

# 高精度差分による位相平均不規則波浪 変形計算モデルに関する研究

間瀬 肇<sup>1</sup>・沖 和哉<sup>2</sup>・高山知司<sup>3</sup>・酒井哲郎<sup>4</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 京都大学助教授 防災研究所 (〒611-0011 宇治市五ヶ庄)

<sup>2</sup>正会員 工修 京都大学工学研究科助手 土木工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

<sup>3</sup>フェロー会員 工博 京都大学助教授 防災研究所 (〒611-0011 宇治市五ヶ庄)

<sup>4</sup>フェロー会員 工博 京都大学工学研究科助教授 土木工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

本研究は、波の回折と砕波を考慮したエネルギー平衡方程式を基にして、高精度の風上差分を用いた多方向不規則波の変形計算モデルを提案したものである。QUICK 差分により数値拡散を減少させた上で、放物型波動方程式をもとに定式化した回折項により波の回折効果を導入した。この波浪変形計算モデルを用いて開口防波堤背後の波浪変形計算を行い、Sommerfeld の理論解、従来の 1 次精度風上差分による計算結果と比較・検討し、本波浪変形モデルの有効性を確かめた。また、球面浅瀬による多方向不規則波の変形を調べた Chawla ら (1998) の実験結果と本計算モデルによる計算結果を比較し、その妥当性を確かめた。

**Key Words:** *multi-directional random waves, energy balance equation, wave refraction-diffraction, wave shoaling, wave breaking, random wave transformation*

## 1. はじめに

港湾構造物や海岸保全施設の設計に際しては、波の情報を必要とする。そのため、最初に、波浪観測データや波浪推算結果を用いて、極値統計解析により 50 年再現確率波といった計画波浪が決定される。波は、構造物に到達するまでに、波高、周期および波向きが変化する。特に、沿岸域では海底地形の影響を受けて、浅水変形、屈折、砕波変形により、波高が大きく変化する。また、島や岬などの周辺の地形や既存の構造物により、波の回折や反射が生じる。そこで、これらの諸現象を考慮して、計画波に対して波浪変形計算を行い、構造物に対する設計波を推定しなければならない。

設計波を算定するための波浪変形計算モデルには、種々の理論・計算モデルが提案されている<sup>1)</sup>。計算領域が小さければ、ほぼ全ての波変形現象を考慮することができる拡張型 Boussinesq 方程式が使える<sup>2), 3), 4)</sup>。Boussinesq 方程式は本来長波近似に基づいた理論<sup>5)</sup>であったため、深海域には適用できなかった。しかし、近年多くの研究者により深海域でも適用できるよう改

良が図られ、拡張型 Boussinesq 方程式として我が国でも盛んに使われるようになってきている。Boussinesq 方程式は、連続式と運動方程式を基にして微小時間間隔毎に各格子点において水位と流速(あるいは流量)を求める。そのため、時間間隔および格子間隔を小さくしなければならない。非定常緩勾配方程式も同様の手法で計算される<sup>6)</sup>。こうした波浪変形モデルは、時々刻々の波の変化を求めていくので、位相解析波浪変形計算モデルといわれる。

波浪推算は広領域を対象とした波浪変形計算を行わなければならないので、位相的に平均化されたエネルギースペクトルが計算対象となる。ここでは、エネルギー平衡方程式に風からのエネルギー流入項、白波砕波に伴うエネルギー減衰項、波の共鳴干渉項が考慮される。WAM モデル<sup>7)</sup>は、世界的に使われている波浪推算モデルである。浅海域での波浪推算モデルとしては、SWAN<sup>8)</sup>がある。本研究の波浪変形計算モデルは、計画波から設計波を算定するための沿岸域を主対象とするものである。計画波は十分発達しており、計算領域においては風からのエネルギー流入と白波砕波に伴うエネルギー散逸はバランスしているものと仮定する。すなわち、設計波を算定する際に風の影響は考え

