

# 地下施設計画のための 地下水浸透流ボクセル解析

櫻井英行<sup>1</sup>・白石知成<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 工修 清水建設株式会社 技術研究所 (〒135-8530 東京都江東区越中島3-4-17)

<sup>2</sup>正会員 工修 清水建設株式会社 技術研究所 (〒135-8530 東京都江東区越中島3-4-17)

放射性廃棄物処分場などの地下施設の計画に役立つシステムを目標とし、ボクセル解析法による地下水浸透流解析システムを開発した。本論文では、従来の有限要素法による地下水浸透流解析におけるメッシュ作成の問題点を具体的に示すとともに、ボクセル法による解析システムではそれらの問題点が解消され、解析効率が大きく向上することを示す。また、ボクセル解析法の弱点である形状近似の不具合が、解析精度に及ぼす影響を検討した結果についても報告する。

**Key Words :** voxel, groundwater flow, geological structure, solid modeling, underground repository

## 1. はじめに

放射性廃棄物地層処分の地下施設<sup>1)</sup>等を計画する上で、候補地周辺の地下水流動場や地下施設建設による地下水流動場の変化を予測することは極めて重要である<sup>2)</sup>。この場合、地質調査やFEM (Finite Element Method) に代表される数値解析に基づく検討が行われると考えられるが、信頼性の高い評価のためには、入念な調査と詳細な三次元解析が、相互に補完し合うことが必要であろう。しかしながら、実際には、三次元水理地質モデルに対応するFEメッシュ・モデルの作成が足かせとなり、地質調査の進展に解析が追従できないことや、反対に効率的なメッシュ作成のために大胆な簡略化が行われるなどが想定され、両者の相互補完を十分に行うことは非常に困難と言える。

機械設計の分野に目を向けると、ソリッド・モデリング<sup>3)</sup>等による三次元形状モデラやFEMのプリ/ポスト・プロセッサを備えた優れたCAE (Computer Aided Engineering) システムが開発されており、商用システムも多い。また、近年のハードウェア性能の飛躍的な向上と低価格化により、水準の高いCAE環境を導入しやすくなっている。

このような優れたCAEシステムを利用できる環境にあっても、三次元メッシュ作成には、製品の細部までも忠実に表現した製品モデルから解析用形状モデルへの簡略化や自動メッシュ生成アルゴリズムの

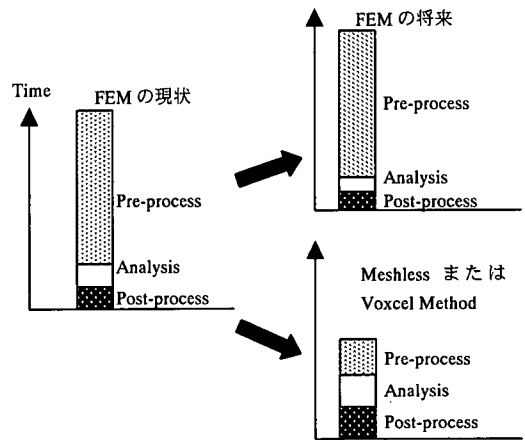


図-1 計算機の進歩に伴う解析時間の変化<sup>4)</sup>

制約に起因する幾何形状の細分化といった、エンジニアの手作業に頼る部分が多く残されており、FEM解析に要する時間は、図-1に示すような状況にあるというのが実状のようである<sup>4)</sup>。すなわち、FEM解析においては、プリ・プロセスの手作業に要する時間が大部分を占めているため、ハードウェアの進歩によって、解析やポスト・プロセス、プリ・プロセスの一部 (自動メッシュ生成処理) が、時間短縮されても一連の解析プロセスのトータル時間はあまり変わらないというものである。

本報告で対象としている地質構造にはメッシュ分割

を更に困難にしている決定的な要因がある。それは、地質構造が複数の地層から構成されており、しかも、その地質境界（物性境界）が複雑に入り組んでいることである。複合領域をメッシュ分割する場合、隣接する領域の境界面でメッシュ・パターンを一致させる必要があるが、それが幾何形状定義における手作業を大幅に増やし、メッシュサイズの制御を難しくする。メッシュ生成法の研究は盛んに行われているが、この複合領域を対象とする研究例は少なく、大きな課題として残されている<sup>5),6)</sup>。すなわち、三次元地質構造を対象としたFEM解析は、先に述べた図-1の状況の典型であると言える。

こうした問題を根本的に解決しようとする新しい解析手法としてメッシュレス法<sup>4),7)</sup>やボクセル解析法<sup>4),8)</sup>が注目されている。これらは、プリ・プロセスの手作業部分が解消される手法であれば、反対に解析時間やポスト・プロセス時間が増えることになったとしても、解析のトータル時間は短縮されるという発想から生まれた手法である。しかも、時間が増えた部分は、ハードウェアの進歩により自動的に時間短縮されることが期待できる（図-1の下向き矢印）。

メッシュレス法は、要素情報を必要としない手法であり、Smoothed Particle Hydrodynamics<sup>9)</sup>やPartition of Unity FEM<sup>10)</sup> など、いくつかの方法があるが、内挿関数にMLS（Moving Least Square）を用い、連続体解析に適用されたElement-free Galerkin Method<sup>11)</sup>によって、急速に研究・開発の動きが広まったと言える。ところが、適用例としては、クラックの進展問題<sup>7),12)</sup>など、メッシュレスの利点を活かしてはいるものの二次元問題の報告がほとんどであり、三次元問題に適用された報告<sup>13),14),15)</sup>はあっても、メッシュ作成が困難な複合領域を対象とした報告は見あたらない。著者らも地下施設計画における三次元地下水解析に対して強力な手法になりうることを検討しているが、二次元の例で構想を示したに過ぎない<sup>16)</sup>。メッシュレス法については、三次元複合領域までも扱える汎用的なシステムは、開発されていないのが実状であろう。領域境界面の定義やMLSによる形状関数作成のための高速な節点収集法等の他、合理的な全体システム設計も課題であると考えられる。

ボクセル解析法は、三次元形状表現法の一つであるボクセル・モデルを、そのまま、解析用のメッシュ・モデルとして用いる方法（一般には、FEM）である。ボクセル・モデルでは、三次元空間を非常に小さな立方体、すなわちボクセル（Voxel: Volume Pixelの略）に分割し、各ボクセルが対象物の内部と外部のどちらに位置するのかを判定することによっ

て三次元形状を表現する。形状が非常に複雑であっても、确实、かつ、高速にモデリングできるため、CTスキャナやMRIといった医療分野の画像処理等で用いられてきた。自由度数が非常に大きくなるため解析要モデルとして用いられるようになったのは、計算機資源の低価格化と高性能化が進んだ近年である。節点座標が必要ないこと、要素結合情報が少なく済むこと、要素形状が単一なので要素マトリックスをすべて記憶する必要がないことを考慮して、うまくプログラムすると、大幅な記憶容量の削減が可能になり、数千万自由度といった通常のFEMより格段に細かいメッシュによる解析が可能になる。Hollister and Kikuchi<sup>17)</sup>によって骨の微細構造の解析に適用され、現在は、機械設計の分野でも実用化され始めた<sup>18)</sup>。また、幾何形状定義からボクセル・メッシュ生成、境界条件設定、解析、結果表示までの一連の処理を支援する商用CAEシステムが開発されるまでに至っている<sup>19),20)</sup>。ボクセル解析法の短所は、本来滑らかな境界面であっても階段状の形状近似となり、解析精度に影響する点である。ボクセル解析法に関する研究報告には、この短所を改善を狙ったものも多い<sup>4),8),18),21),22)</sup>。

以上のような状況の中、著者らは、地下施設計画における浸透流解析の根本的な効率化を計ることを目的として、ボクセル解析法を用いたCAEシステムを開発した。これは、飽和浸透流解析機能、および、地下施設計画に必要となる特別な機能を備えたシステムである。本論では、従来型のFEMに代わり、ボクセル解析法を用いることにより、地下施設検討のためのメッシュ作成が飛躍的に合理化されることを述べるとともに、ボクセル法の弱点である境界面形状近似の不具合が解析精度へ及ぼす影響について検討した結果を報告する。

