

# 土砂粒子の運動の解析を基礎とした 河床波の形成過程シミュレーションの試み

関根正人<sup>1</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 早稲田大学教授 理工学部土木工学科 (〒169-8555 東京都新宿区大久保 3-4-1)

砂漣や砂堆として知られている河床上に形成される微地形の形成機構について、その従来研究を振り返ると、その多くが安定・不安定解析に代表されるような保存則に基づく解析であり、個々の土砂粒子の移動特性を陽に反映させた解析はほとんどなされていない。本研究では、これまで著者らが開発してきた土砂運動の解析モデル(いわゆる Saltation Model)を基礎として、これに流れ場の予測モデルを加えることで、新たな数値シミュレーションモデルを構築している。これは、個々の土砂粒子が河床から離脱すれば浸食が、その粒子が新たな位置に停止すればその位置に堆積が、それぞれ一粒径だけ生じる、という河床変動の基礎的過程を忠実に反映したものであり、この集積として河床上微地形が形成・発達していく過程を数値模擬しようとするものである。本研究はこのような試みの第一歩となるものであり、これにより河床上の微小な凹凸が砂堆規模の河床波へと発達していく過程を再現することができ、こうした河床波形成のメカニズムに関する有益な知見が得られたと考える。

**Key Words :** sand waves, saltation model, numerical simulation, pick-up rate, deposition rate

## 1. 序論

平坦な河床を初期条件として移動床実験を行うと、その河床は必ずしも平坦床のままではなく、設定した水理条件や土砂の特性によっては微小な擾乱が河床上に生み出され、それが成長を遂げるとやがては砂漣や砂堆として知られようなスケールの河床波にまで発達することが知られている。このような河床波が形成される過程については、これまでに数多くの研究がなされ、その成果も一応の体系化を見ている<sup>1)</sup>。これらによると、河床上の流砂が空間的に不均衡となることで河床波が生じ、その発生原因としては、(1)河床自体がもつ微小な凹凸、(2)水流の持つ種々のスケールの乱れ、(3)砂粒子の運動の不規則性、などが挙げられると指摘されている。これらの従来研究を調べてみると、そのほとんどが平衡流砂量式と土砂の収支式(いわゆる Exner の式)とに依拠した解析であり、Kennedy<sup>2)</sup>による不安定解析がその例である。その後、数々の研究がなされる中で、最近、檜谷・道上<sup>3)</sup>が、河床に作用するせん断力に擾乱を与えることで、流砂量を空間的に不均一とすると、時間の経過とともに砂堆と判断される河床波が形成されるというシミュレーション結果を報告しており、新たな試みとして興味深い。ただし、せん断力の値に加えられた擾乱成分の原因あるいは規模において曖昧さが残されている。また、これを含めた従来研究に共通の問題点として「流砂の非平衡性」の影響が明確な形で反映されていないことがあげられる。こ

のような問題を解消する方法としては、現象の本質である個々の土砂粒子の運動にまで立ち返って解析することが考えられるが、このようなアプローチはこれまでほとんど見られず、わずかに中川・辻本<sup>4)</sup>が土砂運動に関する Stochastic model を適用して行った研究があるばかりである。このような現状は、河床波の発生要因の(1)および(3)を、合理的に解析に取り入れることが容易でなかったことに起因するものと考えられる。

こうした現状に鑑みて、関根・浅田<sup>5)</sup>ならびに関根・北川<sup>6)</sup>は、これまでに開発してきた「土砂粒子の運動解析のシミュレーション・モデル」(以下、「Saltation Model」と呼ぶ<sup>7),8),9)</sup>)を基礎として、河床波の形成過程を個々の土砂移動の集積として数値模擬することを試みている。これらの研究において提示されたモデルは、本論文で説明する解析モデルの雛形と位置づけられるものであり、次章で説明する解析方法に関わるアイデアのいくつかは既にそこに盛り込まれていた。しかし、流れ場をかなり単純化し、簡潔に取り扱ったため、河床上の凹凸が砂漣や砂堆の規模の河床波にまで発達することはなく、その前段階に当たる河床上に組織的な凹凸が形成される過程(後述する河床波の初期発達過程)までの解析に止まっていた。このようなことを考慮して、本研究では、土砂移動に関する「Saltation Model」と、鉛直二次元流れを数値解法する「流れ場のモデル」とをカップリングした新たな解析モデルを開発することとし、特に後者をこれまでのもの<sup>5),6)</sup>より一般的かつ合理的なものへと拡張している。これによ

