

簡便な津波伝播時間解析法の開発と 精度の評価について

辻原 治¹・辻田 徳雄²・澤田 勉³

¹正会員 博士(工学) 和歌山工業高等専門学校助教授 環境都市工学科(〒644-0023 和歌山県御坊市名田町野島77)

²和歌山工業高等専門学校 環境都市工学科(〒644-0023 和歌山県御坊市名田町野島77)

³正会員 工博 徳島大学教授 工学部建設工学科(〒770-8506 徳島市南常三島町2-1)

本研究では、津波の第一波到達時間を求める問題を、与えられた海底地形に対する最短経路探索問題として簡便に解くことを提案し、数値計算によりその可能性を検討した。その結果、水深が与えられる点が等間隔に配置されている場合、それぞれの点からの波向線を適切に設定することにより、解析の精度が大きく向上することが解った。また、計算格子と精度の定量的な関係を明らかにした。さらに、津波の回折や屈折の現象を提案した方法で表現できることを示した。

Key Words : tsunami, traveling time, the shortest route problem, estimation error

1. はじめに

津波の伝播解析の目的は、任意点における津波の到達時間と波高の計算に集約される。

津波の伝播解析では、一般に、線形長波理論に基づく波動方程式を、差分法や有限要素法などを用いて解く。このような解法によれば、津波の伝播時間と波高を共に求めることができるが、計算時間、境界条件の設定、計算安定性等の問題があり、簡便な方法とは言い難い面がある。

一方、津波の第一波の到達時間から波源を同定したり^{1),2),3),4)}、また逆に、波源が既知の場合に第一波の到達時間を知りたい場合など、津波の伝播解析の目的を津波到達時間の計算に限定すれば、必ずしもそのような方法を用いなくてもよい。ある点まで伝播した波が、それぞれの点を新たな波源として、波の進む早さと等しい速度で広がるとするホイヘンスの原理に従うことを勘案すると、津波の伝播時間や伝播経路を求める問題を、最短経路の探索問題として扱い、近似的に求めることは可能である。最短経路の探索問題とは、道路網等のネットワークにおいて、交差点等の結節点を結ぶ道路に距離や走行時間等の評価値が与えられ、出発地から目的地までの最短経路や時間を求める問題である。

本論文では、簡便な津波伝播時間解析法として、第一波の伝播時間を求める問題を、与えられた海底地形に対する最短経路探索問題として解く方法を提案する。そして、このような方法で、波の回折や屈折が表

現できるかや、津波の伝播時間を正しく評価できるかについて検討する。さらに、海底地形の計算格子による津波伝播時間の誤差の評価法を提案する。

2. 津波伝播時間解析への最短経路探索法の導入

津波が伝播する速度は水深により変化する。長波理論によれば、津波の伝播速度は次式で表すことができる。

$$v = \sqrt{gH} \quad (1)$$

水深が一定であれば、2点間の距離と速度から津波の伝播時間を計算することができる。しかし、実際の海底地形は複雑であり水深は場所によって異なるため単純にはいかない。

いま、津波の伝播時間を求める領域において、図-1に示すようにノードを設定し、各ノードにおいては水深が与えられているものとする。ノード間に限り津波が直線的に伝播するものと仮定することで、各リンク(ノードとノードを結ぶ直線)における津波伝播時間 t_{jk} は次式で表される。

$$t_{jk} = \frac{D_{jk}}{\sqrt{g(H_j + H_k)/2}} \quad (2)$$

ここに、 H_j 、 H_k 、 D_{jk} 、 g はそれぞれ、ノード j 、

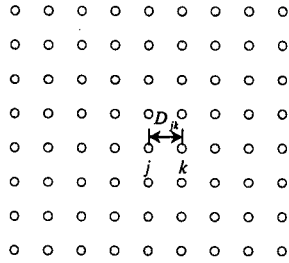


図-1 水深を与えるノードの設定

k の水深, リンク jk 間の距離および重力加速度を表す. このようにして求めた津波伝播時間を各リンクの評価値として与え, これに最短経路探索法を適用する. 本研究では, Dijkstra 法⁵⁾を適用することとする. 以下にその概要を述べる.