## 2. 浸透流ボクセル解析システムの利点

ソリッド・モデリングは、多くのCAEシステムで採用されている最も高度な三次元形状モデリング手法の一つである。まず、FEMメッシュ作成のためのソリッド・モデリングにおける問題点を明らかにするとともに、ボクセル解析を用いた場合には、それらの問題点のほとんどが解消され、さらには、より自由度が高いモデリングが可能になることを述べる。

### (1) 地質構造のソリッド・モデリング

著者らは、三次元地質構造を分かり易く表現することを目的として、それをソリッド・モデルとして

作成し、画像化することの有効性を示した<sup>23)</sup>。

また、そのソリッド・モデルを合理的に定義・管理する方法として、地質構造を地層ブロック（地質境界面や断層面で囲まれたソリッド・モデル）の集合として扱い、各地層ブロックをそれを囲む曲面群とそれらの論理演算式によって定義する方法を提案した<sup>24),25)</sup>。これは、ソリッド・モデリングの一手法であるCSG（Constructive Solid Geometry）<sup>3)</sup>の考え方を踏襲したものであり、地質境界面や断層面が曲面補間プログラムによって具体化（instancing）される基本要素（primitive）に対応付けられる。著者らの構築したシステムでは、曲面補間は、ボーリング・データや地質断面図等のデジタル・データから地質統計学的手法であるKriging<sup>26),27)</sup>により行い、CSG的なデータに基づく最終的なソリッド・モデルとしての具現化と画像化は、汎用のソリッド・モデラを用いている。

ここで、図-2に示すような地質構造を例にとると、前述のソリッド・モデリングでは、図-3のように、4つの地層ブロックに分けて構築することになる。ボクセル・メッシュの場合、地質構造全体を包含するボクセル空間を定義し、各ボクセルがどの地層に属するかを判定するだけなので、図-3のソリッド・モデルを使うことができるが、FEメッシュを作成しようとする場合には、隣接する地層ブロックの境界面を共有しないため、境界面上でメッシュの適合が保証されないといった不都合が生じる。つまり、FEメッシュ用には、通常、図-4のように太線で表した五つの面を共有するような単体のソリッド・モデルとして作成する必要がある。図-5に太枠で示した作業がそれに対応するのであるが、著者らの経験では、図-3のソリッド・モデル作成の倍以上の時間を要し、地質構造が複雑になるほど、その倍率も大きくなる。

## (2) FEメッシュ作成のためのソリッド・モデリング

図-4のようなソリッド・モデルを作成することが、三次元浸透流解析を非効率にする最も大きな要因となっているが、その具体的問題として以下の三つを挙げることができる。

- 1) 図-4のソリッド・モデルの作成のための作業（図-5の太枠）は、ほとんどが対話形式オペレーションによる手作業とならざるを得ない。熟練オペレータでも、機械的に手際よくモデリングすることは難しい。
- 2) 地質境界面は起伏の激しい複雑な形状のため、機械部品の滑らかな曲面に比べて、曲面同士の交差曲線の計算が不安定になりやすい。その場合、著者らの経験では、曲面形状を微妙に変えたり、曲

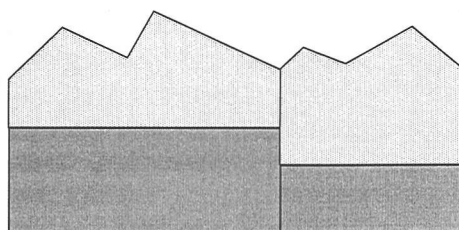


図-2 地質構造の例

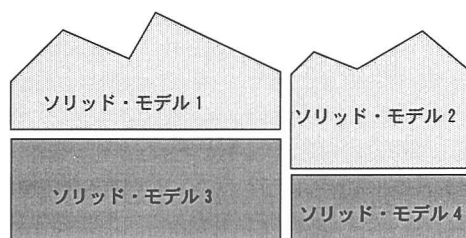


図-3 地質構造のソリッド・モデリング

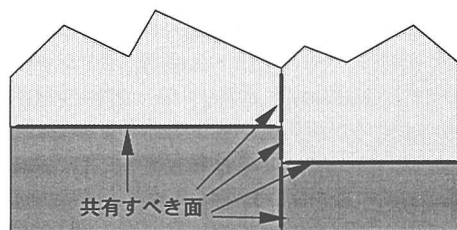


図-4 FEメッシュ用のソリッド・モデリング

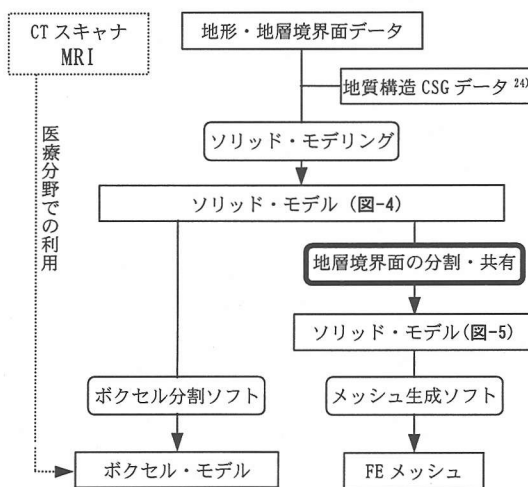


図-5 ボクセル・モデルとFEメッシュの作成

面の位置を許容できる範囲内で移動したりといったノウハウを伴う対処が必要になる。図-4のソリッド・モデルを作成するためには、地層境界面を共有するために更なる地層境界面の分割が必要になり、この問題に遭遇する可能性が高くなる。

- 3) 図-6に示すように断層によって地質境界面が部分的に不連続になるような曲面のモデリングは難しい。断層を境にして二つの曲面に分けてモデリングする方が扱いやすいが、FEメッシュ作成のためには、連続な部分でエッジを完全に共有させる必要がある。これは、完全な手作業となる上、それぞれのソリッド・モデルに特有なノウハウも必要とされるであろう。

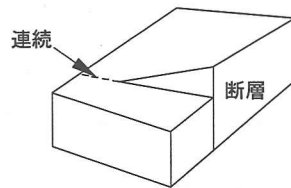


図-6 断層によって部分的に不連続になる地層

### (3) ボクセル解析用のソリッド・モデリング

ボクセル・メッシュ生成には、図-3のようなソリッド・モデルを用いることができるが、このモデリングに対しては、前述のCSG的なデータに基づき、各地層ブロックを自動構築するためのプログラム(マクロ)を作り出すことができる。FEMの問題点の2)で述べたように、交差曲線の計算に失敗し、人間の判断を伴うような変更が生ずることがあるので、そのような変更までも含めて、完全自動ですべての地層ブロックを構築することは難しいが、FEMの1)で述べた手作業は必要ない。FEMの3)については、ボクセル解析を前提にした場合は、全く問題にならない。このようにボクセル解析法を用いるとFEメッシュ作成のためのソリッド・モデリングの問題のほとんどが解消される。

ボクセル解析におけるメリットはこれだけではなく、地質調査の進展に伴うメッシュの変更や地下施設の位置検討のためのメッシュの変更も容易になる。

例えば、図-7のように追加ボーリングによって、新たな地層が発見され、それがレンズ状の地層であると解釈されたとする。その場合は、そのレンズ状の地層ブロックを追加作成し、それに対応するボクセルの物性IDを変更するだけでよい。

地下施設も同様である。別途作成した地下施設のソリッド・モデルを所定の位置に配置した後、その部分のボクセルの物性IDを変更することでモデル化できるので、施設位置の違いによる地下水流動場の変化を比較することも容易である。このような地質構造の変更や地下施設位置の検討を行う場合、従来のFEMでは、メッシュ作成が、非常に手間のかかる作業となることは明らかである。

