

# 狭いスリット内の水中における 気泡上昇に関する水理的研究

大西 外明<sup>1</sup>・江原 昌彦<sup>2</sup>・森 竜馬<sup>3</sup>・瀬間 浩二<sup>4</sup>

<sup>1</sup>フェロー会員 工博 東京理科大学教授 理工学部土木工学科 (〒278 千葉県野田市山崎 2641)

<sup>2</sup>正会員 工修 電源開発株式会社 (〒104-0061 東京都中央区銀座 6-15-1)

<sup>3</sup>工修 東洋エンジニアリング株式会社 (〒275-0024 千葉県習志野市茜浜 2-8-1)

<sup>4</sup>学生会員 東京理科大学大学院 理工学研究科 土木工学専攻 (〒278 千葉県野田市山崎 2641)

液化天然ガス LNG 等を貯蔵する岩盤内水封式地下タンクの気密性保持のために要する地下水圧を評価する際に問題となる岩盤亀裂と気泡のスケールが気密性保持条件に及ぼす影響や気泡に働く抗力等については、十分に解明されていないのが現状と考えられる。本研究では、岩盤亀裂を平行スリットよりモデル化した上で、間隔  $\delta$  が  $100\mu\text{m} \sim 900\mu\text{m}$  のスリット内の水流と気泡の挙動を実験と解析によって検討した。その結果、気泡の浮上速度  $v_a$  と抗力をスリット間隙と気泡のスケールの関数として表す実験式を導いた。また、気密性保持に要する条件は、亀裂内水流のレイノルズ数  $Re$  が  $5 < Re < 100$  の領域では気泡と亀裂のスケールに依存するが、 $Re < 1$  のときには、これらのスケールに無関係となることを示した。

*Key Words: hydraulic gradient, coefficient of permeability, bubble, rising velocity, drag coefficient, slit thickness*

## 1. はじめに

水封式岩盤タンクでは、LPG が常温で液化する程度の地下水圧が保持される岩盤中に空洞を掘って備蓄タンクとする。その際、空洞面にはライニングを施さずに地下水圧のみで LPG の気密性を確保する計画がある。しかし、実際の岩盤には亀裂が分布することが多い。そのためにタンク内から亀裂内に気泡が漏れ、気密性が保持できなくなる可能性がある。このことに関連して、Aberg<sup>1)</sup> は気体が最も漏れやすいタンク頂部の鉛直亀裂に注目して気密性保持条件を検討した。そして、鉛直亀裂に侵入した気泡が地下水流によって停止すれば気密性の保持ができる、すなわち、岩盤内水封式タンクの気密性の判定条件として地下水流の動水勾配 ( $i$ ) が  $i \geq 1$  であるとした。Aberg の気密性保持条件は、簡便さのゆえに実用面で適用されつつあるが、気泡および亀裂のスケールの影響が考慮おらず、その妥当性については、十分な検討が為されていないのが現状である<sup>2)</sup>。

気泡スケールが浮上速度に及ぼす効果については、

ストークスの近似解<sup>3)</sup> から、定性的に予測することができる。すなわち、広い静止水中を重力と抗力がつり合った状態で浮上する気泡にストークスの解を適用すると、気泡を小さな球体と仮定すれば、浮上速度  $v_a$  は次式であらわされる。

$$v_a = \frac{1}{18} \frac{\rho_w - \rho_a}{\rho_w} \frac{gd^2}{\nu} \quad (1)$$

ここに、 $d$  は気泡の直径、 $\rho_w$ 、 $\rho_a$  はそれぞれ水と気体の密度、 $\nu$  は水の動粘性係数、 $g$  は重力加速度である。この式は球形の気泡に対する解であるが、水中を浮上する気泡は、気泡径が変わると種々な形態をとる。Criff 等<sup>4)</sup> や千秋<sup>5)</sup> は広い水域を浮上する気泡のスケールと形状との関係について報告している。千秋によれば、広い水域を浮上する気泡がほぼ球体を保つのは半径が約  $0.06\text{cm}$  以下の場合であり、径の増加につれて回転楕円体やキノコ状の形態をとる。

つぎに亀裂スケールが気泡の浮上速度におよぼす影響として考えられるのは、気泡が亀裂面に接触することによる形状変化、壁面粗度、表面張力等の影響である。狭空間内の水中を浮上する気泡の浮上速

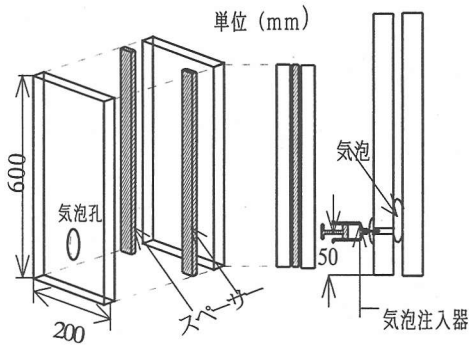


図-1 岩盤亀裂のモデル化と気泡注入法

表-1 実験装置各部の仕様 (単位: mm)

記号	名称	材料	幅	高さ	奥行
(A)	上部固定水槽	アクリル	250	225	95
(B)	スリット	ガラス	200	600	-
(C)	下部固定水槽	アクリル	300	450	300
(D)	可動水槽	アクリル	250	225	95
(E)	水槽	アクリル	300	450	500
(F)	ポンプ	-	-	-	-

度については、Collins<sup>6)</sup>は気泡径よりも狭い間隙中では、気泡は壁面に接した平板状になることを指摘したうえで、気泡の浮上速度 $v_a$ は、二次元的気泡の直径を $d_e$ として $v_a \propto \sqrt{gd_e}$ の関係があることを解析と実験によって示している。同様な結果は、間隔厚が数 mm から 1cm 程度の平行平板間の水流中の気泡に対して Grace と Harrison<sup>7)</sup>、および、Maneri と Mendelson<sup>8)</sup>によっても得られている。さらに、富山等<sup>9)</sup>は平行板間隔が $300\mu\text{m} \sim 900\mu\text{m}$ の狭水域における気泡の運動を実験によって検討して次の実験式を提案している。

$$v_a = 5.61 \times 10^{-3} \frac{\rho_w - \rho_a}{\rho_w} \frac{gd_e^2}{\nu} \left( \frac{\delta}{d_e} \right)^{1.75} \quad (2)$$