Dijkstra法は, 可視グラフ上の最短経路探索問題で最も有名な解法の一つであり, 各ノードへの最短経路をスタートノードの周辺から一つずつ確定して徐々に範囲を広げていき最終的に全てのノードへの最短距離を求める. ここでは評価値を距離ではなく時間で代表させ, 最短時間経路を求める. この方法を適用すると, 波源から他のすべての点までの到達時間と伝播経路を求めることができる.

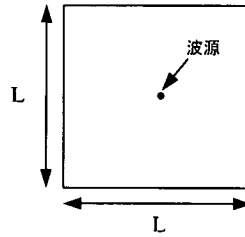


図-2 解析領域

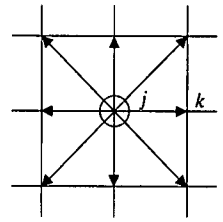
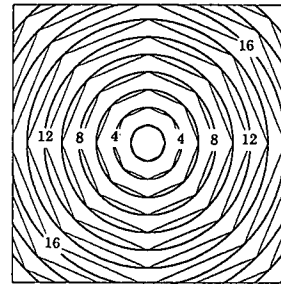


図-3 ノード j で発生した波の伝播方向(8リンク)

—— 本研究による津波伝播時間
 —— 津波伝播時間の理論値



(単位: 分)

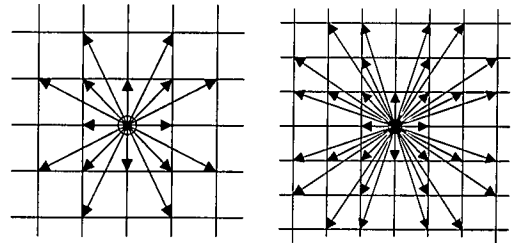
図-4 8リンクの場合の津波伝播時間

3. 津波伝播時間解析の精度

(1) リンクの数と精度の関係

図-2 に示す矩形の領域を対象として解析を行う. 縦横それぞれ 200 分割した点 (ノード) において水深が与えられているものとする. ただし, $L=371\text{km}$ とし, 水深は一律 4000m とする.

ノード j で発生した波が, 図-3 のように, それと隣接する 8 つのノードに伝わるとして計算した結果を図-4 に示す. 図には, 津波伝播時間のコンターが示されている. 比較のために理論値も示す. 最短経路探索で解析した伝播時間は, 8 角形の頂点で理論値に一致しているが, 全体に誤差が大きい. 解析領域を等間隔のメッシュで区切った場合, リンクが伸びている方向は正しい結果が得られているが, リンクとリンクの間の方角で誤差が大きくなっている. これを解決するためには, メッシュを細かくすることも考えられるが, 計算時間の大幅な増大を招くため避けた方がよい. また, 次節で述べるように, 水深に変化がない場合は, その効果が期待できない. ここでは, それぞれのノードからのリンクを図-5 に示すように, 16 および 32 に増やすこととする. それぞれによる解析結果を図-6 に示す. 図より, リンク数を増やすことで計算の精度はかなり向上することが解る. しかし, 32 リンクでも若干の誤差が生じている. 表-1 は, 32 リンクについて, それ



(a)16リンク

(b)32リンク

図-5 16リンクおよび32リンクモデル

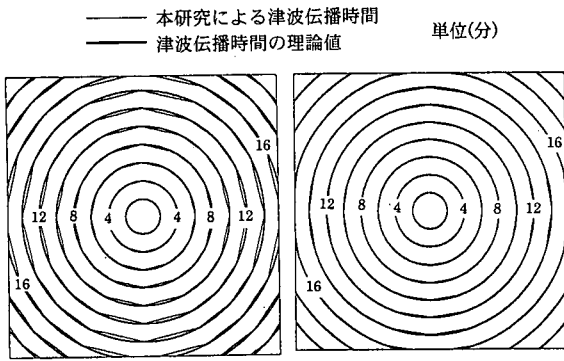
ぞれのリンクの傾きとリンク間の角度を表しているが, 水平 (あるいは鉛直) のリンクと隣接するリンクのなす角度が $\theta = 18.435^\circ$ で他と比較して大きく, この間で誤差が大きく現れている. そこで, これを補間するために, 図-7 に示すように, さらに 8 リンクを追加し, 40 リンクとして解析を行った. その結果を図-8 に示す. 最短経路探索で解析した結果は理論値とほぼ一致していることが分かる.