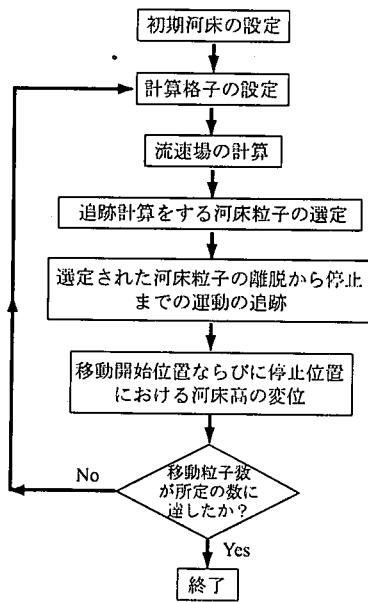


図-1 計算のフローチャート

り、河床上の凹凸が砂澱あるいは砂堆規模の河床波にまで発達する過程を数値的に再現し、その形成のメカニズムに関わる興味深い知見を得ることができた。なお、ここで基礎とする Saltation Model は、土砂の河床からの離脱から停止までの一連の掃流運動を運動方程式に基づき追跡するものである。この解析によって再現される典型的な運動は、いわゆる Saltation(跳躍)として知られるものであるが、これは十分に発達した段階での運動であって、初期移動あるいは停止直前の運動では、その跳躍の規模が極端に小さくなり、たとえば滑動形式の運動のように絶えず河床と接触しながら移動する軌跡をも再現することができる。このモデルの妥当性の検証を含めた詳細に関しては、別論文<sup>8),9)</sup>において説明済みであり、詳しくはそちらを参照されたい。

## 2. 数値解析モデルの開発

### (1) 解析モデルの概要

本研究では、河床上の微地形である河床波の形成過程を河床表面を構成する個々の土砂粒子群の高さの時空間的変化として数値的に模擬することを試みるとともに、この形成機構の力学的理解を深めることを目的とする。ここで提示する解析モデルの開発に当たっては、いくつかの近似に基づく簡略化を行っている。鉛直二次元の場合を想定していることなどがその一例である。これは、三次元の場合と同様の解析を行うことは十

分可能であるものの、莫大な計算量を必要とするなど難点も多く、今後に向けての第一歩として開発・実施するモデルとしては必ずしも望ましくないと判断したためである。そして、このような取り扱いにより、計算に要する負荷を飛躍的に軽減することができる。現象の定性的な理解という観点に立てば、この取り扱いが問題となることはないと考えられるが、例えば河床微地形の形成の初期段階においては、河床面の凹凸の三次元性の影響が相対的に重要であることも予想される。こうした影響については、今後取り組むべき課題とし、ここでは敢えて考慮することはしない。このほかにもいくつかの簡略化を行っているが、これについては後述する。

本解析モデルは、大きく分けて「流れ場の解析モデル」とその場における「河床粒子の離脱・流送・停止といった運動追跡モデル」とからなる。それぞれのモデルの詳細については、次節以降で説明することにし、ここでは、解析モデル全体の構成と考え方について簡単に記すことにする。解析対象領域については、次のように設定する。まず、流下方向には、河床構成材料の粒径  $D$  の 2048 倍の規模の区間をとることにし、この上下流端の断面ではいわゆる周期境界条件を適用することにした。なお、この計算領域の規模については、これを半分あるいは3倍にした計算も行っており、この計算規模が結果に及ぼす影響についてもあわせて検討することにした。また、鉛直方向には、時空間的に変動する河床面からその上方に位置する水面までの区間をとることにする。数値計算の主な流れは図-1 に示す通りであり、以下に簡単な説明を加えておく。(1) 任意の河床面形状に対して、後述するような計算格子を設定し、格子点上の流速成分を算定するとともに、水面形状を求める。(2) 着目すべき河床粒子を任意に選定した後、この粒子の河床からの離脱・流送・停止の全過程を数値的に追跡する。この際、粒子が移動している点において評価された流速の作用を受けることはいうまでもない。また、跳躍運動とはいえ河床と絶えず衝突を繰り返しながら運動を継続していくため、その運動軌跡は河床の凹凸の状態の影響を陽に受けたものとなる。なお、以上2点の取り扱いによって流砂の非平衡性の影響を考慮することができる。(3) 選定された粒子が離脱できずに河床に止まる場合には、新たな粒子を選定し直し、その運動を解析する。(4) 粒子の移動が生じると、移動開始点の河床が一粒径分だけ低下し、停止点のそれが一粒径分だけ上昇することになる。そこで、選定粒子の運動の追跡が完了した時点で、流れにとっての下方境界である河床面形状を変化させる。(5) 次に、更なる粒子の運動の追跡に当たっては、このような河床形状の変化が流れ場に及ぼす影響を適宜反映

させていくことが望ましいため、計算格子の再設定を行い、流れ場の計算を再度行うことで流速データを更新していくことにする。以上のようにして、本解析では、流れ場の計算と粒子の運動の追跡計算とを交互に行い、河床形状の時間発達の数値模擬を試みることにする。なお、本解析における初期河床としては、いわゆる平坦床を想定しているが、実験時の観察などから平坦床といえども粒径スケールの凹凸があり、微視的に捉えるならばランダムな成分をもつことが知られている<sup>8)</sup>。そこで、ここでも前論文<sup>8)</sup>に倣って、一定勾配で傾斜した平面の上に、標準偏差を粒径の1/3とした正規乱数を用いて生じられる粒径スケールの凹凸を重ね合わせることで、ランダム河床を生成し、これを初期河床としている。