以上、解析メッシュをボクセル・モデルにするといった割り切りを行うことにより、メッシュ作成効率が格段に向上することを述べた。著者らの経験で

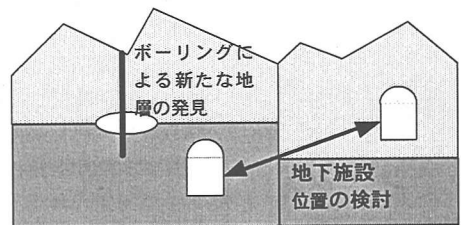


図-7 地質構造の修正と地下施設位置の検討

は、従来型のFEメッシュ作成と比べ、初期の幾何形状定義(ソリッド・モデリング)では1/3以下、地質調査の進展に伴うメッシュの修正、及び、地下施設の考慮とその位置変更では1/10以下の作業時間になると見込んでいる。また、計算時間については、解析自由度が数百万から一千万程度であれば、ハイエンド・ワークステーションで、一晩で結果が得られる。数時間の解析結果が一晩になったとしても、メッシュ作成の数週間が一週間程度に短縮されることのメリットの方が大きいと考える。

次章では、ボクセル・モデルの形状近似と解析結果の精度の関係について検討した結果を示す。

## 3. 解析例と精度の検証

ここでは、ダルシーの法則に従う多孔質媒体の流れを扱い、基礎方程式として次式を導入する。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) = 0 \quad \text{in } V \quad (1)$$

$$\phi = \hat{\phi} \quad \text{on } S_\phi \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \hat{q} \quad \text{on } S_n \quad (3)$$

ここに、 $V$ 、 $S_\phi$ 、 $S_n$ は、それぞれ解析領域と2種類の境界条件が規定される解析領域境界面を表し、 $\phi$ は全水頭、 $k_x$ 、 $k_y$ 、 $k_z$ は透水係数、 $\partial/\partial n$ は境界に立てた法線方向微分である。この問題に対してガラーキン法を適用し、FEMにより離散化を行った。本来、

ボクセルは立方体であるが、プログラム上は、ほとんど同じなので、ここでは、メッシュに柔軟性を持たせるため、次の長方形の形状関数を用いた。

$$\phi = \{N\}^T \{\phi\} \quad (4)$$

$$N_i = \frac{1}{abc} \left( \frac{a}{2} + xx_i \right) \left( \frac{b}{2} + yy_i \right) \left( \frac{c}{2} + zz_i \right) \quad (5)$$

$$x_i = [-1 \quad +1 \quad +1 \quad -1 \quad -1 \quad +1 \quad +1 \quad -1]$$

$$y_i = [-1 \quad -1 \quad +1 \quad +1 \quad -1 \quad -1 \quad +1 \quad +1] \quad (6)$$

$$z_i = [-1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad +1 \quad +1 \quad +1 \quad +1]$$

ここで、 $\{\phi\}$ は未知関数 $\phi$ の節点値、 $\{N\}$ は形状関数であり、要素中心を原点として表した。 $a, b, c$ は、それぞれ、要素の $x, y, z$ 方向の大きさである。

要素内で透水係数は一定とすると、最終的には式(7)のような有限要素方程式が得られるが、要素形状が長方形なので式(8)(9)の積分は数値積分によらず、陽な形で求めることができる。また、要素形状が単一なので、各積分値と各地層の透水係数のみを記憶しておくだけで、式(7)への重ね合わせが可能となる。

$$\sum ([K]\{\phi\} - \{f\}) = 0 \quad (7)$$

$$[K] = k_x \int_c \int_b \int_a \left\{ \frac{\partial N}{\partial x} \right\} \left\{ \frac{\partial N}{\partial x} \right\}^T dx dy dz + k_y \int_c \int_b \int_a \left\{ \frac{\partial N}{\partial y} \right\} \left\{ \frac{\partial N}{\partial y} \right\}^T dx dy dz + k_z \int_c \int_b \int_a \left\{ \frac{\partial N}{\partial z} \right\} \left\{ \frac{\partial N}{\partial z} \right\}^T dx dy dz \quad (8)$$

$$\{f\} = \hat{q} \int_{S_n} \{N\} ds \quad (9)$$

#### (1) 地下水面（地表面）のモデル化に関する検討

飽和地下水浸透流解析では、一般に、地下水面が既知であると仮定してモデル化される。つまり、モデルの上面を地下水面に一致させて、そこに拘束条件として大気圧を与えるため、地下水面形状の近似が解析精度に大きく影響する。ボクセル・モデルでは、地下水面形状が階段状に近似されるため、モデル化には注意が必要である。

ここでは、図-8の一定勾配地下水面を有する二次元場を対象とし、ボクセルの大きさと水面勾配*i*を変化させた解析を行った。境界条件は、上面（地下

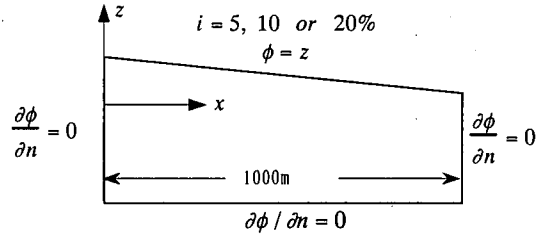


図-8 地下水面に関する検討のためのモデル

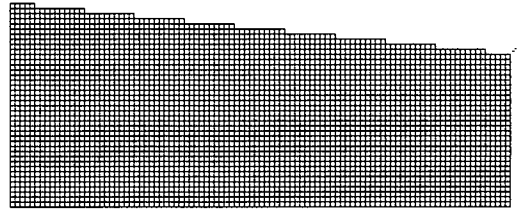


図-9 地下水面勾配が10%のボクセル・メッシュ

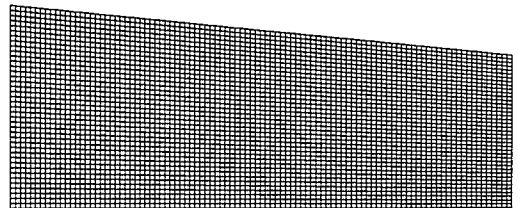


図-10 地下水面勾配が10%のFEメッシュ

水面)で大気圧条件 ( $p=0$ ) の $\phi=z$ とし、その他の境界は不透水条件である。図-9及び図-10は、地下水面勾配が10%の場合のボクセル・メッシュ（ボクセル・サイズ10m）と比較のためFEメッシュである。ボクセル・モデルの地下水面は、各ボクセルの中心が地下水面以下に有るか否かで判定しているため、階段状になる。

図-11から図-13は、階段状の地下水面の節点にその節点の $z$ 座標値を拘束条件値として与え、 $\phi = z_{node}$ とした場合の解析結果である。図は、全水頭等値線を数本選んで描いたものであり、細線が図-10のFEメッシュ、点線が5mボクセル・メッシュ、太線は10mボクセル・メッシュ、淡い太線は20mボクセル・メッシュによる結果である。各結果とも、ボクセルが小さくなるにつれて、図-10のFEメッシュの結果に近づいており、ボクセルを細かくすることによる解の収束性は確認できる。ただし、地下水面形状が階段状になっている解への影響は、モデルの深部にも及んでおり、無視できない。

