

# DAD解析におけるレーダー雨量と 非線形最適化手法の適用

宝 馨<sup>1</sup>・端野 典平<sup>2</sup>・中尾 忠彦<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 京都大学教授 防災研究所水災害研究部門 (〒 611-0011 宇治市五ヶ庄)

<sup>2</sup>学生会員 学士(工学) アイオワ大学大学院修士課程 (IIHR, Iowa City, Iowa 52242-1585, U.S.A.)

<sup>3</sup>フェロー 博士(工学) 財団法人 河川情報センター (〒 102-8474 東京都千代田区麹町)

本研究では、レーダー雨量を用いて DAD (Depth-Area-Duration) 解析を行い、可能最大降雨 (PMP) を推定する方法を提案する。まず、那珂川流域を覆う 2 つのレーダー雨量計で得られた雨量データを、45 個の地上雨量計を用いて補正する。レーダー雨量計により、地上雨量計が捕らえられなかった局所的豪雨を検知し得ることが示された。空間的に分布した雨量データを用いて DA 関係を求める新しい方法として、面積固定法と雨量固定法を考え、両者によって得られる DAD 式の違いを検討している。DAD 式 (最適な包絡線) を客観的に求める非線形最適化アルゴリズムを開発し、日本全国及び那珂川流域の最大豪雨記録に適用した。

**Key Words** : DAD analysis, radar raingage, DA model, envelop, PMP

## 1. はじめに

DAD (Depth-Area-Duration) 解析は、面積雨量の最大値が降雨面積、降雨時間とどのような関係にあるかを調べることでありと一般に理解されている。本研究では桑原<sup>1)</sup>と同じ立場を取り、対象流域において降雨面積と降雨時間を指定した場合に、起こりうる最大面積雨量 (最大可能降水量: Probable Maximum Precipitation) を推定する技術と定義する。

DAD 解析は洪水防御計画において重要であり、河川計画や下水道計画の基本となる強雨時のピーク流量を計算する際に用いられている。我が国では 20 年ほど前に盛んに研究されており、角屋・永井<sup>2)</sup>は、DAD 解析から得られる DAD 式、石原・高棹<sup>3)</sup>による洪水到達時間の考え方に基づく洪水到達実用式<sup>4)</sup>と合理式を用いて洪水比流量曲線を半理論的に導いている。

従来の DA (Depth-Area) 関係を求める方法を述べる。地上雨量計を用いてまず、豪雨毎に、DA 関係が最大値を示すと推測される時間帯について等雨量線図又は Thiessen 法により面積雨量を推定する。次に全流域をいくつかのブロックに分けて、それぞれの平均雨量を求めた後、これらのブロックを何らかの規則に従って順次連結して流域面積を広げ、それに対する平均面積雨量を推定する。そして一雨の中で継続時間を変えて流域平均雨量と面積の関係を求め、特定の選定面積に対する平均雨量を内挿的に求めていた<sup>2), 5)</sup>。レーダー雨量計の観測領域が日本全国すべてを覆うように整備されている現在、従来の地上雨量データのみを利用した

方法に替わる新しい方法が必要とされている。

過去に目をむけると、レーダー雨量を用いて DA 関係を求める研究は数少ない。建設省土木研究所<sup>6)</sup>の研究では雨域という概念が導入されており、ある雨量値を閾値として設定し、閾値以上の独立した降雨範囲を 1 つの雨域としてその雨域の面積に対する平均雨量を求めている。しかしこの方法では中間的な面積 (約 50~500km<sup>2</sup>) に対する平均雨量を求めるのが難しいという問題点が指摘されている。また、地点雨量計だけを用いる従来の DAD 解析結果との比較検討はほとんどされていない。

一方最大可能降水量を示す DAD 曲線の定数は、従来、既往最大面積雨量を包絡するように決定されてきたが、その手法について明確に述べられていなかったり、合理的手法について詳しく検討されていない。

以上のことを踏まえ、本研究では 2 つのレーダー雨量計を多数の地上雨量計とともに用いて雨量の時空間分布の推定精度向上を図る。こうして推定された雨量を、流域を覆うグリッドセル上に与え、DA 関係を求める 2 つの方法を示す。非線形最適化手法によって客観的に包絡線を引く方法を提案、従来の方法と比較し、可能最大降雨 (PMP) の推定を目的とした DAD 解析を行う。

対象とする流域は 1998 年 8 月末に未曾有の豪雨に見舞われた那珂川流域 (図-1) である。那珂川流域は、茨城県、栃木県および福島県にまたがる流域面積約 3270km<sup>2</sup>、幹川 150km の一級水系である。

本研究で用いる雨量データセットについて述べておく。解析の対象とする豪雨データを選ぶため、1978 年

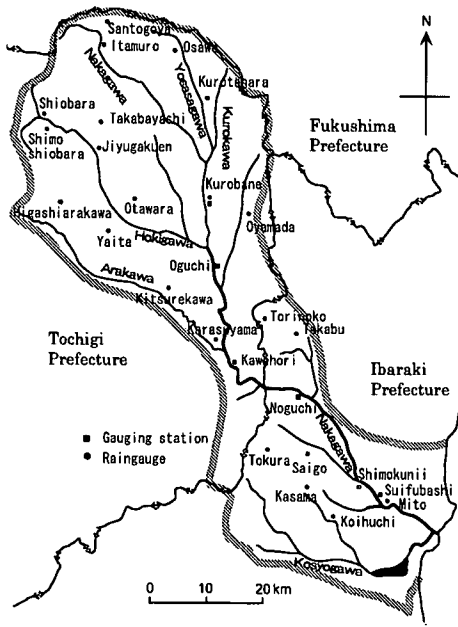


図-1 那珂川流域

から1996年の雨量年表を調べ、那珂川流域において既往最大の雨量値をもたらした豪雨イベントを10期間抽出した。1978年から1996年間の豪雨イベントに対しては、図-1に示す建設省が運営する22個所の雨量観測所における時間雨量を用い、1998年の豪雨イベントに対してはそれらに地元の消防組合、湯本浄化センターの雨量観測所とAMeDASの観測所を加えた45個所における時間雨量を用いる。レーダー雨量計のデータについては、赤城山レーダーと高鈴山レーダーにて1998年8月26日0時から8月31日7時までの期間に観測されたものを用いる。

以下、本論文の構成を示す。2.では、那珂川流域を覆う2つのレーダー雨量計の特性と、それらを用いた地上雨量の推定方法について述べる。3.では、本研究で用いるDAD式について、4.では、桑原<sup>1)</sup>の全国を対象とするDADデータを用い、最適な包絡線を客観的に引くためのアルゴリズムを示す。5.では、空間分布した雨量データに対してDA関係を求める方法を提案し、6.で、那珂川流域におけるDAD解析結果を示す。最後に7.で、本研究の成果をまとめる。