表-2 は最短経路探索による計算誤差を, 次に示す定義に基づいて比較したものである.

$$\text{平均誤差} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t}_i)^2} / n$$

$$\text{最大誤差} = |t_i - \bar{t}_i|_{\max} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$\text{誤差割合} = \frac{\text{最大誤差}}{\text{最大誤差が生じるノードにおける理論値}} \times 100$$



(a)16リンクの場合 (b)32リンクの場合
図-6 16および32リンクの津波伝播時間

表-1 リンクの傾斜角

	水平からの角度 (度)	隣接リンクの角度 (度)
	$\theta = 0$	18.435
	$\theta = 18.435$	8.130
	$\theta = 26.565$	7.125
	$\theta = 33.690$	11.310
	$\theta = 45$	

ここに、 t_i は最短経路探索により求めた波源からノード*i*までの津波伝播時間であり、 t_i はその理論値である。また、 n は波源を除くノードの総数を表す。

(2)ノードの数と精度との関係

a)水深が一定の場合

各ノードからのリンクを40とし、ノードの数を変化させて、解析の精度の違いを見る。

図-2の解析領域において、縦横の分割数*N*をそれぞれ*N* = 200, 150, 100, 50として計算を行い、その精度を比較した。表-3にその結果を示す。これより、水深が一定の場合、水深を与えるノードの数が計算の精度に与える影響はあまりなく、ある程度ノードを密にとっておけば十分であることが解る。

b)水深が一樣勾配で変化する場合

津波の伝播速度は水深に左右される。また、水深が直線的に変化するとしても、津波の伝播速度は直線的には変化しない。したがって、あるリンクの津波伝播時間を計算する際、式(2)のように、その両端のノードの平均水深をとることによる誤差が生じる。

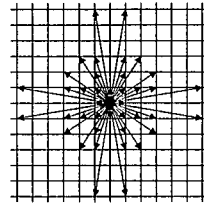
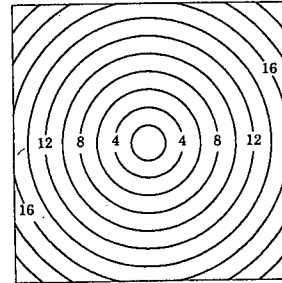


図-7 40リンクモデル

—— 本研究による津波伝播時間
- - - 津波伝播時間の理論値



(単位：分)

図-8 40リンクの津波伝播時間

表-2 リンク数の違いによる誤差の比較

リンク数	平均誤差 (秒)	最大誤差 (秒)	誤差割合 (%)
8	43.38	84.15	8.16
16	11.18	26.48	2.75
32	4.18	12.41	1.31
40	2.15	5.93	0.49

表-3 領域の分割数による誤差

分割数	平均誤差 (秒)	最大誤差 (秒)	誤差割合 (%)
200	2.15	5.93	0.49
150	2.16	5.93	0.49
100	2.19	5.93	0.49
50	2.30	5.93	0.49

ここでは、一樣勾配の海底地形において津波が直進する場合、水深を与えるノードの数が計算精度に及ぼす影響を検討する。

図-9に示すように、ある区間*AB*において、両端点の水深を*H*, *h*, 水平距離を*D*, 分割数を*N*として、津波が*A*から*B*まで直線的に伝播したときの誤差を求める。水深のデータは各分割点に対して与えられているものとする。*AB*間の津波伝播時間は次式で計算される。

$$t = \sum_{i=1}^N \frac{D_i}{\sqrt{gh_i}} \quad (3)$$

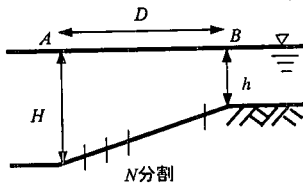
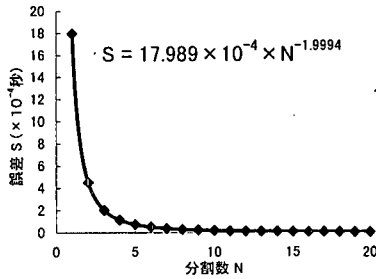
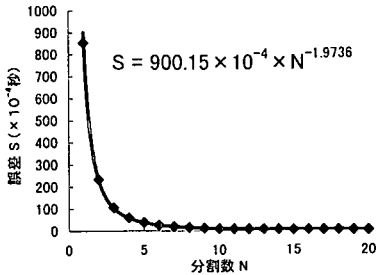