## (2) 流れ場の解析

流れ場の計算では、前述の計算対象領域を計算格子網で覆いつくし、格子点における流速ベクトルと各鉛直断面における水位とを求める。計算格子の生成に当たっては、次のように考えることにする。本研究で対象とする流れ場は、その底面境界形状が粒径スケールの凹凸を伴っていることに加えて、この凹凸が時間とともに発達していくことになるため、この底面境界は通常の数値計算で対象とされるもの比べて遙かに不規則で複雑なものとなる。このため、粒径あるいはその数倍程度の規模の計算格子を採用すると、それだけで膨大な計算負荷がかかるばかりでなく、解の安定性を損なう恐れがある。そこで、本解析では、流下方向の格子点間隔を粒径よりはる程度大きなもの(後述する計算例では、これを粒径の16倍)とし、格子スケールで平滑化された河床面に対して流れ場を評価することにした。これは現時点で使用しうる計算機の処理能力などから決まってくる限界でもあり、本解析で行った簡略化のうち影響の最も大きなものといえよう。水深方向の格子については、河床面付近ほど流速の変化が大きいことを考慮して、河床面からある決められた格子点(計算例では5点目)までは粒径の半分の間隔で格子を配置し、それより上の水面までの範囲には同数(計算例では20個)の格子点を、水深に応じて決まる一定の間隔で配置することにした。このように、ここで設定した計算格子は、流下方向には一定の間隔に、水深方向には河床面付近で密に、それより上方では粗になるように、それぞれ配置されていることになる。

さて、ここでの流速場の解析に関しては、その手法としては非定常計算によるものとし、各時刻における河床粒子群の配列状態に見合った定常解が得られるまで計算を続けることにする。また、この計算は着目粒子の運動の追跡に先立って行うものとし、粒子の移動

中には流れ場が変化することはないものとした。実際には、ある河床粒子が移動を開始したり、移動粒子が河床に停止したりすると、それに伴って河床構成粒子群の配列が変化するために、河床面近傍を中心とした流速場の変化が生じ、この定常解と厳密に一致する流れが生じているわけではない。しかし、土砂の粒径に比べて比較的大きな計算格子を用いていること、流れ場が境界形状の変化に対して比較的速やかに応答し境界形状に見合った定常解に達しうる(擬定常の仮定)こと、などの理由から、近似的にこのような取り扱いをすることにした。ただし、より厳密に考えるならば、粒子が移動している最中にも水流と粒子との間で行われる運動量交換のために、流速場は時々刻々変化することが考えられる。このような流体と粒子との相互作用の影響については、掃流力が比較的大きな条件において顕著に現れるものと考えられるが、ここで対象とする現象は、土砂の移動がそれほど活発ではなく、個々の粒子が掃流砂の形式をとって移動するような比較的小さな掃流力範囲におけるものであるため、このような影響を無視することはそれほど大きな問題とはならないと判断している。さらに、将来、浮遊形式の移動についても解析の対象とする場合には、平均流に加えて流速の乱流成分まで評価することが不可欠となり、何らかの乱流モデルを導入して流速の時間変動まで評価することが不可欠となる。こうした点については次の課題とする。

このような前提に立って計算を行う上での支配方程式を以下に示す。ここでは、圧力の静水圧分布近似を適用する。そのため、水深方向の運動方程式については、これを解くことを省略する。また、計算に当たっては、水深方向( $z$ 軸方向)に同数の格子点を配置するものの、格子間の $z$ 方向の間隔 $dz$ が水深方向のみならず流下方向( $x$ 軸方向)にも変化する不均等メッシュを用いるため、ここでは、元々の方程式群を一般座標 $(\xi, \eta)$ 系に書き換えた後、簡単な変形を施した次式を支配方程式として解くことにする。

$$\frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{\partial W}{\partial \eta} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + U \frac{\partial u}{\partial \xi} + W \frac{\partial u}{\partial \eta} = & -g \xi_x \frac{\partial H}{\partial \xi} \\ & + J \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \frac{\nu_t}{J} \left( q_{11} \frac{\partial u}{\partial \xi} + q_{12} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) \right] \\ & + J \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ \frac{\nu_t}{J} \left( q_{21} \frac{\partial u}{\partial \xi} + q_{22} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) \right] \end{aligned} \quad (2)$$

$$U = \xi_x u + \xi_z w; \quad W = \eta_x u + \eta_z w \quad (3)$$

ここに、 $H$ は水位であり、また、式に現れるJacobianとmetricsは、以下のように定義される。すなわち、

$1/J = x_\xi z_\eta - x_\eta z_\xi$ ,  $\xi_x = J \cdot z_\eta$ ,  $\eta_x = -J \cdot z_\xi$ ,  $\xi_z = -J \cdot x_\eta$ ,  $\eta_z = J \cdot x_\xi$ ,  $x_\xi = \partial x / \partial \xi$ ,  $x_\eta = \partial x / \partial \eta$ ,  $z_\xi = \partial z / \partial \xi$ ,  $z_\eta = \partial z / \partial \eta$ ,  $q_{11} = \xi_x^2 + \xi_z^2$ ,  $q_{12} = q_{21} = \xi_x \eta_x + \xi_z \eta_z$ ,  $q_{22} = \eta_x^2 + \eta_z^2$  である。なお、ここでの解析の場合には、 $\xi_z = 0$ ,  $\xi_x = 0$  となる。また、乱流拡散係数  $\nu_t$  は、 $\zeta = z/h$  の関数として  $\nu_t = \kappa u^* h \zeta (1 - \zeta)$  により与えることにする。ここに、 $h$  は水深、 $u^*$  は摩擦速度、 $\kappa$  はカルマン定数である。