ない。実際、設計風を設定することは難しい。また、波の非線形干渉による周期変化は生じない程度の広領域を対象とする。エネルギー平衡方程式に基づく波浪変形計算モデルの欠点としては、平均化により位相情報がないため、波の反射や回折効果が正確に考慮できないことが挙げられる。また、エネルギー平衡方程式の数値計算では、数値的な拡散効果が生じる。そのため、構造物背後の波浪変形計算結果には回折効果が見かけ上現れる<sup>9)</sup>。

最近、エネルギー平衡方程式に回折効果を導入する試みがいくつかなされている。Resio<sup>10)</sup>は場所と方向成分の重みつき平均により平滑化を行うことで回折をあらわそうとしたが、これは理論的根拠に基づくものではない。一方、Booijら<sup>11)</sup>やRiveroら<sup>12)</sup>は、エネルギー平衡方程式における特性速度に回折の効果を導入した。間瀬ら<sup>13)</sup>は放物型波動方程式を基にして回折項を定式化し、エネルギー平衡方程式に陽な形で回折項を導入した。そのモデル方程式を用いると、開口防波堤背後の波高の計算結果がSommerfeld解と良く一致することを示した。

本研究では、間瀬ら<sup>13)</sup>が提案した回折項を有するエネルギー平衡方程式を基にして、移流項に対して高精度の風上差分を用いた多方向不規則波の変形計算モデルを提案する。本波浪変形計算モデルを用いて開口防波堤背後の波浪変形計算を行い、Sommerfeldの理論解、従来の1次精度風上差分による計算結果と比較・検討し、モデルの有効性を確かめる。また、球面浅瀬による多方向不規則波の変形計算を行い、Chawlaら<sup>14)</sup>の実験結果と比較し、本計算モデルの妥当性を確かめる。

## 2. 回折項を含むエネルギー平衡方程式

本論文の基礎とする間瀬ら<sup>13)</sup>のモデル方程式は、以下のようである。

定常波浪場における、エネルギー減衰項<sup>9)</sup>を有するエネルギー平衡方程式は、次のように表される。

$$\frac{\partial(v_x S)}{\partial x} + \frac{\partial(v_y S)}{\partial y} + \frac{\partial(v_\theta S)}{\partial \theta} = -\varepsilon_b S \quad (1)$$

ここで、 $S$ は波の方向スペクトル、 $(x, y)$ は水平座標、 $\theta$ は $x$ 軸から反時計回りに測った波向角、 $\varepsilon_b$ はエネルギー減衰係数、特性速度 $(v_x, v_y, v_\theta)$ は

$$(v_x, v_y) = \frac{\partial \omega}{\partial k} \vec{s} = (C_g \cos \theta, C_g \sin \theta) \quad (2)$$

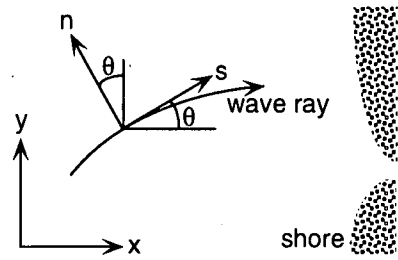


Fig.1 Coordinate system

$$v_\theta = -\frac{1}{k} \frac{\partial \omega}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial n} = \frac{C_g}{C} \left( \sin \theta \frac{\partial C}{\partial x} - \cos \theta \frac{\partial C}{\partial y} \right) \quad (3)$$