ここに、 $\delta$ は間隙厚である。ただし、これらの研究では、狭空間を構成している壁面の効果は考慮されていない。また、狭い水域内における気泡の運動を検討する際に必要となる気泡に働く抗力に関しては、従来は十分に解明されていないと考えられる。

以上の見地から本研究では、Abergの気密性保持条件を検証すること、気密性保持条件と気泡に働く抗力とに及ぼす亀裂および気泡のスケールの影響を明かにすることを主目的として基礎的な水理実験を行った。実験対象とした亀裂間隔 $\delta$ は $100\mu\text{m} \sim 300\mu\text{m}$

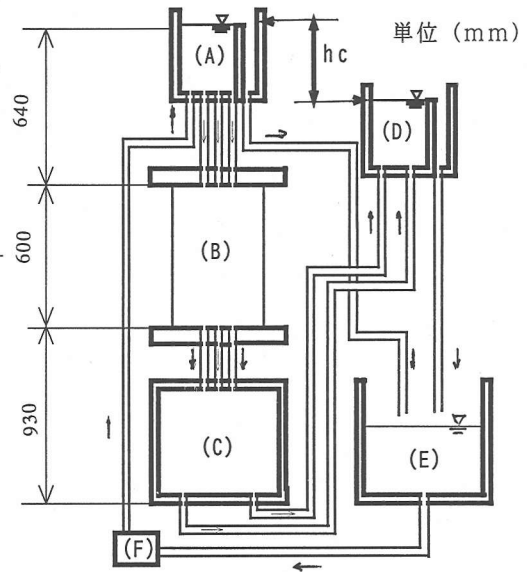


図-2 実験装置

である。なお、亀裂壁は滑らかなプラスチック平とし、壁面効果の影響に関する検討は今後の課題とした。

## 2. モデルと実験方法

### (1) 実験装置

岩盤内の亀裂の分布は一般に複雑であり、これをそのまま実験室で再現することは困難である。そこで、図-1に示すように耐圧性の2枚の透明ガラス板(幅200mm、高さ600mm、厚25mm)に鋼製スペーサーを挟んで作成したスリットによって鉛直平行な亀裂をモデル化した。なお、スペーサー厚さを $100\mu\text{m} \sim 900\mu\text{m}$ に変化させた。また、ガラス板の面は界面滑性剤でよく磨いた後にエタノールでよく拭いて滑面に仕上げた。図-2に実験装置の全体を示す。また、装置各部の寸法を表-1に示す。水槽(E)は実験用水の貯留槽であり、上部固定水槽(A)は図-1に示したスリット(B)へ供給する水の貯留槽である。また、下部固定水槽(C)はスリットから流出した水を受ける圧力水槽であり、可動水槽(D)はスリット部を流れる水流の動水勾配を変化させるための可動水槽である。下部固定水槽(C)と可動水槽(D)とは可撓性の管で連結した。実験に際しては、水道水を一旦、水槽(E)内に貯留し、浄化フィルターによって不純物を除去した後に、ポンプ(F)によって上部固定水槽

(A)へ揚水した。上部固定水槽(A)から出た水は、気泡の観測部であるスリット部(B)と下部固定水槽(C)を経由して可動水槽(D)へ送られる。なお、スリット内の流れと気泡の挙動が不規則に変動することを避けるために、水槽(A)から水槽(D)に至る間の各水槽と管路の内に残留する空気は試験に先立って丹念に除去した。また、水槽(A)と(D)には横越流堰を設けて水位が一定に保たれるようにした。また、両水槽間の水位差 $h_c$ は可動水槽(D)を上下させることによって所定値に保った。なお、水槽(A)と(D)から越流した水は水槽(E)へ入り、不純物を除去した後ポンプ(F)によって再び上部水槽(A)へ還流させた。スリット部(B)には下端から5cmの所に注射針を取りつけて少量の空気を注入することによってスリット内に気泡を発生させた。

## (2) スリット内の水の流速、動水勾配、気泡の挙動の観測

本研究では、スリット間隙( $\delta$ )を $100\ \mu\text{m}$ ~ $3000\ \mu\text{m}$ の間に変化させ、それぞれの $\delta$ に対する間隙内の水の流速 $v_w$ と動水勾配 $i$ の関係を測定した。また、スリット内の水を静止させた状態および流速を与えた状態における気泡の挙動を観測した。

### a) スリット内の流速と動水勾配

スリット内の流速は流れを可視化することによって測定した。すなわち、スリット部上端に設けた注入孔から水流中に注入したウオーターブルー微粒子の移動状態をビデオカメラに記録した上でパソコンによって処理して流速を算定した。なお、同時に水槽(C)と(D)の間に取り付けた流量計によって流量を測定した。また、動水勾配 $i$ は上部水槽(A)と可動水槽(D)の間の水位差 $h_c$ をスリット長(=60cm)で割ることにより求めた。

### b) スリット内における気泡の挙動

気泡は、スリット部の下端近くに取り付けた注射針から空気を静かに注入することによって形成させ、その挙動をビデオカメラによってパソコンに逐次記録した。比較的広いスリットへ静かに少量の空気を注入すると、球体を呈した細粒の気泡が形成され、その後ごく短時間で定常状態となり鉛直方向に浮上する。実験では、各気泡が注射針の位置からスリット上端に達する時間と気泡径をコンピュータ画像面で測定した。一方、スリット間隔が気泡のスケールに比べて相対的に狭い場合には、気泡はスリット面に接触し複雑な平板の形状を呈する。この平板状の気泡は、低速度で浮上する間に次第に分裂する。その結果として派生する複数個の気泡とスリット面と

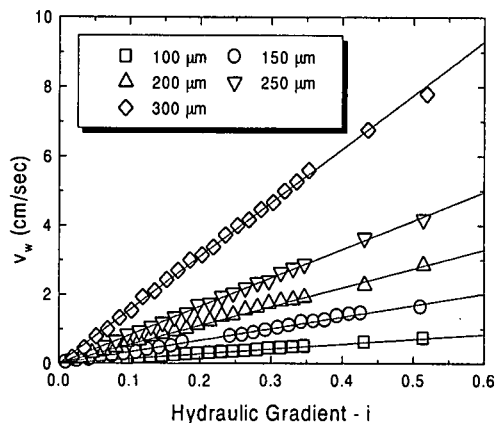


図-3 動水勾配 $i$ とスリット中心部流速 $v_w$ の関係 ( $\delta = 100 \sim 300\ \mu\text{m}$ )