これらの方程式の離散化ならびに解法に当たっては、スタッガード格子システムを採用するとともに、時間微分に関しては Adams-Bashforth Scheme を、また式 (2) の移流項の扱いには CIP 法<sup>10)</sup>を用いている。また、境界条件としては、上下流端で周期境界条件を、水面では Kinematic Boundary Condition を、底面では Non-Slip Condition を、それぞれ与えることにする。

### (3) 土砂粒子の運動の解析

ここでは、粒子の河床からの離脱に始まり、水流中を掃流砂として移動し、やがては河床に停止するまでの一連の運動を、運動方程式の数値解法を通じて追跡する。この運動の解析には、著者らがこれまでに開発してきた Saltation model<sup>8),9)</sup>を適用する。ここでの計算の概略は次の通りである。まず最初に、運動を追跡する着目粒子を一様乱数を用いて無作為に選定する。次に、選定された河床粒子に対して、これがその隣接する粒子群の中から離脱可能であるかを運動方程式に基づいて力学的に判定する。もし、この粒子の離脱が不可能であると判断されたならば、粒子の選定をやり直し、同様の判定を行う。もし、離脱可能であるならば、同一の方程式を引き続き解くことでその一連の運動を追跡する。この際、河床面を構成する他の粒子群との接触・衝突を繰り返すため、その判定を絶えず行うとともに、これが生じる場合には衝突事象を力学的かつ合理的に取り扱うモデル<sup>8)</sup>を適用してこれを処理するものとした。さらに、このような接触・衝突を伴う運動(いわゆる Successive Saltation)を経て、移動土砂粒子はやがて再び河床粒子群の中に捕捉され、停止(すなわち堆積)することになる。実験時に撮影した Successive Saltation のビデオ画像の解析によれば、移動粒子の多くは、河床粒子間に形成されている凹凸に取り込まれ、この間で衝突を繰り返すことでそのエネルギーを減衰させ、そこから抜け出ることができずに停止する場合がほとんどであることが理解されている<sup>8)</sup>。そこで、ここでも、前報で開発した停止モデル<sup>8)</sup>を適用し、その処理を行うことにした。なお、特定の粒子に関する一連の運動の追跡は、この停止をもって終了となる。

このような追跡と連動して、河床面高さに関する処理を行う。すなわち、河床からの粒子の離脱が完了し

た時点でその河床高を一粒径分低下させ、また、移動粒子が河床に停止した時点でその位置の高さを一粒径分上昇させることにする。この集積として河床変動が進行していくことになる。

土砂粒子の運動を支配する方程式は、式 (4) に示す通りであり、これを時間軸方向に離散化し、Runge-Kutta 法により解くことで、微小時間毎の土砂粒子の座標および速度ベクトルが求められることになる。

$$\begin{aligned}
 \rho \sigma_s V \frac{\partial \vec{u}_p}{\partial t} &= \rho (\sigma_s - 1) V \vec{g} + \rho V \frac{\partial \vec{u}_j}{\partial t} \\
 &+ \frac{1}{2} \rho C_D A |\vec{u}_r| \vec{u}_r + \rho V C_M \frac{\partial \vec{u}_r}{\partial t} \\
 &+ \frac{1}{2} \rho C_L A ((u_{rx}^2)_T - (u_{rx}^2)_B) \vec{e} \quad (4)
 \end{aligned}$$

ここに、 $\vec{u}_p$  は土砂粒子の移動速度ベクトル、 $\vec{u}_j$  は作用流速ベクトルである。また、重力加速度ベクトル  $\vec{g}$  は河床の平均傾斜角を  $\theta$  として  $(g \sin \theta, -g \cos \theta)$  であり、 $\vec{e}$  は  $(0, 1)$  で表される単位ベクトルである。また、揚力項の中に現れる  $u_{rx}$  は相対速度ベクトル  $\vec{u}_r \equiv \vec{u}_p - \vec{u}_j = (u_{rx}, u_{ry})$  の  $x$  方向成分であり、粒子の頂部  $T$  と底部  $B$  において評価される。 $\rho$  は水の密度、 $\sigma_s$  は土砂の比重、 $V$  は体積、 $A$  は投影面積、 $C_D$ ,  $C_L$  および  $C_M$  は抗力係数、揚力係数および付加質量係数である<sup>9)</sup>。式中の  $\vec{u}_j$  については、流れ場の計算の際に設定された格子点における値が求められているに過ぎないため、ここではこの離散的な値に基づき、各瞬間の粒子位置に対応する値を線形補間によって求め、これを与えることにした。

なお、本モデルにおいては、同時進行する複数粒子の運動を並行して追跡することを省略している。このことは、移動粒子同士の干渉を無視し、本来同時に生じることが予想される複数の土砂粒子の移動をそれぞれ独立に追跡することを意味する。ここで対象とする掃流力の範囲内では、こうした粒子間干渉の影響は無視しても差し支えない程度であると考えられるが、時間軸に関して言えば、ある数の粒子の運動の解析が終了した時点で、初期河床の状態からどのくらいの時間が経過しているかを、明確に定められないという問題点を抱えている。そこで、ここでの解析結果は、初期河床から「 $n$ 」個の粒子の追跡が完了した時点」という尺度で時間発達を説明することになる。