## 2. レーダー雨量の補正と評価

### (1) 2つのレーダー雨量計について

レーダー雨量データは、対象流域を覆う2つのレーダー雨量計、赤城山レーダーと高鈴山レーダーから得

られる。これらのレーダー雨量計から仰角固定観測情報としてPPI (Plan Position Indicator) が得られ、このうち赤城山、高鈴山でそれぞれ地上に最も近い角度 $0.2^\circ$ と $0.6^\circ$ のものを用いる。図-2の破線と実線はそれぞれ、レーダーサイトから120km、198kmのレンジを示している。破線の内側は定量領域、破線と実線の間は定性領域と呼ばれている。定量領域内の場合、5分間平均受信電力は、方位方向に256等分し、ビーム方向に80等分した放射状メッシュ上で得られる。この放射状メッシュで定義されるセルの面積は約 $1.5 \times 1.5 \text{ km}^2$ であるから、受信電力値をメッシュ間隔1.5kmの正方形メッシュ上に変換する。1.5km角のグリッドセルにおける受信電力値として、その中心点を含む変換前の放射状セルにおける受信電力を用いる。

ここで2つのレーダー雨量計のレーダー反射因子を比較する。図-3は、赤城山レーダー(上側)と高鈴山レーダー(下側)のレーダービームの走査線の位置を示している。1998年8月26日0時から8月31日7時までの期間で、それぞれのグリッドセルにおける赤城山レーダーと高鈴山レーダーの5分間ごとのレーダー反射因子について相関係数を計算した(図-4)。図-4によると、特に左下の隅近くで相関係数が大きい値を示しており、全体として左に凸の等高線を描いている。これは、西の部分では2つの走査線が東の部分よりも近づいているためである(図-3)。図-5と図-6はそれぞれのグリッドセルにおいて観測期間(127hr)を通して平均されたレーダー反射因子を示している。

### (2) 補正方法について

1998年の豪雨を対象とし、2つのレーダー雨量計と45個の地上雨量計を用いて地上雨量の空間分布を推定する。本研究では地上雨量計の雨量データとして1時間雨量データを用いる。ゆえに5分間平均レーダー反射因子から1時間平均レーダー反射因子を計算し $B$ - $\beta$ 法(式(1))を用いて1時間の時間分解能を持つレーダー雨量に変換する。

$$Z = BR_g^\beta \quad (1)$$

ここに $Z$ はレーダー反射因子( $\text{mm}^6/\text{m}^3$ )、 $R_g$ は地上での降雨強度( $\text{mm}/\text{h}$ )である。それぞれのレーダー雨量計について $B$ 、 $\beta$ の標準値(赤城山:  $B = 300$ ,  $\beta = 1.56$ ; 高鈴山:  $B = 200$ ,  $\beta = 1.6$ )を用いて降雨強度を計算したところ、地上雨量計のそれと比較すると過大評価する結果となった。そこで、以下の4つの補正方法a)~d)を用いて雨量を推定する。

- a) Cal-A: 赤城山のレーダー反射因子を用いて、流域全体で同一の $B$ 、 $\beta$ を毎正時補正する。

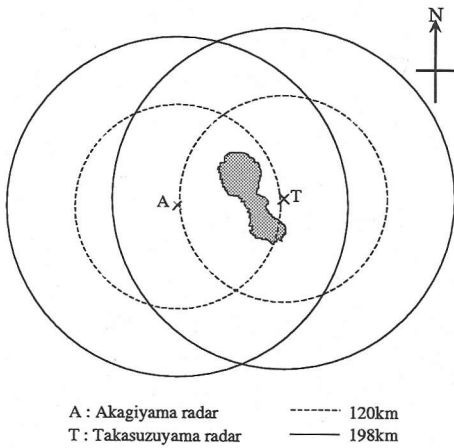


図-2 2つのレーダーの位置関係

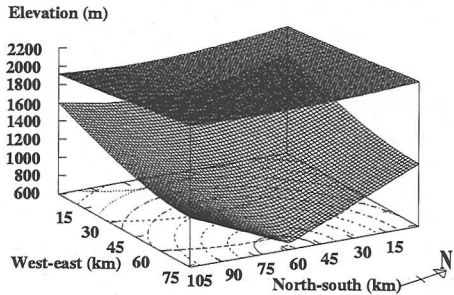


図-3 レーダービームの走査線の高度 (上側: 赤城山レーダー, 下側: 高鈴山レーダー)

b) Cal-T: 高鈴山のレーダー反射因子を用いて, 流域全体で同一の  $B$ ,  $\beta$  を毎正時補正する.

このとき  $B$ ,  $\beta$  は, 対応する地上雨量計とレーダー雨量計の雨量値の誤差二乗和が最小になるように最適化する.

$$f(B^{(t)}, \beta^{(t)}) = \sum_{i=1}^m \left\{ \left( \frac{Z_i^{(t)}}{B^{(t)}} \right)^{\frac{1}{\beta^{(t)}}} - R_{gi}^{(t)} \right\}^2 \rightarrow \min \quad (2)$$

ここで, 時刻  $t$  における地点番号  $i$  の観測所の地上雨量を  $R_{gi}^{(t)}$ , その観測所に対応するグリッドセル上のレーダー反射因子を  $Z_i^{(t)}$ ,  $m$  を観測所の総数 ( $m = 45$ ) とする. 最適解を求める方法について述べると, まず適当な  $B^{(t)}$ ,  $\beta^{(t)}$  の範囲で格子探索を行ない, 関数の最小値を与える  $B^{(t)}$ ,  $\beta^{(t)}$  を求める. それらの値を初期値として, ガウス-ニュートン法に修正を加えたマルカート法を用いる. ただし  $B^{(t)}$ ,  $\beta^{(t)}$  の値により雨量に異常値が発生する場合には,  $B^{(t)}$ ,  $\beta^{(t)}$  の標準値を用いる.