の接触形状はキノコ状、楕円状、円形等多様である。また、スリット面から離れて浮上する球形の気泡も派生する。スリット面に接触した気泡については、スリット面との接触面積を計測し、これと等しい面積となる円の半径を算定し、それをスリット間隔 $\delta$ と気泡径の状態における気泡半径(換算半径)とした。なお、狭い間隔のスリットの場合には、実験条件によってはスリット面に接触したまま、移動し難くなることがあった。その際、水流中に界面滑性剤を入れて気泡の移動を促進することも試みた。なお、装置全体を空調室におき、各実験ケース毎に水温を測定し、実験中は水温と気温の変化が $\pm 1^\circ\text{C}$ の範囲に収まるように室温を管理した。

## 3. 実験結果と考察

### (1) スリット間隔と透水係数の関係

スリット間隔 $\delta$ を $100\ \mu\text{m}$ ~ $900\ \mu\text{m}$ の間で変化させ、それぞれの $\delta$ に対する動水勾配 $i$ とスリット中心における流速 $v_w$ の関係を測定した。この内で間隔 $\delta$ が $100\ \mu\text{m}$ ~ $300\ \mu\text{m}$ とした場合に得られた結果を図-3に示す。この図において $i$ と $v_w$ とは直線的に変化している。このことから、 $\delta = 100\ \mu\text{m}$ ~ $300\ \mu\text{m}$ で流速が $8\text{cm/sec}$ 以下の条件のもとではダルシー則が成り立つことがわかる。なお、流速 $v_w$ は、スリット面から離れて浮上する可視化用の微粒子を追跡することによってもとめたのもであり、それはスリット中心における流速を与えると考えられる。ダルシー則に含まれる透水係数は平均流速によって定義されるので、図-3中の各直線の勾配 $k$ は実験用スリットの透水係数 $\bar{k}$ に比例する係数である。この比例係数 $k$ とスリ

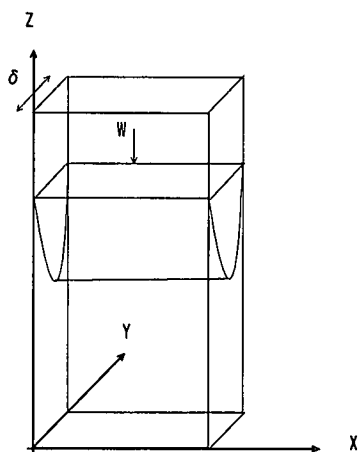


図-4 水流の解析モデル

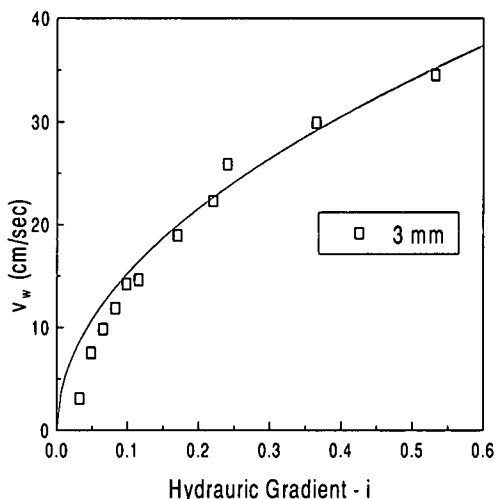


図-5 動水勾配*i*と流速 $v_w$ の関係 ( $\delta = 3 \text{ mm}$ )

表-2 模型スリットの流速/動水勾配の比と透水係数

( $k, \bar{k}$  の単位は cm/s)

スリット間隔	$v_w/i = k$		透水係数 $\bar{k}$
$\delta$ ( $\mu\text{m}$ )	実験値	式(6)による	式(8)による
100	1.41	1.08	0.72
150	3.37	2.75	1.83
200	5.5	4.89	3.26
250	8.28	7.63	5.09
300	15.5	11.00	7.33
400	23.9	23.60	15.73
500	28.9	36.80	24.53
600	40.0	53.00	35.33
700	58.5	72.20	48.13
800	71.4	94.20	62.80
900	96.9	119	79.33

ット間隔 $\delta$ の関係は表-2のとおりである。

つぎに、実験に求めた比例係数 $k$ から「実験用スリットの透水係数」を解析的に推算する。そのために、図-4に示すように、間隔 $\delta$ だけ離れた平行平板の間を鉛直下向きに流れる定常な粘性流を想定する。スリットの幅方向に $x$ 軸、スリット間隔方向に $y$ 軸、鉛直上向きに $z$ 軸をえらび、鉛直下向き流速を $w$ 、圧力を $p$ 、水の密度と動粘性係数をそれぞれ $\rho_w$ および $\nu$ とすると、スリット横断内の流速分布 $w(y)$ は次式で与えられる<sup>10)</sup>。

$$w(y) = \frac{g\delta^2}{2\nu} \frac{d}{dz} \left( z + \frac{p}{\rho_w g} \right) \frac{y}{\delta} \left( 1 - \frac{y}{\delta} \right) \quad (3)$$

スリット中心における流速 $v_w$ は、上式において $y = \delta/2$ とすると

$$v_w = \frac{g}{8\nu} \frac{\delta^2}{dz} \left( z + \frac{p}{\rho_w g} \right) = ki \quad (4)$$

ただし、 $i$ と $k$ はそれぞれ次式で与えられる。

$$i = \frac{d}{dz} \left( z + \frac{p}{\rho_w g} \right) \quad (5)$$

$$k = \frac{g\delta^2}{8\nu} \quad (6)$$

また、平均流速 $\bar{v}_w$ は

$$\bar{v}_w = \frac{1}{\delta} \int_0^\delta w(y) dy = \bar{k} i \quad ; \quad \bar{k} = \frac{g\delta^2}{12\nu} \quad (7)$$

となる。ここに、 $\bar{k}$ はスリットの透水係数である。

式(6)と式(7)から、次の関係が得られる。

$$\bar{k} = \frac{2}{3} k \quad (8)$$

表-2中に式(6)によって得られる係数 $k$ の理論値、および、 $k$ の実験値を式(8)に代入することにより求めた実験用スリットの透水係数 $\bar{k}$ の推算値を併記した。表-2において、係数 $k$ の実験値と式(6)から求まる理論値との比較をみると、 $\delta \approx 400 \mu\text{m}$ の時の両者はほぼ等しい。しかし、これよりも狭い間隔では実験値は理論値をやや上回り、広い間隔では実験値は理論値をやや下回る。そして、両者の差は $\delta$ が大きくなるにつれて増加する傾向がある。すなわち、 $\delta$ が増加していくとダルシー則の成立領域から次第に隔

