

# 開水路乱流予測計算における 低レイノルズ数2方程式乱流モデルの実用性

中山 昭彦<sup>1</sup>・横嶋 哲<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 Ph.D. 神戸大学教授 大学院自然科学研究科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町1-1)

<sup>2</sup>学生会員 神戸大学大学院自然科学研究科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町1-1)

近年提唱・改良されている低レイノルズ数2方程式乱流モデルを実用的2次元開水路乱流に適用する場合の汎用性、実用性を調べるため、段落ち流れと、水路床凹部の流れについて、幾つかのモデルを用いた計算を行い、考察を行った。これらの流れの計算結果では、モデル開発でまず調べられる平坦開水路の予測性能とは異なった結果が見られ、乱流モデルの汎用性検証には、単純な流れのみならず、剥離再付着や、衝突など特性の大きく異なる流れ、またレイノルズ数の影響についても検証されなければならないことを意味する。低レイノルズ数 $k-\omega$ モデルは、壁面近傍の挙動にこだわらないが、加速、減速、またレイノルズ数効果などを総合的に反映しており、計算量や、数値安定性の面からも実用性があることが分かった。

**Key Words :** *low-Reynolds number turbulence model, backward-facing step flow cavity flow, numerical calculation*

## 1. はじめに

乱流の予測計算法が実用に供されるには、目的に応じた予測精度、適用範囲、また計算効率の良さが要求される。複雑でレイノルズ数の高い流れを扱わねばならない水工学への応用では、幾つかある既往の乱流計算法のうちで、計算効率が優れ、長い経験から信頼性のあるレイノルズ平均運動方程式と乱流モデルを用いる方法が依然有力である。この方法は最近進歩しているシミュレーション法に比べ精度と汎用性で劣っているが、これらの点が客観的に検証され、精度、適用範囲が明確にされれば実用計算に非常に有用である。特に経験則に頼らない一般的境界に適用できる低レイノルズ数型2方程式乱流モデルは、長年広く応用されてきた $k-\epsilon$ モデルに改良が重ねられたもので、近年の直接シミュレーション(DNS)結果による検証で精度も格段に向上し、適用範囲も広がっている<sup>1)</sup>。筆者等<sup>2)</sup>も近年発表されている幾つかのモデルを開水路流に適用した場合の性能を比較、検証し、その有用性を示した。ただあくまでもモデルであるので、検証範囲外の流れの予測性能は未知である。適用範囲、汎用性の確立のためには特性の大きく異なる流れでの検証が不可欠である。

中山・横嶋<sup>2)</sup>では平坦開水路等流、段落ち流れで、予測精度を検討し、低レイノルズ数型 $k-\omega$ モデルが有用であるという結論を得ている。しかし、検証対象を、精度あるDNS結果と低レイノルズ数での実験結果に限ったため、実用で見られる高レイノルズ数流れについての検証は十分できていない。また、複雑要素を含む剥離再付着流で検証されているとはいえ、淀み点や衝突剥離などの特性のある流れでの検証はされていないため一般的流れへの汎用性の検証も十分でない。鈍頭物体前縁での衝突部の予測で、等方渦粘性仮定を用いる2方程式モデルでは問題があることが指摘されているが<sup>3)</sup>、こういった淀み点のある流れでの予測性能検証も重要である。開水路凹部流れの場合、段上がり部で衝突流に似た流れが形成される。また凹部流れでは剥離したせん断流が衝突するのみならず、凹部深さに対する長さの比(アスペクト比)により、複雑な干渉乱流となり全体の流れに大きな影響を及ぼす要素を含んでいる<sup>4)-7)</sup>。横嶋・中山<sup>8)</sup>ではこの流れも対象に検証が行われているが、異方性などについて詳細な検証・考察はなされていない。

本報告では高レイノルズ数段落ち流れ、および水路凹部流れについて、低レイノルズ数2方程式乱流

モデルの検証を行い、中山・横嶋<sup>2)</sup>の結果と合わせて考察することにより2方程式モデルの実問題への適用性、汎用性をより定量的に明らかにする事を目的とする。モデルを提唱する論文では適用範囲などについて必ずしも客観的な評価がなされていない。本報では既存の乱流モデルを実問題に適用する際に参考となる、モデルの限界、短所も明らかにする。具体的には、Jovic<sup>9)</sup>により計測された段落ち流れ、及び禰津・山本<sup>10)</sup>による水路凹部流れのDNS結果について各モデルを用いた数値計算を実行し、結果を検証する。前者は中山・横嶋<sup>2)</sup>で検証に用いられたLe et al.<sup>11)</sup>のDNSと同じ段落ち高さであるが、レイノルズ数が7倍のものである。禰津・山本<sup>10)</sup>の凹部流れDNSはレイノルズ数は低い、実験では精度良く計測できないレイノルズ垂直応力などの量が得られている。

検証するモデルは中山・横嶋<sup>2)</sup>と同様、2方程式モデルの代表であるk-ε系低レイノルズ数モデルと、汎用性で優れているとされているk-ω系低レイノルズ数モデルである。ただし島田・長野<sup>12)</sup>モデルはその後Nagano & Shimada<sup>13)</sup>によりモデル定数などが改良されているので新しいものを用いた。何れも壁法則などの経験則は用いず基礎式を壁近傍低レイノルズ数領域まで積分する。また摩擦速度をパラメータとしていないので、剥離、再附着、衝突流れの様に壁面摩擦がゼロになるような複雑な流れ場でも問題なく適用できるとされているものである。

## 2. 2次元開水路流の基礎式

2次元開水路流で $x_1$ を路床に平行な流れ方向の座標、 $x_2$ を直角上方の座標、 $(U_1, U_2)$ を $(x_1, x_2)$ 方向の平均流速成分、 $P$ を平均圧力とすると、密度 $\rho$ 、動粘性係数 $\nu$ の水の運動方程式および連続式は

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + g_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

である。ここで、 $g_i$ は重力加速度の $x_i$ 方向成分で、 $-\overline{u_i u_j}$ はレイノルズ応力である。路床では速度はゼロ、水面では圧力及びせん断応力がゼロである。平均水面の位置、 $x_2 = H(x_1, t)$ は未知で運動学条件

表一 検討した乱流モデル

	モデル	略記
k-ε系 モデル	標準k-εモデル <sup>15)</sup>	SKE
	Kawamura-Kawashima 低Re数k-εモデル <sup>16)</sup>	LEK
	Nagano-Shimada 低Re数k-εモデル <sup>13)</sup>	LEN
k-ω系 モデル	標準k-ωモデル <sup>17)</sup>	SKO
	Wilcox 低Re数k-ωモデル <sup>17)</sup>	LOW
	Peng-Davidson-Holmberg 低Re数k-ωモデル <sup>18)</sup>	LOP

を解くことにより求められるが、今回の検証計算では、水面を固定すべり面と仮定したDNS結果、あるいはすべり面に相当する境界を有する風洞実験結果と比較するため、 $H$ は既知の一定値とした。この場合水面での圧力は水深の変化を表わすので計算結果の圧力を調べる事によりこの仮定の妥当性が分かる。乱流量についての水面の効果も入れていない。また路床は滑面のみを考える。実問題では粗面が殆どであるので、これらの滑面結果より粗面流れ予測計算の評価は直接できないが、近年粗面乱流にも低レイノルズ数モデルと同様の手法が応用されており (Zhang et al.<sup>14)</sup>)、共通する要素が多いので、乱流モデルの予測性能は推察できる。

## 3. 低レイノルズ数2方程式モデルの概要

本研究で検証するモデルは表一に開発者と略記とともにまとめられてある。これらは2方程式モデルの代表的な、k-εモデルとk-ωモデルの標準的なもの、及びそれらに基づく低レイノルズ数モデルのうち評価の高いものである。全てレイノルズ応力を等方渦粘性仮定

$$-\overline{u_i u_j} = -\frac{2}{3} k \delta_{ij} + \nu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (3)$$

を用いて表わす。ここで $k$ は乱流エネルギー  $1/2 \overline{u_i u_i}$ 、 $\nu_t$ は渦動粘性係数である。 $\nu_t$ は標準k-εモデル<sup>15)</sup> (SKE) の場合 $k$ と $k$ の散逸率 $\epsilon$ を用い