c) Weighted Mean (WM): 上の Cal-A, Cal-T で得られたレーダー雨量値を用いて, 重み付け平均 (式

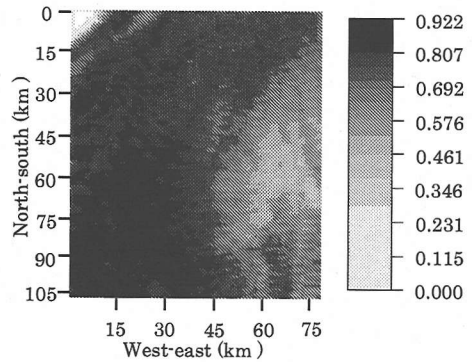


図-4 各グリッドセル上における赤城山レーダーと高鈴山レーダーの5分間平均レーダー反射因子の相関係数

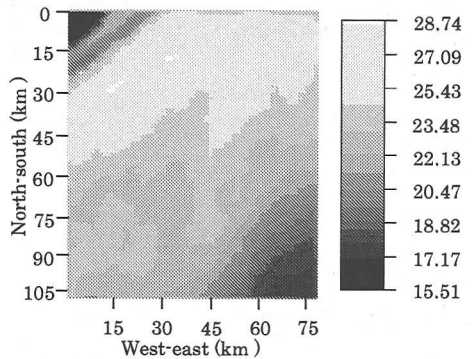


図-5 赤城山レーダーによる5分間平均レーダー反射因子 (dbZ<sub>e</sub>) の各グリッドセルにおける平均値

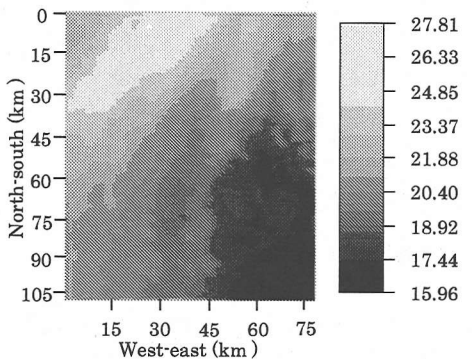


図-6 高鈴山レーダーによる5分間平均レーダー反射因子 (dbZ<sub>e</sub>) の各グリッドセルにおける平均値

(4) する。

$$W_A + W_T = 1.0 \quad (3)$$

$$R_r = W_A R_A + W_T R_T \quad (4)$$

ここで  $R_A$ ,  $R_T$  をそれぞれ Cal-A による補正值, Cal-T による補正值,  $R_r$  を地上雨量の推定値,  $W_A$ ,  $W_T$  をそれぞれ Cal-A, Cal-T の補正值に対する時空間一定の重みとする。式 (5) で表される相関係数が最大になるように  $W_A$ ,  $W_T$  を決める。  $n$  は観測時間数,  $R_{r_i}^{(t)}$  は地点番号  $i$ , 時間  $t$  における  $R_r$  の値である。

$$\bar{R}_r = \frac{\sum_{t,i}^{n,m} R_{r_i}^{(t)}}{n \cdot m}, \quad \bar{R}_g = \frac{\sum_{t,i}^{n,m} R_{g_i}^{(t)}}{n \cdot m}$$

$$r_{all} = \frac{\sum_{t,i}^{n,m} (R_{g_i}^{(t)} - \bar{R}_g)(R_{r_i}^{(t)} - \bar{R}_r)}{\sqrt{\sum_{t,i}^{n,m} (R_{g_i}^{(t)} - \bar{R}_g)^2 \sum_{t,i}^{n,m} (R_{r_i}^{(t)} - \bar{R}_r)^2}} \quad (5)$$

式 (5) を  $W_A$ ,  $W_T$  で微分して得られる関数から, 式 (6) の直線上で  $r_{all}$  が最大値をとることがわかる。

$$W_T = k \cdot W_A \quad (6)$$

ここに,  $S_X^2$  を  $X$  の標本分散,  $S_{XY}$  を  $X$ ,  $Y$  の標本共分散として,

$$k = \frac{S_{R_A R_g} \cdot S_{R_A R_T} - S_{R_T R_g} \cdot S_{R_A}^2}{S_{R_T R_g} \cdot S_{R_A R_T} - S_{R_A R_g} \cdot S_{R_T}^2}$$

である。式 (3), 式 (6) を解いて以下のように得られる。

$$W_A = \frac{1}{k+1}, \quad W_T = \frac{k}{k+1}$$

d) Multiple Regression Analysis (MRA): 上の Cal-A, Cal-T で得られたレーダー雨量値を用い, 毎正時, 重回帰分析を行うことによって補正值を求め。つまり以下の式のように求める。

$$R_r = a_0 + a_1 R_A + a_2 R_T \quad (7)$$

ここで  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  は回帰係数である。

### (3) 結果と考察

以下のような平方根平均二乗誤差 (RMSE) と相関係数を計算する。  $RMSE_t$ ,  $r_t$  はそれぞれ, ある時刻  $t$  においてすべての地上雨量計の雨量と, 対応するグリッドセル上の推定されたレーダー雨量との間で, RMSE と相関係数を計算したものである。  $RMSE_i$ ,  $r_i$  はそれぞれ, ある観測所  $i$  において全観測期間を通じて地上雨量計の雨量と, 対応するグリッドセル上の推定されたレーダー雨量との間で, RMSE と相関係数を計算したものである。  $RMSE_{all}$ ,  $r_{all}$  (式 (5)) はそれぞれ, すべての

観測所, 全観測期間において地上雨量計の雨量と, 対応するグリッドセル上の推定されたレーダー雨量との間で, RMSE と相関係数を計算したものである。表-1 に  $RMSE_t$ ,  $r_t$  を全観測時間で平均したものの,  $RMSE_i$ ,  $r_i$  を全観測所で平均したものの, そして  $RMSE_{all}$ ,  $r_{all}$  を示す。

表-1 の Mean  $RMSE_t$ , Mean  $r_t$  によると, Cal-T が Cal-A よりも精度良く地上での雨量の空間分布を表現しているといえる。推定された累加雨量と地上雨量計で観測されたものを比較すると (表-2), Cal-T は Cal-A よりも地上雨量計に近い値を与える。ここで5分間平均レーダー反射因子の平均値を比較すると, 赤城山レーダーにおいてレーダー反射因子が大きい値を示す領域 (図-5 の白い部分) と, 高鈴山レーダーの白い部分 (図-6) を比べると, 後者が北側に位置している。Cal-A と Cal-T のそれぞれの空間分布にも, このようはずれがあることを確認している。このように空間分布が異なる原因の1つとしてレーダービームの高度差 (図-3) が考えられる。WM の流域平均累加面積雨量は, Cal-A と Cal-T の間の値となっている。これは  $W_A$  と  $W_T$  がそれぞれ 0.47 と 0.53 となったからである。

1998年8月末の豪雨では, 大沢において29時間目 (1998年8月27日4時から5時までの1時間) に103mm という最大時間雨量を記録した。表-3によると, どの方法でも流域のある地点でその103mmより大きい局所的極値を与える。特に, Cal-T は193.7mm という, 1982年長崎県長与で観測された187mm (2000年までの時間雨量の日本記録) よりも大きい値を与える。これは, 26時間目に最適化された  $B$ ,  $\beta$  が異常に大きい雨量値を算出したため, やむを得ず標準値を用いたからである。一方, WM と MRA により与えられる26時間目における最大時間雨量は114.9mm と81.5mm である。WM と MRA は, 前段階 (Cal-A と Cal-T) で算出された異常な雨量値を補正することができる。

結局表-1 の  $RMSE_{all}$  と  $r_{all}$  をみると, 本研究で用いたアルゴリズムでは, 1つのレーダー雨量計のみを用いる方法よりも2つのレーダー雨量計を用いる方法のほうが良いことがわかり, MRA による地上雨量の推定精度が最も良いといえる。以下のDAD解析にはレーダー雨量としてMRAによって推定された時空間雨量データを用いる。