### 3. 数値解析結果とその考察

本章では、一例として次のような条件下で行われた数値実験結果を示しながら、河床波の形成過程についての考察を試みる。主な計算条件は、無次元掃流力  $\tau^* = 0.08$ 、粒径  $D = 1.0$  (mm)、水深  $h = 13.2$  (cm)、平均河床勾配  $i_0 = 1/1000$ 、単位幅流量  $q = 800$  (cm<sup>3</sup>/sec/cm) などで

ある。また、計算時間刻みを  $dt = 0.005$  (sec.) とし、衝突事象を特徴づけるパラメータである反発係数を従来通りの値である  $e = 0.65$  とした。

まず、図-2 には、河床形状の時間発達過程を示した。本論文では、延べ 100000 個の河床粒子の運動が完了するまでの過程を対象としており、図中に示された  $n$  の値が、その時点で追跡を完了した粒子個数を表している。ここでは、一連の河床形状の時間変化を図-2(a) および (b) に分けて整理しており、一部の波形については比較のため重複して示してある。また、この図では、河床形状の時間変化を理解しやすくするため、初期河床勾配  $i_0$  で傾いた斜面が水平面となるように表示するとともに、これを  $z$  軸方向に拡大して示している。また、図-3 には、各段階  $n$  (言い換えれば各時刻) における河床高  $z_B/D$ 、水面高  $H/D$  ならびに摩擦速度比  $u^*/u_{*0}$  の縦断変化とあわせて、河床粒子の無次元離脱率 (Pick-up rate)  $P_s^*$  と堆積比率  $P_{dep}$  の空間分布を示してある。ここに、 $u_{*0} = \sqrt{gh_0 i_0}$  である。なお、 $P_s^*$  と  $P_{dep}$  は、得られた河床形状に対して別途行われた再現計算により求めるものとし、上流側の粒子から順にその運動を追跡することで蓄積したデータを統計処理することにより評価した。 $P_s^*$  の算定に当たっては、ここでは次式のよう考えることにする。

$$P_s^* = \sqrt{D/Rg} \times (p_0 / T_{rest}) \quad (5)$$

ここに、 $p_0 = (N_m/N_T)$  であり、 $T_{rest}$  は Rest period,  $N_m/N_T$  は河床として想定した全粒子数に対する離脱・流送された粒子数の割合を表す。この再現計算では、河床表面を構成する全ての粒子に対して河床からの離脱の可能性を判別し、離脱・流送される粒子については、初期位置から隣接する下流側の粒子を乗り越え、粒径を越える距離にわたる移動を完了するまでに要した時間を  $T_{rest}$  と定義している。一方、 $P_{dep}$  については、相対的に見た堆積の生じ易さを示す指標として、離脱した全粒子数に対する任意点に停止・堆積した粒子数の比率として定義する。ここでの計算では、移動した全ての粒子が停止するまでの運動を追跡しているため、全粒子についての追跡が完了した時点で移動粒子群の停止位置に関する頻度分布が求められ、これを相対的な比率に直すことで  $P_{dep}$  を求めている。このような定義のため、この値が大きいほど停止・堆積が生じやすいことを表すものの、この比率を離脱率と直接比較して、堆積・浸食の議論をすることはできない。

さて、この図-2 および図-3、さらには図には示し切れない数値実験時の観察結果などを基に、河床波の形成過程について考察を加えることにする。ここでは、この形成過程を初期発達過程とそれ以降の過程とに分けて考えるものとし、このようにすることで形成機構の