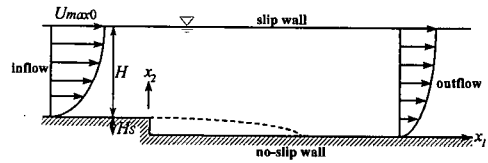
$$\nu_t = C_\mu k^2 / \epsilon \quad (4)$$

とするが、本検証で対象とした低レイノルズ数k-εモデルでは、 $\epsilon$ の代わりに $\epsilon$ から壁面近傍での値を差

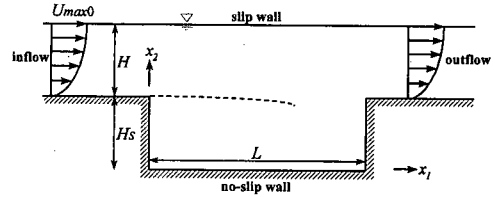
表-2 LENモデルの詳細

$v_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \left[ 1 + \frac{80}{\bar{R}_t} \exp \left[ - \left( \frac{\bar{R}_t}{40} \right)^{3/4} \right] \right]$	(a.1)
$\frac{Dk}{Dt} = P_k - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \Pi_k$	(a.2)
$\frac{D\bar{\varepsilon}}{Dt} = C_{\varepsilon 1} f_1 \frac{\bar{\varepsilon}}{k} P_k - C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\bar{\varepsilon}^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial x_j} \right] + E$	(a.3)
$P_k = -u_i u_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$	(a.4), $\varepsilon = \bar{\varepsilon} + \hat{\varepsilon}$ (a.5)
$\hat{\varepsilon} = 2\nu \left( \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_j} \right)^2 : \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_j} \geq 0, \hat{\varepsilon} = 0 : \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_j} < 0$	(a.6)
$\Pi_k = \max \left\{ \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \nu \frac{\partial k}{\partial x_i} - f_w \varepsilon \bar{\lambda} \sigma_{uw} e_{si} e_{Nj} e_i \right), 0 \right\}$	(a.7)
$\sigma_x = 1 : x \geq 0, \sigma_x = -1 : x < 0$	(a.8)
$e_{si}, e_{Nj}, e_i$ はそれぞれ流れ方向, 壁面垂直方向および全方向単位ベクトルを表す.	
$E = f_{w2} \nu v_i \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_k} \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_k} - \max \left\{ \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\bar{\varepsilon}}{k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right), 0 \right\}$	(a.9)
$\bar{\lambda} = \sqrt{2k} \left( \sqrt{\nu/\varepsilon} + \sqrt{\nu/\varepsilon_w} \right) / 2$	(a.10)
$f_w = \exp(-R_\varepsilon/8)$	(a.11), $f_{w2} = \exp(-2 \times 10^{-3} R_\varepsilon^2)$ (a.12)
$f_\mu = 1 - f_{w2}$	(a.13), $f_t = 1 + 5f_w$ (a.14)
$\sigma_k = 1.2/f_t$	(a.15), $\sigma_\varepsilon = 1.4/f_t$ (a.16)
$f_1 = 1.0$	(a.17), $f_2 = 1 - 0.3 \exp \left[ - \left( \bar{R}_t / 6.5 \right)^3 \right]$ (a.18)
$\bar{R}_t = k^2 / (\nu \bar{\varepsilon})$	(a.19), $R_\varepsilon = n / \bar{\eta}$ (a.20), $\bar{\eta} = (\nu^3 / \bar{\varepsilon})^{1/4}$ (a.21)
$n$ は壁面垂直距離を表す.	
$C_\mu:0.09, C_{\varepsilon 1}:1.50, C_{\varepsilon 2}:1.90$	

し引いた  $\varepsilon$  を導入し, 壁面近傍で1以下となる減衰関数  $f_\mu$  と乱流レイノルズ数  $\bar{R}_t = k^2 / (\nu \bar{\varepsilon})$  の関数  $fn$  を用いて



(a) 段落ち流れ



(b) 水路凹部流れ

図-1 計算対象流れの概要と記号の定義

$$v_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} fn(\bar{R}_t) \quad (5)$$

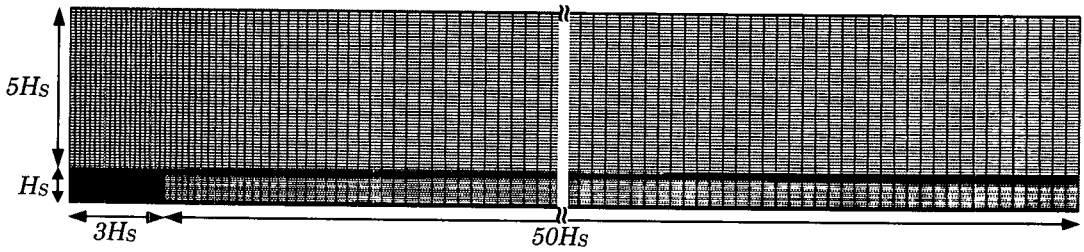
とし,  $k$  と  $\varepsilon$  の輸送式を解く. 本計算では Kawamura & Kawashima<sup>16)</sup> によるもの (LEK) と Nagano & Shimada<sup>13)</sup> によるもの (LEN) を対象とする.

$k$ - $\omega$ 系モデルの場合  $\varepsilon$  の代わりに単位エネルギー当たりの散逸率  $\omega$  を用いて

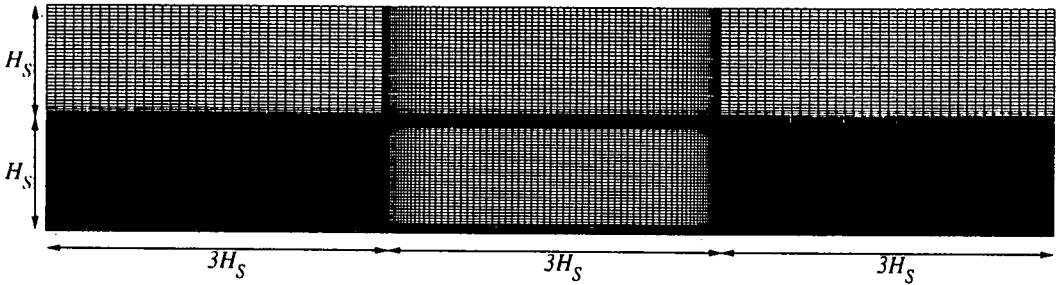
$$v_t = f_\mu \frac{k}{\omega} \quad \text{または} \quad v_t = \alpha^* \frac{k}{\omega} \quad (6)$$

と置き,  $k$  と  $\omega$  の輸送式を解く.  $\alpha^*$  は粘性効果による減衰関数  $f_\mu$  と同様の役割を果たす. ここでは中山・横嶋<sup>2)</sup> と同様 Wilcox による標準モデル<sup>17)</sup> (SKO) 以外に, Wilcox<sup>17)</sup> による低レイノルズ数モデル (LOW), 及び Peng et al.<sup>18)</sup> による低レイノルズ数モデル (LOP) である.