### 3. DAD式について

本研究では, 既往最大の面積雨量を包絡するように決定されたDAD式が, 面積と降雨継続時間を指定したときの可能最大面積雨量, つまりPMPを示すと仮定する。DAD式としては, 1つの関数形で直接表現

表-1 4つの方法による平方根平均二乗誤差 (RMSE) と相関係数の比較

補正方法	RMSE (mm/hr)			相関係数		
	Mean RMSE <sub>t</sub>	Mean RMSE <sub>i</sub>	RMSE <sub>all</sub>	Mean r <sub>t</sub>	Mean r <sub>i</sub>	r <sub>all</sub>
Cal-A	3.27	3.61	4.30	0.694	0.862	0.853
Cal-T	2.92	3.45	4.11	0.788	0.851	0.869
WM	2.73	3.08	3.62	0.807	0.889	0.899
MRA	2.49	2.80	3.32	0.819	0.908	0.915

表-2 1000mm以上の累加雨量が観測された地上雨量計と4つの方法による累加雨量の比較

補正方法	那須	湯本	消防組合	大沢	最大値*	流域平均 累加雨量
	浄化センター		湯本分署			
地上雨量計	1253.0	1016.9	1087.0	1091.0	1253.0	426.7
Cal-A	551.8	724.9	822.6	611.0	1227.8	419.4
Cal-T	1019.5	1151.1	1006.3	1122.2	1214.5	431.0
WM	799.7	950.8	920.0	881.9	1074.9	425.6
MRA	851.9	1021.9	955.3	958.8	1104.7	414.0

\* 最大値とは流域のある場所における最大累加雨量を意味する。(単位: mm)

表-3 4つの方法による最大時間雨量の比較

補正方法	最大値 (mm/hr)	時間 (hr)
地上雨量計	103.0	1998/08/27 4-5
Cal-A	119.0	1998/08/27 4-5
Cal-T	193.7	1998/08/27 1-2
WM	114.9	1998/08/27 1-2
MRA	131.7	1998/08/27 4-5

する形式と、DA式とDD式を結合する形式が考えられる。ここでは結合する形式を用いることとし、まずDD(Depth-Duration)解析を行い、その結果を用いてDA(Depth-Area)解析を行う。それぞれに、Shermanによって提案されたDD式と、Hortonにより提案された角屋・永井<sup>2)</sup>と桑原<sup>1)</sup>により修正されたDAD式を用いる(それぞれ式(8)、式(9))。

$$\widehat{P}_0 = I \cdot t = a \cdot t^{1-c} \quad (8)$$

$$\widehat{P}_a(A, t) = a \cdot t^{1-c} \exp\{-ut^{-v}(A - A_0)^n\} \quad (9)$$

$\widehat{P}_a(A, t)$  は降雨の面積  $A(\text{km}^2)$  と継続時間  $t(\text{hr})$  を指定したときの可能最大面積雨量の推定値 (mm),  $A_0$  は  $\widehat{P}_a(A, t)$  が可能最大地点雨量  $\widehat{P}_0$  と等しくなる面積 ( $\text{km}^2$ ), そして  $a, c, u, v, n$  は定数である。定数  $c$  は日本の最大地点雨量観測値の包絡線<sup>7)</sup>より 0.532 とし,  $A_0$  はレーダー雨量を補正する際に用いたグリッドセルの面積  $1.5 \times 1.5 \text{km}^2$  とした。

#### 4. 包絡線を引くアルゴリズム

##### (1) DAD式の最適化の基本的考え方

DD式(式(8))の定数  $a$  の値は、両辺対数をとると直線の傾きを示すので既往最大地点雨量を包絡するように容易に決めることができる。しかしDAD式(式(9))の定数  $u, v, n$  に対してはこの方法は使えない。そこで、以下の方法を提案する。DAD解析の結果得られた全継続時間の最大面積雨量値に対して包絡線を引くことを目的として、以下の非線形計画問題を考える。

最小化:

$$f(\vec{x}) = \sum_i^N \sum_t^{\ell} \{P_a(A_i, t) - \widehat{P}_a(A_i, t, \vec{x})\}^2 \quad (10)$$

制約条件:

$$g(A_i, t, \vec{x}) = P_a(A_i, t) - \widehat{P}_a(A_i, t, \vec{x}) \leq 0 \quad (i = 1, \dots, N) \quad (11)$$

ここで、

$$\vec{x} = (u, v, n)^t = (x_1, x_2, x_3)^t \quad (12)$$

$$\widehat{P}_a(A_i, t, \vec{x}) = a \cdot t^{1-c} \exp\{-x_1 \cdot t^{-x_2} \cdot (A_i - A_0)^{x_3}\} \quad (13)$$

$N$  はそれぞれの降雨継続時間に対して DA 関係を計算した降雨面積の総数,  $\ell$  は最大の継続時間,  $\widehat{P}_a(A_i, t, \vec{x})$

は面積  $A_i$  と継続時間  $t$  に対する可能最大面積雨量,  $P_a(A_i, t)$  は既往最大面積雨量である。

本研究ではこの制約付き最適化問題を解く方法として, 外点ペナルティ関数法を用い, 以下のような拡張目的関数を設定した。

最小化:

$$F(\bar{x}, r^k) = f(\bar{x}) + r^k \sum_i^N \sum_t^{\ell} \{\max(0, g(A_i, t, \bar{x}))\}^2 \quad (14)$$

ここで,  $\{r^k\}$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$  は狭義単調増加して無限大に発散する正数列である。この拡張目的関数に対する制約なし最適化問題の列 ( $F(\bar{x}, r^k) \rightarrow \min$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ ) の最適解の列  $\{\bar{x}^k\}$  を求めてゆく。 $\{\bar{x}^k\}$  の収束解を求めることによって式 (10) の最適解を得た。

## (2) 適用結果と考察について

桑原<sup>1)</sup>は, 全国各地で起きた豪雨について DAD データを整理し, それらを包絡するように定数  $u, v, n$  を求めている。これらの定数は試行錯誤的に決められていたようである。桑原の求めた定数を用いると図-7 のようになる。ここでは, この日本の最大 DAD データに対して上で述べた最適化問題を設定し, 3 つの定数を客観的に決定した (図-8)。このようにして求めた DAD 曲線の定数は図-7 よりもさらにデータに適合した包絡線を与えることがわかる。ただし, これらの DAD 曲線は, 継続時間 24 時間で面積の最大の点 (既往最大面積雨量) と, 継続時間 12 時間, 6 時間の点におおよそ接する一方で, 継続時間 3 時間以下では点と離れている。これは継続時間が大きくなるにつれて, DA 関係の求められている面積の範囲が大きくなるためではないかと考えたが, 面積 5000km<sup>2</sup> 以上の 3 つの点を除いて包絡線アルゴリズムを適用したところ, ほぼ同じ結果となった。ここで目的関数 (式 (10)) を見直すと, この関数は { 累加面積雨量の既往最大値と可能最大値の差 }<sup>2</sup> を評価することがわかる。