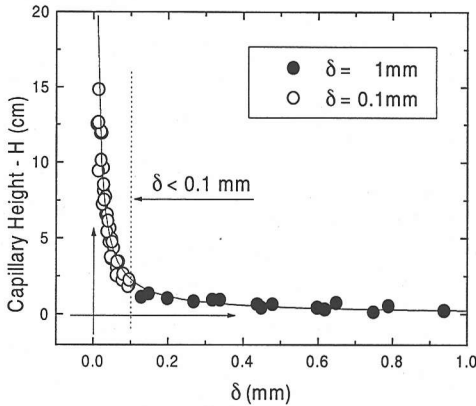


図-6 間隙  $\delta$  と毛管高  $H$  の関係

離されていくこと分かる。この原因としては、 $\delta$  が十分に広い時には  $v_w \propto \sqrt{i}$  となるので、 $v_w \propto i$  の仮定のもとで計算される透水係数は大きくなることによると考えられる。また、 $\delta$  が狭い場合の実験値と理論値の差は、表面張力、スリット面の粗さの影響に加えて、スリット間隔の設定誤差等の影響によって生じるものと考えられる。参考のために  $\delta = 3000\mu\text{m}$  の場合についても測定を行ったが、その結果を図-5に示す。この場合には、流速は動水勾配の1/2乗に比例して変化している。なお、流れに対してダルシーの法則を適用し得るか否かはレイノルズ数の大きさによって定まり、また、気泡の運動に密接に関係する抵抗力もまたレイノルズ数に依存する。このことを考慮して、本研究では、レイノルズ数を構成する長さの代表値として、流れと気泡の二つのスケールを導入することとした。すなわち、流れの代表的スケールとしてスリット間隔  $\delta$ 、気泡に関わる代表スケールとして気泡直径  $2r = d$  を用いて、次のようにレイノルズ数  $Re$  を定義する。なお、 $q_a$  は水流に対する気泡の相対速度であり、後記の式 (10) により定義されるものである。

$$Re = \frac{\rho_w q_a \cdot \partial q_a / \partial d}{\mu (\partial^2 q_a / \partial \delta^2)} \approx \frac{q_a d}{\nu} \left( \frac{\delta}{d} \right)^2 \quad (9)$$

## (2) スリット間隔の差が表面張力に及ぼす効果

スリット間隔  $\delta$  と毛管高  $H$  の関係を測定した。その結果を図-6に示す。スリット間隔が狭くなるにつれて、スリット間隔の誤差および壁面粗度の影響、水中の不純物の影響等が相対的に増加するので、図-6からスリット幅と表面張力との関係を定量化することはできない。しかし、定性的には図-6に示した観測結果から次のことが認められる。すなわち、表面張力の効果は、スリット厚が  $\delta \approx 300\mu\text{m}$  以下に

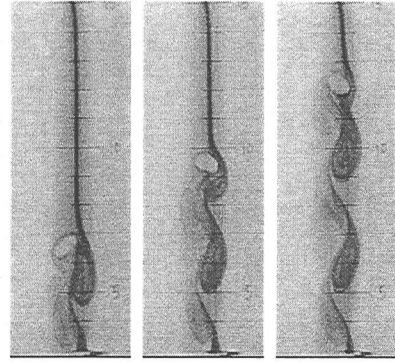


図-7 静止中を上浮する気泡の振動の様 ( $\delta = 3\text{mm}$ )

なる辺りから次第に顕著化し始め、 $\delta \leq 100\mu\text{m}$  の領域になると急激に増加する。このことと表-2に示した結果からつぎのことが推論できる。すなわち、スリット内の水流の状態は、スリット間隔  $\delta$  をパラメータとして次の三つの領域に分類される。

- $\delta \leq 100\mu\text{m}$  : 表面張力の影響が顕著なスリット間隔領域 (A 領域) .
- $100\mu\text{m} \leq \delta \leq 400\mu\text{m}$  : 表面張力があまり大きくないスリット間隔領域 (B 領域) .
- $\delta > 400\mu\text{m}$  : 表面張力の影響を無視し得るスリット間隔領域 (C 領域) .

## (3) 気泡上浮速度に及ぼす上浮経路の影響

本研究では、スリット内へ供給した空気によって気泡を発生させ、単位時間に気泡が移動する鉛直距離を測定することにより上浮速度を求めた。この際、気泡が水中を上浮する間に、気泡背部の剥離渦の作用によって上浮の軌跡が揺らぐことがあると、上浮速度の特定が曖昧になる。そこで、実験開始に先立って、スリット間隔  $\delta$ 、気泡半径  $r$  と気泡の上浮形態の関係を観察した。この実験では、上部水槽 (A) と可動水槽 (D) の水位差  $h$  を 0 cm, 5 cm, 10 cm, 15 cm (あるいは、スリット内の流れの動水勾配を  $i = 0$ ,  $i = 1/12$ ,  $i = 1/6$ ,  $i = 1/4$ ) に設定し、それぞれの場合について、スリット間隔を  $\delta = 300\mu\text{m} \sim 3000\mu\text{m}$  の範囲に変えた状態における気泡の上浮の様子を観察した。例として、 $i = 0$  (すなわち、スリット内流速 = 0)、 $\delta = 3000\mu\text{m}$  (3mm) のときの状態を図-7に示す。この図では気泡が蛇行運動をしながら上浮しているのが認められる。同様の現象はスリット間隔が  $\delta > 300\mu\text{m}$  の場合にも観察された。しかし、 $\delta < 300\mu\text{m}$  の狭いスリット内では、気泡は直線的に上浮