図-9 傾斜した海底における津波の伝播



(a) $h/H = 0.9$



(b) $h/H = 0.5$

図-10 分割数と計算誤差との関係

ここに、 D_i 、 h_i はそれぞれ分割長と分割区間における平均水深を表す。 $D_i = D/N$ 、 $h_i = H + (h-H)(2i-1)/2N$ を上式に代入すると次式が得られる。

$$t = \frac{D}{N\sqrt{gH}} \sum_{i=1}^N \left\{ 1 + \frac{h/H-1}{2N} (2i-1) \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

水平距離 D を1000m、水深 H を4000mとし、 h/H を0.95から0.2まで0.05間隔で変化させ、式(4)で計算される A から B までの津波伝播時間とその理論値との誤差を求めた。図-10は、 h/H が0.9と0.5の場合の結果である。それぞれ横軸は分割数 N で、縦軸は津波伝播時間の誤差を表す。ただし、伝播時間の理論値は $N=1000000$ として求めた値を用いている。これらの解析結果から、分割数が同じであれば、 h/H が小さくなるほど誤差が大きくなるが、分割数を大きくすることで、誤差が小さくなるのが解る。図には、それぞれ誤差と分割数の関係を回帰曲線で近似した結果も示しているが、相関係数は1.0に近い値になって

いる。これらの回帰式における係数 ($h/H=0.9$ の場合は17.989) と指数 ($h/H=0.9$ の場合は-1.9994) は h/H の値によって異なる。そこで、 h/H が0.95から0.2に対する回帰式について、係数部分と指数部分を取り出し、それぞれについて h/H を変数とする回帰式を求めた。このような2段階回帰によって得られた計算誤差 S と分割数 N との関係を次式に示す。

$$S = \frac{D}{1000} \sqrt{\frac{4000}{H}} a N^b \quad (5)$$

$$a = 14.6541 \left(\frac{h}{H}\right)^6 - 59.5803 \left(\frac{h}{H}\right)^5 + 100.92 \left(\frac{h}{H}\right)^4 - 92.3422 \left(\frac{h}{H}\right)^3 + 49.3712 \left(\frac{h}{H}\right)^2 - 15.2684 \left(\frac{h}{H}\right) + 2.24994$$

$$b = 4.3853 \left(\frac{h}{H}\right)^6 - 17.534 \left(\frac{h}{H}\right)^5 + 29.105 \left(\frac{h}{H}\right)^4 - 25.991 \left(\frac{h}{H}\right)^3 + 13.52 \left(\frac{h}{H}\right)^2 - 4.0797 \left(\frac{h}{H}\right) - 1.4044$$

以下では、図-11および図-12に示す2つの例題について、式(5)で得られる計算誤差の妥当性を検証する。例題1については、 $h/H=0.7$ より、係数 a および指数 b を上式から求めると、それぞれ $a=0.021844$ 、 $b=1.993205$ が得られる。これを式(5)に代入して、分割数 N を1、2および3とした場合の計算誤差 S を求めた。これを表-4に示す。表には式(4)で求めた津波伝播時間の計算値と $N=1000000$ として求めた理論値との差も示すが、両者はよく対応している。図-12の例題2についても、同様の計算を行った。得られた結果を表-5に示すが、理論値とほぼ対応する結果が得られている。式(5)は最大水深を4000mとして回帰したものである。例題2のように最大水深が500mの場合に適用しても、計算誤差の推定精度が若干劣るものの、妥当な結果が得られるのは、式(5)において最大水深 H が4000mで標準化されているためである。また、伝播距離 D についても同様に1000mで標準化されているため、伝播距離に対応した誤差の評価が可能である。

このように、式(5)によって計算誤差の評価が可能であることが解る。

また逆に、要求される精度が決まっているときに、これを満足するために必要な分割数 N は、式(5)を変形した次式で求めることができる。

$$N = \left(\frac{1000S}{aD} \sqrt{\frac{H}{4000}} \right)^{\frac{1}{b}} \quad (6)$$