そこで式 (15) に示すように重み  $w_{i,t}$  として,  $w_{i,t} = 1/t$  と  $w_{i,t} = 1/t^2$  の 2 つの場合を考え, 継続時間が小さいほど誤差を小さくするような目的関数を考える。

$$f(\bar{x}) = \sum_i^N \sum_t^{\ell} w_{i,t} \{P_a(A_i, t) - \widehat{P}_a(A_i, t, \bar{x})\}^2 \quad (15)$$

つまり  $w_{i,t} = 1/t$  のとき, { 累加面積雨量の既往最大値と可能最大値の差 } × { 降雨強度の既往最大値と可能最大値との差 },  $w_{i,t} = 1/t^2$  のとき { 降雨強度の既往最大値と可能最大値との差 }<sup>2</sup> を評価していることになる。

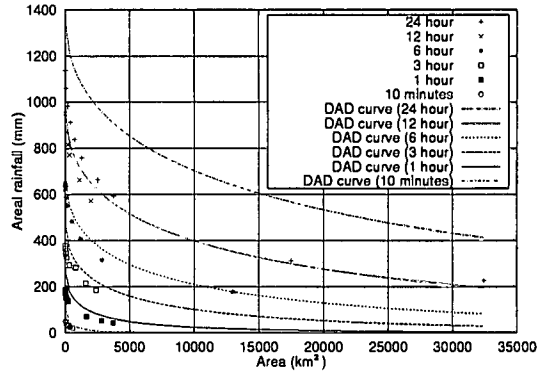


図-7 日本全国での DAD 解析 (桑原)

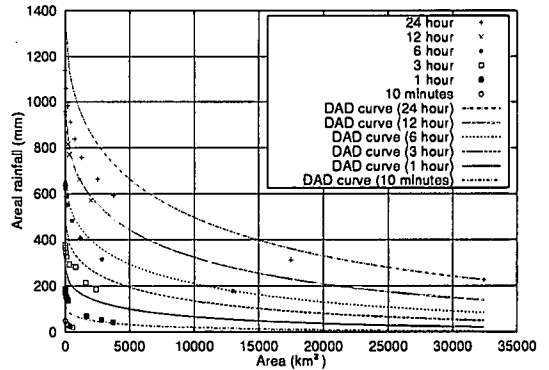


図-8 日本全国の DAD データに対して包絡線アルゴリズムを用いた場合 (重みなし)

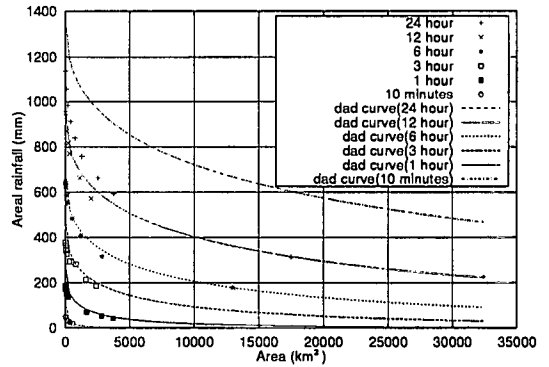


図-9 日本全国の DAD データに対して包絡線アルゴリズムを用いた場合 (重み 1/t)

表-4 4つの手法によって決定されたDAD曲線によるPMP推定値の比較(1時間面積雨量, 単位はmm)

面積 (km <sup>2</sup> )	桑原	重みなし	重み 1/t	重み 1/t <sup>2</sup>
100	218	240	196	188
500	160	200	136	155
1000	127	175	105	139
3000	72	125	57	112
5000	48	100	38	99

表-5 4つの手法によって決定されたDAD曲線によるPMP推定値の比較(24時間面積雨量, 単位はmm)

面積 (km <sup>2</sup> )	桑原	重みなし	重み 1/t	重み 1/t <sup>2</sup>
100	1279	1229	1257	1284
500	1178	1082	1153	1246
1000	1107	984	1085	1225
3000	949	779	939	1183
5000	854	664	854	1161

まずそれぞれの方法によるDAD曲線から推定される1時間雨量を比較すると、表-4から面積100km<sup>2</sup>では、重みなしから重み1/t, 重み1/t<sup>2</sup>になるにしたがって時間雨量が小さくなっているのがわかる。つまり既往値との差が小さくなっている。しかし500km<sup>2</sup>以上の面積では、重み1/tの場合に既往値との差が最小になっている。

表-5は、24時間雨量について比較したものである。この場合にはどの面積においても、重みなしから重み1/t, 重み1/t<sup>2</sup>になるにしたがって既往値との差が大きくなっていくのがわかる。本来なら気象学的観点からDAD曲線の妥当性を検討するべきであるが、重み1/tの方法が降雨強度と累加雨量の両方を評価することに相当するので、これによって最適化されたDAD曲線(図-9)が妥当であるとみなし、これを採用することにする。

桑原によるDAD式(図-7):

$$\widehat{P}_a(A, t) = 279 t^{0.5} \exp(-0.0248t^{-0.414} A^{0.500}) \quad (16)$$

重み1/tの方法によるDAD式(図-9):

$$\widehat{P}_a(A, t) = 279 t^{0.5} \exp(-0.0461t^{-0.454} A^{0.442}) \quad (17)$$

## 5. DA関係の求め方について

本研究ではDA関係を求める方法として以下の2つを提案する。両方法とも、流域全体を覆うグリッドにより定義されるグリッドセル上で、雨量の空間分布を評価するものである。

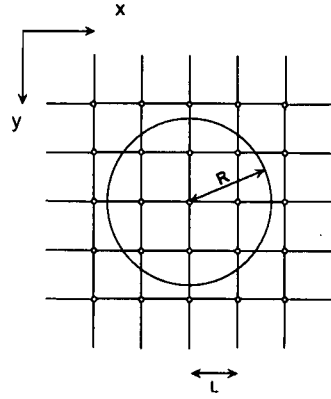


図-10 面積固定法(CAM)の概念図(各継続時間に対するDA関係は、半径Rの円の面積とその円の領域に含まれる雨量に対して求められる。)

### (1) 面積固定法(CAM)

指定された継続時間に対する最大面積雨量を半径一定の円に含まれる面積に対して求める方法である(図-10)。円と重なるグリッドセルにおける雨量値を用いて、円に含まれる領域の面積雨量を求める。そしてこの円を対象流域全体に移動させ、その面積に対する最大面積雨量を計算する。半径を変化させて同様にし、DAD関係を得る。ただし円が対象流域に含まれる範囲で半径を変化させる。

### (2) 雨量固定法(FRM)

指定された継続時間に対する最大面積雨量を降雨面積を柔軟に変化させて計算する方法である(図-11)。今、 $x-y$ 平面に流域を覆うグリッド、 $z$ 軸に雨量をとる3次元グラフで、ある時刻、継続時間における雨量の空間分布を考える。ある雨量値を通る平面で、観測雨量を示す曲面を切り、その断面積と断面より上部の体積(断面積に対する総雨量)を求める(図-11)。このようにして、最大面積雨量と面積との関係を求める。雨量固定法では、1つの雨域には降雨中心(最大雨量点)が1つあると仮定する。