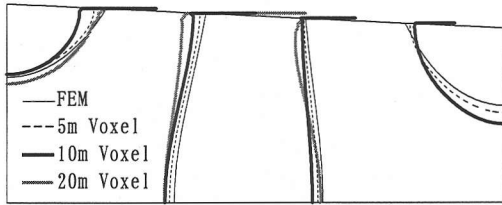


図-11 地下水面勾配が5%の場合の結果比較

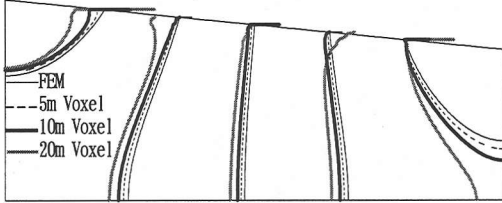


図-12 地下水面勾配が10%の場合の結果比較

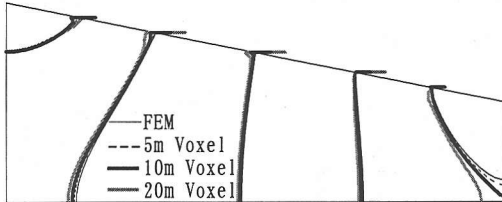


図-13 地下水面勾配が20%の場合の結果比較

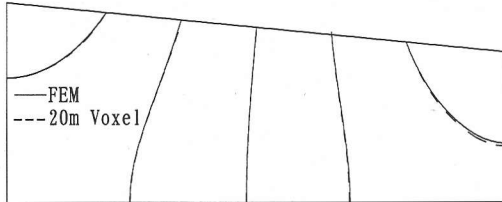


図-14 真の水面を境界条件とした場合の結果比較

ここで、もう一つの拘束条件設定方法による解析結果を示す。それは、階段状にモデル化された地下水面上の節点にその節点の $z$ 座標値を与え、 $\phi = z_{node}$ とするのではなく、 $x$ の関数として与えられる正しい地下水面の $z$ 座標値  $z_{act}(x)$  を与え、 $\phi = z_{act}(x_{node})$  とする方法である。図-14は、この設定方法による勾配が10%の場合の解析結果である。細線が図-10のメッシュによるFEMの等値線、破線が最も粗い20mボクセルによる等値線である。両者は良好な一致を示していることが分かる。

確認のため、自然地形に適用した場合の解析も実施した。解析対象は、東西17km×南北17km×深度5kmの領域である。地下水面は、地表面に一致するとして、FEMメッシュおよびボクセル・メッシュを

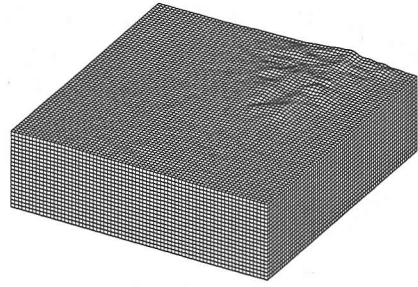


図-15 自然地形のFEメッシュ

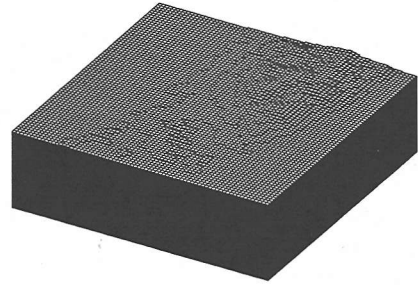


図-16 自然地形のボクセル・メッシュ

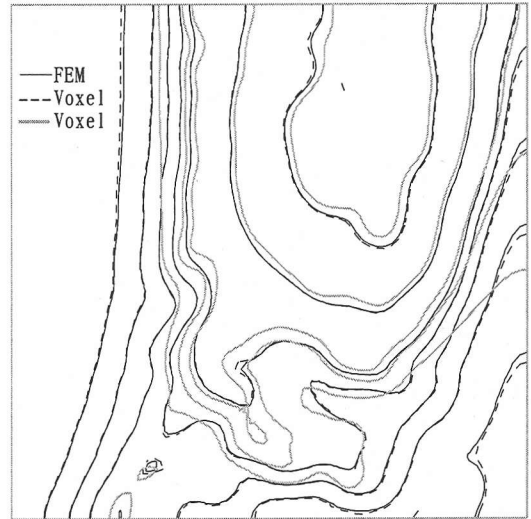


図-17 EL-500m水平断面における結果比較

作成した。図-15に示すFEメッシュの要素サイズは、約230m×230m×250mであり、要素総数は103,680である。図-16のボクセル・メッシュのボクセル（ここでは直方体）は約230m×230m×60mであり、総ボクセル数は440,631である。ボクセル・メッシュでは地形の近似精度に配慮して鉛直方向は細かく分割している。境界条件は、地下水面上で大気圧

( $p=0$ )とし、その他の境界では不透水条件とした。

図-17に標高EL-500m水平断面での全水頭分布を示す。図中、細線がFEMの解析結果である。淡い太線と破線は、それぞれボクセル・メッシュによる解析結果であり、前者が、階段状にモデル化された地下水面上の節点に対して、その節点の $z$ 座標値を拘束条件とした場合、後者は、正しい地下水面の $z$ 座標値を拘束条件とした結果である。細線のFEMの結果と破線のボクセルの結果はよく一致しているのに対し、淡い太線のボクセルの結果は大きく外れている部分もある。なお、地形のモデル化には、国土地理院の数値地図250mメッシュ標高の第1次地域区画メッシュ・コード6141（20万分の1地勢図の野辺地に対応）を用いた。これは、第1次地域区画を日本列島を北から南下するように眺めて、解析領域を矩形にした場合、側方の境界条件を設定しやすい領域を含む区画として選んだものである。

以上のように、階段状にモデル化されるボクセル・メッシュの地下水面に対しては、拘束条件として正しい地下水面標高値を与えることにより、比較的粗いボクセル・メッシュを用いても精度良く解析できることが確認できた。

## (2) 地層境界面のモデル化に関する検討

ボクセル・メッシュの地層境界面形状の近似精度が解析結果に与える影響を検討するため、図-18に示すような3層構造のモデルを考え、挟まれた地層の透水係数 $k_2$ が隣接する地層の透水係数 $k_1$ と大きく異なる場合の検討を行った。地層境界面は平面であるが、傾きがあるので、ボクセル・メッシュでは階段状になり、結果に影響を及ぼすはずである。ここでは、図-19の一辺が20mの場合（20,000ボクセル）と5mの場合（1,280,000ボクセル）の2通りのモデルを用意し、図-20を用いたFEM結果との比較を行った。境界条件は、モデルの両端を全水頭拘束とし、その他の側面は不透水条件とした（図-18）。

図-21は $k_2=100k_1$ の場合、図-22は $k_2=1/100k_1$ の場合の解析結果である。両図とも図-18に示す評価断面での全水頭分布である。図-21、図-22において、細線は図-20のFEMの解析結果、点線は、5mボクセル・メッシュ、淡い太線は20mボクセル・メッシュによる解析結果である。また、間隔の粗い破線は、評価断面上での地層境界面である。ボクセル・サイズ20mの結果は、地層境界面形状が階段状になる影響を強く受けるため、その近傍で解が乱れているものの、その他の部分では良好な結果が得られている。一方、ボクセル・サイズ5mの結果は地層境界面近傍でもFEMとよく一致している。地層境界面の近似

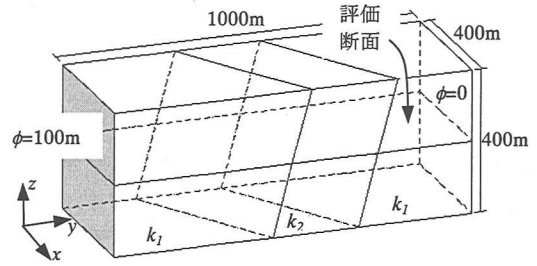


図-18 境界面近似の検討のための解析モデル

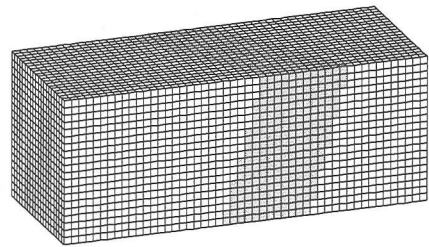


図-19 3層構造のボクセル・メッシュ

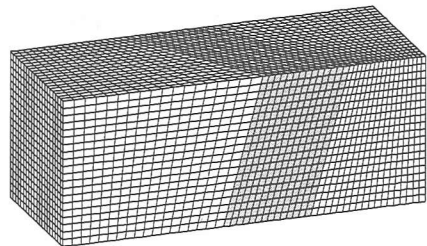


図-20 3層構造のFEメッシュ

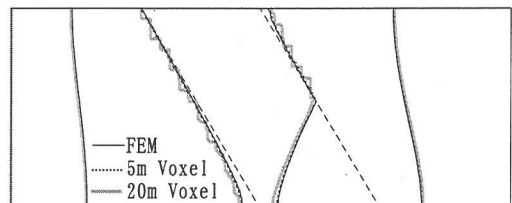


図-21  $k_2=100k_1$ の場合の結果比較

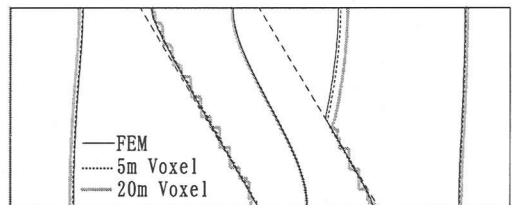


図-22  $k_2=1/100k_1$ の場合の結果比較



については、地層境界面近傍で解が乱れるが、ボクセルが粗くても解全体への影響は小さいと言える。また、ボクセルを細かくすることによる境界付近の解の収束性も良好である。

