

海洋構造物に作用する地震時動水圧の評価法

森田知志¹・中村孝幸²

¹正会員 博士(工) (株)熊谷組 技術研究所 (〒300-2651 茨城県つくば市鬼ヶ窪1043)

²正会員 工博 愛媛大学助教授 工学部環境建設工学科 (〒790-8577 愛媛県松山市文京町3)

断面2次元および3次元任意形状をした海洋構造物まわりの動水圧の評価法を、水底での圧力波の部分反射特性を考慮したGreen関数によるわきだし分布法に基づき明らかにした。圧縮性流体場での境界値問題の設定や新たに導出したGreen関数およびその計算手順などについて示した後、直立壁や円柱構造物に対する解析解との算定結果に関する比較から評価法の妥当性を検証すると共に、諸条件による動水圧の変動特性についての検討を加えた。海洋構造物に作用する動水圧やその合力は、構造物の規模・形状や水深条件に加えて、水の圧縮性の影響が顕著となる大水深条件下では、振動の周波数や水底地盤の物性によって大きく変動することなどが明らかとなった。

Key Words : offshore structure, hydrodynamic pressure, earthquake, source distribution method, Green's function

1. はじめに

海洋構造物の設計では、波力や風力に加えて地震時に発生する動水圧の影響を自然外力として考慮する必要がある。一般に、構造物の規模や設置水深が増大すると、動水圧による合力は支配的外力となることが知られており、大水深・大規模構造物の合理的な設計のためには構造物の形状や大水深の条件下で顕著となる海水の圧縮性の影響を考慮したより正確な動水圧評価手法が望まれる。

動水圧評価法の研究はダム工学の分野で盛んに行われてきた。Westergaard¹⁾は、断面2次元平面内で水平振動する直立壁を対象とした解析解を明らかにすると共に、仮想質量の概念による簡易近似式を提案している。この近似式は現在でも防波堤や護岸などの設計に広く用いられているけれども、水の圧縮性は無視されており大水深条件下での設計にそのまま利用することには疑問が残る。畑野²⁾は大水深条件下で水の圧縮性に起因して発生する進行性圧力波の影響について検討し、動水圧強度には水面と水底間での圧力波の共振現象により著しい周波数依存性が現れるなど、動水圧の合力は仮想質量の概念のみでは表現できない特性を示すことなどを理論的に明らかにした。しかしながら、その後実施された実物ダムの加振実験³⁾ではこのような共振による動水圧の極大化は観測されず、解析理論との矛盾が判明し

た。この矛盾について畑野⁴⁾は自らの理論における水底での境界条件の見直しを行い、それまでは圧力波が水底で完全反射するものとしていたのを、水と水底材料の特性インピーダンスの違いを考慮した部分反射条件に変更することを提案している。これに基づいて新たな解析解⁵⁾が導出され、水底での圧力波の部分反射条件を考慮することにより動水圧の極大化傾向が解消して実験結果にほぼ対応する結果が得られることなどが報告されている。そして、このように水底を部分反射境界として取り扱う方法は、ダムの地震時応答に関する研究(たとえば、Fennes and Chopra⁶⁾)に広く採用されるなど、ダム工学においては一般的な考え方として定着している。

一方、水中に孤立した海洋構造物の動水圧に関しては、当初は円柱構造物⁷⁾、楕円柱⁸⁾あるいは面対称柱体⁹⁾といった構造物の形状に着目した研究が進められたが、大水深となる条件が暗黙のうちに研究対象から除外されているためか、水の圧縮性の影響に関してはわずかの研究⁷⁾で触れられているに過ぎない。その後電子計算機の普及に伴って、構造物の形状に関してより汎用性のある評価手法が研究されるようになり、3次元Green関数法^{10),11)}や固有関数展開法^{12),13)}による3次元任意形状構造物や軸対称構造物を対象とした研究が行われている。これらの研究^{11),12),13)}では、水の圧縮性の影響についても考慮されるようになったが、水底条件としては依然として

圧力波の完全反射条件が採用された状況のままである。

本論で対象とするのは、上述したダム工学での知見を取り入れて水底材料の差異による圧力波の部分反射条件を考慮した大水深海洋構造物まわりの動水圧に関する解析法であり、いずれもGreen関数によるわきだし分布法に基づいてこれまで個別に報告されてきた断面2次元^{14),15)}および3次元¹⁶⁾の任意形状構造物を対象とした各々の数値解析法についてまとめたものである。この際、これまでの報告では説明が不十分となっていた基礎方程式や境界条件の設定に関する吟味についての説明を加えると共に、円柱構造物に対する解析解についても新たに展開して数値解析結果との比較検討を行う。そして、構造物の形状や水底地盤による水中圧力波の部分反射特性を考慮することの必要性について考察するものである。

2. 水中圧力波に対する境界値問題の設定

(1) 基礎方程式および圧力方程式

直交座標系(x-y-z)で表示された3次元流体場における圧縮性流体の運動は、非回転運動を仮定すると式(1)で定義した速度ポテンシャル Φ により表される。

$$(u, v, w) = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}, \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) \quad (1)$$

ここに、 u, v, w : 流体粒子速度のx, y, z方向成分である。

完全流体の運動方程式と連続方程式において、圧縮性流体の断熱的な状態変化による微小振幅圧力波を仮定して2次以上の高次項を無視すると、 Φ の満足すべき基礎方程式と圧力方程式が次のように導かれる¹⁷⁾。

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

$$P(x, y, z, t) = -\rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (3)$$

ここに、 t : 時間、 P : 流体運動に伴って生じる動水圧、 ρ_0, c_0 : 平衡状態での流体密度および圧力波の伝播速度である。 ρ_0 と c_0 は流体の種類や状態に固有の定数で、20°C、1013hPaの水に対しては $\rho_0 = 998.2 \text{ kg/m}^3$ 、 $c_0 = 1491 \text{ m/s}$ である。

いま、運動は時間に関して調和振動的であると仮定して速度ポテンシャルを式(4)のように複素数表示しておく。

$$\Phi(x, y, z, t) = \phi(x, y, z) \cdot e^{-i\omega t} \quad (4)$$

ここに、 ϕ : 速度ポテンシャルの複素振幅、 ω : 角振動数(=2 πf , f : 振動周波数)、 i : 虚数単位である。

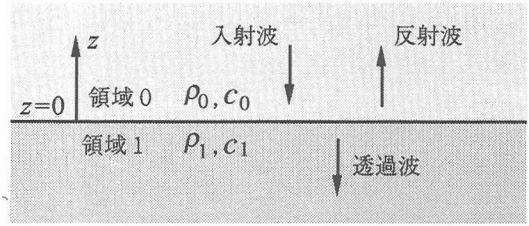


図-1 異なる媒質間の境界における圧力波の反射と透過

このとき、式(2)は式(5)のように3次元のHelmholtz方程式として、式(3)は式(6)のように各々表される。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c_0^2} \phi = 0 \quad (5)$$

$$p = i \rho_0 \omega \phi \quad (6)$$

ここに、 p : 動水圧の複素振幅である。

式(5)と式(6)は水の圧縮性を考慮した研究^{11),12),13)}において一般的に採用されており、本研究でも以降で展開する理論解析の基礎式として採用する。なおGarrison and Berkite¹⁰⁾の研究では、式(5)の代わりにLaplace方程式を採用しているが、これは水の圧縮性を無視して c_0 を ∞ とすることにより式(5)の左辺第4項が0となるためと解釈できる。