図-12のように1.5km角のグリッドセル(以下、セル)に雨量を与え、アルゴリズムを説明する。値のないところは流域外である。

まず、最大の雨量値を検出する。この例では120mmであり、これが降雨中心となる。面積雨量120mm, 降雨面積 $1.5 \times 1.5 = 2.25 \text{ km}^2$ を出力する。降雨中心(番号11)のセルに接するセルを探索し、最大値を求める。この値、90mmが上で述べた平面の通る雨量値(閾値)である。90mmのセルは2つあるので面積雨量 $(120+90 \times 2)/3 = 100 \text{ mm}$ , 降雨面積 $2.25 \times 3 = 6.75 \text{ km}^2$ を出力する。

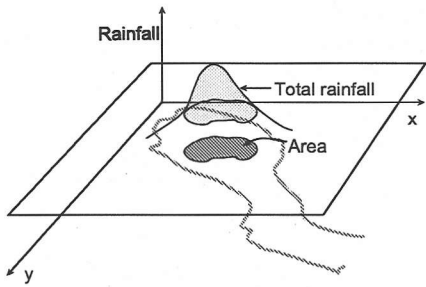


図-11 雨量固定法 (FRM) の概念図 (各継続時間に対する DA 関係は、雨量値ごとに決定される面積と総雨量に対して計算される。)

次に、3つのセル(番号5, 11, 12)に接するセル(番号4, 6, 10, 16, 17, 18)を探索し、最大値を求める。閾値は80mmとなり面積雨量  $(120 + 90 \times 2 + 80 \times 3) / 6 = 90\text{mm}$ 、降雨面積  $2.25 \times 6 = 13.50\text{km}^2$  を出力する。80mm以上の値を持つ6つのセル(番号4, 5, 10, 11, 12, 17)に接するセル(番号3, 6, 9, 15, 16, 18, 22, 23, 24)を探索する。最大値は90mm(番号15)であるが、前の閾値80mmより大きい値を持つこのようなセルは、降雨中心(番号11)の降雨域に含まれないとする。次の閾値は70mm(番号18)に設定され、DA関係が出力される。

以上の作業(閾値の設定, DA関係の出力)を繰り返すことで、降雨中心(番号11)の降雨域は黒と灰色の領域に決まり、DA関係が求まる。ある降雨域に対するDA関係が求められたら、次は計算された降雨域を除くセルの中で最大の雨量値を検出する。100mm(セル番号20)が最大であるから、これが次の降雨中心となる。

以下、上と同様に周囲を探索し閾値を設定しながらDA関係を計算する。降雨中心(番号20)に対する降雨域は白と灰色の領域に決まる(注: 閾値80mmに設定されるとき、DA関係はセル番号4, 10, 17, 15, 20に対して計算される)。この方法では、建設省土木研究所<sup>6)</sup>の方法と違い、閾値が自動的に設定される。

図-13のような場合に上に述べた方法を用いると、面積2.25, 6.75, 38.25, 45.00km<sup>2</sup>に対して面積雨量120.00, 100.00, 58.82, 56.00mmが求まる。ただし6.75から38.25km<sup>2</sup>の間の広い範囲に対して面積雨量が計算されない。このようなことが建設省土木研究所<sup>6)</sup>の研究において中間的な面積(約50~500km<sup>2</sup>)に対してDA関係が求まらない原因となると考えられる。この例で、閾値50mmを  $P_a^L$ 、この閾値以上の値を持つすべてのセルの面積38.25km<sup>2</sup>を  $A^{all}$ 、面積雨量58.82mmを  $P_a^{all}$ 、6.75から38.25km<sup>2</sup>の間の面積  $A^{part}$  に対する面積雨量

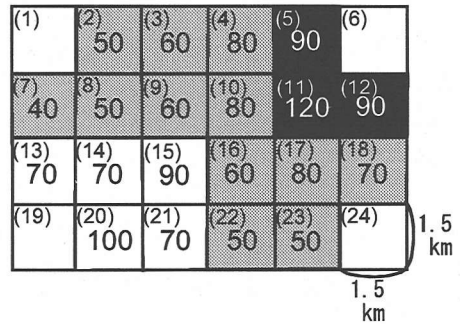


図-12 雨量固定法 (FRM) の降雨中心と降雨域の例

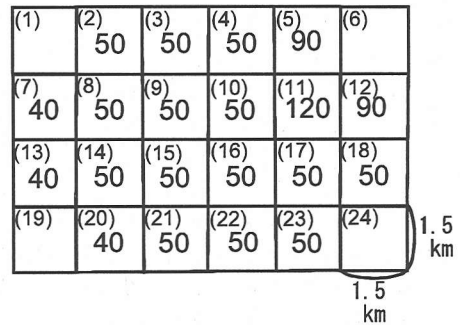


図-13 DA関係が中間的な面積に対して求まらない例

を  $P_a^{part}$  と置くと、これらには以下の関係がある。

$$\frac{P_a^{all} A^{all} - P_a^{part} A^{part}}{A^{all} - A^{part}} = P_a^L \quad (18)$$

この式を変形すると、

$$P_a^{part} = \frac{A^{all}}{A^{part}} (P_a^{all} - P_a^L) + P_a^L \quad (19)$$

となり、DA関係が求まらなかった面積  $A^{part}$  に対する面積雨量  $P_a^{part}$  が得られる。

## 6. DAD解析の結果と考察

### (1) DD解析結果について

図-14に、地上雨量計で観測された各継続時間に対する最大地点雨量に基づくDD関係を示す。1978年から1996年の間の10個の豪雨事象に対するDD関係と1998年8月末豪雨のDD関係を比較すると、1998年の豪雨は1時間から73時間の継続時間について記録を更新しており、記録破りの豪雨だったことがわかる。

図-15は1998年8月末の豪雨に対する地上雨量計によるDD関係とMRAにより補正されたレーダー雨量によるDD関係を示している。DD式(式(8))の定数  $a$