### (3) 薄い地層のモデル化に関する検討

ボクセル・メッシュでモデル化が難しい対象として断層破碎帯などの薄い地層がある。例えば、5km×5km×深度2kmの領域をボクセル・メッシュ分割することを考えると一辺が10mの立法体ボクセルでも5000万ボクセルにも達する。この場合、幅が10m以下の薄い地層のモデル化は難しくなる。図-23は、10mのボクセルを用いて幅10mと6mの地層をモデル化した場合の不具合を示している。各ボクセルの中心位置で薄層の内外判定をした場合は、ボクセル・サイズと同じ幅の地層をモデル化すると、地層の連続性は保持されるが隣接ボクセル間で部分的に面での連続性が失われてしまう(図-23左、濃くハッチされたボクセル)。当然、ボクセル・サイズより薄い地層の場合は、地層の連続性が完全に失われることになる(図-23右、濃いハッチ)。また、ボクセルが部分的にでも対象の内側にあればよいことを判定基準すると、図-23の淡くハッチされたボクセルまでが対象となり、実際の地層より2倍以上に厚くなる部分も生じてしまう。

このような薄い地層を効率よくモデル化する手法として、スメアドフラクチャーモデルがある<sup>28)</sup>。このモデルは、FEM解析において岩盤内に存在する割れ目(薄層)を要素としてモデル化するのではなく、見かけ上はモデル全体をすべて割れ目のない母岩要素としてモデル化し、母岩要素内に割れ目が存在する場合には、その母岩要素の透水係数を母岩と割れ目の断面積を用いて平均化する方法である。このモデルでは、図-23に示した濃淡ハッチのすべての要素の透水係数を一つ一つ平均化することになる。三次元に分布する複雑形状の薄層の場合、透水係数の平均化は容易ではない。

ここでは、より簡略化したモデル化手法を提案する。それは、図-23の濃淡ハッチのように階段状にモデル化された薄層を一定幅の層に換算し、式(10)(11)で与えられる成層構造を成す地層の等価透水係数を適用する方法である。

$$k_s = \frac{\sum (t_i k_i)}{\sum t_i} \quad (10)$$

$$k_n = \frac{\sum t_i}{\sum (t_i / k_i)} \quad (11)$$

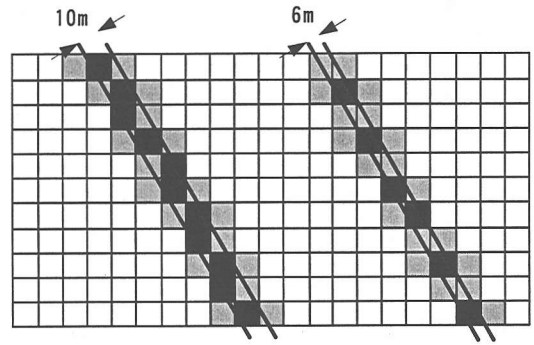


図-23 薄い地層のモデル化における不具合

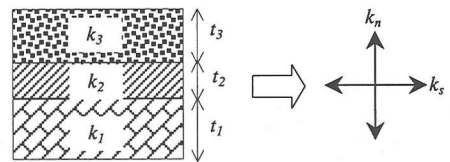


図-24 成層構造を成す地層の等価透水係数

ここに、 $k_s$ と $k_n$ は、図-24に示すような成層構造の地層を単一層と見なした場合の層構造に沿う方向とそれに直交する方向の等価透水係数である。 $t_i$ は各地層の厚さ、 $k_i$ は各地層の透水係数である。ただし、各地層は均質、等方とする。

図-23の濃淡ハッチのボクセルの平均的な厚さ $t_v$ は、薄層の厚さが概ね一定であるとすれば、ハッチのボクセルの全体積を $V_v$ 、薄層と母岩との境界面の面積(片側のみ)を $A_f$ とすると次式で概算できる。

$$t_v = V_v / A_f \quad (12)$$

したがって、厚さ $t_v$ の母岩の中に、厚さ $t_f$ の薄層を挟む三層構造と見なすことができるので、ハッチのボクセルの等価透水係数は、直交異方性の透水係数として次式で近似できる。

$$k_{vs} = \frac{(t_v - t_f)k_0 + t_f k_f}{t_v} \quad (13)$$

$$k_{vn} = \frac{t_v}{(t_v - t_f) / k_0 + t_f / k_f} \quad (14)$$

ここで、 $t_f$ は、薄層の真の(平均)厚さであり、 $k_0$ と $k_f$ は、それぞれ母岩と薄層の透水係数である。 $k_{vs}$ は薄層としてモデル化されたハッチのボクセルの薄層に沿う方向の透水係数、 $k_{vn}$ はそれに直交する方



向の透水係数である。なお、ボクセルの体積 $V_v$ は濃淡ハッチに対応するボクセルの個数から求めることができるし、薄層と母岩との境界面積 $A_f$ はソリッド・モデルが計算してくれるので式(13)(14)の等価透水係数の計算は容易である。

この手法の妥当性を検討するため、前節と同様に図-25に示すような3層構造のモデルを考え、厚さ5mの薄層の透水係数 $k_f$ が母岩の透水係数 $k_0$ と大きく異なる場合の検討を行った。ボクセル・メッシュは、ボクセルの一辺が20mの場合(図-26, 20,000ボクセル)と10mの場合(160,000ボクセル)の2通りのモデルを用意した。比較のためのFEメッシュでは、図-27に示すように、薄層を厚さ5mの要素で忠実に分割した。境界条件は、モデルの両端を全水頭拘束とし、その他の側面は不透水条件とした(図-25)。解析ケースの一覧を表-1に示す。

図-28は $k_f=100k_0$ の場合の解析結果であり、図-29は $k_f=1/100k_0$ の場合の解析結果である。両図とも図-25に示す評価断面での全水頭分布を示している。図-28において、三つの解析結果(Case1,2,3)は、よく一致しており、ここでの薄層のモデル化方法が妥当であることが確認できる。

一方、図-29の $k_f=1/100k_0$ の場合の結果を見ると、点線(Case5)と淡い太線(Case6)のボクセル・メッシュによる解析結果は、FEMの細線(Case4)から大きく外れている。

ここで、図-27のFEメッシュを用いて、薄層の厚さをあえて5倍程にモデル化し、式(13)(14)の等価透水係数を与えて解析を実施すると、図-30の淡い太線の結果(Case7)が得られ、細線のFEMの結果(Case4)とよく一致していることが確認できる。

したがって、式(13)(14)の等価透水係数によるモデル化は妥当であって、図-29のボクセル法による結果とFEMの結果との差は、ボクセル・メッシュの地層境界面が階段状になっていることによるものと考えられる。薄層の透水係数が母岩より小さい場合は、薄層に直交する方向に大きな動水勾配が発生し、同方向の透水係数 $k_{vm}$ が支配的になる。ところが、ボクセル・メッシュの場合は、地層境界面が階段状になるためxyz方向の各ボクセル面から薄層に流出入することになり、薄層に直交する透水係数 $k_{vm}$ だけでなく、薄層に沿う方向の透水係数 $k_{vs}$ も流れ場に大きく寄与してしまう。ボクセル・メッシュの地層境界面の面積は、ボクセルのサイズに依らず、各座標軸平面への投影面積となるため、この問題は、ボクセルを細かくしても改善される問題ではないと考えられる。図-31は、薄層に沿う方向の透水性の影響を排除するため、 $k_{vs}$ のみをゼロとして解析した結果で

