま、計算時間間隔のみを調整したところ  $\Delta t = 9.0 \times 10^{-6}$  s 付近で既往の実験に一致した。

図-9は、鉛直方向の粒子数を変化させて、底面せん断力と流砂量の関係を計算したものである。粒子層厚が増加すると ( $nvd=30, 40, 50$ )、既往の実験結果との一致の程度が低くなる事が図により分かる。ここで  $nvd=30, 40, 50$  各々に対してモデル定数は一定に保持したまま計算時間間隔を調整すると何れもある計算時間間隔で既往の実験値と良好に一致した。図-10に  $nvd=50$  に対して行った計算時間間隔の調整過程を示す。

以上のプロセスを反復して、流砂量が既往の実験値と良好に一致することを条件に、様々な粒径・粒子層厚に対して計算時間間隔を求めたのが、図-11である。粒子層厚が増加するにつれて、また粒径が減少するにつれて計算時間間隔が減少する傾向が示されているが、計算時間間隔に対する粒子層厚の影響は、 $d > 0.5$  mm の範囲では粒径のそれに比べて大きい。粒子層厚が増加すると、下層に存在する粒子間作用力が増大するので粒子間の重なりが大きくなって過大な反発力を生じ、粒子層全体が不安定化する。しかし、この問題は、不安定化を生じた条件でのモデル定数を保持したまま、計算時間間隔のみを減少させることにより、容易に解決できる。図-11は、この様な観点から、所与の条件下における適正な計算時間間隔を推定する目安を示したものとすること

ができる。

なお、混合粒径の計算にあたっては、最大粒径を対象として上記のプロセスでモデル定数の設定を行うことができる。バネ定数は砂粒子の質量に依存し、小粒径(軽い)粒子間には大粒径(重い)粒子間と比較すると柔らかいバネが導入されている。したがって、小粒径粒子に対して最適化されたバネ定数を大粒径に適用すると粒子間の重なりが過大となってしまう。一方、大粒径粒子に対して最適化されたバネ定数を混合粒径に用いると、全ての粒子間で過大な重なりを抑制できるが、小粒径粒子間では反発力が過大となることが危惧される。混合粒径を対象にして全ての粒子間で定数を統一するパラメータ設定を行う限り、このジレンマは回避できないが、小粒径粒子間の過剰反発が一定の範囲に収まれば、大・小粒径間の衝突で小粒径粒子が減速されて、系全体としては不安定化を回避できると期待される。実際、この設定法により計算した粒径階別流砂量は既往の実験値とほぼ良好な一致を示した<sup>10)</sup>。

## 5. あとがき

本稿では、流砂量についての実験事実の再現性を条件として、個別要素法で使用するモデル定数を簡便に設定する方法を示した。さらに粒径ならびに粒子層厚が計算時間間隔に及ぼす影響を系統立てて示し、その指標を示した。本稿の手法では、与えられた計算時間

間隔に対して全てのモデル定数が一定の規則に基づいて最適化されるので、容易にモデル定数を設定することが可能である。

#### 参考文献

- 1) 後藤仁志, 酒井哲郎: 表層せん断を受ける砂層の動的挙動の数値解析, 土木学会論文集, No. 521/II-32, pp. 101-112, 1995.
- 2) 後藤仁志, Yeganeh, A., 酒井哲郎: 混相流モデルと個別要素法の融合による高濃度掃流層の数値解析, 土木学会論文集, No. 649/II-51, pp. 17-26, 2000.
- 3) 田中敏嗣, 石田俊哉, 辻裕: 水平管内粒状体プラグ流の直接数値シミュレーション, 日本機械学会論文集, Vol.57, No.534B, pp.456-463, 1991.
- 4) Cundall, P. A. and Strack, O. D. L.: A discrete numerical model for granular assemblies, *Geotechnique* 29, No.1, pp. 47-65, 1979.
- 5) 吉田博, 榎谷浩, 今井和昭: 個別要素法による敷砂上への落石の衝撃特性に関する解析, 土木学会論文集, No.392/II-9, pp. 297-306, 1988.
- 6) 後藤仁志, 酒井哲郎: 河床構成粒子群との相互作用を考慮した流砂の流動過程の数値解析, 水工学論文集, 第41巻, pp. 819-824, 1997.
- 7) 襦津家久: 開水路乱流の乱れ強度に関する研究, 土木学会論文報告集, 第261号, pp. 67-76, 1977.
- 8) Meyer-Peter, E. and Müller, R.: Formulas for bed load transport, *Proc. 2nd IAHR Congr.*, Stockholm, pp.39-64, 1948.
- 9) Gilbert, G. K.: Transportation of debris by running water, *U.S.G.S. Professional Paper*, 86, p.263, 1914.
- 10) 後藤仁志, 原田英治, 酒井哲郎: 数値移動床による混合粒径流砂の流送過程のシミュレーション, 水工学論文集, 第44巻, pp. 665-670, 2000.

(2000.11.6 受付)

## OPTIMIZATION OF PARAMETERS IN DEM-BASED NUMERICAL MOVABLE BED SIMULATOR

Hitoshi GOTOH, Eiji HARADA and Tetsuo SAKAI

A criticism of the DEM-based model for the simulation of sediment transport process is an empirical selection of tuning parameters. Here, the parameters of the DEM-based numerical movable bed simulator are tuned to agree the calculated sediment transport rate with previous experimental results. Very simple analytical expression of the tuning parameters are shown. Standard diagram of the calculating time step is given for various combination of the sediment diameter and the thickness of sediment depositing layer.