(2) 水面および水底における境界条件

図-1に示すように、水(密度 ρ_0 、圧力波の伝播速度 c_0)で満たされた領域0が、 $z=0$ において、他の媒質(密度 ρ_1 、圧力波の伝播速度 c_1)からなる領域1と接している状況を想定する。いまz軸の正方向から角振動数 ω 、変位振幅 a の調和振動する圧力波(疎密波)が境界面に垂直に入射するとき、領域0内には反射波が、領域1内には透過波が生じる。各々の領域内での粒子の振動変位 Z_0, Z_1 は、各々の波の進行方向を考慮して次のように表される。

$$Z_0(z, t) = -a e^{-i(k_0 z + \omega t)} + a A_R e^{i(k_0 z - \omega t)} \quad (7a)$$

$$Z_1(z, t) = -a A_T e^{-i(k_1 z + \omega t)} \quad (7b)$$

ここに、 A_R, A_T : 圧力波の変位振幅に関する反射・透過率、 $k_0 = \omega/c_0$ 、 $k_1 = \omega/c_1$ である。

$z=0$ における両媒質の運動の接続条件、すなわち振動変位と応力の連続性を考慮すると A_R, A_T が式(8)、エネルギー流束に関する反射率 E_R と透過率 E_T が式(9)のように求められる。

$$A_R = \frac{\beta - 1}{\beta + 1}, \quad A_T = \frac{2}{\beta + 1} \quad (8)$$

$$E_R = \left(\frac{\beta - 1}{\beta + 1} \right)^2, \quad E_T = \beta \left(\frac{2}{\beta + 1} \right)^2 \quad (9)$$

表-1 海水($\rho_0=1030\text{kg/m}^3$, $c_0=1521\text{m/s}$)と接する媒質の違いによる水中圧力波の反射・透過率

領域1の媒質	ρ_1 (kg/m^3)	c_1 (m/s)	β	A_R	E_R	A_T	E_T
空気 (1013hPa, 20℃)	1.205	344	0.00026	-0.999	0.999	1.999	0.001
沖積砂層*	1816	1750	2.03	0.340	0.115	0.660	0.885
沖積砂礫層*	2000	2020	2.58	0.441	0.195	0.559	0.805
沖積層*	1939	1840	2.28	0.390	0.152	0.610	0.848
沖積砂礫層*	1990	1860	2.36	0.405	0.164	0.595	0.836
泥岩*	2204	2100	2.95	0.494	0.244	0.506	0.756
泥灰岩*	2439	2600	4.05	0.604	0.365	0.396	0.635

*地盤データは、海中橋梁基礎工事に伴って実施された地盤調査に基づいた参考値。

ここに、 $\beta = \rho_1 c_1 / \rho_0 c_0$ である。音響工学の分野では、媒質の密度とその媒質中の音の伝播速度との積その媒質の特性インピーダンスといい、これは、物理的には、調和振動する進行音波についてある点の圧力変動の振幅と粒子速度の振幅との比率に関連した量である。この意味で上記の無次元量 β は領域0の水と領域1の媒質に関する特性インピーダンスの比率を表す無次元量であるものといえる。式(8)中に示した A_R は $\beta < 1$ のとき $A_R < 0$ となるが、これは反射に伴う波の位相の逆転化をあらわしている。なお、厳密には、音波が媒質中を伝播する際や、媒質間の境界で反射・透過する際には、波動の減衰に伴って β を複素数で定義するのが一般的であるが、ここでの展開においては減衰を無視して β を実数として扱っていることを付記しておく。

領域0で定義された速度ポテンシャルに対する $z=0$ での境界条件は、上記した特性インピーダンス比 β を用いて次式のように表される^{4),5)}。

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{ik_0}{\beta} \phi = 0 \quad (\text{on absorber boundary}) \quad (10)$$

式中の β を境界に接する媒質の物性に基づいて設定することにより、その境界における水中圧力波の反射・透過の程度を考慮することが可能となる。海洋構造物を対象とした従来の研究^{11),12),13)}では、海底の境界条件として式(10)の左辺第2項を0としたものを採用しているが、これは $\beta \rightarrow \infty$ の場合に相当し、水中圧力波の海底での完全反射を想定したものとなっている。

ここで、図-1において、 $z=0$ の境界が水面または海底である場合を想定して、領域0が海水、領域1が空気または種々の海底地盤の場合について β や反射・透過率を試算してみた結果を表-1に示す。

この表より、海水が空気と接する水面においては $\beta \approx 0$, $A_R \approx -1$ となり、水中からの圧力波は位相の逆

転を伴ってほとんど完全に反射されることがわかる。このため、実際の解析では水面における境界条件としては、式(10)において $\beta=0$ と近似してよいものと判断され、したがって以降の展開では式(11)を水面の境界条件として採用する。

$$\phi = 0 \quad (\text{on water surface}) \quad (11)$$

なお、この境界条件では水面で発生する重力波の影響を無視することになるが、これについては理論解析による計算結果を用いて後に検討することとした。

一方、同表において海水が地盤と接する場合をみると、 β はほぼ2~4の範囲の値をとり、水中からの圧力波は同位相のまま部分反射し、その際には入射した圧力波のエネルギーの60~90%が地盤中に透過することなどがわかる。なお貯水ダムの場合には、実際の値として β は1~5の範囲⁴⁾とされ、上述よりも若干広めの結果となっているようである。このような現状に対して、既述した研究例^{11),12),13)}のように海底面での境界条件について $\beta \rightarrow \infty$ と仮定すると、圧力波の地盤中への透過を無視して完全反射の条件を設定していることになり明らかに不合理である。したがって以降の理論展開では海底の境界条件として、地盤条件の影響が一般的に評価できる式(10)を採用する。

3. 断面2次元構造物に対する解析法

3次元場を対象とした一般的な数値解析法に先立ち、ここでは防波堤や岸壁などの長延長構造物に対して合理的な近似となりうる、断面2次元構造物を仮定した解析法の展開を行う^{14),15)}。

(1) 境界値問題の設定

図-2に示すように、一様水深 h の水域に設置され

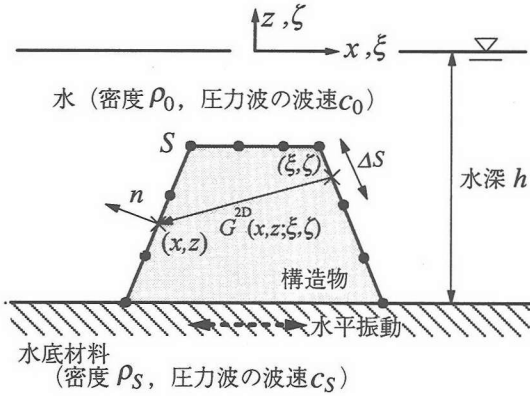


図-2 断面2次元解析法におけるモデル設定

た任意断面形状の剛な構造物が水平方向に角振動数 ω 、変位振幅 a で調和振動する状況を想定する。原点を水面に置き z 軸を鉛直上方に、 x 軸を水平方向にとる (x, z) 座標系を採用する。断面2次元場を想定した量を上添字2Dを付して表現すると、この場合の速度ポテンシャルの複素振幅 $\phi^{2D}(x, z)$ は、式(5),(10),(11)の次元を1つ減じた各方程式による以下の境界値問題の解として表示される。

$$\frac{\partial^2 \phi^{2D}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi^{2D}}{\partial z^2} + k_0^2 \phi^{2D} = 0 \quad (12)$$

$$\phi^{2D} = 0 \quad (z=0) \quad (13)$$

$$\frac{\partial \phi^{2D}}{\partial z} + \frac{i k_0}{\beta} \phi^{2D} = 0 \quad (z=-h) \quad (14)$$

$$\frac{\partial \phi^{2D}}{\partial n} = -i a \omega n_x \quad (\text{on } S) \quad (15)$$