乱流パラメータ  $k, \varepsilon, \omega$  の輸送式及びそれらに用いられるモデル関数, モデル定数また境界条件などは中山・横嶋<sup>2)</sup> にまとめられているが, 今回新たに検証する Nagano & Shimada<sup>13)</sup> のモデルは表-2に同じ要領でまとめている. 詳細及び基本的特徴はそれぞれの参考文献に述べられている. 標準モデル以外全て壁法則などの相似則を必要とせず, 壁まで適用できるものである. 特にパラメータに壁面摩擦速度  $u_\tau$  を用いないので, 逆流を伴う流れで  $u_\tau = 0$  となる場合にも数値的問題なく適用できる. また LEK モデルと LEN モデ



(a) 段落ち流れ



(b) 凹部流れ

図-2 計算領域と格子

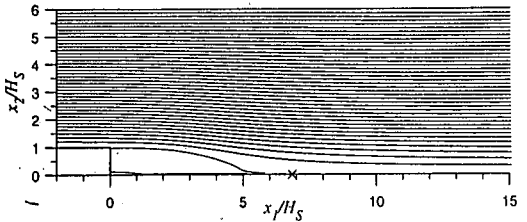
ルは壁近傍で乱流エネルギーの圧力拡散を考慮にいれ、散逸率 $\epsilon$ の壁面近傍の挙動を良く捉えたとされている。ただこのため、 $k$ - $\omega$ モデルに比べ壁近傍では非常に密な格子が要求される。また $\epsilon$ の壁面近傍の挙動を良く捉えることが、せん断ひずみのみならず加速減速、流線曲率のある一般的流れの予測性能にどうつながるかは不明である。

$k$ - $\omega$ モデルは主に種々な圧力勾配の影響を受ける高レイノルズ数2次元境界層の予測のために開発されたものである。 $\omega$ の値は固定壁面で無限大であるが、壁面近傍での理論値が $6\nu/\beta y^2$  ( $y$ は壁面からの垂直距離、 $\beta$ はモデル係数)であることを用いるので、比較的粗い格子でも計算可能である。LOPモデルはLOWモデルの改良モデルで、クロス拡散の影響を入れており、逆流計算に適している<sup>18)</sup>。また低レイノルズ数 $k$ - $\omega$ モデルはDNSデータにより最適化されたものではないが、壁近傍の低レイノルズ数領域のみならず、乱流遷移域などにも適用できるもので、レイノルズ数の影響をより忠実に反映するとされている。何れのモデルも等方性渦粘性仮定の限界はあるが、非等方性の強い領域でも、壁面近傍のように運動方程式や、乱れエネルギーの式には影響の小さい場合があり、非等方性の強い場合でも適用できる可能性は調べてみない限り分からない。水面での境界条件であるが、 $k, \epsilon, \omega$ 全て鉛直勾配をゼロとしている。これは、本計算では水面を固定すべり面と仮定したDNS

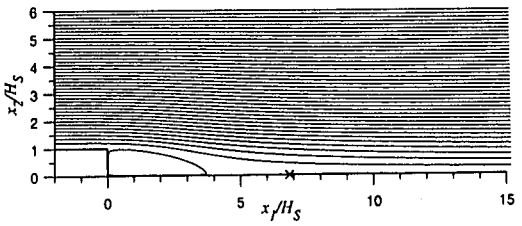
結果、あるいはすべり面に相当する境界を有する風洞実験結果と比較するため、低フルード数流れには妥当な仮定である。

#### 4. 計算ケース

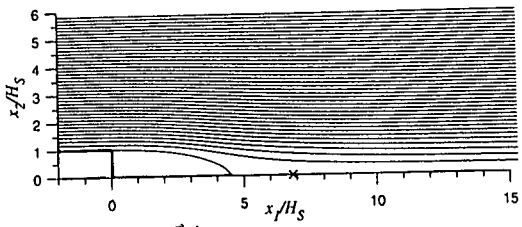
図-1に本研究で対象とする段落ち流れと開水路凹部流れの概要と記号の定義を示してある。今回計算対象にする段落ち流れはLe et al.<sup>11)</sup>のDNSと同じ水深とステップ高さの比 $H/H_s$ であるが、レイノルズ数を約7倍としたものでJovic<sup>9)</sup>により実験的に計測されている。最大速度 $U_{max0}$ とステップ高さ $H_s$ をもとにしたレイノルズ数 $Re_H$ は37,000、とかなり大きくなっている。凹部流れは瀬津・山本<sup>10)</sup>により計算されているDNS結果で $Re_H=6,300$ と低い。アスペクト比 $L/H_s$ は3で、剥離せん断層と下流の段上がり部での衝突逆流とが影響し合う複雑なケースである。どちらのケースも水面は固定すべり面とされているのでフルード数は実質ゼロの水面変動効果のないものである。凹部流れのDNSでは乱れを発達させるために流れ方向に周期条件を用いているが、本計算では下流端を段上がり部から凹部長の3倍の位置と考え、そこが自由流出面としている。しかし、比較検証には問題ないと考えられる。



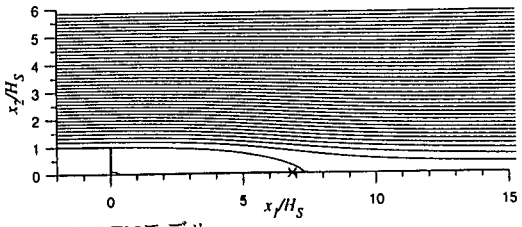
(a) SKEモデル



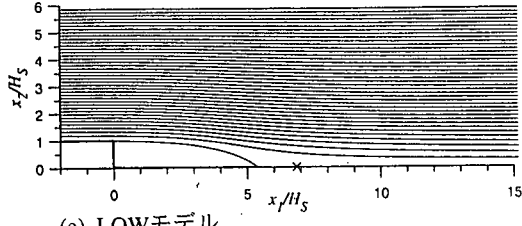
(b) SKOモデル



(c) LEKモデル



(d) LENモデル



(e) LOWモデル

× 実験 (Jovic<sup>9)</sup>) による再附着点

図-3 段落ち流れ計算結果, 平均流線図

### 5. 数値計算法

上記の運動方程式, 連続式およびパラメータ $k, \epsilon, \omega$ の輸送式は非定常項を残したものを, 仮定した初期

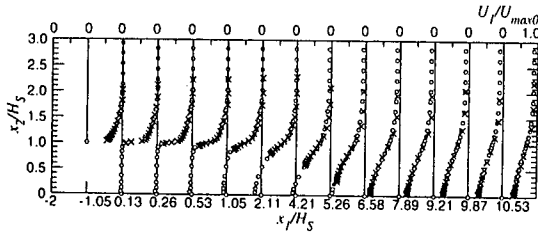
値からの時間発展として解き, 変化がなくなるまで計算を行い定常結果を求めた. 初期値は一様流か流れ方向に一定な境界層分布を仮定したが, モデルにより計算の安定性が初期値に依存し, LEK, LOPモデルでは発散する場合もあった. これは計算の途中で大きく変化する時に起こるので, 時間進行中大きな変化を伴わない初期値を設定すれば初期値依存性のない結果が得られた. 本計算では $k-\omega$ モデルの計算結果を初期値とした.

運動方程式, 及び乱流パラメータの輸送式の時間進行はEulerの陽的解法で, 各時間ステップでの圧力はHSMAC法に基づいた反復法で求めた. 速度成分と圧力は定義点をずらした食い違い格子で, 乱流諸量は全て格子節点で定義している. 空間微分は全て2次中心差分を用いて離散化したが, 本計算に用いた格子では対流項に1次風上差分を用いた場合にも途中の時間進行で変化は見られても, 最終結果には影響はなかった.

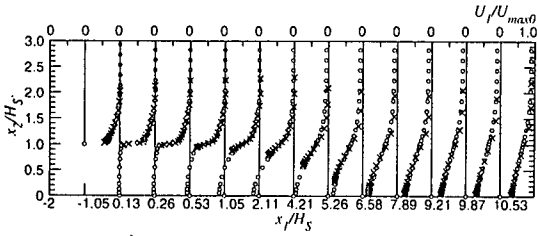
本計算に用いた計算格子は図-2に示されてある. 共に壁近傍で格子密度が高くなる不等間隔で, 横嶋・中山<sup>8)</sup>の計算ではレイノルズ数の低いDNSデータを用いたのでメッシュ数 $76 \times 96$ 程度であったが今回はレイノルズ数の高いJovic<sup>9)</sup>の実験データの条件で検証するためメッシュ数は多く $150 \times 150$ で, 図-2では一点おきの格子を図示してある. 凹部流れのケースでは $151 \times 81$ である.