と表される。ここで、 $(s, n)$ はFig.1に示す波向・波峰に沿った座標、 $C$ は波速、 $C_g$ は群速度である。

回折項は以下の放物型波動方程式から定式化された。

$$2ikCC_g A_x + i(kCC_g)_x A + (CC_g A_y)_y = 0 \quad (4)$$

式(4)を変形し、実部と虚部について整理すると

$$(C_g |A|^2)_x = 0 \quad (5)$$

$$(CC_g |A|^2)_y - 2CC_g A_y A_y^* = 0 \quad (6)$$

となる<sup>13)</sup>。式(5)はエネルギーの保存、式(6)は回折によるエネルギーの釣り合いを表している。波エネルギーは $E \propto |A|^2$ であり、式(5)および式(6)の左辺第1項は $E$ で表現できるが、第2項の $A_y A_y^*$ は $E$ で表現できない。そこで、 $A_y A_y^*$ を $E_{yy}/4$ と近似すると、式(6)は

$$(CC_g E_y)_y - CC_g E_{yy}/2 \equiv 0 \quad (7)$$

となる<sup>13)</sup>。式(5)の左辺と式(1)の左辺とを比べ、エネルギー $E$ を方向スペクトル $S$ とみなす。そして、ほぼゼロである式(7)の $E$ を $S$ として式(1)の右辺に加えると、モデル方程式として次式を得る。

$$\frac{\partial(v_x S)}{\partial x} + \frac{\partial(v_y S)}{\partial y} + \frac{\partial(v_\theta S)}{\partial \theta} = \frac{\kappa}{2\omega} \left\{ (CC_g \cos^2 \theta S_y)_y - \frac{1}{2} CC_g \cos^2 \theta S_{yy} \right\} - \varepsilon_b S \quad (8)$$

ここで、 $\kappa$ は回折影響係数である。間瀬ら<sup>13)</sup>は $\kappa = 2.5$ を用いた。放物型近似方程式は、波の伝播方向(ほ

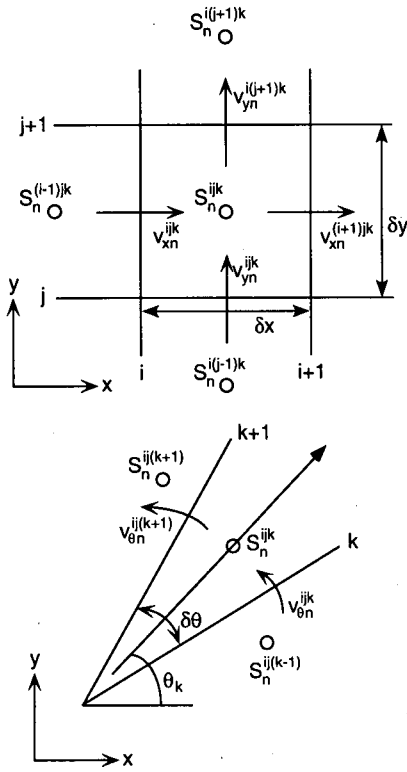


Fig.2 Grid system

ば  $x$  軸方向) に垂直な方向に回折効果を導入することができる。ここでは、多方向不規則波の成分波ごとに回折効果を導入した。それぞれの周波数成分波はいくつかの方向成分を持ち、それらの伝播方向は  $x$  軸とは異なり、その分  $\cos \theta$  の重みがついている。

### 3. 差分方程式

Fig.2 は計算格子と特性速度の定義点を示したものである。成分波は全て岸方向 ( $x$  軸方向) に進行する。したがって、式 (8) の左辺第 1 項の差分式は次式で表される。

$$\frac{\partial(v_{x_n} S)}{\partial x} = (S_n^{ijk} v_{x_n}^{(i+1)jk} - S_n^{(i-1)jk} v_{x_n}^{ijk}) / \delta x \quad (9)$$

ここで、 $i$  および  $j$  はそれぞれ  $x$  軸および  $y$  軸方向の格子番号、 $n$  は周波数識別番号、 $k$  は波向き識別番号である。式 (8) の左辺第 2 項および第 3 項は、従来 1 次精度風上差分が用いられてきた<sup>9), 13)</sup>。1 次精度風上差分は強い数値拡散効果により数値安定性に優れているが、この数値拡散が 2 階微分であるために、同じ