ここに、 $n=(n_x, n_z)$ ：構造物の断面曲線 S 上 (x_s, z_s) に立てた外向き単位法線ベクトル、 ΔS ：構造物の断面曲線を構成する微小線素分である。式(15)は構造物の存在により付け加えた境界条件であり、構造物表面の法線方向への水粒子速度成分が構造物の同方向への運動速度成分に等しいことを表す。

(2) 速度ポテンシャルの算定方法

ここでは式(12)~(15)に示した境界値問題の解法として境界積分法の一つであるわきだし分布法¹⁸⁾を用いることとする。この解法は、基礎方程式と水底・水面での境界条件を満足するようなGreen関数をあらかじめ定式化しておき、数値計算の段階で任意に設定された構造物の形状条件を考慮するもので、数値的に解くべき未知数の量が比較的少なく効率的な計算が行えることや取扱う変数の物理的意味がわかりやすいことなどの特長がある。

わきだし分布法によれば、速度ポテンシャル ϕ^{2D} の算定式は式(16)のように離散的に表示できる。

$$\phi^{2D}(x, z) = \sum_{j=1}^N \sigma_j^{2D} \cdot P_j^{2D}(x, z) \quad (16)$$

ここに、 σ_j^{2D} は構造物の断面曲線 S 上に配置されるわきだし強さの分布関数であり、この決定方程式は、式(16)を物体表面上の運動学的な境界条件である式(15)に代入して次のように求められる。

$$\sum_{j=1}^N \sigma_j^{2D} \cdot Q_{i,j}^{2D} = -i a \omega (n_x)_i \quad (i=1 \sim N) \quad (17)$$

なお、上式中において構造物の断面曲線 S は、 N 個の線素分 ΔS で表現されたものとしており、式に含まれる和記号 Σ は、 S 上での積分を $\Delta S_j (j=1 \sim N)$ における中央点座標 (x_j, z_j) を代表点とした数値積分で近似したものである。また、 $P_j^{2D}(x, z)$ および $Q_{i,j}^{2D}$ は以下のような積分関数を表す。

$$P_j^{2D}(x, z) = \int_{\Delta S_j} G^{2D}(x, z; \xi, \zeta) \cdot dS(\xi, \zeta) \quad (j=1 \sim N) \quad (18)$$

$$Q_{i,j}^{2D} = \int_{\Delta S_j} \frac{\partial}{\partial n_i} G^{2D}(x, z; \xi, \zeta) \cdot dS(\xi, \zeta) \quad (i, j=1 \sim N) \quad (19)$$

ここに、 G^{2D} は断面2次元場でのGreen関数である。

以上の算定式により、流体中の任意点 (x, z) での速度ポテンシャル ϕ^{2D} は次の手順で算定される。

① 構造物の断面を表す各々の線素分を対象として $N \times N$ 個の $Q_{i,j}^{2D}$ を式(19)により計算する。

② 式(17)の連立方程式を解き、各線素分上のわきだし強さ $\sigma_j^{2D} (j=1 \sim N)$ を求める。

③ 式(18)により各線素分に関する N 個の $P_j^{2D}(x, z)$ を計算する。

④ 式(16)により $\phi^{2D}(x, z)$ を計算する

ϕ^{2D} が算定されると、動水圧の複素振幅 p は式(6)の関係により直ちに求めることができる。また構造物全体に作用する水平合力 F および転倒モーメント M の算定式は次のとおりである。

$$F = -i \rho_0 \omega \sum_{j=1}^N \phi^{2D}(x_j, z_j) (n_x)_j \Delta S_j \quad (20)$$

$$M = -i \rho_0 \omega \sum_{j=1}^N \phi^{2D}(x_j, z_j) \times \left\{ x_j (n_z)_j - (z_j + h) (n_x)_j \right\} \Delta S_j \quad (21)$$

(3) 2次元Green関数の表示

ここでのGreen関数 $G^{2D}(x, z; \xi, \zeta)$ は、構造物を除いた一定水深の2次元流体場中において、点 (ξ, ζ) にある単位強さの2次元わきだしにより流体中の任意点 (x, z) に生じる速度ポテンシャルをあらわす。 G^{2D} は式(12)~(14)に相当した基礎方程式と境界条件を満足する関数であり、Fourier変換と留数定理を利用して

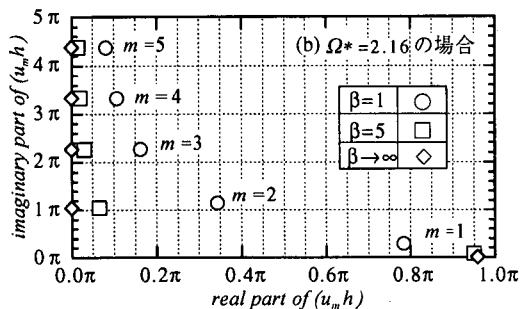
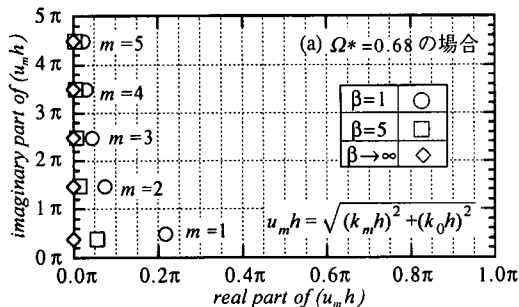


図-3 $u_m h$ ($m=1\sim 5$) の出現特性

以下のように導出される¹⁴⁾.

$$G^{2D}(x, z; \xi, \zeta) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{i}{u_m} \frac{k_m^2 + q^2}{(k_m^2 + q^2)h + iq} e^{i u_m |x - \xi|} \times \sinh k_m z \sinh k_m \zeta \quad (22)$$

ここに、 $q = k_0/\beta$ 、 $u_m^2 = k_m^2 + k_0^2$ 、 k_m ($m=1, 2, 3, \dots$)は式(23)を満足する固有値である。

$$k_m \cosh k_m h - iq \sinh k_m h = 0 \quad (23)$$

式(22)に示したGreen関数は、 $\beta \rightarrow \infty$ のときには、水底での水中圧力波の完全反射を想定した圧縮流体中での結果¹⁹⁾に一致しており、水底での反射条件を各種に考慮できるより一般的な表現と言える。

なお、式(22)のGreen関数には $(x, z) = (\xi, \zeta)$ の条件下で発散する対数型の特異関数が含まれており、その積分を精度よく処理するには工夫が必要である。ここでは、式(18)や(19)の積分計算にあたっては、式(22)中に含まれる特異関数を抽出した後、特異点およびその近傍の条件下で解析的な積分を併用した手法¹⁵⁾を採用している。

(4) 固有値の出現特性

式(22)に示したGreen関数をみると、 x に関連した関数としては $\exp(iu_m|x|)$ が陽に表示されており、指数関数中の複素係数 u_m によって水中圧力波の水平方向への変動特性が理論的に規定されていることがわかる。ここでは、式(23)で与えられる固有値 k_m に関連した u_m の出現状況について調べ、水中圧力波のふるまいに関して若干の考察を行う。

式(23)の固有値の決定方程式は複素未知数 k_m に関する超越方程式であり、Newton-Rapson法等により数値的に解くことができる。算定結果の例として、無次元量 $u_m h$ ($m=1\sim 5$)の複素平面上での分布状況を図-3(a),(b)に示す。これらは式(24)で定義される無次元振動数 Ω^* が0.68および2.16の条件下において、水底での圧力波の反射特性を支配する特性インピーダンス比 β を1, 5, ∞ の三者について示す。

$$\Omega^* = 4fh/c_0 \quad (24)$$

なお、 Ω^* は水深と水中圧力波の波長との比率に関連した無次元量であり、 $\beta \rightarrow \infty$ のときには $\Omega^* \geq 1.0$ の条件下で進行性圧力波が出現することが知られている。