### 6. 計算結果

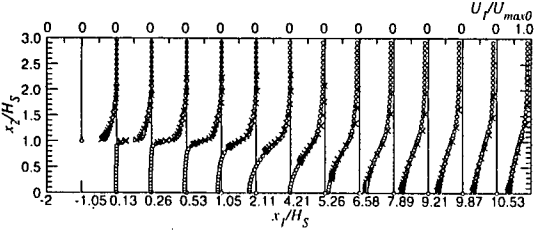
まず段落ち流れの計算結果から考察する. 計算負荷であるが, レイノルズ数が高いため何れの計算もLe et al.<sup>11)</sup>の場合に比べ大きくなっている. Peng et al.<sup>18)</sup>によるLOPモデルでは安定な計算ができず結果は求まっていない. これはクロス拡散項による不安定性と考えられている (Wilcox<sup>19)</sup>). また $k-\epsilon$ 系低レイノルズ数モデルのLEK, LENでも低レイノルズ数の場合に比べ, 密な計算格子が必要で, 収束が非常に遅く計算時間は数倍になっている. それに対しLOWは少し粗い格子でも安定計算に問題なく収束も良く計算できている. 比較として標準 $k-\epsilon$ 及び標準 $k-\omega$ モデルを用いた計算も行っているが, それには格子を粗くとり, 壁より第1点目の計算点が下流で壁面距離で約30になるようにし, そこで境界条件として壁関数を与えている. 従って摩擦速度の小さくなる領域では, 収束過程で摩擦速度がゼロにならないよう制限を設定して計算している.



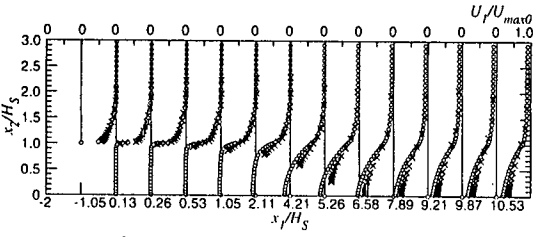
(a) SKEモデル



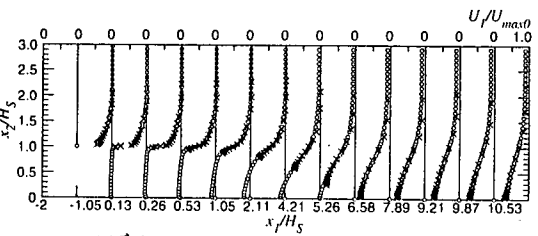
(b) SKOモデル



(c) LEKモデル



(d) LENモデル

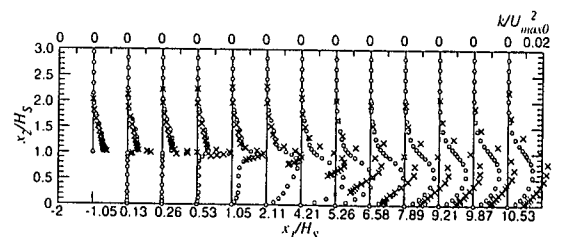


(e) LOWモデル

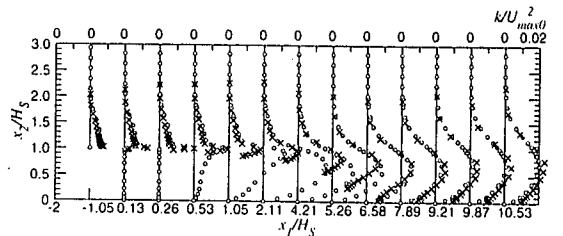
○ 計算結果, × 実験値 (Jovic<sup>9)</sup>)

図-4 段落ち流れの計算結果, 平均流速分布

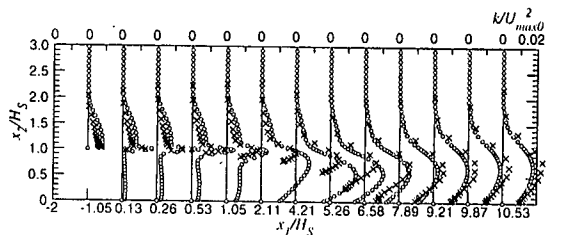
図-3に平均流の計算結果を流線図として表している。Jovic<sup>9)</sup>の実験結果からは流線図は求められていないので再付着点の位置 $x_R$ (実験値は $6.8H_s$ )のみ×印で示してある。再付着点の位置からすればLENモデルに



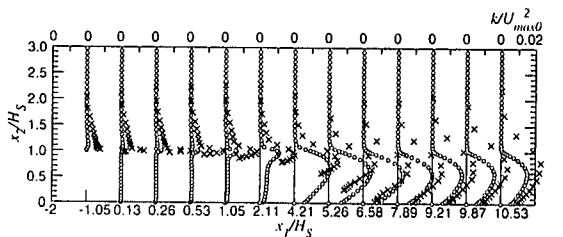
(a) SKEモデル



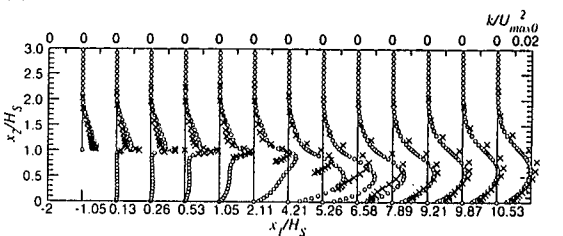
(b) SKOモデル



(c) LEKモデル



(d) LENモデル

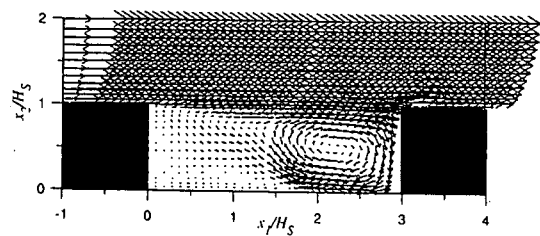


(e) LOWモデル

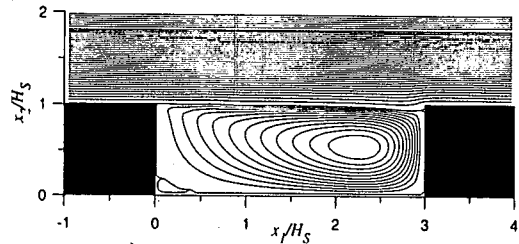
○ 計算結果, × 実験値 (Jovic<sup>9)</sup>)

図-5 段落ち流れ計算結果, 乱流エネルギー分布

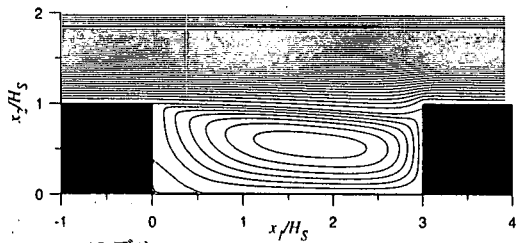
よる結果が最も実験値に近いが、LOWモデルの結果も悪くはない。標準モデルSKO, LEKの結果はかなり短い逆流域になっている。ただ再付着点の位置だけでは剥離流線の形や速度分布は分からないので全体