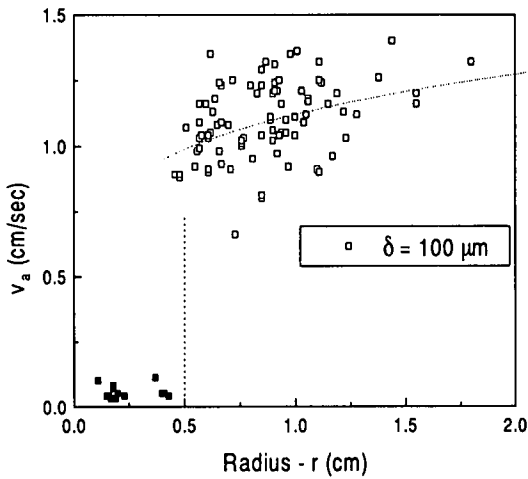


図-8(a) 換算半径  $r$  と浮上速度  $v_a$  の関係

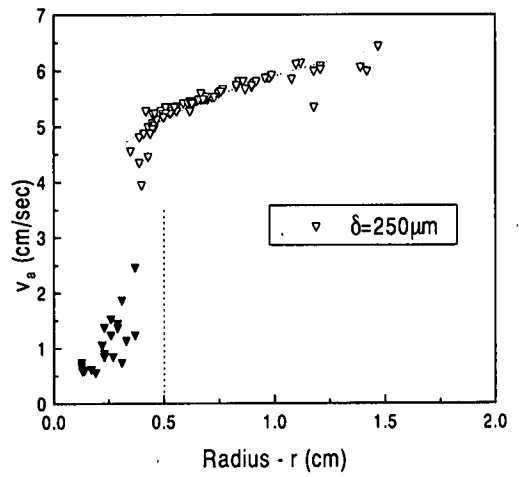


図-8(d) 換算半径  $r$  と浮上速度  $v_a$  の関係

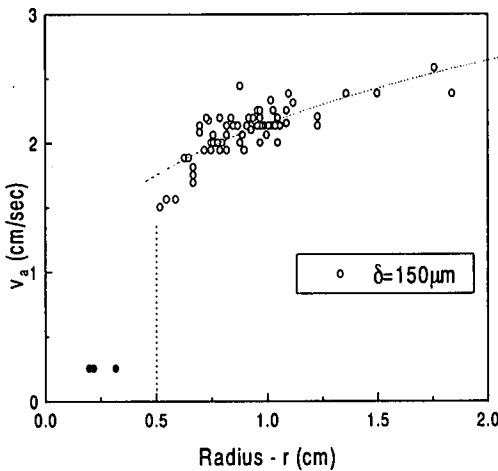


図-8(b) 換算半径  $r$  と浮上速度  $v_a$  の関係

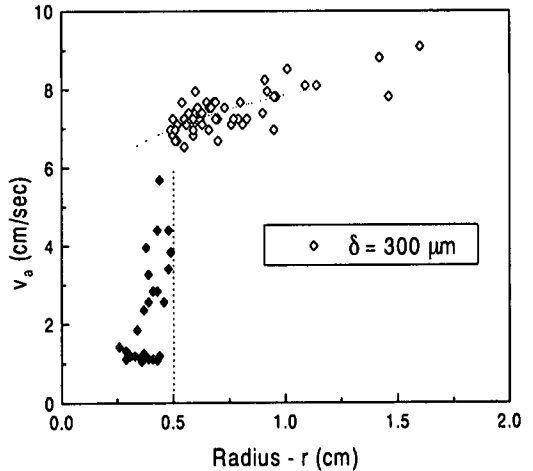


図-8(e) 換算半径  $r$  と浮上速度  $v_a$  の関係

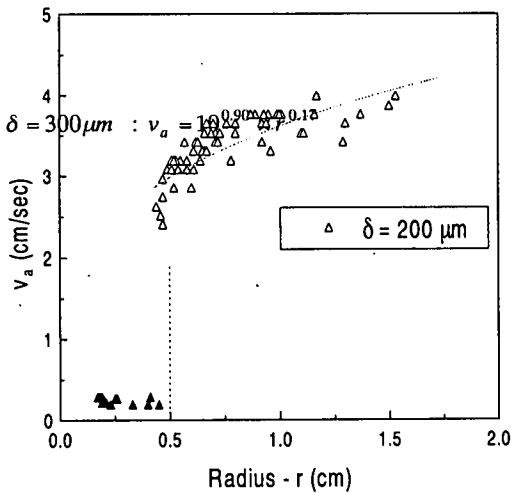


図-8(c) 換算半径  $r$  と浮上速度  $v_a$  の関係

ために気泡が容易に浮上でき、 $r$  と  $v_a$  の関係は次式によって表される。

$r \geq 5 \text{ mm}$  の気泡に対して

$$\begin{aligned}
 \delta = 100 \mu\text{m} : v_a &= 10^{0.05} \times r^{0.18} \\
 \delta = 150 \mu\text{m} : v_a &= 10^{0.33} \times r^{0.30} \\
 \delta = 200 \mu\text{m} : v_a &= 10^{0.56} \times r^{0.28} \\
 \delta = 250 \mu\text{m} : v_a &= 10^{0.77} \times r^{0.20} \\
 \delta = 300 \mu\text{m} : v_a &= 10^{0.60} \times r^{0.17}
 \end{aligned} \tag{16}$$

気泡半径が  $5 \text{ mm}$  以下である第 I 領域では、界面活性剤を添加することによって、気泡は浮上した。しかし、その浮上速度は極めて遅く、気泡半径と浮上速度の関係を精密に回帰するのが困難であった。

さて、式(16)を用いて  $r \rightarrow \infty$  における  $dv_a/dr$  を求めると、

し、蛇行しないことが観察された。このことから、スリット間隔が  $\delta \leq 300 \mu\text{m}$  である狭いスリット内における気泡を検討対象とする限り、気泡の鉛直方向移動量から浮上速度を定めても良いと考えられる。

#### (4) 気泡に働く抵抗力と気泡浮上速度との関係

##### a) 抗力係数の定義式

いま、スリット中心を鉛直下向きに流れる流速  $v_w$  の水流があり、その中を気泡が浮上する場合を想定する。その時、水流に対する気泡の相対速度  $q_a$  は次式で表される。

$$q_a = v_a - v_w \quad (10)$$

ただし、 $v_a$  は静水中での気泡の浮上速度である。気泡スケールがスリット間隔に比べて大きい場合、気泡はスリット壁面に接触しながら浮上し、気泡と壁面との接触面は円形、楕円形その他種々の形状をとる。この際に気泡に作用する力は、浮力と抗力に加えて、接触面に作用する壁面摩擦力、気泡の上下端における水/気体間の曲面に作用する表面張力等である。したがって、気泡の運動方程式は次式で表される。

$$(m + \hat{m}) \frac{Dq_a}{Dt} = F_b - F_d - F_f - F_s \quad (11)$$

ここに、 $D/Dt$  は実質微分、 $m$  は気泡の質量、 $\hat{m}$  は気泡の仮想質量、 $F_b$  は気泡に働く浮力、 $F_d$  は気泡が受ける抗力、 $F_f$  は気泡と壁面との間に働く摩擦力、 $F_s$  は気泡の上下端に働く表面張力である。