まず水底を完全反射とした $\beta \rightarrow \infty$ の場合についてみると、 $\Omega^* < 1.0$ の場合を示した図-3(a)ではすべての m について u_m は純虚数として出現しており、この場合には進行性の圧力波は見られず水平方向へ急激に減衰する減衰定常波型の成分波の現れることがわかる。そして、 $\Omega^* > 1.0$ の図-3(b)においては $m=1$ のものが実数として出現し、上記の指数関数からわかるように、 $x \rightarrow \pm\infty$ の遠方においても減衰しない進行波成分が発生することが理論的に示される。

次に、 $\beta=1, 5$ の場合についてみると、 u_m は Ω^* や m にかかわらず複素数となり、水底での圧力波の部分反射特性を考慮することによって、進行に伴って次第に減衰するような特性を示す水中圧力波が現れるようになることがわかる。このような比較的緩やかな減衰を伴う進行性圧力波のふるまいは、構造物に作用する動水圧の特性に大きく影響するものと考えられることから、動水圧の評価法に水底面での部分反射条件を取り入れることの必要性が予見される。

4. 断面2次元構造物まわりの動水圧および水平合力の特性

ここでは前章で明らかにした断面2次元構造物に対するわきだし分布法によって、直立壁や矩形断面構造物を対象とした動水圧の試計算結果を示し、解析解との比較や動水圧特性に関する考察を行う。

なお、数値計算に際しては構造物の断面曲線を線素分で分割して表現する必要があるが、この際の線素分の長さとしては、水深 h の10%程度を基準としている。

(1) 直立壁を対象とした解析解との比較

水深 h の水域に面した直立壁が式(25)で表される変位振幅 a で水平方向に角振動数 ω で調和振動する場合

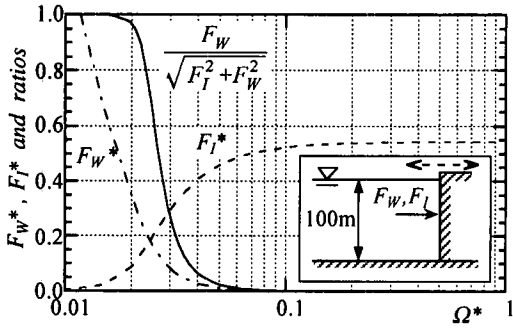


図-4 直立壁に作用する慣性力 F_1 と造波減衰力 F_w

合を想定する。

$$a = \alpha g / \omega^2 \quad (25)$$

ここに、 αg (g : 重力加速度) は振動の加速度振幅を表す。また、直立壁まわりの動水圧強度 P および水平力 F は次式の無次元化に従って表示する。

$$P^* = \frac{\text{Re}(P)}{\rho_0 \alpha g h}, \quad F^* = \frac{|F|}{\rho_0 \alpha g h^2} \quad (26)$$

ここに、 $\text{Re}()$ は複素数の実数部を意味する。

a) 振動時表面重力波の影響

鉛直壁が振動すると、壁面に発生する動水圧により壁全体には振動加速度に比例する慣性力と速度に比例する減衰力が作用する。この場合の減衰力は表面重力波の生成に関係する造波減衰と進行性の水中圧力波の発生に伴う放射減衰の2種類が考えられるが、本数値解析法では水表面での境界条件として式(11)を用いていることから造波減衰力は考慮できない。そこで水面で発生する表面重力波の影響を考慮したピストン型造波装置の解析解を参照してこの場合の造波減衰力 F_w と慣性力 F_1 の相対的な大きさについて調べてみた。図-4は水深 $h=100\text{m}$ の場合についての試算結果であり、図中には各々の力の大きさと全体力に占める造波減衰力 F_w の比率が式(24)で定義した無次元振動数 Ω^* との関係で示してある。

この図によると Ω^* が増加するにつれて F_w の合力に占める比率は相対的に小さくなり、 $\Omega^* \geq 0.1$ の大水深・高振動数の条件下 ($h=100\text{m}$ のとき $f > 0.37 \text{ Hz}$)でほぼ0とみなせることなどがわかる。実際の地震時に生じる振動の卓越周波数は、地盤や地震の条件にもよるが、おおむね 1~5 Hzの範囲にあることが知られており、本数値解析法のように大水深条件下で水面での造波効果を見捨てる取扱いは妥当であるものと判断される。

b) 動水圧および水平合力の特性

構造物に作用する動水圧の水平合力の振幅と無次元振動数 Ω^* との関係を図-5に示す。図中には本数

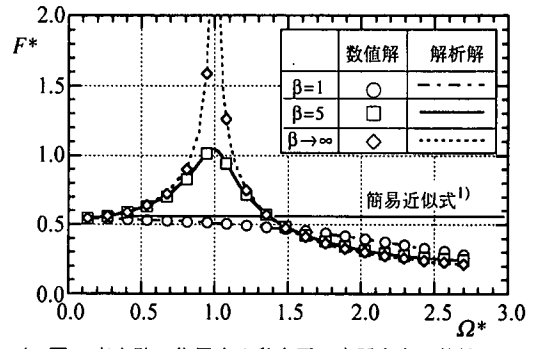


図-5 直立壁に作用する動水圧の水平合力の特性

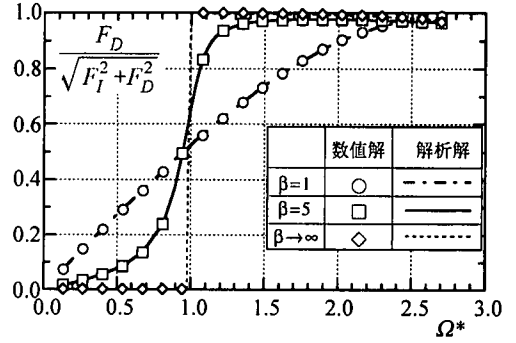


図-6 直立壁に作用する放射減衰力 F_D と慣性力 F_1 の比率

値解析法による算定結果のほか、Westergaard¹⁾の研究に基づく簡易近似式による結果および水底の特性インピーダンス比 β を本数値解析法と同様に考慮した解析解を併せ示してある。なお、ここでの解析解は、直立壁を対象に水の圧縮性および圧力波の水底での部分反射を考慮したもので、Nakagawa and Hatano⁵⁾の理論に準じている。

この図より水平合力 F は、水の圧縮性を無視した簡易近似式によれば Ω^* にかかわらず一定値であるのに対し、数値解や解析解では水の圧縮性を考慮したことにより、 Ω^* や β に大きく依存する変動特性を示すようになることがわかる。特に $\beta \rightarrow \infty$ の場合には、水中圧力波の水底方向への共振点である $\Omega^*=1.0$ 付近で F が無限大へと発散している。そして $\beta=5$ の場合には共振の程度が緩和されて、共振点では F が有限の極大値をとるような変動特性となり、さらに、 $\beta=1$ になるとはっきりとした極大値がなくなり Ω^* の増加と共に漸減するような特性となるなど、 β で表される水底材料の圧力波反射特性に応じて F の Ω^* による変動特性は大きく変化することなどがわかる。特に、 $\beta=1$ の場合の F は Ω^* にかかわらず簡易近似式による結果を下回るように出現しており、状況によっては設計時の地震力を現行よりも小さく設定できる可能性が示唆される。