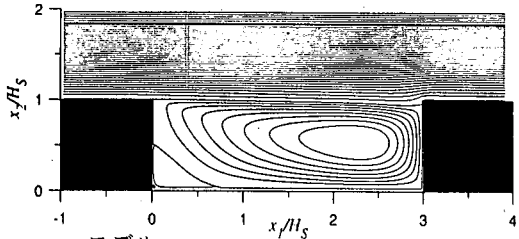
(a) DNS, 禰津・山本<sup>10)</sup>



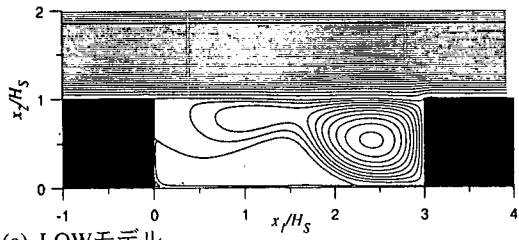
(b) SKEモデル



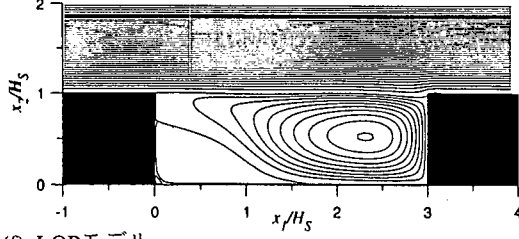
(c) LEKモデル



(d) LENモデル

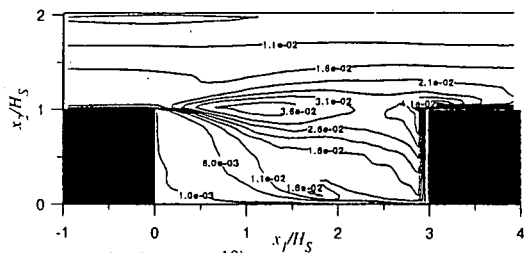


(e) LOWモデル

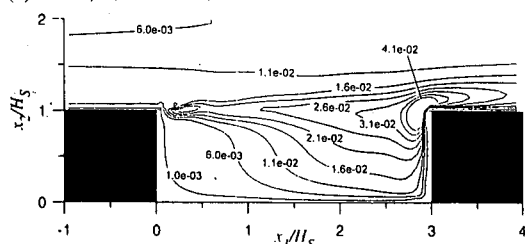


(f) LOPモデル

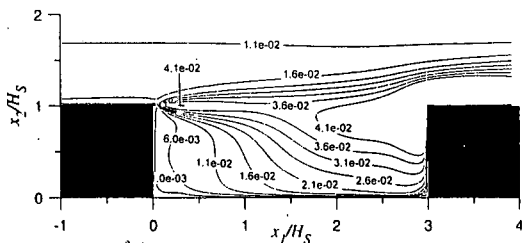
図一六 凹部流れ計算結果, 平均流線



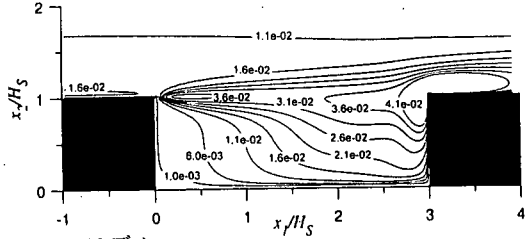
(a) DNS, 禰津・山本<sup>10)</sup>



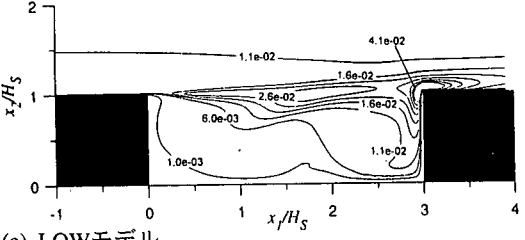
(b) SKEモデル



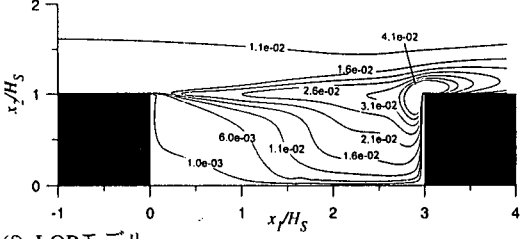
(c) LEKモデル



(d) LENモデル



(e) LOWモデル



(f) LOPモデル

図一七 凹部流れの計算結果,  $k/U_{max}^2$

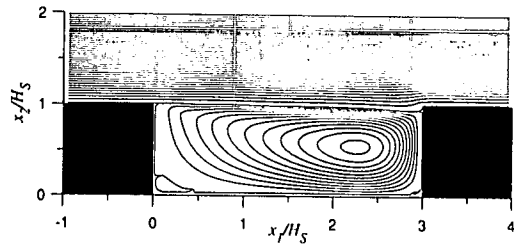
的な評価にはならない。

図-4は主流方向平均流速分布の比較である。Jovic<sup>9)</sup>の実験では熱線流速計が用いられているので、逆流領域のデータはない。計算結果は見易いよう実際得られた結果の一点おきを示している。それ以外の領域での比較になるが、再付着点の予測が優れているLENモデルの結果よりLOWモデルがより実験に近いことが分かる。LENは剥離せん断層の広がりや再付着後の境界層の発達予測が良くない。低レイノルズ数での検証<sup>2)</sup>では $k$ - $\epsilon$ 系モデル(LEK, LEN)は再付着点付近で速度は大きく予測されていたのに対し、高レイノルズ数では逆に小さく予測されており、レイノルズ数効果が巧く表されていない。

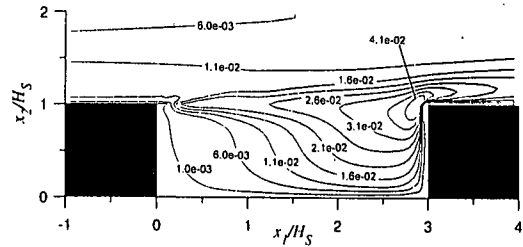
図-5は乱れエネルギー分布の比較である。LEKは剥離域外側のせん断層では良い予測になっているが再付着点の付近の壁近傍でかなりの過大予測になっている。LENの結果は剥離せん断層内で値が非常に小さくなっており、剥離せん断層成長の予測が良くないのはこのためと考えられる。標準モデルはもともと高レイノルズ数流れを対象にしているためか、低レイノルズ数の場合異常な過剰予測であったのに対し、そこそこの結果となっている。LOWモデルは再付着点近傍で過大予測しているが、それ以外の領域では実験を良く再現している。

次に水路凹部の計算結果について考察する。図-6は平均流速流線の比較である。循環域での流線の数が少なくなりすぎないよう流線間隔は凹部外側の1/2にとつてある。禰津・山本<sup>10)</sup>のDNSでは流線の代わりに流速ベクトルが報告されているのでそれを比較基準として示してある。段落ち流れで循環域が長く予測されているモデルは凹部循環渦は下流に寄り、形状は流れ方向に圧縮されている。逆に段落ち流れの循環域を短く予測しているモデルは凹部内循環渦の形状は流れ方向に長い。凹部内の循環流が最も圧縮されているLOWモデルの結果では凹部中心付近でかなり強い上昇流が見られ、第2の渦が上流側に形成されかけている。LOPモデルの流線の形状は、凹部底面中央付近の流線がやや上昇しながら上流側に向かっている。DNS結果は凹部中央付近で上昇流があり、LOWとLOPの間である。標準モデル及び $k$ - $\epsilon$ 系のモデルではこの上昇流が全く見られず定性的予測にも問題がある。

次に乱流量の計算結果を検証する。図-7は乱流エネルギー $k$ の結果を等値線図として比較したものである。本計算ケースの凹部アスペクト比では、上流端角からの剥離せん断層と、それが下流壁に衝突した後凹部下層を逆流し凹部中央付近で上昇する流れとの相互作用で乱れが大きくなる特徴がある<sup>10)</sup>。こ



(a) 平均流線



(b) 乱流エネルギー

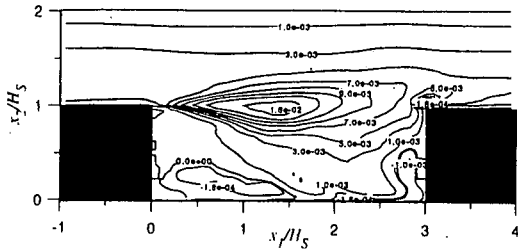
図-8  $k$ - $\epsilon$ モデルにおけるKato-Lauder<sup>3)</sup>の生成項修正の影響

の特徴をいかに良く捉えるかは乱流モデルの評価に重要である。段落ち流れではこの相乗作用がないため、乱れエネルギー分布と循環域の長さは良く相関している。すなわちいずれの場合も再付着点近傍で極大値をとっている。凹部流れの場合、 $k$ - $\epsilon$ 系モデルでは凹部下流端で大きく予測されており、凹部中央付近で値がやや低くなっている。 $k$ - $\omega$ 系モデルでは全体的に値が低い、LOWでは中央部に極大値が見られる。LOWモデルの結果は底面近傍でもDNSに比べ低い値になっているが、他のモデルは良好な結果になっている。