たとえば、例題2の例題において、要求精度が0.01秒

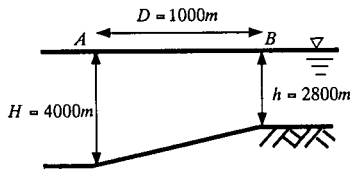


図-11 例題1

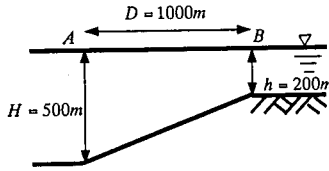


図-12 例題2

表-4 例題1の計算結果

分割数 N	式(4)による伝播 時間(秒)	式(5)による 誤差(秒)	誤差の理論 値(秒)
1	5.4783	0.0218	0.0216
2	5.4944	0.0055	0.0055
3	5.4975	0.0024	0.0025

表-5 例題2の計算結果

分割数 N	式(4)による伝播 時間(秒)	式(5)による 誤差(秒)	誤差の理論 値(秒)
1	17.0747	0.4274	0.4682
2	17.3789	0.1232	0.1209
3	17.4454	0.0567	0.0548

とした場合、必要な分割数は式(6)より $N = 7.2$ として得られる。したがって $N = 8$ とすれば、要求精度が満足されることになる。実問題にこのような誤差の評価法を適用する場合、津波の波向線を構成する複数のリンクについて、それぞれの誤差を計算し、それらを加え合わせることによって評価が可能となる。しかし、3次元的に変化するような海底地形を対象とした場合、分割数による誤差以外に、経路のズレによる誤差も考慮しなければならない。

4. 津波の回折および屈折の表現

(1) 津波の回折

津波は島や半島等の障害物があれば、それを回り込むように伝播する。このような回折の現象を最短経路探索に基づく方法で表現できるかどうかを調べた。

図-13は、図-2と同じ矩形の解析領域において、防波堤のような障害物を設置した解析モデルである。ノードは解析領域を縦横それぞれ200分割した格子点と

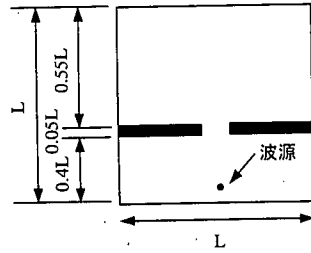


図-13 障害物を有する解析モデル

—— 本研究による津波伝播時間
—— 津波伝播時間の理論値

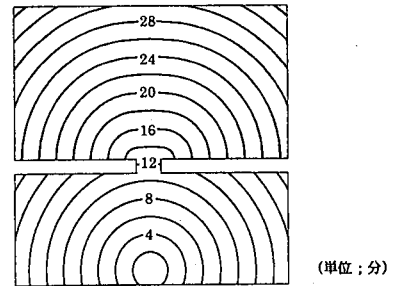


図-14 障害物を有する解析モデルにおける津波伝播時間 (単位:分)

し、水深は4000mで一定とした。ただし、障害物の部分についてはノードを設定しない。また、一つのノードからのリンクは40としている。このモデルに対して、波源から伝播する津波第一波の到達時刻のコンターを図-14に示す。図には、理論値も示すが、両者はよく対応しており、最短経路探索に基づいた方法でも、津波の回折の表現ができることが解る。

(2) 津波の屈折

津波は、水深が大きいほど伝播速度が速い。したがって、任意の2点間を津波が伝播するとき、直線的に伝播するよりも、水深の大きいところを迂回しながら伝播する方が伝播時間が短い場合がある。このような波の屈折を表現できるかどうかを調べた。

図-15は、図-2と同じ矩形の解析領域において、最も深いところで水深4000m、浅いところで水深1000mとする谷地形を模擬した海底地形の鳥瞰図である。ノードは解析領域を縦横それぞれ200分割した格子点とし、一つのノードからのリンクは40としている。図-16に津波到達時刻のコンターを示す。水深の大きいところではコンターの間隔が広く、津波が早く伝わることを表している。図には、波源から観測点まで伝播する津波の最短経路も示しており、深いところを迂回した波が早く到達していることが解る。なお、津波の回折や屈折の計算の精度にも、海底地形の離散化(ノ