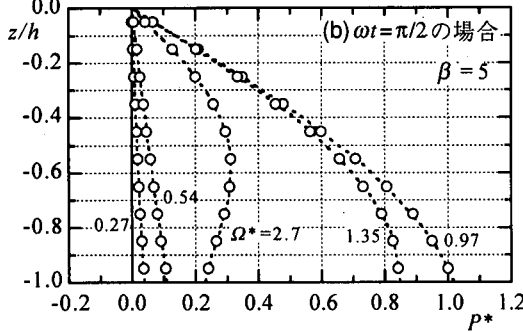
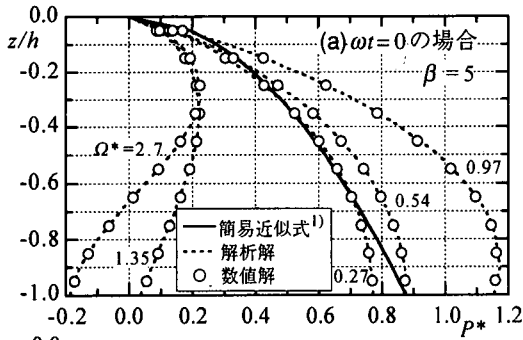


図-7 直立壁に作用する動水圧の鉛直分布 ($\beta=5$)

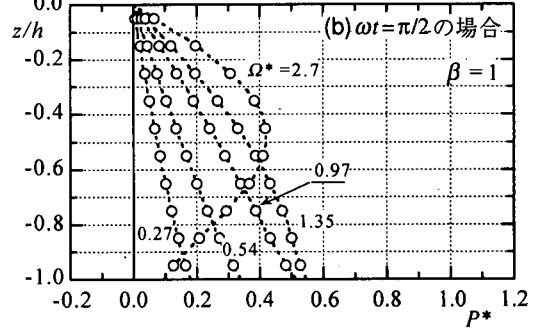
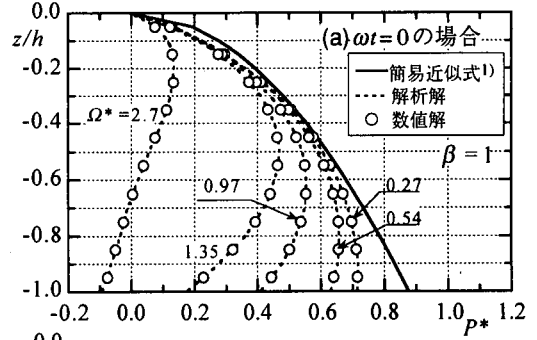


図-8 直立壁に作用する動水圧の鉛直分布 ($\beta=1$)

次に図-6は水平合力 F に占める放射減衰力 F_D の比率を Ω^* を横軸にとり示すものである。 $\beta \rightarrow \infty$ の場合には、 Ω^* が大きくなるに従ってそれまで現れていなかった F_D が $\Omega^* \geq 1.0$ で急激に発生することや、そのような不連続性は $\beta=1$ や $\beta=5$ とした結果においては解消されるなど、やはり水底材料の圧力波反射特性が大きく影響していることがわかる。

図-7と図-8は各々 $\beta=5, 1$ の条件下において、壁面上に瞬時的に現れる動水圧強度 P の鉛直分布を示すもので、各々の(a)図は $\omega t=0$ で壁面が x 軸の正方向に最も大きく変位した瞬間、(b)図は $\omega t=\pi/2$ で中立位置($x=0$)に振れ戻った瞬間の状況である。これらの図をみると、本数値解析法や解析解による動水圧の算定結果は Ω^* が大きくなるにつれて簡易近似式による結果と分布特性が大きく異なる傾向にあり、この傾向は $\Omega^* > 1.0$ の条件下で特に著しいことが認められる。水中圧力波の水深方向への共振点($\Omega^*=1.0$)は水深が大きくなるほど小さい周波数で発生することを考え併せると、簡易近似式による動水圧分布は水深条件の小さなきには良好な予測となっているものの、共振周波数が低くなる大水深の条件下では高めの周波数条件下において推定誤差が拡大することなどが指摘できる。

また、以上の検討で示した水平合力や動水圧分布に関する各図中において、本数値解析法による算定結果はNakagawa and Hatano⁵⁾の理論に準じた解析解と良好に一致しており、本数値解析法の妥当性が確

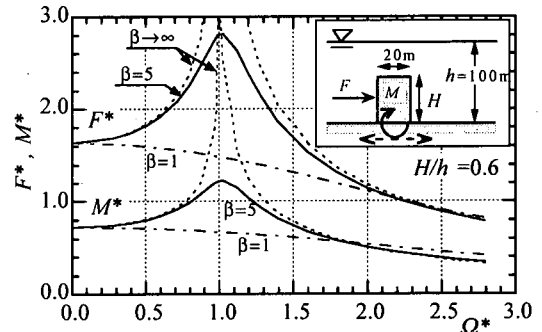


図-9 矩形断面構造物に作用する水平合力と転倒モーメントの特性 ($H/h=0.6$)

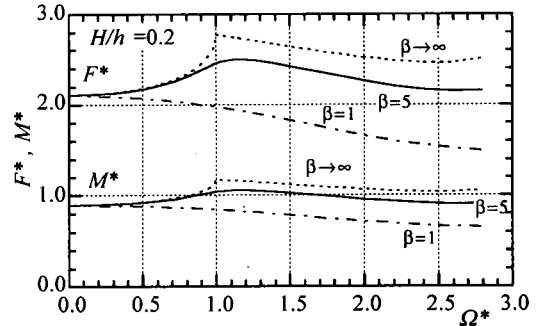


図-10 矩形断面構造物に作用する水平合力と転倒モーメントの特性 ($H/h=0.2$)

認できる。

(2) 矩形断面構造物への作用合力

水深が $h=100\text{m}$ の水底に設置された高さ H 、幅 $h/5$

の矩形の没水構造物が式(25)で表される変位振幅 a で水平方向に調和振動している状況を想定する。このときの構造物に作用する動水圧の水平合力 F および転倒モーメント M の振幅について算定した結果を図-9と10に示す。これらの図は各々 $H/h=0.6$ および 0.2 と構造物の高さが異なる場合の結果を示すもので、各図中には特性インピーダンス比 β が 1.5 および ∞ の場合について併記してある。各図中の水平合力 F および転倒モーメント M の表示は次の無次元化式による。

$$F^* = \frac{|F|}{\rho_0 \alpha g H^2}, \quad M^* = \frac{|M|}{\rho_0 \alpha g H^3} \quad (27)$$

まず $H/h=0.6$ の場合を示す図-9に着目すると、 F や M の変動特性は無次元振動数 Ω^* や β によって大きく左右され、水中圧力波の共振点である $\Omega^*=1.0$ の条件下で $\beta \rightarrow \infty$ のときには両者とも発散する傾向にあることや、 β を 1 または 5 に設定して水底材料の圧力波の部分反射条件を考慮すると、このような急増傾向が抑制されることなど、直立壁の場合と同様の特徴が見られる。

構造物の高さの影響に着目すると、図-9から10へと H/h が小さくなるに伴い Ω^* による F や M の変動幅は小さくなり、 $H/h=0.2$ の場合を示す図-10においては $\Omega^*=1.0$ 周辺の条件下を含めて穏やかな変動を示すようになることがわかる。しかし、この場合でも β の影響は依然として大きく、特に図-10の Ω^* の大きな領域では β の違いによって結果に著しい差が生じていることが認められる。

このように、水平振動時の海洋構造物に作用する動水圧やその合力は、振動の周波数や水深条件に加えて、水の圧縮性や水底材料による圧力波の反射特性ならびに構造物の形状によっても特性が大きく変動するものといえる。

5. 3次元構造物に対する解析法

本章では3次元に任意形状の構造物を対象とした数値解析法について明らかにする¹⁶⁾。この際、2章で設定した境界値問題に対する解法として、3章で断面2次元構造物に対して用いたのと共通した手法である3次元Green関数を用いたわきだし分布法を採用して展開する。