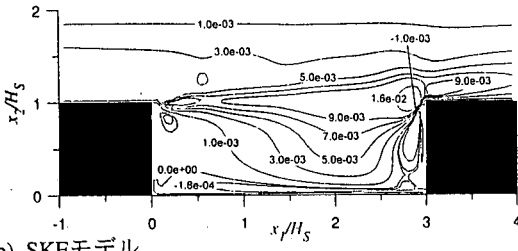
下流壁衝突域近傍での過剰な乱流エネルギーはほぼ全てのモデルに見られるが、特に $k$ - $\epsilon$ 系モデルの場合に大きい。この過剰な乱れ生成は、Kato & Launder<sup>3)</sup>が角柱まわりの流れの計算で、 $k$ の生成項を修正することにより回避している。禰津・山本<sup>10)</sup>は同様の修正を凹部流れにも適用すべきであるという指摘をしているのでここで、Kato & Launder<sup>3)</sup>修正を導入した計算を行った。

渦粘性モデル式(3)を用いると、 $k$ 輸送方程式中の乱流エネルギーの生成項は

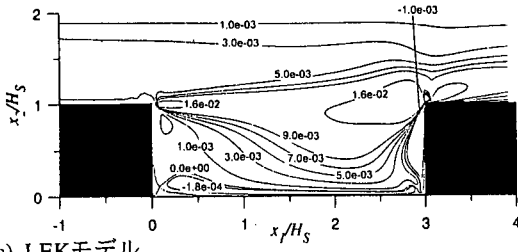




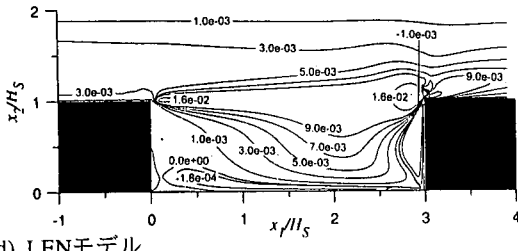
(a) DNS, 瀬津・山本<sup>10)</sup>



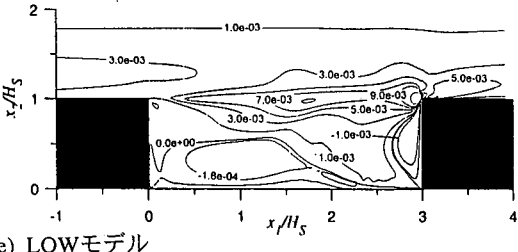
(b) SKEモデル



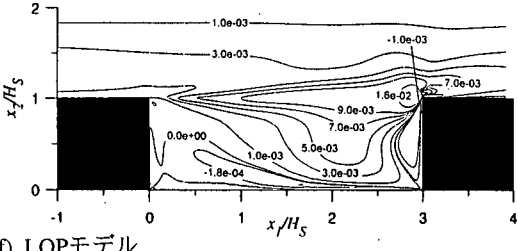
(c) LEKモデル



(d) LENモデル



(e) LOWモデル



(f) LOPモデル

図-9 凹部流れの計算結果, せん断応力分布

$$P_k = -\bar{u}_i \bar{u}_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = \frac{v_i}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)^2 = 2v_i S^2 \quad (7)$$

ここで,

$$S = \sqrt{S_{ij} S_{ij}}, \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (8)$$

であるが, Kato & Launder<sup>3)</sup>による修正はこれに

$$\Omega = \sqrt{\Omega_{ij} \Omega_{ij}}, \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (9)$$

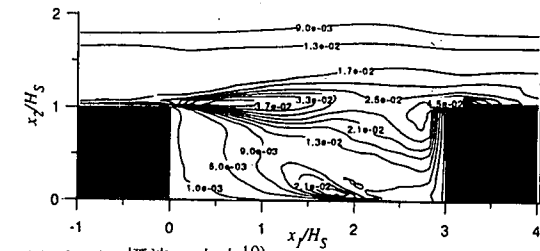
を定義し,  $P_k$ を

$$P_k = 2v_i S \Omega \quad (10)$$

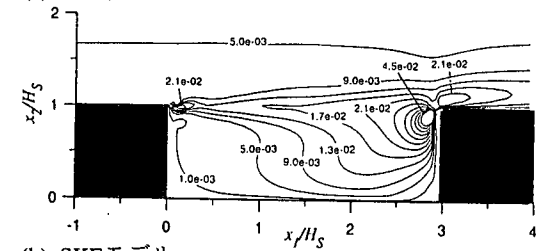
と置き換える事である。せん断流では  $S = \Omega = 1/2 \partial U_j / \partial x_2$  であるので, 式(7)と式(10)の値の差はなく, 修正の影響はない。非回転流的速度歪みの生ずる場合は  $S$  の値は大きくなっても  $\Omega = 0$  であるので乱れ生成に寄与しないという乱れの特性を近似的に取り入れることができる。この修正の影響を調べるため, 標準  $k$ - $\epsilon$  モデルに組み込み計算した結果を図-8に示してある。図-4(b), 図-7(b)と比較して分かるように修正の効果は非常に小さい。角柱の場合, ポテンシャル流 ( $\Omega = 0$ ) が衝突するので乱れ生成に寄与しない非回転性歪み速度が大きいが, この凹部流れのように, せん断流が衝突する場合非回転成分は小さく Kato & Launder<sup>3)</sup> 修正の効果は小さい。レイノルズ垂直応力による乱れ生成についてはもう少し現実的な表し方が必要である。

図-9は凹部流れのせん断応力  $-\bar{u}_1 \bar{u}_2 / U_{max0}^2$  の計算結果をDNSと比較したものである。DNSでは  $k$  と同様凹部中央付近で大きな値をとっているが,  $k$ - $\epsilon$  系モデルではこの傾向が全く見られない。それに対し値はやや低いが, LOWモデルの  $k$  コンター形状はDNSに近い。 $\epsilon$  の壁面漸近性の再現では他のモデルに劣るLOWモデルがこの流れでも全体的良い予測結果となっている。ただ凹部流れ底面から中央部にかけての領域での  $k$  とせん断応力の過小予測は, 凹部中央付近で特有の非等方向性が精度良く表わされていないためと推察される。

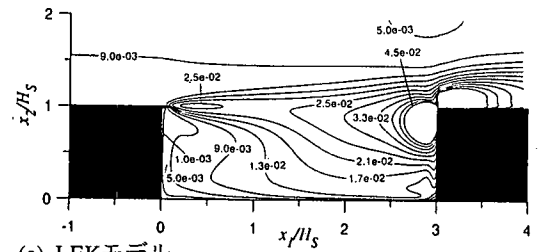
前節でも述べたように本計算法は全て等方渦粘性仮定を用いているので, もともとレイノルズ応力の全成分の正確な予測はできない。再付着流や衝突流での検証が必要なのは予測精度の良くない垂直応力の影響を如何に捉えられるかである。図-10,