2 階微分である回折項の物理的な拡散と区別できず、得られる解は両拡散効果が合わさったものとなる。ここでは以下で示すように、移流項を QUICK (Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics)<sup>15)</sup> を用いて差分化する。

式 (8) の左辺第 2 項の QUICK による差分は、以下のようなのである。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(v_{y_n} S)}{\partial y} \\ &= \frac{1}{16\delta y} \left\{ v_{y_n}^{i(j+1)k} \left( -S_n^{i(j+2)k} + 9S_n^{i(j+1)k} + 9S_n^{ijk} - S_n^{i(j-1)k} \right) \right. \\ & \quad \left. - v_{y_n}^{ijk} \left( -S_n^{i(j+1)k} + 9S_n^{ijk} + 9S_n^{i(j-1)k} - S_n^{i(j-2)k} \right) \right\} \\ & + \frac{\beta}{16\delta y} \left\{ \left| v_{y_n}^{i(j+1)k} \right| \left( S_n^{i(j+2)k} - 3S_n^{i(j+1)k} + 3S_n^{ijk} - S_n^{i(j-1)k} \right) \right. \\ & \quad \left. - \left| v_{y_n}^{ijk} \right| \left( S_n^{i(j+1)k} - 3S_n^{ijk} + 3S_n^{i(j-1)k} - S_n^{i(j-2)k} \right) \right\} \quad (10) \end{aligned}$$

ただし、この差分化は  $j$  番目の格子点が計算領域内部にある場合に適用する。境界上の格子点においては以下の 1 次精度風上差分を用いる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(v_{y_n} S)}{\partial y} \\ &= \frac{1}{2\delta y} \left\{ \left( S_n^{i(j+1)k} + S_n^{ijk} \right) v_{y_n}^{i(j+1)k} - \left( S_n^{ijk} + S_n^{i(j-1)k} \right) v_{y_n}^{ijk} \right\} \\ & - \frac{\beta}{2\delta y} \left\{ \left( S_n^{i(j+1)k} + S_n^{ijk} \right) \left| v_{y_n}^{i(j+1)k} \right| - \left( S_n^{ijk} + S_n^{i(j-1)k} \right) \left| v_{y_n}^{ijk} \right| \right\} \quad (11) \end{aligned}$$

ここで、 $\beta$  は重み定数である。本研究では  $\beta = 1.0$  を用いた。

式 (8) の左辺第 3 項についても QUICK による差分化を行う。ただし、境界においては 1 次精度風上差分を用いる。式 (8) の回折項には 2 次精度中心差分を用いる。最終的に得られる差分方程式は以下のように書ける。

$$\begin{aligned} & A_1 S_n^{ijk} + A_2 S_n^{i(j-2)k} + A_3 S_n^{i(j-1)k} \\ & + A_4 S_n^{i(j+1)k} + A_5 S_n^{i(j+2)k} + A_6 S_n^{ij(k-2)} \\ & + A_7 S_n^{ij(k-1)} + A_8 S_n^{ij(k+1)} + A_9 S_n^{ij(k+2)} = -B S_n^{i(j-1)k} \quad (12) \end{aligned}$$

$A_1 \sim A_9$  および  $B$  の具体的な表示は、付録に示す。

式 (12) の右辺の  $S_n^{i(j-1)k}$  は既知であり、周波数成分  $n$  に対して、 $j=1 \sim J$ ,  $k=1 \sim K$  の  $J \times K$  個の連立方程式を解くことによって  $S_n^{ijk}$  を求める。 $J$  および  $K$