いま、水と気泡の密度をそれぞれ  $\rho_w$  と  $\rho_a$  とし、気泡の体積を  $V$ 、重力加速度を  $g$  とすると、浮力  $F_b$  は次式で与えられる。

$$F_b = (\rho_w - \rho_a) V g \quad (12)$$

また、抗力  $F_d$  は次式で表される。

$$F_d = \frac{1}{2} C_d A \rho_w q_a^2 \quad (13)$$

ここに、 $C_d$  は抗力係数、 $A$  は流れ方向への気泡の投影面積である。スリット壁に接触しつつ等速度で浮上する気泡に注目すると、式(11)の左辺は0となる。さらに、気泡の等速運動におよぼす表面張力と摩擦の影響が浮力に比べて小さいものと仮定すると、式(11)から、 $F_b = F_d$ 、すなわち、次の関係が得られる。

$$(\rho_w - \rho_a) V g = \frac{1}{2} C_d A \rho_w q_a^2 \quad (14)$$

なお、気泡のスケールがスリット間隔に比べて小さく、かつまた、壁面と接触することなく浮上する球形の気泡については、式(11)の右辺において  $F_f = F_s = 0$  となる。

さて、スリット間隔を  $\delta$  とし、スリット壁と接触す

る気泡を半径  $r$  の円形平板とみなすと、 $V = \pi r^2 \delta$  であり、また、 $A = 2r\delta$  の関係がある。よって、式(14)から、抗力係数  $C_d$  は次式で表される。

$$C_d = \frac{\pi(\rho_w - \rho_a)gr}{\rho_w q_a^2} \quad (15)$$

ただし、この関係が成立するのは、気泡が等速運動をし、かつまた、気泡とスリット壁面の間に働く摩擦力と表面張力の影響が無視し得る場合に対してである。

##### b) 気泡の浮上速度・抗力係数とスリット間隔および気泡の大きさとの関係

スリット内の静水中における気泡の浮上速度  $v_a$  と気泡半径  $r$  およびスリット間隔  $\delta$  の関係を実験によって観測した。スリット間隔  $\delta$  を  $100 \mu\text{m}$ 、 $300 \mu\text{m}$ 、 $150 \mu\text{m}$ 、 $200 \mu\text{m}$ 、 $250 \mu\text{m}$ 、 $300 \mu\text{m}$  とした時の気泡半径  $r$  と浮上速度  $v_a$  の関係を測定した結果を図-8(a)~(e)中で白ヌキのマークによって示した。この図から分かる様に、得られた測定値は  $r > 5\text{mm}$  の領域に分布する。これに対して、気泡半径が  $5\text{mm}$  以下になると、スリット間隔が  $\delta = 100 \mu\text{m} \sim 300 \mu\text{m}$  の何れの場合においても、気泡はスリット面に密着し殆ど浮上しなかった。この原因として次のことが考えられる。狭い間隙内の気泡に働く表面張力の大きさは気泡半径  $r$  (円周) に比例するのに対して、気泡に働く浮力は  $\delta r^2$  (体積) に比例する。したがって、 $r$  と  $\delta$  が小さい領域では

##### 浮力 < 表面張力

となり気泡は浮上し難くなる。そこで、水中に界面滑性剤を加えて気泡の浮上を促進した。それによって得られた測定値を図-8において黒マークで表示した。この図から分かるように、本実験では  $r$  と  $v_a$  との関係は、 $r \approx 5\text{mm}$  付近を境目に不連続となる結果が観測されたが、この境界点の位置は模型におけるスリット壁の仕上がり精度、壁面と試験用水の清浄さ等によって微妙に変動するものと予測される。しかし、いずれにしても  $v_a$  と  $r$  の関係は、傾向を異とする次の3つの領域に分けられる。

**第Ⅰ領域：**与えられたスリット間隔に対して  $v_a$  が小さく、かつまた、ほぼ一定となる領域、本研究においては、 $r < 5\text{mm}$  メータの領域。

**第Ⅱ領域：** $r$  による  $v_a$  の変化が比較的顕著な領域、

本研究では  $5\text{mm} < r < 10\text{mm}$  の領域。

**第Ⅲ領域：** $r$  による  $v_a$  の変化が微少な領域、本研究では  $r > 10\text{mm}$  の領域。

第Ⅱ領域と第Ⅲ領域では、表面張力の効果が弱い

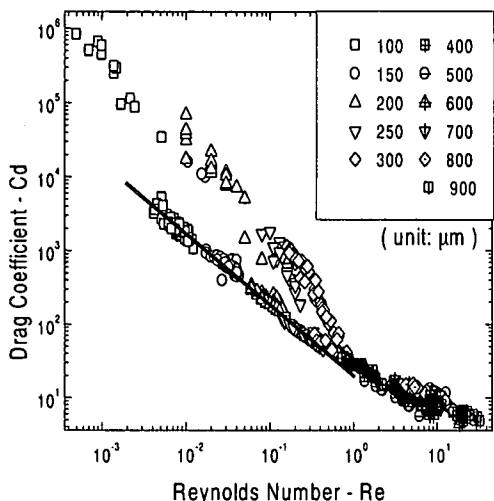


図-9 レイノルズ数  $Re$  と抗力係数  $C_d$  の関係

$$(dv_a/dr)_{r \rightarrow \infty} = 0 \quad (17)$$

すなわち、 $r$  が大きくなると  $v_a$  は気泡のスケールに関係なく一定となる傾向がある。

次に、スリット内の水に滑性剤を混入しない場合と混入した場合の各々のケースについて、スリット間隔を  $\delta = 100\mu\text{m} \sim 900\mu\text{m}$  の範囲で変化させて求めた  $r$  と  $v_a$  の測定値を、式(15)に代入することによって気泡の抗力係数  $C_d$  を算定し、また、式(9)によってレイノルズ数  $Re$  を算定した。図-9 は両者の関係を図示したものである。 $Re$  が約 1 よりも小さい領域では、与えられた  $Re$  に対する  $C_d$  の分布が上下の 2 グループに分岐しているが、上方のグループは界面滑性剤混入の場合、下方のグループは界面滑性剤を混入しない場合に対する結果である。この図において、 $Re < 1$  における上方グループに属する測定値は、 $\delta < 300\mu\text{m}$  の狭いスリットで得られたものだけで構成される。これに対して  $\delta > 300\mu\text{m}$  のスリットに対しては、 $C_d$  と  $Re$  の関係は滑性剤の有無に影響されなくなる。滑性剤は表面張力の作用を軽減するのに有効であることを勘案すると、表面張力の影響が有効となるのは、 $\delta \leq 300\mu\text{m}$  の狭いスリットであることが推論できる。これは(2)項で論じた観測結果と符合する。