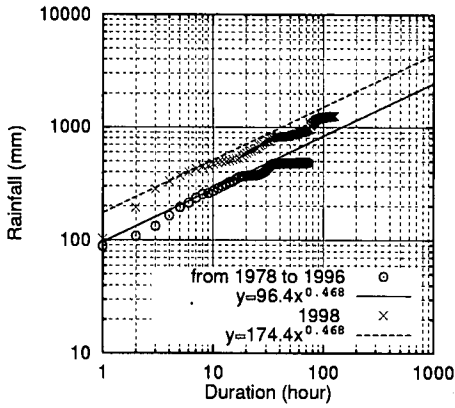


図-14 地上雨量計を用いた1978年から1996年までと1998年のDD解析結果の比較

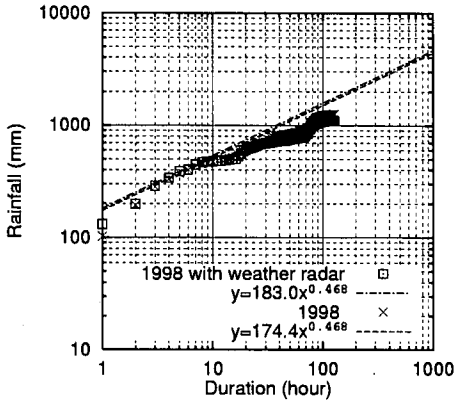


図-15 1998年の豪雨に対する地上雨量計とレーダー雨量(MRA)を用いる場合のDD解析結果の比較

は、流域のある地点における可能最大時間雨量を示している。すなわち、レーダー雨量によると  $a = 183.0\text{mm}$ 、地上雨量計によると  $a = 174.4\text{mm}$  だけ降り得ることを示している。レーダー雨量は継続時間の短い場合(10時間以下)には地上雨量計よりも大きい値を与え、長い場合(26時間以上)には地上雨量計よりも小さい値を与えている。このことは、表-2からもわかるように、MRAが累加雨量を過小評価していることを示している。しかしながら、継続時間が短い場合にレーダー雨量が地上雨量計よりも大きな極値を与えている。これは、地上雨量計の位置とは異なる場所(グリッドセル)で得られたものであって、地上雨量計が探知できなかった局所的豪雨を、レーダー雨量が捕らえることができる可能性を示唆するものである。

## (2) DAD解析結果について

DAD解析は、1998年の豪雨に対して地上雨量計のみを用いて最近隣法(Thiessen法に相当する)により空

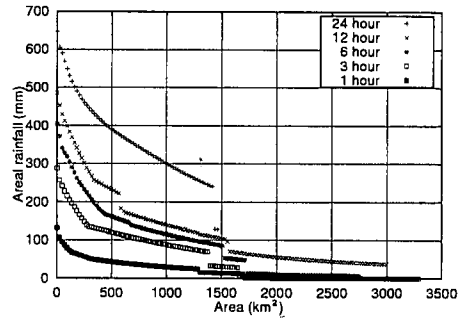


図-16 レーダー雨量(MRA)に雨量固定法(FRM)を用いて計算されるDA関係

間分布を決定した雨量を用いる場合と、MRAによって補正されたレーダー雨量を用いる場合の2通りについて行う。CAMで計算するときには、円の半径を1.5kmから16.5kmまで1.5km刻みで11通りに設定し、1, 3, 6, 12, 24時間累加雨量の空間分布に対してDA関係を求める。これら55個の点(既往最大面積雨量)に対して4.(2)で与えた最適化アルゴリズムの重み  $1/t$  をかける方法を適用する。FRMを用いると、図-16のように最大で流域の面積までDA関係が求められる。得られた点群から各継続時間、最大面積と最小面積(4.5km<sup>2</sup>)を含む20個の点を抽出しCAMと同じ方法で包絡線を描く。

まずCAMを用いて、上の2通りの方法(最近隣法とMRA)によって推定された1998年豪雨の面積雨量を比較する(図-17, 図-18)。図-17において、3時間と6時間に対する点は比較的小さい面積(100km<sup>2</sup>以内)でよく一致している。また1時間と3時間に対するものは比較的大きい面積(700km<sup>2</sup>以上)でよく一致している。一方図-18をみると、3時間と6時間の点に対して100km<sup>2</sup>以内と700km<sup>2</sup>付近でなぞるように曲線が引かれている。いずれの場合でも継続時間3時間と6時間の既往最大面積雨量がPMPを決定していることがわかる。図-17のDAD曲線は、図-18のそれよりも緩やかに減少している。これは図-17のプロットされた点が、小さい面積(200km<sup>2</sup>以内)のところでも上に凸の曲線を描く一方、図-18のそれは下に凸の曲線を描いているからである。結果として面積600km<sup>2</sup>以内では、図-17のDAD曲線は図-18で与えられるものよりも大きいPMPを与える。

次に、補正されたレーダー雨量(MRA)を用いて、面積固定法(CAM)と雨量固定法(FRM)の比較を行なう(図-18, 図-19)。継続時間3時間と24時間の700km<sup>2</sup>から1000km<sup>2</sup>まで、6時間の100km<sup>2</sup>付近で曲線が点に一致する(図-19)。FRMによる面積雨量は、300km<sup>2</sup>

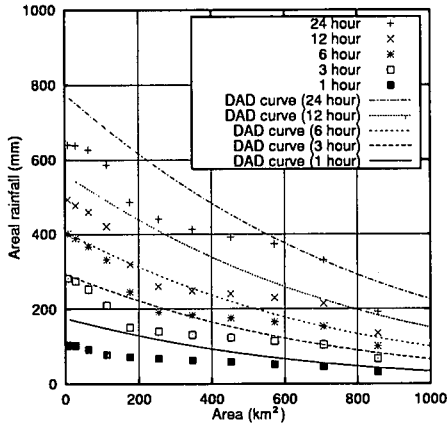


図-17 地上雨量計だけ (最近隣法または Thiessen 法) を用いた DAD 解析結果 (CAM)

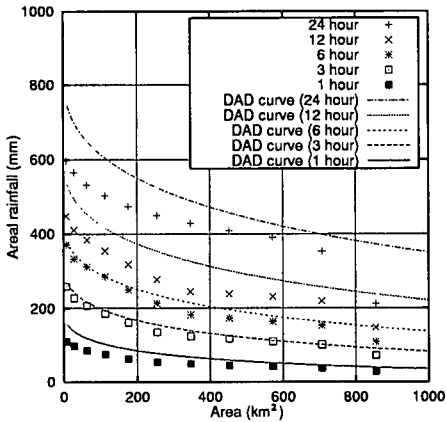


図-18 レーダー雨量 (MRA) を用いた DAD 解析結果 (CAM)

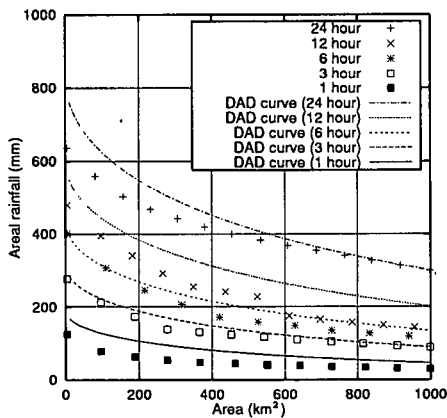


図-19 レーダー雨量 (MRA) を用いた DAD 解析結果 (FRM)

より小さい面積に対して CAM より大きくなるので、結果として図-19 の DAD 曲線は、400 km<sup>2</sup> 以内の面積に対して図-18 のものよりも大きい PMP の推定値を与える。