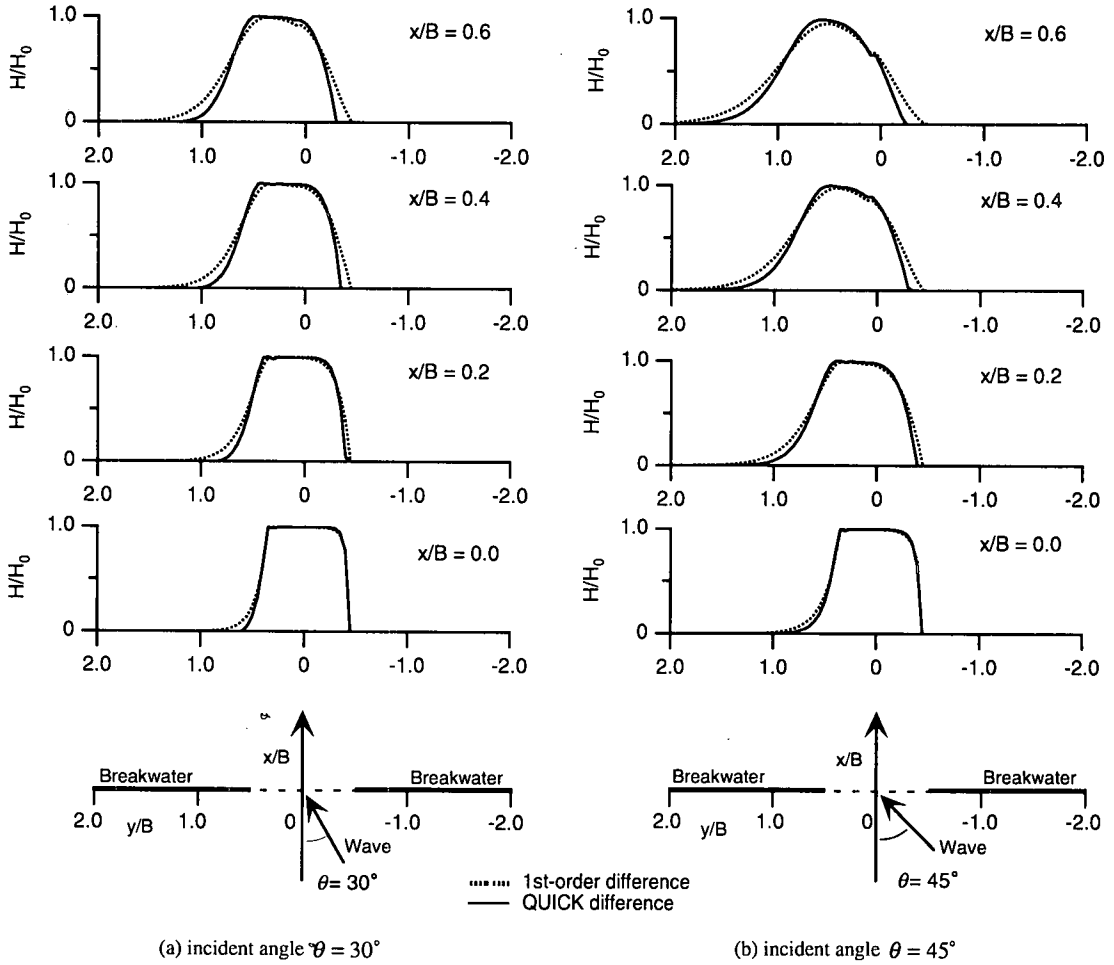


Fig.3 Wave heights of uni-directional wave behind breakwaters

はそれぞれ  $y$  軸方向の格子分割数と波向き分割数である。沖側境界条件として、任意の入射波スペクトルを与えると、 $i$  の増加する方向に順次  $S_n^{ijk}$  を求めることができる。

計算された  $S_n^{ijk}$  を用いて、有義波高  $H_{1/3}$ 、有義周期  $T_{1/3}$ 、平均波向き  $\bar{\theta}$  は、以下の式で求める。

$$H_{1/3} = 4.0 \sqrt{m_0} \quad (13)$$

$$T_{1/3} = T_0 \sqrt{m_0 / m_2} / \bar{T}_0 \quad (14)$$

$$\bar{\theta} = \frac{\sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \theta_k S_n^{ijk}}{\sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K S_n^{ijk}} / m_0 \quad (15)$$