(1) 境界値問題の設定

図-11に示すように、一様水深 h の水域において原点を水面レベルに置き、 z 軸の正方向を鉛直上方にとる直交座標系 (x, y, z) を採用する。構造物は水中に

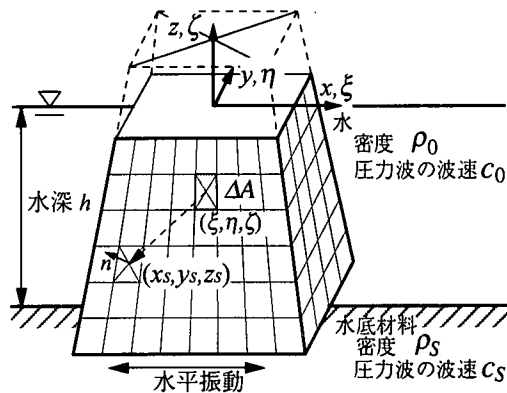


図-11 3次元解析法におけるモデル設定

設置された3次元任意形状の剛体であり、それが x 軸方向に微小振幅で調和振動する場合を想定する。

流体の運動は式(1)で定義された速度ポテンシャル ϕ で表されるものとし、式(4)のように調和振動を仮定した ϕ の複素振幅 ϕ は、式(5),(10),(11)に構造物表面の境界条件を加えて設定した、以下の境界値問題の解として与えられる。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + k_0^2 \phi = 0 \quad (28)$$

$$\phi = 0 \quad (z=0) \quad (29)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{i k_0}{\beta} \phi = 0 \quad (z=-h) \quad (30)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = -i a \omega n_x \quad (\text{on } A) \quad (31)$$

ここに、 $n=(n_x, n_y, n_z)$: 構造物の没水表面 A 上 (x_s, y_s, z_s) に立てた外向き単位法線ベクトルである。

(2) 速度ポテンシャルの数値算定式

式(28)-(31)を満足する ϕ は、3次元Green関数を核関数とするわきだし分布法により、式(32)のように表示できる¹⁶⁾。

$$\phi(x, y, z) = \sum_{j=1}^N \sigma_j P_j(x, y, z) \quad (32)$$

ここに、 σ_j は式(31)を満足させるために構造物表面に配置する3次元わきだしの強度関数である。また、 P_j は次式で与えられる。

$$P_j(x, y, z) = \int_{\Delta A_j} G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) \cdot dA(\xi, \eta, \zeta) \quad (j=1 \sim N) \quad (33)$$

ここに、 G : 3次元Green関数、 ΔA : 微小平面要素であり、構造物の没水表面 A は N 個の ΔA_j ($j=1 \sim N$) に分割して表示されるものとしている。

各々の ΔA_j の中央点に配置される σ_j の決定方程式は式(34)のようである。

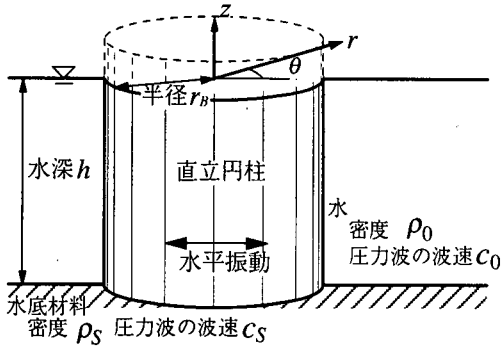


図-12 円柱を対象とした解析解におけるモデル設定

$$\sum_{j=1}^N \sigma_j \cdot Q_{i,j} = -ia\omega(n_x)_i \quad (i=1 \sim N) \quad (34)$$

ここに、 $Q_{i,j}$ は次式で定義される。

$$Q_{i,j} = \int_{\Delta A_j} \frac{\partial}{\partial n_i} G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) \cdot dA(\xi, \eta, \zeta) \quad (i,j=1 \sim N) \quad (35)$$

式(32),(34),(33)および(35)は、各々式(16)-(19)と同様であり、3章で既述したのと同様の手順により速度ポテンシャルの複素振幅 ϕ を算定することができる。そして、式(6)を介して動水圧の複素振幅 p が、式(36),(37)により構造物に作用する x 軸方向への水平合力 F_x 、および y 軸まわりの転倒モーメント M_y が各々求められる。

$$F_x = -i\rho_0\omega \sum_{j=1}^N \phi(x_j, y_j, z_j)(n_x)_j \Delta A_j \quad (36)$$

$$M_y = -i\rho_0\omega \sum_{j=1}^N \phi(x_j, y_j, z_j) \times \left\{ x_j(n_z)_j - (z_j + h)(n_x)_j \right\} \Delta A_j \quad (37)$$

(3) 3次元Green関数の表示

式(33)や(35)に含まれるGreen関数 G は、式(28)-(30)に相当した境界値問題の解として、次のように求められる¹⁶⁾。

$$G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2(k_m^2 + q^2)}{(k_m^2 + q^2)h + iq} K_0(-i u_m r_0) \times \sinh k_m z \sinh k_m \zeta \quad (38)$$

ここに、 $r_0^2 = (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2$ 、 K_0 ：0次の第2種変形Bessel関数、 $u_m^2 = k_m^2 + k_0^2$ 、 k_m ($m=1,2,3,\dots$)は式(23)を満足する固有値で、その特性は3章(4)の記述のとおりである。

式(38)は、 $\beta \rightarrow \infty$ の極限においては圧力波の水底での完全反射条件を仮定して誘導された3次元Green関数¹¹⁾に一致するもので、水底での反射条件を任意に考慮できる一般性の高い表現となっている。

なお、式(38)のGreen関数には $(x, y, z) = (\xi, \eta, \zeta)$ の条件下で発散する逆数型の特異関数が含まれている。このため、式(33)や(35)の積分計算では、精度を向上させるため、式(38)中に含まれる特異関数を抽出した後、特異点およびその近傍の条件下で解析的な積分を併用すると共に、無限級数和の算定に関しては収束特性の異なる表示式を使い分けるなどの手法¹⁶⁾を採用している。

6. 円柱構造物への作用合力の特性

ここではまず、5章において明らかにした3次元解析法の結果の比較対象とするために、水の圧縮性と水底地盤条件を同様に考慮した直立円柱まわりの動水圧に関する解析解について概略を示す。そして算定結果に関して数値解析法との比較を行うと共に、3次元構造物の動水圧特性に及ぼす水底地盤条件の影響について検討する。

(1) 水の圧縮性と水底地盤条件を考慮した解析解

ここでの座標系は図-12に示すもので、水平面を表す極座標系 (r, θ) の原点に中心をおく半径 r_B の直立円柱が、 $\theta=0$ の水平方向に変位振幅 a 、角周波数 ω で微小調和振動する場合を考える。なお、数値解析法で設定したのと同様に、水深 h は一定で、鉛直位置を表す z 座標は原点を水面レベルにおいて鉛直上方に向けられているものとする。

時間変動項を除いた速度ポテンシャルの複素振幅を $\phi(r, \theta, z)$ で表すと、その基礎方程式と境界条件は式(28)-(31)を円筒座標系 (r, θ, z) で表すことで記述される。水平面座標に関係した基礎方程式(28)と構造物表面での境界条件式(31)を各々円筒座標系で表わすと式(39),(40)のようである。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + k_0^2 \phi = 0 \quad (39)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = -ia\omega \cos \theta \quad (r=r_B) \quad (40)$$

式(39)の偏微分方程式の解法として $\phi(r, \theta, z) = \psi(r, \theta) \cdot Z(z)$ と仮定した変数分離法を採用した後、 $\psi(r, \theta)$ が θ に関してFourier余弦展開できることに着目して若干の演算を行うと、速度ポテンシャルの複素振幅 ϕ が式(41)のように導出される。

$$\phi(r, \theta, z) = -4ia\omega \sum_{m=1}^{\infty} B_m H_1^{(1)}(u_m r) \sinh k_m z \cos \theta \quad (41)$$