次に、界面滑性剤を用いない時の測定値だけに注目して、 $Re \leq 1$  の領域に対して、 $C_d$  と  $Re$  の関係を求めると、次式が得られる(図-9 中の実線の曲線)。

$$C_d = \frac{15}{Re} \quad (18)$$

となる。ただし、この関係式の成立条件は  $\delta = 100\mu\text{m} \sim 300\mu\text{m}$ 、 $r > 5\text{mm}$ 、 $Re < 1$  である。

なお、式(18)のレイノルズ数の定義式は式(19)であり、形式が類似しているストークスの近似式で用いられているレイノルズ数の定義式と異なる。

式(18)と式(9)および式(15)を用いると、静止水中の気泡の浮上速度  $v_a$  は

$$v_a = \frac{\pi(\rho_w - \rho_a)g}{30\rho_w} \left( \frac{\delta^2}{\nu} \right) : (Re < 1, r > 5\text{mm}) \quad (19)$$

となる。この式は、変数として気泡径を含まず、このことは式(17)により推論したことと符合する。

次に、図-9 に示した抗力係数  $C_d$  とレイノルズ数  $Re$  の関係を、 $1 < Re < 100$  の範囲について回帰すると次式が得られる。

$$C_d = \frac{15}{Re} \left( 1 + \frac{Re}{5} \right) \quad (20)$$

また、 $5 \ll Re < 100$  の範囲に対しては、上式の右辺の第一項目を省略できて  $C_d \approx 3$  となる。この値を式(15)に代入することにより、浮上速度  $v_a$  は次式となる。

$$v_a = \sqrt{\frac{\pi(\rho_w - \rho_a)gr}{3\rho_w}} : 5 \ll Re < 100 \quad (21)$$

この式は、Collins<sup>6)</sup> や Grace 等<sup>7)</sup> によりえられた実験式にほぼ一致している。

## (5) 気泡の浮上阻止に要する水流の動水勾配

スリット内を浮上する気泡を水圧によって封じることがを想定すると、気泡の浮上方向と反対方向から静水中の気体浮上速度と等しい流速の水流をスリット内に送ることにより、気泡を静止させることができる。いま、ダルシー則が成立する狭い間隙において気泡を静止状態に保つために必要な最小境界の水流の流速と動水勾配をそれぞれ  $v_{ac}$  ( $=v_a$ ) および  $i_c$  とすると、

$$i_c = \frac{V_{ac}}{k} \quad (22)$$

以下では  $i_c$  を最小境界動水勾配と称することとする。レイノルズ数が  $Re \leq 1$  の領域に対しては、式(7)と式(19)を式(22)に代入することにより、

$$i_c = \frac{2\pi(\rho_w - \rho_a)}{5\rho_w} \quad (23)$$

を得る。いま、水温と気体温度がともに  $20^\circ\text{C}$  であるときを想定して、

$$\rho_w = 0.9982\text{gr/cm}^3, \rho_a = 1.205 \times 10^{-3}\text{gr/cm}^3$$

を式(22)と式(23)に代入すると  $i_c \approx 1.25$  となる。この値は実用面で適用されている Aberg<sup>1)</sup> の気密性保持条件である  $i_c \geq 1$  の下限値よりもやや大きい。

次に模型スリットに対して求めた透水係数  $\bar{k}$  (表-2)、



表-3 模型スリットに対する  $i_c$

スリット間隔 $\delta$ ( $\mu\text{m}$ )	透水係数 $\bar{k}$ (cm/s)	浮上速度 $v_a$ (cm/s)	$i_c$	レイノルズ数 $Re$
100	0.72	1.02	1.42	0.005
200	3.26	4.08	1.25	0.8
300	7.33	9.18	1.25	7.3
400	15.73	16.33	1.04	13

および、式(19)から求まる浮上速度の算定値を用いてスリット間隔  $\delta$  と  $i_c$  の関係をもとめると、表-3 のようになる。なお、表中には、気泡の半径が  $r = 1\text{mm}$ 、水の動粘性係数を  $\nu = 1.010 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{sec}$  としたときのレイノルズ数  $Re$  を参考のために併記した。表-3 から分かるように、スリット間隔  $\delta$  が  $200\mu\text{m}$  と  $300\mu\text{m}$  に対する  $Re < 1$  の領域における最小限界動水勾配  $i_c$  は、上述の様に  $i_c = 1.25$  である。これに対して、スリット間隔が  $100\mu\text{m}$  に減少すると、すなわち、レイノルズ数が減少すると  $i_c = 1.45$  に増加する。その原因として考えられるのは、図-8 (a) で認められる様に、スリット間隔が狭くなるにつれて、壁面に働く摩擦抵抗や表面張力などの影響が増加し、測定値のバラツキが増大することによると推論される。

次に、 $5 < Re < 100$  の領域について考える。この領域に対する最小限界動水勾配  $i_c$  は、式(7)と式(21)を式(22)に代入することにより、次式で表される。

$$i_c = \sqrt{\frac{144 \pi (\rho_w - \rho_a) \nu^2}{3 \rho_w g} \frac{r^{1/2}}{\delta^2}} : (5 < Re < 100) \quad (24)$$

上式から分かるように、 $i_c$  は  $r$  の  $1/2$  乗に比例して増大する。したがって、 $r < 5\text{mm}$  の小さい気泡を省いて得られた式(23)と式(24)から導かれる限界動水勾配は、 $r < 5\text{mm}$  の小気泡に対しては安全側の値をあたえたと推論される。