ここで、

$$m_i = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K f_n^i S_n^{ijk} \quad (16)$$

である。 $N$  は周波数分割数であり、 $T_0$  および  $\bar{T}_0$  は

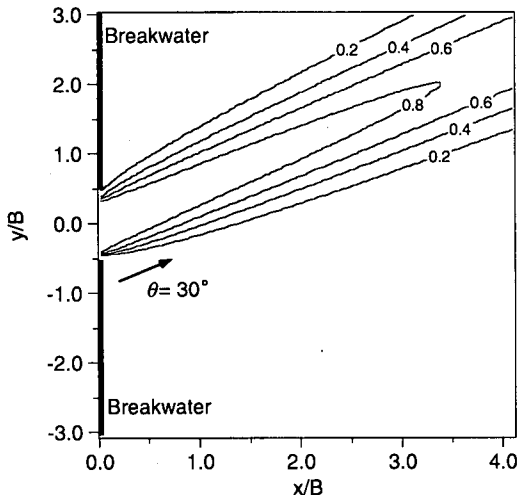
それぞれ沖波の有義周期と平均周期である。碎波減衰項は、高山らの定式化<sup>9)</sup> を用いる。

#### 4. 開口防波堤背後の波高分布

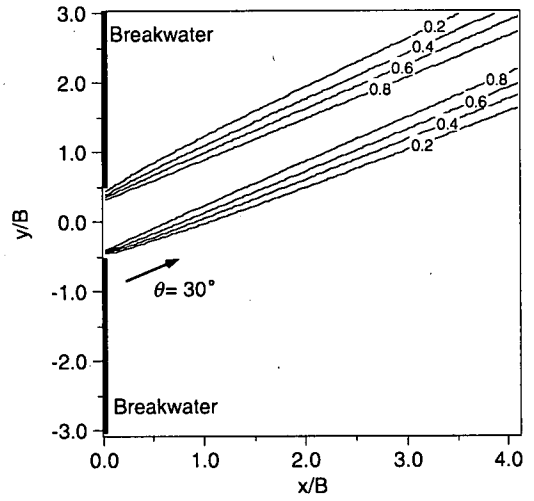
##### (1) 単一成分波

1次精度風上差分による計算モデルと QUICK による計算モデルの数値拡散について比較するため、12 m の一様水深場に設置された防波堤の開口部に、波向き  $\theta = 30^\circ$  および  $\theta = 45^\circ$  で波が入射する場合の防波堤背後の波高分布の計算を行った。開口部は  $-0.5 < y/B < 0.5$  であり、15分割した。計算にあたっては、差分による数値拡散の違いを調べるために、回折影響係数を  $\kappa = 0$  とした。

Fig.3 は、 $x/B = 0.2$  ごとの断面における入射波高に対する無次元波高分布  $H/H_0$  である。図中の実線は



(a) 1st-order difference



(b) QUICK difference

Fig.4 Spatial wave height distribution of uni-directional wave behind breakwaters

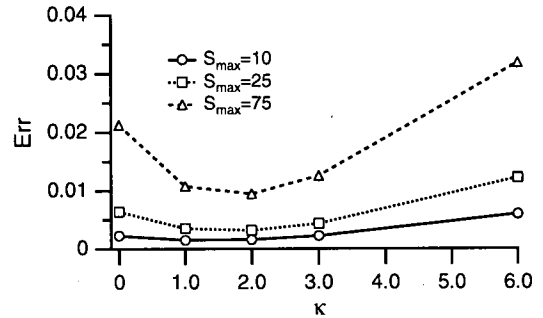
QUICKによる計算結果、点線は1次精度風上差分による計算結果である。全く数値拡散がなければ、入射波の波高は矩形分布を保ったまま伝達される。しかし、実際の計算では数値拡散が生じる。Fig.3によると、実線で示される QUICK による計算結果は、点線で示される1次精度風上差分による計算結果より数値拡散の影響が抑えられていることがわかる。また、波の入射角が大きいくほど数値拡散は大きくなる様子がみられる。波向きが  $\theta = 0^\circ$  の場合には両モデルともに数値拡散はほとんどなく、入射波高は矩形分布を保ったまま伝播した。