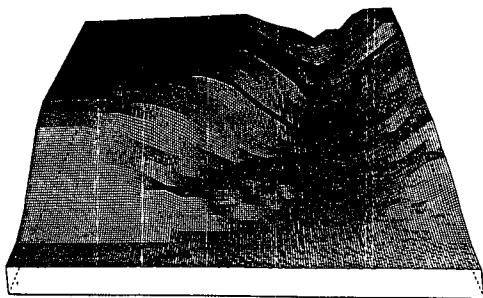


図-15 谷を有する海底地形モデルの鳥瞰図

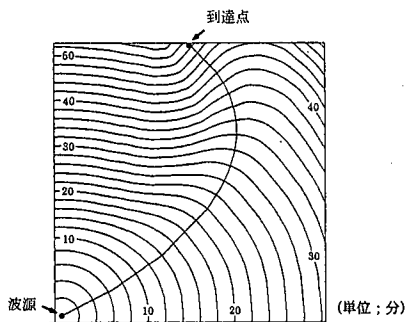


図-16 谷を有する海底地形モデルにおける津波伝播時間

の密度) およびリンクの数による影響があると考えられるが、ここでは扱っていない。このことについては別途検討する必要がある。

5. おわりに

本研究では、津波の伝播時間を簡便に求めるために、最短経路探索の考え方を導入した方法を提案し、計算精度の評価法と津波伝播特性の表現の可能性について検討した。

以下に本研究で得られた結果を要約する。

- (1) 波源を既知とする津波第一波の伝播時間を求める

問題を、与えられた海底地形に対する最短経路探索問題として扱い、ダイクストラ法を適用して解く方法を提案した。

- (2) 縦横等間隔に配置されたノードで水深が与えられているとき、水深が一定の場合は、それぞれのノードからのリンクの数を40とすることにより、理論値にほぼ対応する結果が得られることを示した。
- (3) 水深が異なる2点間を津波が伝播するとき、計算格子を小さくすることによって、計算の精度は向上する。本研究では、水深の差、伝播距離および計算格子の数(分割数)と計算誤差の関係を表す式を2段階回帰分析により導出し、その妥当性を数値計算によって検証した。
- (4) 津波の回折および屈折の現象が、本研究で提案した方法によって表現できることを示した。

なお、本論文では、波源はすべて点として扱ったが、波源域を表す線(境界線)は、点列で構成されているとみることができる。したがって、点波源からの津波伝播時間を計算することができれば、任意の波源域からの津波伝播時間は、それを構成する各点からの伝播時間の最小値で得られる。

参考文献

- 1) 羽鳥徳太郎：東海・南海道沖における大津波の波源，地震2，第27巻，pp.10-24，1974。
- 2) 辻原治：津波波源同定への数理計画法適用の試み，第52回土木学会年次学術講演会講演概要集，II-20，1997。
- 3) 辻原治，辻田徳雄，澤田勉：数理計画法の適用による津波波源域同定法について，土木学会論文集，No.684/II-56，pp.47-56，2001。
- 4) 李昊俊，今村文彦，首藤伸夫：屈折現象に注目した津波数値計算の精度，海岸工学論文集，第44巻，pp.276-280，1997。
- 5) 山下清明：土木情報処理の基礎～FORTRAN 77に即して～，技報堂，pp.231-236，1988。

(2000. 8. 10 受付)

DEVELOPMENT OF A SIMPLE METHOD TO CALCULATE TRAVELING TIME OF TSUNAMI AND EVALUATION OF ITS ACCURACY

Osamu TSUJIHARA, Norio TSUJITA and Tsutomu SAWADA

In this study, we propose to solve the traveling time of the first arriving wave of a tsunami as the shortest route problem in which the submarine topography is given. It is proved that the accuracy of analysis can be improved by the design of wave orthogonal from each node where the water depth is allocated, when the nodes are located at regular intervals. It is also shown that the accuracy of analysis can be understood quantitatively by the relation with the interval of located nodes. Finally, it is demonstrated that the phenomena such as diffraction and refraction of wave can be simulated using the proposed method.