#### 4. あとがき

間隔が  $\delta \geq 100\mu\text{m}$  の平滑な平行板間の流れについて、動水勾配と流速との関係を測定し、スリット間隔が  $100\mu\text{m} \leq \delta \leq 400\mu\text{m}$  の時にはその中の流れに対してはダルシー則が成立するが、 $\delta > 400\mu\text{m}$  になるとダルシー則の適用性が低下することを示した。また、スリット間隔が  $\delta < 100\mu\text{m}$  になると、表面張力の影響が極めて顕著となることを示した。この様に狭い間隔のスリット内の静水中に気泡が入り込むと、本研究における実験の範囲では、 $r < 5\text{mm}$  の小気泡

は表面張力の影響をうけて浮上が阻止されることが観測された。

気泡の換算半径が  $r > 5\text{mm}$  の大きさになると、表面張力の影響が弱くなり、 $\delta = 100\mu\text{m} \sim 900\mu\text{m}$  のスリット内の静水中を浮上することが観察されたが、その時に気泡に働く抗力の無次元量、つまり、抗力係数は理論解析によれば式(15)により表される。ただし、気泡が等速運動をし、かつまた、気泡とスリット壁面の間に働く摩擦力和表面張力の影響が無視し得るほど小さい場合に対してである。一方、水理実験により得られた抗力係数は、レイノルズ数  $Re (= v_a \delta^2 / \nu d; v_a = \text{気泡の浮上速度}, d = \text{気泡の換算直径}, \nu = \text{水の動粘性係数}) = 1$  を境界として、それぞれ次のように回帰される。

$$Re \leq 1: C_d = 15/Re$$

$$1 < Re < 100: C_d = (15/Re)(1 + Re/5)$$

また、 $Re \leq 1$  の領域における静止水中の気泡の浮上速度  $v_a$  は式(19)により表される。この気泡の浮上を阻止するためには、この浮上速度  $v_a$  に大きさが等しい反対方向の流れを与えればよいが、その様な地下水の動水勾配（本論文では限界動水勾配と定義した） $i_c$  は、 $Re \leq 1$  の領域に対しては、式(23)により与えられる。この式は変数として気泡半径を含まず、スリット間隔だけの関数である。式(23)を用いて、気泡温度と水温が共に  $20^\circ\text{C}$  であるとして、限界動水勾配を求めると  $i_c = 1.25$  を得る。しかし、スリット間隔が極端に狭くなると、たとえば  $\delta$  が  $100\mu\text{m}$  以下では、壁面摩擦や表面張力の影響が顕著となり、式(23)の適用性が低下する（図-8 (a)、表-3）。レイノルズ数が  $5 < Re < 100$  の領域に対する限界動水勾配は、式(24)によって与えられる。Aberg は、備蓄用水封式地下タンクの気密性保持のために必要な地下水の動水勾配として、本論文で導かれたよりも小さい下限値をもつ条件、 $i_c \geq 1$  を提案している。Aberg はレイノルズ数や気泡径の効果について言及していないが、式(24)が示すようにレイノルズ数が  $Re \gg 5$  となると、限界動水勾配  $i_c$  は、気泡径と共に増大する。

以上、本研究で得られた結果は、スリット間隔が  $\delta \leq 100\mu\text{m} \sim 900\mu\text{m}$ 、気泡半径が  $r > 5\text{mm}$  の気泡について導かれたものである。 $\delta < 100\mu\text{m}$  の狭い間隔についても実験を試みたが、十分な精度の模型を作成できなかった。また、本研究で提示した結果はスリット間隔の製作精度、板面と流体の清浄度によって若干変動するものと推論される。これらのことに関しては、今後さらに研究を進める必要があると考える。また、本研究は、LPG 等の水封式岩盤タンクを

念頭においたものではあるが、狭いスリット内における気泡の挙動についての基本的研究の域にある。岩盤内亀裂の複雑な分布特性や壁面粗度の効果等について、現場実験等を含めてさらに研究を行うことが必要であると考えられる。

#### 参考文献

- 1) Aberg, B.: Prevention of Gas Leakage from Unlined Reservation in Rock: Storage in Excavated Rock Carverns, *Proc. of Rock Store 77*, Stockholm, Sweden, pp. 399-414, 1977.
- 2) 石油公団備蓄計画部：LPG ガス地下備蓄技術実証プラントの建設と実験，石油の開発と備蓄、石油公団 p. 87, 1994.
- 3) 日野幹雄著：流体力学，朝倉書店 p. 239, 1992.
- 4) Crift, R., Grace, J. R. and Weber, M. E. : *Bubbles, Drops and Particles*, Academic Press, INC. 1978.

- 5) 千秋信一：水力発電所の水理設計に関する問題，第13回 土木建設部長会議資料，1965.
- 6) Collins, R.: A Simple Model of the Plane Gas Bubble in a Finite Liquid, *J. Fluid Mech.* Vol.22, No.4, p.763, 1965.
- 7) Grace, J. R. and Harrison, D.: The Influence of Bubble Shape on the Rising Velocities of Large Bubble, *Chem. Eng. Sci.*, Vol.22, p1337, 1967.
- 8) Maneri, C. C. and Mendelson, H. D.: The Rise Velocity of Bubbles in Tube and Rectangular Channel as predicted by Wave Theory, *AIChE. J.* Vol.14, No.2, p.295, 1968.
- 9) 富山 明夫男，細川茂男，江原昌彦，富永佳晴，川久保 芳男，木野戸宏：狭平行板内静水中単一気泡の終端速度と抗力係数，混相流，10巻，2号，pp.146～153, 1996.
- 10) 3) と同じ。

(2000. 3. 9 受付)

## HYDRAULIC STUDY ON BUBBLES RISING THROUGH IN WATER IN NARROW SLIT

Sotoaki ONISHI, Masahiko EBARA, Ryoma MORI and Koji SEMA

Model study is done to provide knowledge needed in a project of gas leakage prevention from unlined rock caverns for storage of compressed gas such as LPG. Rising velocities of bubbles with various diameters are measured in the water flowing through vertical narrow slits of 0.1mm~0.3mm thickness. The flow velocities in the slits are measured as well. With the data obtained, the minimum hydraulic gradient of flow required for the gas leakage prevention as well as drag force acting to the bubble are estimated. The minimum hydraulic gradient obtained is compared with those suggested by the existing studies. Effects of surface tension on the behavior of bubble and others are discussed as well.