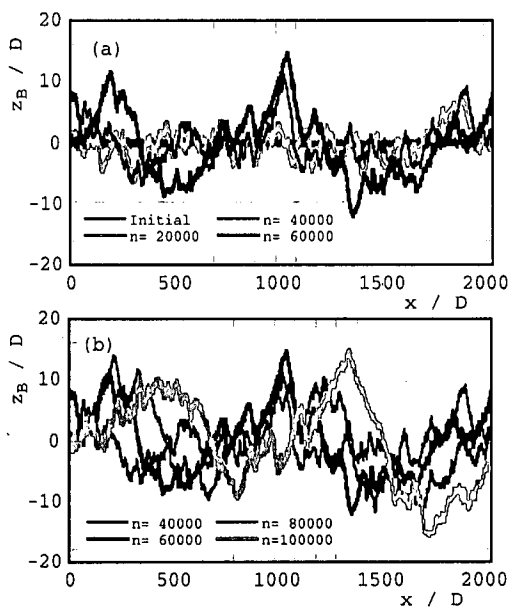


図-2 河床波の発達過程

全貌の理解が容易になる。

まず、第一の過程は、図-2(a) の  $n = 40000$  程度までの初期発達段階である。この段階においては、初期条件として与えられた平坦河床における粒径程度のランダムな微小凹凸が、土砂の離脱あるいは堆積の結果として、その規模を増大させながら発達して行っている。初期河床における離脱・堆積の生じ易さは、図-3(a) を見るとわかる通り場所的にはほぼ均一である。しかし、局所的に離脱あるいは堆積が生じやすい場所が存在していることもわかる。これは、河床に見られる凹凸と密接に関連しており、その後成長・発達していく河床波の“芽”に当たる部分である。相対的な比較として、この段階では、河床上の凸部の上流側で堆積が生じやすく、下流側で離脱が生じやすい傾向がある。これは、移動土砂粒子が河床上の凸部を乗り越えて移動を継続することは容易ではないため、その上流側の登り斜面上で運動を停止し、堆積を起こす可能性が高いのに対して、下流側の下り斜面では隣接する下流側粒子を乗り越えて離脱することが上り斜面より容易であるためである。このように、河床上の凹凸の規模が小さく、流れ場に組織的な変化がほとんど生じていない場合には、河床上の凹凸という幾何学的条件に応じた重力の影響が相対的に強く、これがそこで生じる土砂の運動さらには離脱・堆積にとって支配的な役割を果たしていることが推察される。さらに時間が経過すると、このような河床上の微小な凹凸の凹部にも堆積が生じるなどの

理由から、これらの凹凸のうちの幾つかは合体し、やがてはまとまった規模の微小な波が連続して形成されるようになる。例えば図-3(b)がこの段階に当たる。この段階で、ようやく離脱あるいは堆積の生じやすい場所が偏在するようになる。このため、土砂の堆積が生じやすい場所を中心に河床上昇が進むことになり、これがその後発達するより規模の大きな河床波の核となる。図-2(a)における  $n = 20000$  から  $40000$  までの過程がこれに当たる。なお、この段階においても流れに顕著な変化は見られない。また、河床波の流下方向への進行はほとんど見られず、わずかに上流側への移動が見られる程度である。これは、前述の通り、河床の凸部の上流側の上り斜面上で堆積が、下流側の下り斜面上で離脱がそれぞれ生じやすいという傾向と一致するものである。以上が初期発達過程の特徴である。

一方、これに続く第二の過程としては、例えば図-2(b)の  $n = 60000$  以降の過程がこれに当たる。この段階の特徴は、規模の増大とあわせて、河床波の下流方向への移動にあるといえる。図-2(b)における  $n = 80000$  から  $100000$  の間の変化を見ると、このことが理解できよう。これは、河床波の規模の増大に伴って、流れ場に組織的な変化が生じるようになり、河床波と水面とが逆位相となる特徴的な水面形になっているほか、斜面に沿うように上向き成分を持った流れあるいはその逆の流れが生じている。このような流れ場の変化が土砂粒子の離脱あるいは運動に与える影響は次第に無視できないものとなり、その結果、離脱が生じる位置と堆積が生じる位置とがはっきりと区別されるようになる。このことは例えば図-3(d)を見るとわかりやすく、河床波の上流側斜面で浸食が、下流側斜面で堆積が生じる傾向が見られる。このため、河床波の下流側への移動が引き起こされる。このように、河床上の凹凸がまとまりをなし、より規模の大きなものへと成長を遂げる過程で、河床の幾何学的形状に伴う重力の影響よりも、流れ場の不均一性の影響の方が支配的となり、砂澱や砂堆として知られる規模の大きな河床波へと発達していくものと推察される。なお、流れ場に関して計算結果を詳細に調べたところ、 $n = 100000$  の段階においても、これまでに報告されているような砂澱あるいは砂堆上の流れほど顕著な剥離は生じていなかった。この点の詳細に関しては、紙面の関係上ここでは説明を省略し、今後の更なる検討をした上で別の機会に報告することにした。

次に、このような河床波の発達を、全粒子平均の Pick-up rate  $\bar{P}_s^*$  と Step Length  $\Lambda/D$  の時間変化という観点から見てみることにしよう。これを調べたのが図-4であり、図の横軸が追跡した粒子個数  $n$  を表し、この値が大きいほど時間が経過していることを表している。こ