Fig.4 は、波向きが  $\theta = 30^\circ$  のケースについて等波高線を示したものである。波高分布の広がり、開口部から離れるほど大きくなる。Fig.4 から、(b) 図の QUICK による計算結果の方が、(a) 図の1次精度風上差分に比べて数値拡散の影響が小さくなっていることがみてとれる。

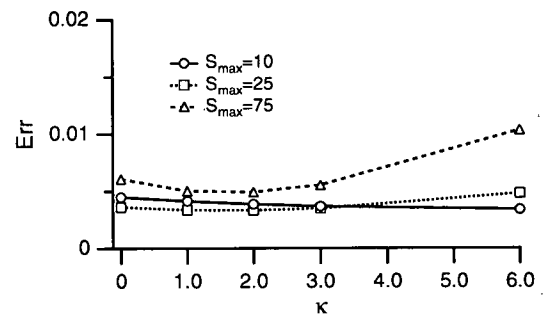
## (2) 多方向不規則波

本計算モデルには回折項が含まれているため、適切な回折影響係数  $\kappa$  を与えることにより、防波堤のような構造物背後の波高変化に回折を考慮することができる。1次精度風上差分による防波堤背後の波浪変形計算結果は、防波堤開口幅が大きく、かつ、方向分布幅が広帯域の場合には Sommerfeld の理論値と比較的よく一致するが、開口幅が小さく、また、方向分布が狭帯域の場合には、Sommerfeld の理論値と合わないことが知られている<sup>9)</sup>。

ここでは、波長を  $L$ 、防波堤の開口幅を  $B$  として、



(a)  $B/L = 2$



(b)  $B/L = 8$

Fig.5 Error against  $\kappa$

$B/L = 2$  および  $B/L = 8$  の場合について、回折影響係数  $\kappa$  を変化させた計算を行い、Sommerfeld の理論値と比較する。計算にあたっては、周波数スペクトルは JONSWAP 型スペクトル、方向関数は光易型方向関数

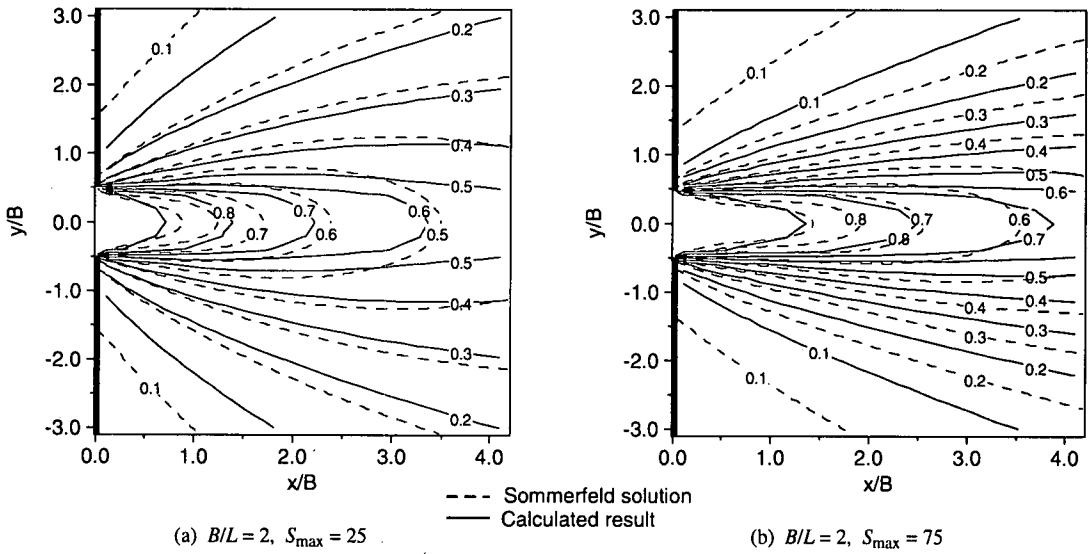


Fig.6 Comparison of wave height distribution calculated by 1st-order upwind difference scheme with Sommerfeld solution