式中の B_m ($m=1,2,3,\dots$)は次のような関数を表す。

$$B_m = \frac{1 - \cosh k_m h}{u_m (\sinh 2k_m h - 2k_m h) H_1^{(1)}(u_m r_B)} \quad (42)$$

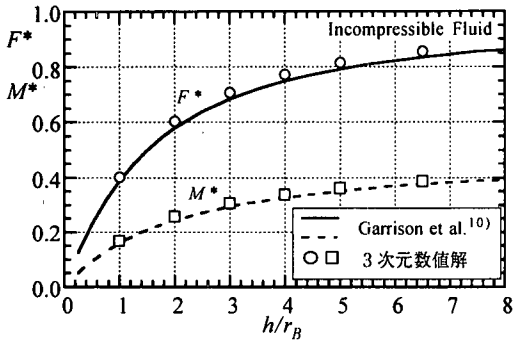


図-13 水の圧縮性を無視したときの振動円柱に作用する水平合力と転倒モーメント

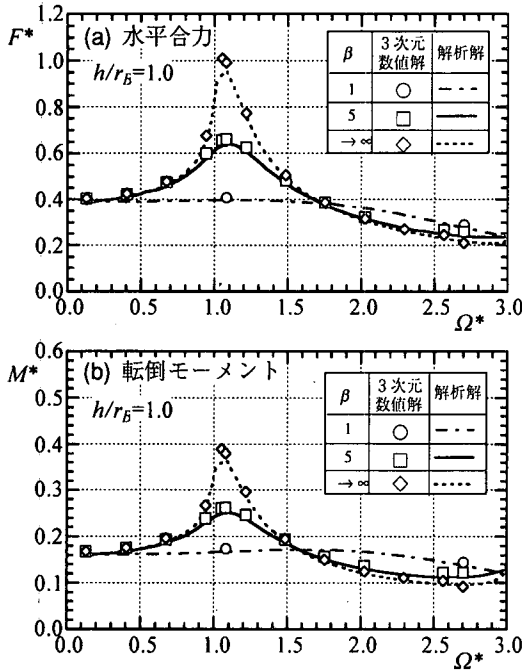


図-14 水の圧縮性および水底での圧力波の部分反射条件を考慮したときの円柱に作用する動水圧の合力の特性 ($h/r_B=1.0$)

ここに、 $u_m^2 = k_m^2 + k_0^2$ 、 k_m ($m=1,2,3,\dots$)は前出の式(23)を満足する固有値、 $H_1^{(1)}$: 1次の第1種Hankel関数、上付'は微分を意味する。

そして、円柱に作用する水平合力 F および転倒モーメント M は、式(6)を介して求められる圧力振幅を円柱表面にわたって積分することにより、最終的に各々式(43),(44)のように導かれる。

$$F = 4\pi\alpha\rho_0\omega^2 r_B \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(\cosh k_m h - 1) B_m H_1^{(1)}(u_m r_B)}{k_m} \quad (43)$$

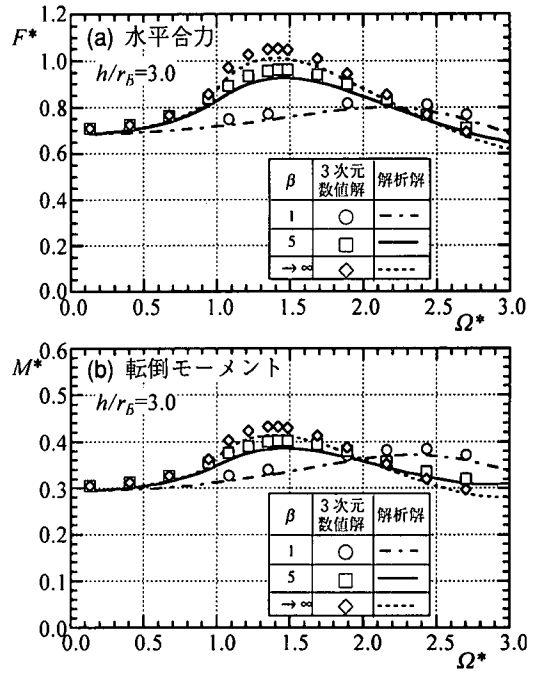


図-15 水の圧縮性および水底での圧力波の部分反射条件を考慮したときの円柱に作用する動水圧の合力の特性 ($h/r_B=3.0$)

$$M = 4\pi\alpha\rho_0\omega^2 r_B \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(\sinh k_m h - k_m h) B_m H_1^{(1)}(u_m r_B)}{k_m^2} \quad (44)$$

(2) 水平力および転倒モーメントの特性

水深 h の水域に設置された円柱構造物が式(25)で表される変位振幅 a で水平方向に角振動数 ω で調和振動する場合を想定する。そして、円柱まわりの動水圧による水平合力 F および転倒モーメント M の比較にあたっては、各々の算定結果は次式の定義による無次元量で表示する。

$$F^* = \frac{|F|}{\rho_0 \alpha g \pi r_B^2 h}, \quad M^* = \frac{|M|}{\rho_0 \alpha g \pi r_B^2 h^2} \quad (45)$$

3次元わきだし分布法による数値計算に際しては、構造物の没水表面を微小平面要素に分割するにあたり、要素の面積の平方根が水深 h の10%程度以下となるように調整したことを付記しておく。

水の圧縮性を無視した場合の鉛直円柱まわりの動水圧に関する解析解¹⁰⁾によると、円柱に作用する水平合力 F と転倒モーメント M は、振動の周波数にかかわらず一定値となり、横軸に相対水深 h/r_B をとり図-13のようにまとめて表示される。図中では、比較のため5章に示した数値解析法において、 $c_0 \rightarrow \infty$ と設定して水の圧縮性を無視した場合に相当する結

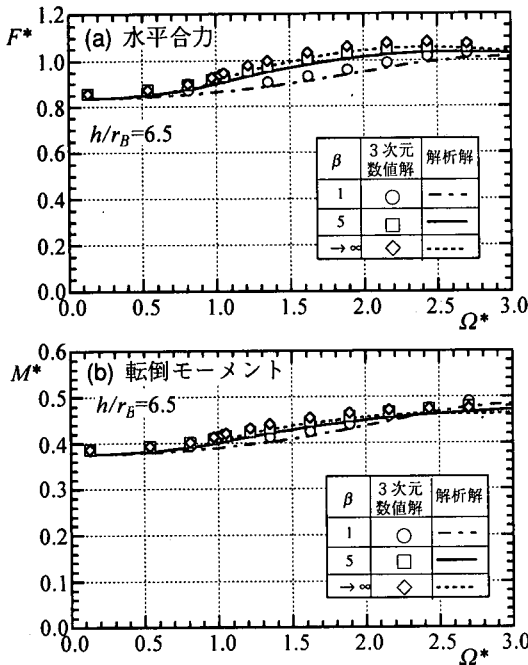


図-16 水の圧縮性および水底での圧力波の部分反射条件を考慮したときの円柱に作用する動水圧の合力の特性 ($h/r_B=6.5$)

果が併記してある。この図より円柱が水平振動する際の水平合力 F や転倒モーメント M は相対水深 h/r_B が大きくなるにつれて一様に増加する傾向にあることがわかる。そして本数値解析法による計算結果は解析解¹⁰⁾とよく一致している。