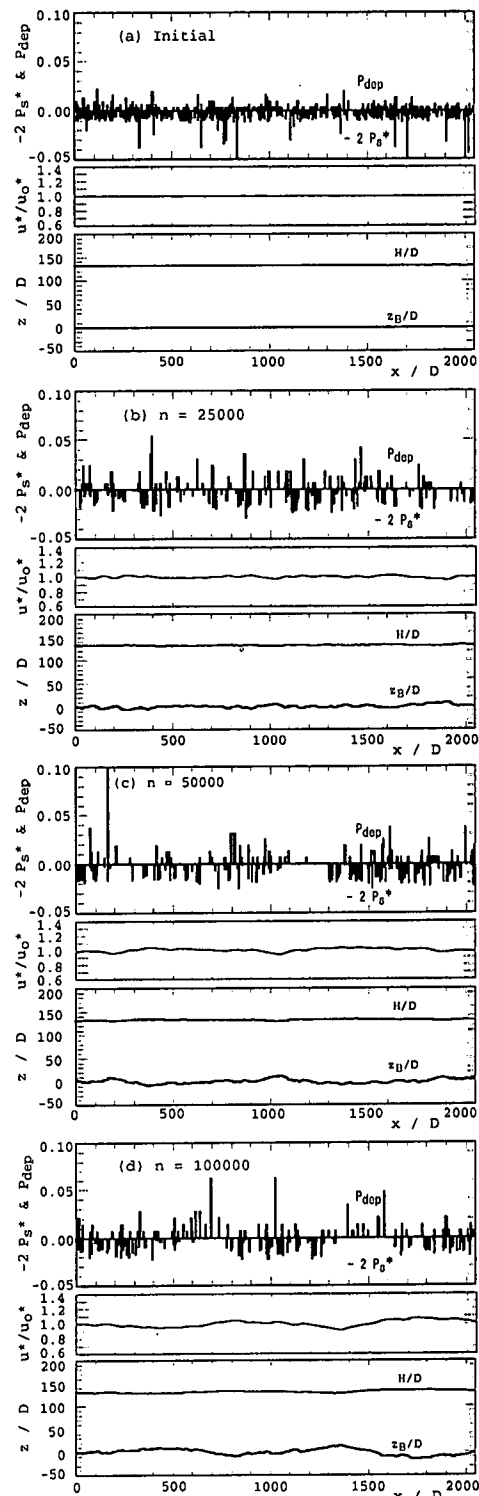


図-3 離脱率  $P_s^*$  と堆積率  $P_{dep}$  の変化

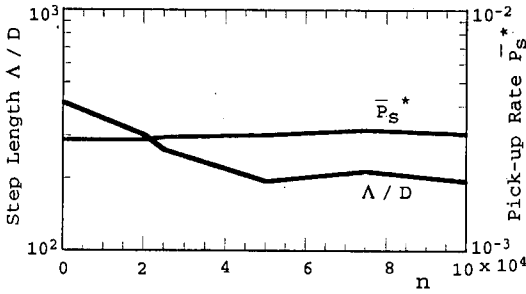


図-4 平均離脱率  $\bar{P}_S^*$  と平均 Step Length  $\Lambda/D$  の変化

こに、 $\bar{P}_S^*$  は、前出の Rest period の平均値から式 (5) と同様の方法で算出している。この図より、Pick-up rate は、前述の通り空間的には偏りを見せるものの、その平均値としては時間的に大きく変化しないことがわかる。一方、Step Length に関しては、漸減しつつ一定値に向かう傾向があることが見て取れる。後者に関しては、河床上の凹凸の規模の増大に伴い、これらの凹凸が移動粒子の運動の継続にとって障害となり、運動の継続距離を低下させたものと考えている。

また、解析モデルの検証のため、初期状態として設定した平坦河床上でのそれぞれの値について調べてみると、従来から指摘されている値<sup>11)</sup>よりもわずかに大きな値ではあるものの、概ね妥当な値の範囲内にあることが理解された。さらに、このことと関連して、この解析モデルを用いた同様の数値計算を行うことにより、水理量ならびに土砂の粒径に応じた掃流砂量の算定が可能であることも別途明らかになっている。このことは、土砂の離脱から停止に至る一連の運動を同一の運動方程式に基づいて解析した結果として、いわゆる掃流砂量式あるいは同曲線を導くことができる、という点で意義あるものと考えている。なお、これについては別の機会に詳しく報告することとしたい。

さらに、図-5 には、河床形状のフーリエ・スペクトルを示している。図の横軸はそれぞれの規模の河床波の波長を粒径で除した値を表している。この図より、ここで形成されてきた河床波について見ると、初期においては様々な波長をもつ波の重ね合わせてあったものが、次第に淘汰されて最終的には卓越波長が粒径の 1000 倍程度の波にまとまっていくことが理解できる。

最後に、ここで形成された河床波の形状について、従来の知見との比較を試みる。なお、ここで設定した条件は、Yalin<sup>12)</sup>あるいは中川・辻本<sup>13)</sup>の区分図によれば砂堆が形成される(ただし、前者では、砂漣と砂堆とが共存するとされる領域にも近い)領域に当たる。さて、前掲の計算例に関して、最終状態における波長  $\lambda$  と波

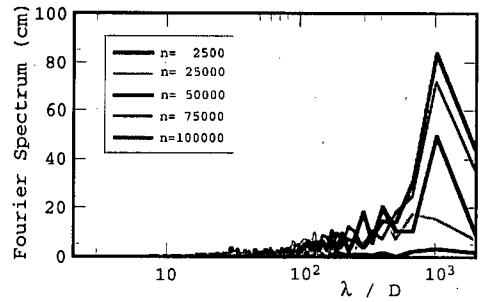


図-5 河床面のフーリエ・スペクトル

高  $\Delta$  とを求めると、概ね  $\lambda = 1000 D$ 、 $\Delta = 20 D$  程度となった。これに対して、Yalin<sup>14)</sup>によれば、砂堆の場合の波長は  $660 D$ (砂漣の場合は  $(600 - 1000) D$ ) であるとされ、その波高は  $\Delta = h/6 \times (1 - \tau_c^*/\tau^*) = 15 D$  程度とされる。一方、辻本<sup>11)</sup>の図より波形勾配  $\Delta/\lambda$  を推定すると 0.01 程度となり、本計算の結果である値 0.02 と極端に大きな隔たりはない。このように、これらの既往研究の成果と比較すると、概略値としては妥当な結果が得られたのではないかと判断している。なお、波長に関しては、本解析で周期境界条件を用いているため、想定している計算領域の規模がそこに形成される河床波の波長を規定してしまっているのではないかと、という疑問が生じるが、これに答えるために、計算領域の規模を半分あるいは 3 倍にした検討もあわせて行った。その結果として、この検討の範囲内では、卓越波長は概ね上記の値と一致することを確認している。