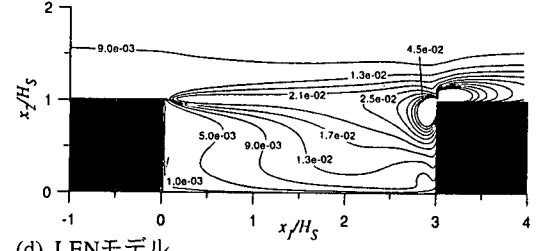
(a) DNS, 禰津・山本<sup>10)</sup>



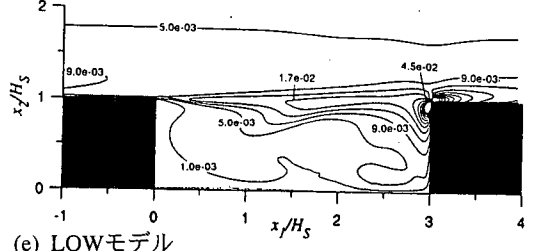
(b) SKEモデル



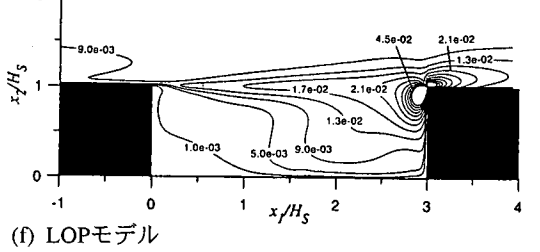
(c) LEKモデル



(d) LENモデル

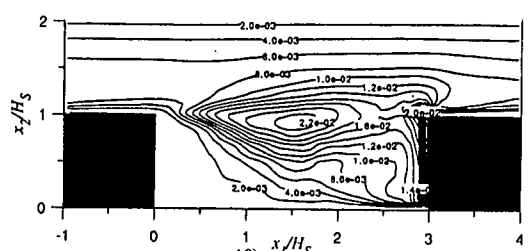


(e) LOWモデル

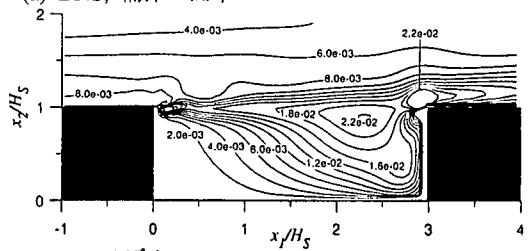


(f) LOPモデル

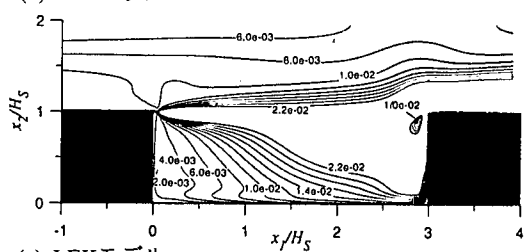
図-10 凹部流れ計算結果,  $\overline{u_1^2}/U_{max0}^2$



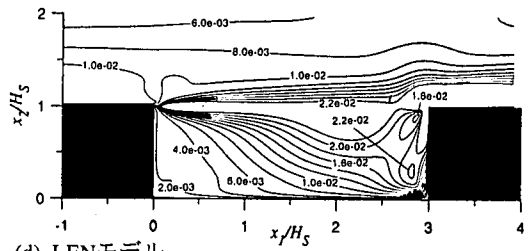
(a) DNS, 禰津・山本<sup>10)</sup>



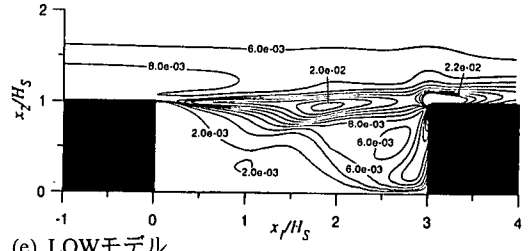
(b) SKEモデル



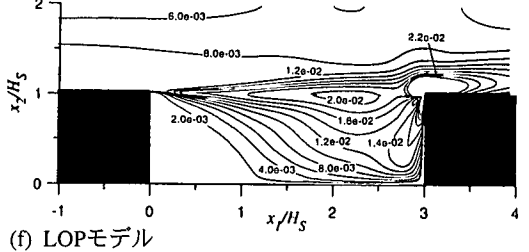
(c) LEKモデル



(d) LENモデル

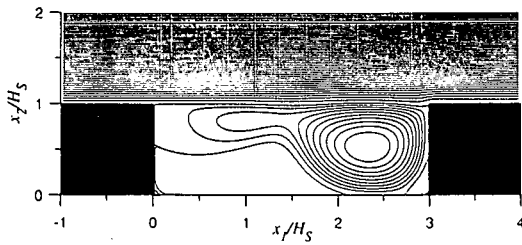


(e) LOWモデル

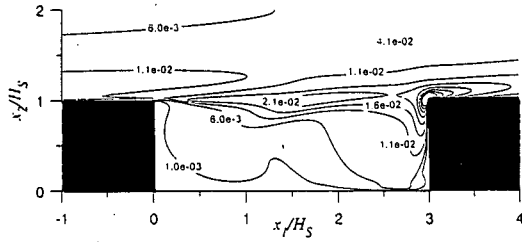


(f) LOPモデル

図-11 凹部流れの計算結果,  $\overline{u_2^2}/U_{max0}^2$



(a) 平均流線



(b)  $k/U_{max0}^2$

図-12 凹部流れの計算結果, 格子数226×121

11は凹部流れの垂直応力  $\overline{u_1^2}/U_{max0}^2$  と  $\overline{u_2^2}/U_{max0}^2$  の計算結果をDNSと比較したものである。DNS結果によると、 $\overline{u_1^2}$  は凹部上流端から剥離したせん断層内で最大値をとり、 $\overline{u_2^2}$  は凹部中央付近で大きな値をとっている。これに対し、全てのモデルは  $\overline{u_1^2}$  の最大値は凹部下流端になっている。LOW, LOPモデルによる  $\overline{u_2^2}$  は凹部中央付近で極大値をとっているが、 $k$ - $\epsilon$ 系モデルでは極大は下流端になっている。剥離せん断層内で  $\overline{u_1^2}$  の予測が悪くても、 $\partial U_1/\partial x_1$  は大きくないので乱れ生成に寄与しないので問題ないが、凹部中央では上昇流による  $\partial U_2/\partial x_2$  があるので、 $\overline{u_2^2}$  の予測は重要になる。従って  $\overline{u_2^2}$  分布の予測の良いLOWが他のモデルに比べやや良くなっている。しかし、どのモデルも十分とは言えないので凹部流れの精度良い予測には垂直応力の異方性を巧く表せるモデルが必要である。

## 7. モデルの評価と考察

近年の2方程式モデルの改良は、コンピュータの高性能化によりこれまで計算不可能であった壁近傍の低レイノルズ数領域も解像できるようになった事に依っている。これまでこの領域は計算できず、壁法則に頼っていたため適用範囲が非常に限定されていた。この領域を忠実にモデル化できれば、その制限はなくなり適用範囲が広まると期待された。実際、Sarkar & So<sup>20)</sup>は壁近傍のモデル化で汎用性を持たせるには、壁近傍での  $k$  と  $\epsilon$  の壁面漸近挙動と、 $\epsilon$  の

壁面值と  $k$  の壁面勾配との関係を再現することが必要条件であるとしている。今回検証した  $k$ - $\epsilon$ 系モデルもこれらの条件は満たしている。しかし、凹部流れの予測では精度が悪い。2方程式モデルでの  $\epsilon$  の役割は渦粘性係数  $\nu_t$  に必要な長さスケールを提供することであり、必ずしも  $k$  の散逸を正確に表している必要はない。 $k$  の輸送式では散逸項以外に拡散項がモデル化されるが、実際はこれらの和が巧くモデル化されていれば  $k$  の予測は良いはずである。それよりも、平行平板間流れなどの単純境界ではせん断応力の勾配がほぼ一定で、垂直応力の影響は全くない。こういった流れで調整されたモデルが、これらの影響が重要になる段落ち流れや凹部流れなどでも良い予測性能を示すには、渦粘性式のモデルパラメータとしての  $\nu_t$  の良い予測性である。従って非等方性の非常に強い壁近傍で渦粘性を減衰させることで高予測性を発揮しているモデルが、垂直応力の影響が重要になる非等方流れを巧く予測できるかは疑問である。こういった意味で本検証は、壁近傍のモデル化に重点を置いた  $k$ - $\epsilon$ 系モデルと、加速、減速の影響とレイノルズ数依存性に重点を置いた  $k$ - $\omega$ 系モデルの比較である。

まず低レイノルズ数型  $k$ - $\epsilon$ 系モデル(LEK, LEN)は、高レイノルズ数段落ち流れの計算結果より、全体のレイノルズ数効果を十分に表していないと言える。また凹部下流端の衝突部で重要になる垂直応力による乱れエネルギーの過剰生成、中央部で重要になる運動方程式中の垂直応力項の影響などの問題も解決していない。これに対し、LOWモデルは段落ち流れでのレイノルズ数効果を巧く捉えており、凹部流れでも流線形状の予測は実験に最も近く出ており、等方性渦粘性の範囲ではあるが、垂直応力  $\overline{u_2^2}$  の効果も最も良く表されていると考えられる。