以上の3通りの結果すべてについて、継続時間 24 時間の面積 400 km<sup>2</sup> 以下において既往最大値と DAD 曲線の乖離が目立つが、これは 4. に述べたように目的関数が、全継続時間の既往最大面積雨量に対して 1 つの最適な DAD 式 (一組の定数) を決定するからである。

最後に、那珂川水系 (図-17~19) と全日本での解析結果<sup>1)</sup> (図-7~9) の比較を行なう。今回の那珂川の豪雨は、この地域としては確かに記録破りではあったけれども、日本の他の地域では十分に起こり得るものであったといえる。これらの DAD 曲線式は以下のものである。最近隣法に CAM を用いた場合 (図-17):

$$\widehat{P}_a(A, t) = 174.4 t^{0.468} \times \exp\{-0.00117t^{-0.0922}(A - 2.25)^{1.05}\} \quad (20)$$

レーダー雨量 (MRA) に CAM を用いた場合 (図-18):

$$\widehat{P}_a(A, t) = 183.0 t^{0.468} \times \exp\{-0.0613t^{-0.214}(A - 2.25)^{0.477}\} \quad (21)$$

レーダー雨量 (MRA) に FRM を用いた場合 (図-19):

$$\widehat{P}_a(A, t) = 183.0 t^{0.468} \times \exp\{-0.0262t^{-0.104}(A - 2.25)^{0.574}\} \quad (22)$$

## 7. 結語

2 つのレーダー雨量計と 45 個の地上雨量計を用い、地上での雨量の時空間分布の推定精度を上げるとともに、それを用いて雨量・面積・継続時間 (DAD) の関係を推定する方法を検討した。得られた成果は以下のようである。

(1) 赤城山レーダー雨量、高鈴山レーダー雨量をそれぞれ別々に毎時補正する方法 (Cal-A と Cal-T) を比較すると Cal-T の方が実際の降雨の空間分布を精度良く推定していることがわかった。また、Cal-A を Cal-T とともに用い、WM (重みづけ法) と MRA (重回帰分析法) により地上雨量の推定精度をさらに向上させることができた。

(2) DA 関係を求める際に、面積固定法 (CAM) と雨量固定法 (FRM) という 2 つの方法を考え、それらの比較を行った。CAM は円という固定された形状とそこに含まれる雨量との関係を求めるものであるから、地上で円の領域を指定したときの既往最大の DA 関係を求めることになる。欠点としては、対象領域の形状により、ある面積以上になると円が流域外にはみ出すので、対

象流域の面積が DAD 曲線の外挿領域に位置し、PMP 推定の信頼性が低くなる恐れがある。一方、FRM はある継続時間に対する累加雨量の極大値(降雨中心)から、降雨域の形状(等雨量線)に従って DA 関係を計算する方法である。つまり、地上におけるある不定形の面積に対する DA 関係を求めることになる。DA 関係の求められる範囲は降雨域の形状に依存するが、本研究では CAM より広範囲で DA 関係が求められた。

(3) 非線形最適化手法により、DAD 曲線を自動的(主観的判断なし)に決めることができた。その際目的関数に重み  $1/t$  をかける方法がよい結果を与えることが知れた。従来試行錯誤的に求められていた DAD 曲線より客観的な手法で得ることを可能にした。

(4) 日本全国の最大雨量記録及び那珂川流域の最大豪雨(1998年8月)に対して、継続時間 24 時間までの雨量を用いて DAD 曲線を求めた。那珂川における 1998 年 8 月の豪雨は、この地域にとっては記録破りであったけれども、日本の他の地域では十分に起こり得る規模の豪雨であることがわかった。

本論文により、レーダー雨量計を用いて DAD 解析を合理的に行う方法を提示した。今回の那珂川のような当該流域にとって記録破りの豪雨が発生したときのレーダー雨量を用いることにより、DAD 解析を改善することができる一例を示すことができたと考えている。

筆者らは、FRM によって求めるグリッドセルの雨量値の大小関係を利用して、DAD 式に基づいて PMP の時空間分布(可能最大豪雨)を設定し、分布型流出モデルを利用して可能最大洪水(PMF)を推定する試みを行っている。これについては別の機会に稿を改めて論じたい。

また、PMP や PMF を確率分布の上限値として、水文頻度解析に両側有界分布を導入する試みがなされている<sup>8)</sup>。本研究は、単に PMP や PMF の値を統計的に推定するのみならず、従来の DAD 解析や頻度解析の方法論、治水計画の考え方をさらに発展させるための基礎を与えるものということができよう。

謝辞：地上雨量計と赤城山、高鈴山レーダー雨量計のデータを提供して頂いた建設省関東地方建設局(現国土交通省関東地方整備局)、また、雨量データを提供して頂いた那須湯本浄化センター、栃木県黒磯那須消防組合、京都大学防災研究所助手牛山素行氏に深く感謝の意を表します。

#### 参考文献

- 1) 桑原英夫：日本における最大級豪雨の時間的空間的集中特性に関する実証的研究，東京大学博士論文，1986。
- 2) 角屋 睦，永井明博：洪水比流量曲線へのアプローチ，京都大学防災研究所年報第 22 号 B-2，pp. 195-208，1979。
- 3) 石原藤次郎，高樺琢馬：単位図法とその適用に関する基礎的研究，土木学会論文集，第 60 号別冊 3-3，pp. 1-34，1959。
- 4) 角屋 睦，福島 晟：中小河川の洪水到達時間，京都大学防災研究所年報第 19 号 B-2，pp. 143-152，1976。
- 5) 建設省土木研究所河川部水文研究室：関東南部 DAD 調査報告，土木研究所資料第 1187 号，1977。
- 6) 建設省土木研究所河川部水文研究室：レーダ雨量計から見た降雨の時空間特性に関する調査報告，土木研究所資料第 2604 号，1988。
- 7) 水文・水資源学会[編集]：水文・水資源ハンドブック，朝倉書店，pp. 228-231，1997。
- 8) 宝 馨，土佐 香織：両側有界分布の水文頻度解析への応用，水工学論文集，第 43 巻，pp. 121-126，1999。

(2000.7.10 受付)

## APPLICATION OF RADAR RAINGAGE AND NONLINEAR OPTIMIZATION TO DAD ANALYSIS

Kaoru TAKARA, Tempei HASHINO and Tadahiko NAKAO

This paper describes a procedure of estimating the PMP (Probable Maximum Precipitation) using radar raingages and DAD (Depth-Area-Duration) analysis. Radar data obtained from two radars, which cover the Naka river basin in Japan, are calibrated with 45 ground raingages. The radar data indicated the local extreme rainfall which ground raingages could not catch. In obtaining DA relationship with spatially distributed rainfall data, constant area and fixed rainfall methods are proposed, and the difference of DAD equations given by the two methods is investigated. A nonlinear optimization technique determining parameters of DAD equation objectively is developed and applied to the records of maximum storms in Japan and the Naka river basin.