#### 4. 結論

本研究では、個々の土砂粒子の運動の集積として、河床上の微小な凹凸が次第に組織立った微地形へと発達し、やがては砂漣あるいは砂堆として知られる規模の河床波へと成長していく過程を、数値実験を通じて解析することを試みた。本研究の主な成果を以下に列挙し、ここでの結論とする。

- (1) 個々の土砂粒子の運動の追跡を基礎とし、これに流れ場の解析モデルをカップリングした新たな解析モデルを構築した。ここで提示した数値解析モデルは、今後に向けての第一歩となるものであるが、その主な特徴は、土砂粒子の運動に起因するいわゆる「流砂の非平衡性」の影響を力学的に陽に反映できることにあり、この方法によれば、河床変動計算などにおいてこれまで指摘されることの多かった「非平衡性」の問題を解消することに繋がるのではないかと考えている。

- (2) 土砂粒子の運動に着目した数値実験を通じて、より微視的な視点から河床波の形成過程を捉えることができ、形成機構に関わるいくつかの興味深い知見が得られた。例えば、砂漣や砂堆のような規模を有する河床波が形成・発達していく過程には、二つの素過程があり、前半の初期成長過程においては河床上の凹凸という幾何学的条件と重力の作用が卓越するのに対して、後半の発達過程においては流れ場との相互作用が重要となること、などがその特徴である。前者においては微地形の規模が増大するだけであるのに対して、後者においては規模の増大とあわせて河床波自体が流下方向に移動することが理解された。
- (3) 参考までに、本論文中に示した解析結果を、砂漣あるいは砂堆の形状特性に関する従来の知見と比較したところ、砂堆の形状と比較的近い値をとることがわかった。ただし、解析モデルの検証という観点から言うならば、厳密にはさらに多くの条件下で同様の解析を行う必要がある。

今後は、上記の点とあわせて、本研究で近似的あるいは簡易的な取り扱いをした部分について、さらに検討を加えていく予定である。

謝辞: 本研究の一部は、著者の早稲田大学特別研究期間中に滞在先の University of Minnesota で行われた。公私にわたりお世話を戴き、また貴重なコメントを賜った Gary Parker 教授に深甚の謝意を表します。また、本研究は早稲田大学特定課題研究助成を受けて行われたことを記します。

#### 参考文献

- 1) 吉川秀夫編: 流砂の水理学, 第5章, 1986.
- 2) Kennedy, J. F.: The Mechanics of dunes and antidunes in erodible-bed channels, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 16, Part.4, pp.521-554, 1963.
- 3) 檜谷 治, 道上正規: 砂堆の発生・発達に関する数値解析, 土木学会第51回年次学術講演会論文集, pp.630-631, 1996.
- 4) Nakagawa, H. and Tsujimoto, T.: Sand bed instability due to bed load motion, *Proc. ASCE*, Vol.106, HY12, pp.2029-2051, 1980.
- 5) 関根正人, 浅田 宗: 土砂粒子スケールの運動から見た河床上微地形の形成過程に関する研究, 土木学会第51回年次学術講演会概要集, pp.552-553, 1996.
- 6) 関根正人, 北川禎之: 土砂粒子の運動の解析に基づく河床波の形成過程に関する研究, 土木学会第52回年次学術講演会概要集, pp.436-437, 1997.
- 7) 関根正人, 吉川秀夫: 掃流砂の流送機構に関する研究, 土木学会論文集, 第351号/II-2, pp.69-75, 1984.
- 8) 関根正人, 吉川秀夫: 掃流砂の停止機構に関する研究, 土木学会論文集, 第399号/II-10, pp.105-112, 1988.
- 9) Sekine, M. and Kikkawa, H.: Mechanics of saltating grains, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol.118, No.4, pp.536-558, 1992.
- 10) 矢部 孝, 観山正見, 梶島成治: パソコンによるシミュレーション物理, 朝倉書店, 1992.
- 11) 中川博次, 辻本哲郎: 移動床流れの水理, 技報堂出版, 1986.
- 12) Yalin, M. S.: *Mechanics of Sediment Transport*, pp.209-267, 1977.
- 13) Nakagawa, H. and Tsujimoto, T.: Lag behavior of unsteady flow with sand dunes, *Proc. 2nd. Int'l Symp. on River Sedimentation*, Nanjing, China, pp.173-186, 1983.
- 14) Yalin, M. S.: Geometrical properties of sand waves, *Proc. ASCE*, Vol.90, HY5, pp.105-119, 1964.

(2000. 11. 7 受付)

## NEW ATTEMPT OF NUMERICAL SIMULATION OF SAND WAVE FORMATION BASED ON THE ANALYSIS OF SEDIMENT PARTICLE MOTION

Masato SEKINE

Numerical simulation of sand wave formation was conducted in the present paper. Saltation model was extended in order to accomplish this simulation. One of the all bed particles which expose on the surface is checked up arbitrarily whether it can be picked up and make an incipient motion or not. And its trajectory is traced every time step until it ceases its motion and rests on the bed. Time variation of flow velocity field over the bed surface is also evaluated simultaneously in order to reflect the effect of bed evolution. In the present model, any turbulence models were not introduced for simplicity to understand the mechanism of this formation process more easily and the space in future work is still left open.