計算時間については、壁近傍で急変する  $\epsilon$  の挙動を捉える  $k$ - $\epsilon$ 系モデルでは、レイノルズ数が大きくなるとともに非常に密な格子が必要となる。それにつれ、計算時間も大幅に増大する。更に計算の安定性も低下し、実用的な高レイノルズ数流れへの適用には計算法の改良も必要になるであろう。一方  $k$ - $\omega$ モデルでは壁近傍の  $\omega$  の理論的挙動が  $1/y^2$  である事を境界のみならず壁近傍で使っているため、壁近傍で急変する量を求める必要がないので、特に高レイノルズ数流れでも格子を細かくとる必要がないなど実用性、汎用性に優れていると言える。

低レイノルズ数モデルを用いた乱流計算では計算格子の取り方や密度が結果に影響を及ぼす可能性は否定出来ない。そこで、凹部流れについて汎用性が高いと思われるLOWモデルを用い格子依存度の検証を行った。図-12に  $x_1$ ,  $x_2$  両方向とも格子数を1.5倍の226×121として行った計算の平均流線と乱れエネルギー

ギーの結果を示す。格子数 $151 \times 81$ の図-6(d), 図-7(d)と比較し, 平均流線に差は殆どなく, 乱流エネルギーもピーク値がやや減少している程度であるので本計算での格子依存性は小さい。

応力モデルは異方性をまともに捉える事ができるが, レイノルズ応力の輸送方程式のモデル化は更に難しく, 現段階では段落ち流れ予測でも2方程式モデルに劣ると報告されている (So & Yuan<sup>21)</sup>)。また2方程式モデルの枠内で非等方性を表そうとする非線形渦粘性モデルは基本的流れでも十分に検証されていない (Speziale<sup>22)</sup>, Craft et al.<sup>23)</sup>)。従って現段階では低レイノルズ数型 $k-\omega$ モデルが実用性という点で優れていると判断される。

## 8. 結論

等方性渦粘性仮定を用いる2方程式乱流モデルを用いて開水路段落ち流れと凹部流れの計算を行い, 実験値, DNSデータと比較検討した結果次のような結論を得た。

等方性渦粘性モデルを用いる2方程式乱流モデルでも剥離, 再付着, 衝突部の存在するような一般的流れにもある程度の精度と信頼性で応用できる。ただ, 壁法則に代わる, 壁面近傍低レイノルズ数領域のモデル化で, 平行平板間流れのように, ひずみ速度場が単純な流れでのみ, モデル係数や, 壁面漸近性が調節されたものは, 一般的流れの予測精度を向上するとは限らない。低レイノルズ数 $k-\omega$ モデルはレイノルズ数効果, 加速・減速の影響などを総合的に反映しており, 適用範囲が広く, 実問題への応用に適している。計算効率, 数値安定性からも優れており今後簡単な方法で異方性の表現が可能になるような改良がなされれば更に汎用性・実用性のあるものになると考えられる。

## 参考文献

- 1) Rodi, W. and Mansour, N.N.: Low-Reynolds number  $k-\epsilon$  modelling with the aid of direct simulation data, *J. Fluid Mech.*, Vol. 250, pp.509-529, 1993.
- 2) 中山昭彦, 横嶋哲: 開水路乱流予測計算における低レイノルズ数乱流モデルの有用性, 土木学会論文集, No.628/II-48, pp.131-148, 1999.
- 3) Kato, M. and Launder, B.E.: The modelling of turbulent flow around stationary and vibrating square cylinders, *Proc. 9th Symp. on Turb. Shear Flows*, pp.10.4.1-10.4.6, 1993.
- 4) Kanda, T., Fujita, I., Miyamoto, H. and Ikegami, J.: Turbulent Behaviors in Open Channel Trench Analyzed by Using PIV and Turbulence Model, *Proc. 27th Congress of the IAHR, Theme B*, pp.143-148, 1997.
- 5) 藤田一郎, 神田徹, 門脇正夫, 森田卓光: 開水路凹部流れのPIVおよびLESによる乱流解析, 土木学会論文集, No.539/II-35, pp.79-88, 1996.
- 6) 宮本仁志, 神田徹, 藤田一郎, 池上迅: PIVによる開水路凹部流れの計測および数値解析, 水工学論文集, 第41巻, pp.1049-1054, 1997.
- 7) 瀬津家久, 山本義暢: 開水路キャビティー流れの乱流構造に関する研究, 土木学会論文集, No.614/II-46, pp.51-63, 1999.
- 8) 横嶋哲, 中山昭彦: 低レイノルズ数2方程式乱流モデルの汎用性について, 応用力学論文集, Vol.2, pp.609-618, 1999.
- 9) Jovic, S.: An experimental study on the recovery of a turbulent boundary layer downstream of the reattachment, *Engineering Turbulence Modeling and Experiments 2*, pp.509-517, 1993.
- 10) 瀬津家久, 山本義暢: DNSを用いた開水路キャビティー流れの乱れの生成機構とその輸送過程の解析, 水工学論文集, 第43巻, pp.377-382, 1999.
- 11) Le, H., Moin, P. and Kim, J.: Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step, *J. Fluid Mech.*, Vol. 330, pp.349-374, 1997.
- 12) 島田昌也, 長野靖尚: 直接シミュレーションに基づく温度場2方程式モデルの構築, 第8回数値流体力学シンポジウム講演論文集, pp.341-344, 1994.
- 13) Nagano, Y. and Shimada, M.: Development of a two-equation heat transfer model based on direct simulation of turbulent flows with different Prandtl numbers, *Phys. Fluids*, Vol.8, pp.3379-3402, 1996.
- 14) Zhang, H., Faghri, M. and White, F. M.: A new Low-Reynolds-Number  $k-\alpha$  model for Turbulent Flow Over Smooth and Rough Surfaces, *J. Fluids Engng.*, Vol.118, pp.255-259, 1996.
- 15) Launder, B.E. and Spalding, D.B.: The Numerical Computation of Turbulent Flows, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 103, pp.456-460, 1974.
- 16) Kawamura, H. and Kawashima, N.: A proposal of  $k-\epsilon$  model with relevance to the near wall turbulence, *Proc. Int Symp. on Turbulence, Heat and Mass Transf.*, pp.P.1.1.1-P.1.1.4, 1994.
- 17) Wilcox, D.C.: *Turbulence Modeling for CFD*, DCW Industries, Inc. La Canada, California, 1993.
- 18) Peng, S.-H., Davidson, L. and Holmberg, S.: A

- Modified Low-Reynolds-Number  $k-\omega$  Model for Recirculating Flows, *J. Fluids Engnrng.*, Vol. 119, pp.867-875, 1997.
- 19) Wilcox, D.C.: *Turbulence Modeling for CFD*, 2nd. ed., DCW Industries Inc., LaCanada, California, 1998.
- 20) Sarkar, A. and So, R.M.C.:A critical evaluation of near-wall two-equation models against direct numerical simulation data, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol.18, pp.197-208, 1997.
- 21) So, R.M.C. and Yuan, S.P.:Near-wall two-equation and Reynolds-stress modeling of backstep flow, *Int. J. Engng Sci.*, Vol.36, pp.283-298, 1998.
- 22) Speziale, C.G.:On nonlinear  $K-l$  and  $K-\epsilon$  models of turbulence, *J. Fluid Mech.*, Vol.178, pp.459-475, 1987.
- 23) Craft, T.J., Launder, B.E. and Suga, K.:Development and application of a cubic eddy-viscosity model of turbulence, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol.17, pp.108-115, 1996.

(2000. 8.21 受付)

## GENERAL APPLICABILITY OF LOW-REYNOLDS-NUMBER TWO-EQUATION TURBULENCE MODELS TO THE PREDICTION OF OPEN CHANNEL FLOWS

Akihiko NAKAYAMA and Satoshi YOKOJIMA

General applicability of recently-developed low-Reynolds number two-equation turbulence models using isotropic eddy viscosity, is examined by conducting calculations of flows past a backward-facing step and over a rectangular cavity in the bottom bed of open channels, and by comparing with experimental results and direct simulation results. These flows contain features of many general complex flows, such as separation and stagnation, and are suitable for the present purpose. Though it may not be necessary to represent the near-wall behavior of stresses in detail, overall Reynolds number and normal-stress effects need to be represented with some accuracy. Low Reynolds-number  $k-\omega$  model has been seen to perform consistently and has the best general applicability.