表-1 薄い地層に関する検討のための解析ケース

Case	メッシュ	薄層厚さ	$k_0$	$k_f$	$k_{vs}$	$k_{vm}$
1	任意六面体*	$t_f=5m$	1	100	—	—
2	10m Voxel	$t_v=22.4m$	1	→	23	1.3
3	20m Voxel**	$t_v=33.2m$	1	→	14	1.1
4	任意六面体*	$t_f=5m$	1	0.01	—	—
5	10m Voxel	$t_v=22.4m$	1	→	0.78	0.043
6	20m Voxel**	$t_v=33.2m$	1	→	0.87	0.073
7	任意六面体*	$t_f=5m$	1	→	0.79	0.044
8	10m Voxel	$t_v=22.4m$	1	→	0	0.043
9	20m Voxel**	$t_v=33.2m$	1	→	0	0.073

\*: 図-27, \*\*: 図-26

$k$ : m/sec

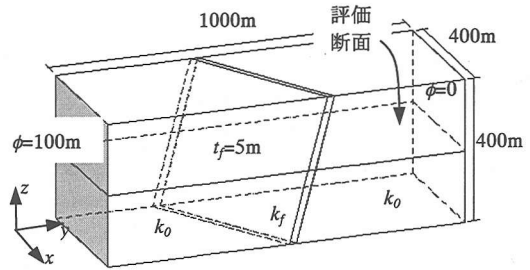


図-25 薄い地層に関する検討のための解析モデル

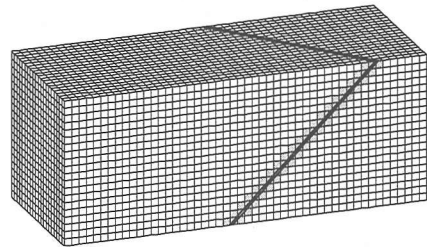


図-26 薄い地層を挟むボクセル・メッシュ

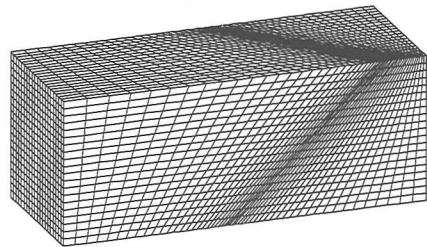


図-27 薄い地層を含む任意六面体FEメッシュ

あるが、図-29に比べFEMに近い結果が得られていることが分かる。薄層については、薄層の透水性が周りの母岩に比べて高いときは、ここで提案したモデル化方法が妥当であると言えるが、薄層の透水性が低いときのモデル化方法は、検討の余地があると思われる。今後の課題としたい。

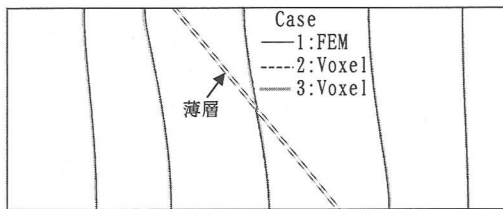


図-28  $k_f=100k_0$ の場合の結果比較

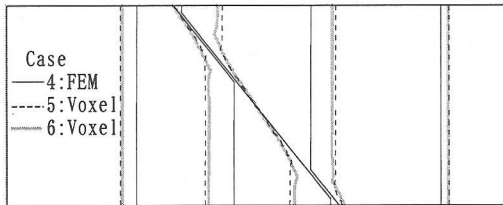


図-29  $k_f=1/100k_0$ の場合の結果比較

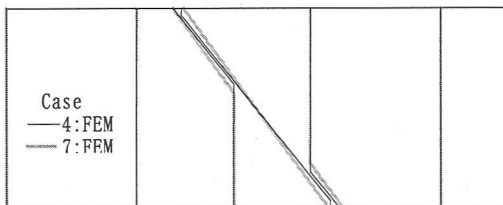


図-30 FEメッシュによる等価透水係数の確認

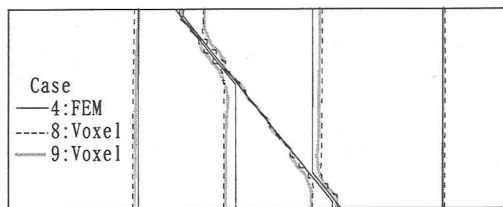


図-31  $k_f=1/100k_0$ の場合の結果比較 ( $k_{vs}=0$ )

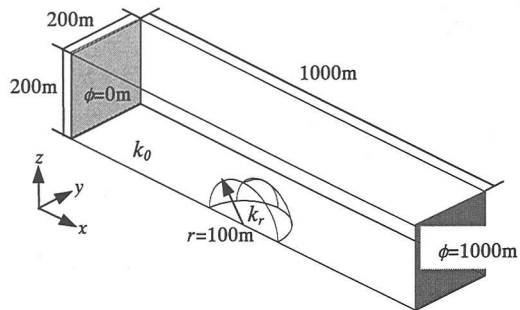


図-32 施設通過流量検討のための解析モデル

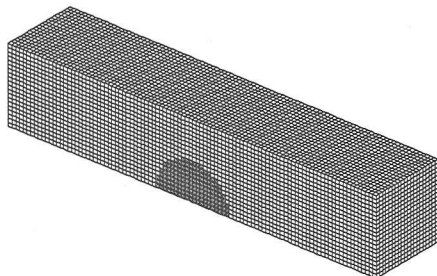


図-33 施設を含むボクセル・メッシュ

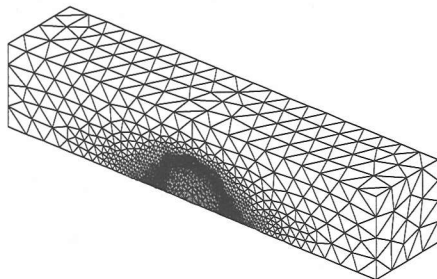


図-34 施設を含むFEメッシュ

#### (4) 地下施設通過流量に関する検討

ある地域に地下施設を計画する際に、その配置（位置と向き）を検討する必要があるが、そのための一つの指標として地下施設を通過する流量が挙げられる。特に、廃棄物処分地下施設では、できるだけ通過流量が小さいことが望ましいであろう。以下、ボクセル・メッシュによる地下施設通過流量算出の妥当性について検討した結果を示す。

モデルとしては、 $400\text{m} \times 400\text{m} \times 1000\text{m}$ の矩形領域内に半径100mの球体施設を考え、施設の透水係数が周りの地盤より大きい場合と小さい場合の検討を行うこととした。境界条件は、モデルの両端を全水頭拘束とし、強制的な動水勾配を与え、その他の側面は不透水条件とした。解析領域は対称性を考慮して、1/4の領域とした（図-32）。ボクセル・メッ