次に、水の圧縮性を考慮した場合についての算定結果を図-14~16に示す。これらの図は相対水深 h/r_B を1.0から6.5へと増加させた場合の、作用力と無次元振動数 Ω^* との関係について示すもので、各々の(a)図は水平合力 F を、(b)図は転倒モーメント M に関する数値解析法ならびに(1)で示した解析解による算定結果を併せて示す。また、各図中には水中圧力波の水底面での反射特性に関係する特性インピーダンス比 β がパラメータとして採用してある。

水の圧縮性を無視した場合の動水圧の合力は、既存の解析解¹⁰⁾や図-13に表されているように、相対水深 h/r_B が同一であれば振動数に拘わらず一定値となる。しかしながら圧縮性を考慮すると、図-14~16に示すように合力の絶対値は振動数の変化に伴って大きく変動するようになることがわかる。特に図-14(a)や(b)において F^* や M^* が $\Omega^*=1.1$ 付近で $\beta=1$ の場合を除き極大となっているのは、水面と水底との間で生じる水中圧力波の共振現象によるものであ

り、この場合の特徴的な現象と言えよう。また、水平合力や転倒モーメントの変動特性は、海底地盤の圧力波反射特性に関係した特性インピーダンス比 β によっても大きく影響をうけており、 β を小さく設定すると共振増幅の度合いが緩和され合力の Ω^* による変化が緩やかなものとなることや、このような β の効果は h/r_B の小さな条件下でより顕著であることなどがわかる。

解析解と数値解析法による算定結果を比較してみると、本数値解析法による計算結果は解析解とよく一致しており、数値解析法の妥当性が検証されたものと言える。

以上示したように、円柱構造物に作用する動水圧の合力は、海水の圧縮性や海底条件の差異に基づく水中圧力波の反射特性の変化によってその周波数特性が大きく影響され、その影響の程度は円柱の半径が水深に比較して大きくなるほど顕著になることなどが判明した。

7. 結論

- (1) 水中圧力波の水底での反射特性は、水および水底地盤それぞれの密度と圧力波伝播速度から求められる特性インピーダンス比 β によって表すことができる。調査データによると $\beta=1\sim 5$ が実際の標準値であり、このとき水中圧力波のエネルギーのほぼ56~100%が水底地盤中に透過吸収される。
- (2) 本研究で示した断面2次元および3次元Green関数は、 β を無限大に設定することによって各々従来型のGreen関数に一致することから、従来型を包含したより一般的なGreen関数であるものといえる。
- (3) 水中圧力波が水底で完全反射($\beta \rightarrow \infty$)するものとした従来の解析理論では、圧力波の水底方向への共振に伴って発生する進行波は減衰することなく無限遠方まで到達するものとされていたが、本解析法のように水底での水中圧力波の部分反射を考慮すると、常に減衰を伴った進行性圧力波が出現することが判明した。
- (4) 直立壁や矩形断面構造物に作用する動水圧やその合力は、水の圧縮性を考慮することによって振動周波数によってその振幅や位相が大きく変動するなど、現行の基準では表せない特性をもつことが明らかとなった。さらに、 $\Omega^*=1.0$ で現れる圧力波の共振点付近では β で表される水底での圧力波の反射・透過率の影響が特に顕著であることが判明した。本数値解析法による算定結果は理論解析結果と良好に一致することから妥当であるものと判断される。

(5) 3次元解析法による直立円柱まわりの動水圧の合力に関する数値解析結果は、解析解による結果と良好に一致し、数値解析法の妥当性を確認することができた。

(6) 直立円柱に作用する動水圧の合力は、海水の圧縮性や水底条件の差異に基づく水中圧力波の反射特性の変化によってその周波数特性が大きく影響され、その影響の程度は円柱の半径が水深に比較して大きくなるほど顕著になることなどが判明した。

参考文献

- 1) Westergaard, H. M.: Water pressures on dams during earthquakes, *Transactions, ASCE*, vol.98, pp. 418-434, 1933.
- 2) 畑野正：重力堰堤に作用する地震力の影響（共の二），土木学会論文集，No.3，pp.174-183，1949.
- 3) 畑野正：塚原重力ダムの振動実験とその考察，土木学会論文集，No.59，p.8，1958.
- 4) 畑野正：水の弾性による地震時動水圧の共振に関する吟味，土木学会論文集，No.129，pp.1-5，1966.
- 5) Nakagawa, T. and Hatano, T.: Analytical solution of hydrodynamic pressure with reflective condition at reservoir bottom during earthquakes, *Proc. JSCE*, No.229, pp.119-125, 1974.
- 6) Fenves, G. and Chopra, A. K.: Earthquake analysis of concrete gravity dams including reservoir bottom absorption and dam-water-foundation rock interaction, *J. Earthquake Engng. and Struct. Dyn.*, Vol.12, pp.663-680, 1984.
- 7) 後藤尚男，土岐憲三：水中橋脚の振動と耐震設計に関する基礎的研究，土木学会論文集，No.100，pp.1-8，1963.
- 8) 小坪清真：だ円形水中橋脚に働く地震力とその弾性振動，土木学会論文集，No.120，pp.14-24，1965.

- 9) 清川哲志，小林浩：面対称柱体の水中震動による付加質量特性の研究，土木学会論文集，No.321，pp.79-90，1982.
- 10) Garrison, C. J. and Berklite, R. B.: Impulsive hydrodynamics of submerged rigid bodies, *J. Engng. Mechanics Div.*, ASCE, Vol.99, No. EM1, pp.99-120, 1973.
- 11) 中村孝明，田中良弘，元良勇太郎：3次元任意形状海洋構造物の地震応答解析，海岸工学論文集，Vol.39，pp.701-705，1992.
- 12) 清川哲志：流体の圧縮性を考慮した軸対称構造物の付加質量解析，海岸工学論文集，Vol.31，pp.471-475，1984.
- 13) Tanaka, Y. and Hudspeth, R. T.: Restoring forces on vertical circular cylinders forced by earthquakes, *J. Earthquake Engng. and Struct. Dyn.*, Vol.16, pp.99-119, 1988.
- 14) 森田知志：海底の地盤条件を考慮した地震時流体力の解析法，海岸工学論文集，第41巻，pp.821-825，1994.
- 15) 森田知志，中村孝幸：地盤条件の差異による任意断面海洋構造物まわりの地震時動水圧の特性について，海洋開発論文集，Vol.12，pp.61-66，1996.
- 16) Morita, S. and Nakamura, T.: Hydrodynamic pressure on massive structure under partial reflective bottom condition during earthquakes, *Proc. of 16th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engng.*, Vol.2, pp.275-282, 1997.
- 17) Lamb, H.: *Hydrodynamics*, Sixth ed., Cambridge Univ. Press, pp.476-495, 1932.
- 18) 榎木亨 編著：波と漂砂と構造物，技報堂出版，pp.51-113，1991.
- 19) 清川哲志，稲田裕：圧縮性流体中の任意断面没水構造物に作用する地震時動水圧の解析，海岸工学論文集，Vol.37，pp.639-643，1990.

(2000. 8. 10 受付)

ESTIMATION OF HYDRODYNAMIC PRESSURE ON OFFSHORE STRUCTURES UNDER PARTIAL REFLECTIVE BOTTOM CONDITION DURING EARTHQUAKES

Satoshi MORITA and Takayuki NAKAMURA

A numerical analysis for distribution of hydrodynamic pressure on arbitrary shaped offshore structure vibrating in water at constant depth is developed. The source distribution method is used in the analysis after deriving Green's function for pressure waves in water satisfying boundary conditions on the water surface and bottom. On the bottom, partial reflection of the pressure waves is considered, and the reflection ratio is estimated from physical constants of the bottom material. Pressure distributions and resultant forces on vertical walls and circular cylinders are analyzed. The partial reflection of pressure waves by the bottom materials has an important effect on the distribution of pressure are shown.