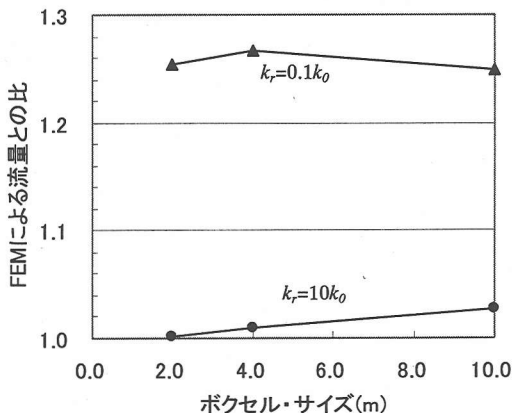


図-35 ボクセル・サイズと施設通過流量

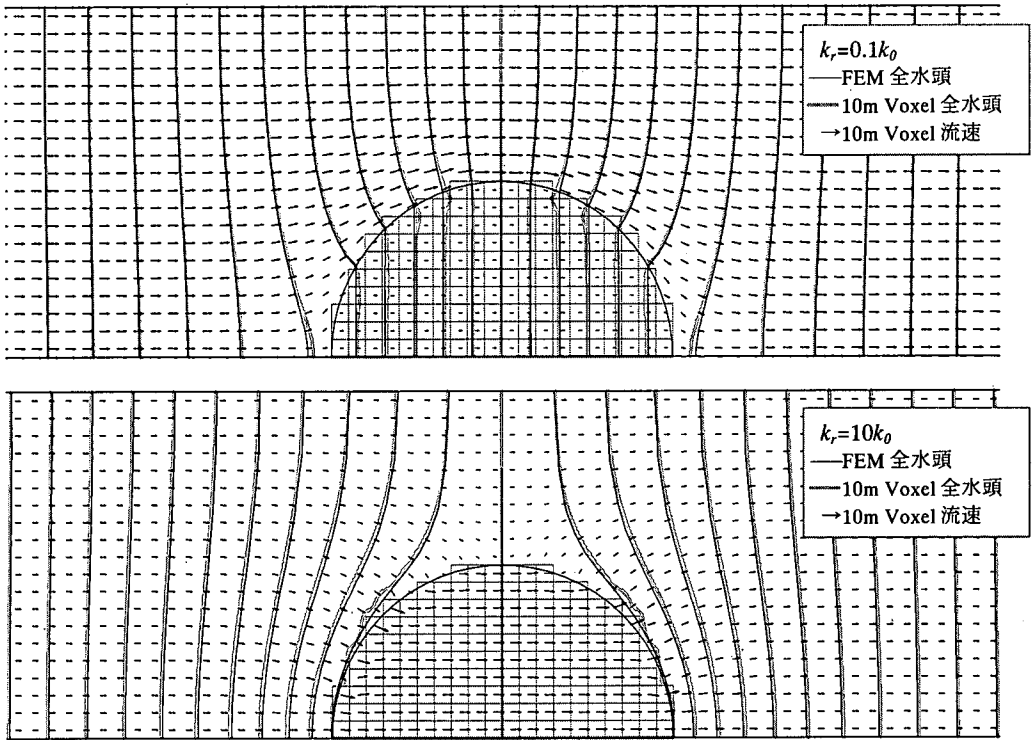


図-36 地下施設周辺の流れ場

表-2 地下施設通過流量の検討結果

Model	メッシュ	要素数	施設体積		施設表面積		流量 ( $k_r=10m/sec$ )		流量 ( $k_r=0.1m/sec$ )	
			( $m^3$ )	比率	( $m^2$ )	比率	( $m^3/sec$ )	比率	( $m^3/sec$ )	比率
正解	—	—	1.047E+06	1	3.142E+04	1	—	—	—	—
1	任意四面体*	87,070	1.046E+06	0.999	3.142E+04	1.000	1.879	1	0.115	1
2	10m Voxel**	40,000	1.056E+06	1.008	4.740E+04	1.509	1.931	1.028	0.143	1.248
3	4m Voxel	625,000	1.052E+06	1.005	4.742E+04	1.509	1.898	1.010	0.145	1.266
4	2m Voxel	5,000,000	1.048E+06	1.001	4.716E+04	1.501	1.881	1.001	0.144	1.254

\*: 図-34, \*\*: 図-33

シユは、ボクセルの一边が10m (図-33, 40,000ボクセル), 4m (625,000ボクセル), 2m (5,000,000ボクセル)の3通りのモデルを用意した。比較のためのFEメッシュは、図-34に示すように球形形状の近似精度に配慮し、四面体要素で分割した。

図-36に解析結果を示す。上の図は、地下施設の透水性 $k_r$ が岩盤の透水性 $k_0$ に比べて小さい場合、下の図は、地下施設の透水性が大きい場合である。細い等値線はFEMの全水頭分布、太いの等値線は10mボクセルによる全水頭分布、矢線は10mボクセルによる流速ベクトルであり、格子は、10mボクセルに

よる施設のメッシュである。両図とも全水頭分布についてはFEMとボクセルの結果は良好な一致を示していることが確認できる。

施設の通過流量 $Q_r$ は、施設のメッシュのみで構成される有限要素方程式により算出した。すなわち、

$$\{q_r\} = [K_r] \{\phi_r\} \quad (15)$$

ここで、 $\{q_r\}$ は地下施設部分の反力に対応する節点フラックスであり、正負それぞれの総和が、施設への流入量、流出量に対応し、それらは釣り合う。 $[K_r]$ は施設の要素(ボクセル)のみで構成される係

数マトリックス、 $\{\phi\}$ は施設部分の解析結果の全水頭節点値である。

図-35は、横軸にボクセル大きさをとり、縦軸は式(15)で計算される施設通過流量をFEMの解析結果との比で表したグラフである。地下施設の透水性が周辺地盤より大きい場合は、地下施設通過流量が精度よく計算されており、ボクセルの細分化に伴う収束性も良好である。ところが、反対に地下施設の透水性が周辺地盤より小さい場合は、FEMより20%以上も大きい計算値となっている。しかも、ボクセルの細分化に伴う一定の収束性も認められない。施設の透水性が低い場合には、施設近傍は施設に沿って流れる場となり、ボクセル・メッシュによる施設表面の凹凸による細かな出入り加算しているためと考えられる(図-35の上を参照)。表-2を見ると、地下施設の体積の近似は、もっとも粗い10mボクセルの場合も0.8%の誤差であり十分細かいと言えるが、表面積は、ボクセル・メッシュでは、3方向の座標軸平面へ投影面積となるため、球の場合、真の表面積の1.5倍に収束する。この表面積の近似も施設通過流量の計算に関係しており、施設の透水性が低い場合には、ボクセルを細かくすることによる式(15)の施設通過流量の精度向上は、現実的に期待できないと言える。

ただし、地下施設の配置による通過流量を比較する上では、同じ物差しでの相対的な検討ができるので、先に述べたようにメッシュ作成が簡単なボクセル解析法は強力なツールになるであろう。

#### 4. おわりに

地下施設計画における浸透流解析の根本的な効率化を計ることを目的として、ボクセル解析法を用いたCAEシステムを開発した。本論では、通常FEMではなく、ボクセル解析法を用いることにより、地下施設検討のためのメッシュ作成が飛躍的に合理化されることを具体的に示した。また、ボクセル法の弱点である境界形状近似の不具合が解析精度へ及ぼす影響について検討し、次のような結論を得た。

- (1) 地下水面を既知とする飽和解析では、地下水面形状が階段状になっても、拘束条件として、真の全水頭値を与えることにより精度よく計算できる。
- (2) 地層境界面の近似については、地層境界面近傍で解が乱れるが、ボクセルが粗くても解全体への影響は小さい。また、ボクセルを細かくすることによる境界付近の解の収束性も良好である。

- (3) 薄い地層のモデル化については、薄い地層を含むボクセルの透水係数を直交異方性の等価透水係数に換算する方法を提案した。薄い地層の透水性が周辺地盤より大きい場合は、精度よく計算できることが確認できた。薄い地層の透水性が周辺より小さい場合も、概ね妥当な結果が得られているが、さらなる検討の余地があると考えられる。
- (4) 地下施設の通過流量については、施設の透水性が周辺地盤より大きい場合は、精度よく計算できることが確認できた。施設の透水性が周辺より小さい場合は、施設に沿うような流れ場となるため、地下施設の表面積の近似が悪くなる曲面形状の施設では通過流量が多めに計算される。ただし、同じ物差しによる相対比較という観点での施設位置の検討は可能なので、メッシュ作成が楽になるメリットは大いに活かせる。

本システムの開発の目的は、大幅なメッシュ変更を繰り返す地下施設位置のケーススタディなど、地下施設を計画する上で、従来型のFEMでは困難だった検討を可能にすることである。つまり、従来型のFEMに完全に代わるシステムの開発が目的ではない。解析による検討を諦めていた問題が、少々精度が劣っても解析で検討できるようになったことが重要である。ボクセル解析によるケーススタディの結果、注目すべきいくつかのケースに対しては、解析精度の向上を図るためや、飽和・不飽和解析による地下水面の検討を行うために、従来型のFEMも、むしろ積極的に利用することが現実的であると考えられる。著者らの経験では、地盤の不飽和特性や、降水涵養量に関するデータが、比較的充実している場合でさえも、飽和・不飽和解析で求められた地下水面と実際の地下水面を一致させるのは難しく、植生等の違いによる涵養量の分布や、地盤の透水性とその分布のバラツキ等を詳細に検討しなければならない。地下施設計画において、地下施設の存在が地下水面に及ぼす影響は非常に重要であり、飽和・不飽和解析による検討は間違いなく必要であろうが、地質調査の進展に伴う地質構造の修正に迅速に対応し、地下水解析を行って、以降の調査計画に反映させたり、地下施設の位置や形態の検討を十分に行ったりする上で、地質調査で推定された地下水面を境界条件とした解析を並行して実施することは現実的なアプローチであると考えられる。ここでのボクセル解析システムはその検討を対象として開発したものである。

したがって、今後の開発計画にも飽和・不飽和解析機能の追加は予定していない。地下施設通過流量の計算精度の向上の工夫、および、八分岐法(ボク

セルを八つに分け1/2の大きさにする方法)により部分的に細かいボクセルで分割を可能にすることを課題として考えている。

## 参考文献

- 1) 核燃料サイクル開発機構: わが国における高レベル放射性廃棄物地層処分の技術的信頼性—地層処分研究開発第2次とりまとめ—分冊2 地層処分の工学的技術, JNC TN1400 99-022, 1999.
- 2) 核燃料サイクル開発機構: 地層処分場のレイアウトに関する検討, JNC TN8400 99-044, 1999.
- 3) Requicha, A.A.G. and Voelcker, H.B.: Solid Modeling: A historical summary and contemporary assessment, *IEEE Comput. Graphics and Appl.*, Vol.2, No.2, pp. 9-24, Mar.1982.
- 4) 鈴木克幸: メッシュレス解析法・ボクセル解析法の動向, 第3回日本計算工学会講習会教材 自動メッシュ生成の基礎と応用, pp. 55-62, 1998.
- 5) 谷口健男: 構造解析のための自動メッシュ生成-3次元領域を対象とした場合-, 第3回日本計算工学会講習会教材 自動メッシュ生成の基礎と応用, pp. 1-10, 1998.
- 6) Taniguchi, T. and Fillion, E.: Numerical experiments for 3-dimensional flow analysis in a fractured rock with porous matrix, *Advances in Water Resources*, Vol.19, No.2, pp. 97-107, 1996.
- 7) Belytschko, T., Krongauz, Y., Organ, D., Fleming, M. and Krysl, P.: Meshless methods: An overview and recent developments, *Comput. Methods in Appl. Mech. Engrg.*, Vol.139, pp. 3-47, 1996.
- 8) 鈴木克幸, 寺田賢二郎, 大坪英臣, 米里直樹: ボクセル情報を用いたソリッド構造の解析法, 日本造船学会論文集, Vol.182, pp.595-600, 1997.
- 9) Monaghan, J.J.: An introduction to SPH, *Comput. Phys. Comm.*, Vol.48, pp. 89-96, 1988.
- 10) Babuska, I and Menlenk, J.M.: The partition of unity finite element method, *Int. J. Numer. Methods Engrg.*, Vol.40, pp. 727-758, 1997.
- 11) Belytschko, T., Lu, Y.Y. and Gu, L.: Element-free Galerkin methods, *Int. J. Numer. Methods Engrg.*, Vol.37, pp. 229-256, 1994.
- 12) Fleming, M., Chu, Y.A. and Belytschko, T.: Enriched Element-free Galerkin methods for crack tip fields, *Int. J. Numer. Methods Engrg.*, Vol.40, pp. 1483-1504, 1997.
- 13) Krysl, P. and Belytschko, T.: The element free Galerkin method for dynamic propagation of arbitrary 3-D cracks, *Int. J. Numer. Methods Engrg.*, Vol.44, pp. 767-800, 1999.
- 14) Barry, W. and Saigal, S.: A three-dimensional element-free Galerkin elastic and elastoplastic formulation, *Int. J. Numer. Methods Engrg.*, Vol.46, pp. 641-693, 1999.
- 15) 若土耕一, 奥田洋司: 3次元CAD援用EFGMの開発, 計算工学講演会論文集, Vol.5, pp. 231-232, 2000.
- 16) 櫻井英行: エレメント・フリー・ガラキン法を用いた三次元地下水流動解析システムの開発, 計算工学講演会論文集, Vol.3, pp. 341-344, 1998.
- 17) Hollister, S.J. and Kikuchi, N.: Homogenization theory and digital imaging: a basis for studying the mechanics and design principles of bone tissue, *Biotech. and Bioengr.*, Vol.43, No.7, pp. 586-596, 1994.
- 18) 鳥垣俊和, 藤谷克郎, 富田直幸: ボクセルモデルを用いた構造解析における接触問題の取り扱い, 計算工学講演会論文集, Vol.3, pp. 369-372, 1998.
- 19) Kikuchi, N. and Diaz, A.: 第13回Quintセミナーテキスト, (株)くいと, 1997.
- 20) 菊池昇, 関口美奈子, 横田政幸, 石井恵三, スコット・ホリスター: CAEにおける最適設計法の発展とその未来: CAEは生き残るために何を指すのか?, 第3回最適化シンポジウム講演論文集, pp.183-194, 1998.
- 21) 鈴木克幸, 寺田賢二郎, 大坪英臣, 米里直樹: 多重ボクセル情報を用いたソリッド構造の解析法, 計算工学講演会論文集, Vol.2, pp. 395-398, 1997.
- 22) 鈴木克幸, 大坪英臣, 関勝載, 上杉忠輝: 境界適合ボクセル要素の開発とその汎用有限要素コードへの組み込み, 計算工学講演会論文集, Vol.3, pp. 373-376, 1998.
- 23) 桜井英行, 難波治之, 古賀小枝子, 古宇田亮一, 升本眞二, 原田芳金: 汎用ソリッド・モデルを用いた深成岩地域と火山岩地域の3次元地質構造可視画像化, 地質ニュース, No.502, pp. 36-41, 1996.
- 24) 桜井英行, 難波治之, 後藤高志, 古宇田亮一, 河野愛: 地質構造の三次元モデリングと可視化, 計算工学講演会論文集, Vol.2, pp. 503-506, 1997.
- 25) 桜井英行, 後藤高志, 古宇田亮一, 田代寿春, 宮島繁, 中井仁彦: 長期地質変動予測手法の開発(その5) —地質情報の可視化—, 土木学会第55回年次講演会論文集, CS-117, 2000.
- 26) Matheron, G.: *Principle of geostatistics*, *Economic Geology* 58, pp. 1246-1266, 1963.
- 27) 鈴木誠, 石井清, 黒田英高: 3次元地質構造の推定と画像出力, 清水建設研究報告, 第48号, pp. 79-85, 1988.
- 28) 河西基, 田中靖治, 五十嵐敏文: 高レベル放射性廃棄物地層処分の天然バリア性能評価手法の開発—割れ目系岩盤中の地下水流動解析手法—, 電力中央研究所報告, U93054, pp. 1-46, 1994.

(2000. 9. 11 受付)

# VOXEL ANALYSIS OF GROUNDWATER FLOW FOR UNDERGROUND REPOSITORY PLANNING

Hideyuki SAKURAI and Tomonari SHIRAISHI

As one of the system useful for planning underground repositories, such as radioactive waste disposal facilities, we develop a groundwater flow analysis system using the voxel analysis method. This paper shows an example of issues of mesh generation in the groundwater flow analysis using the conventional finite element method. Use of the voxel analysis method solves the issues and improves the analysis efficiency. The paper also discusses an influence of the voxel mesh with jaggy surface upon the accuracy of analysis results.