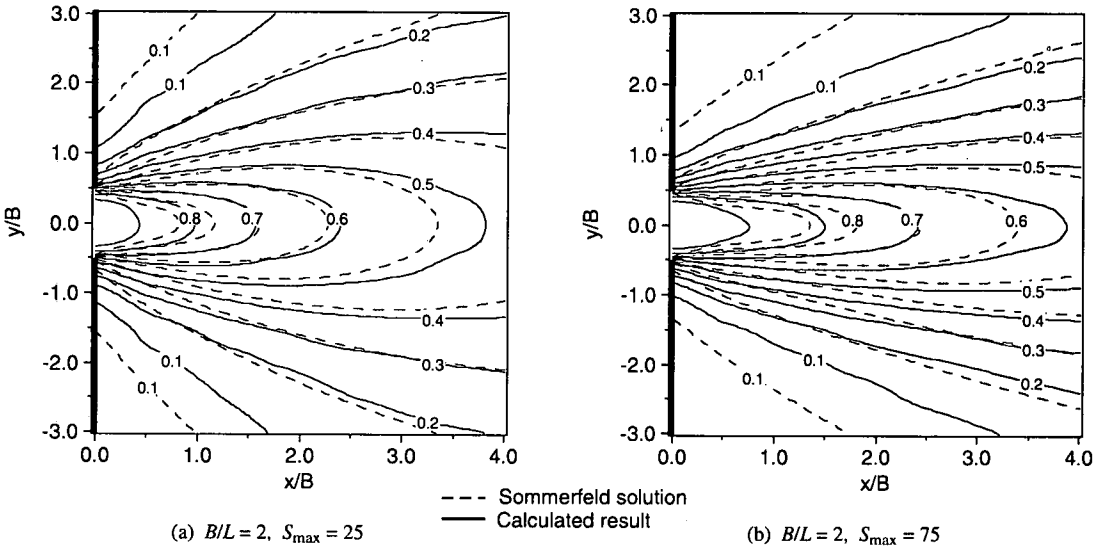


Fig.7 Comparison of wave height distribution calculated by QUICK scheme with Sommerfeld solution

を用い、 $\Delta x = \Delta y = B/20, N = 10$  および  $K = 36$  とした。計算結果と理論値との誤差は、次式のように定義する。

$$Err = \frac{\sum_{ij} (Ht_{ij} - Hc_{ij})^2}{\sqrt{\sum_{ij} Ht_{ij}^2} \sqrt{\sum_{ij} Hc_{ij}^2}} \quad (17)$$

ここで、 $Ht$  および  $Hc$  はそれぞれ有義波高の理論値および計算値である。

Fig.5 は  $\kappa$  に対する誤差を示したものである。  $B/L=2$

の場合、方向集中度  $S_{\max}$  にかかわらず、 $\kappa=2.0$  で誤差が最小となっている。  $B/L=8$  の場合、方向集中度が大きい  $S_{\max}=75$  では  $B/L=2$  と同様に  $\kappa=2.0$  で誤差が最小となっている。方向集中度が小さい  $S_{\max}=10$  および  $S_{\max}=25$  では必ずしも  $\kappa=2.0$  で誤差が最小となっていないが、 $\kappa$  の値が変わっても  $Err$  はほとんど変化しない。これは従来いわれているように、開口幅が大きく、かつ、方向分布幅が大きい場合には、元々計算値と理論値が一致することによる。以下の計算に当たっては、回折影響係数は  $\kappa=2.0$  とする。この値は、

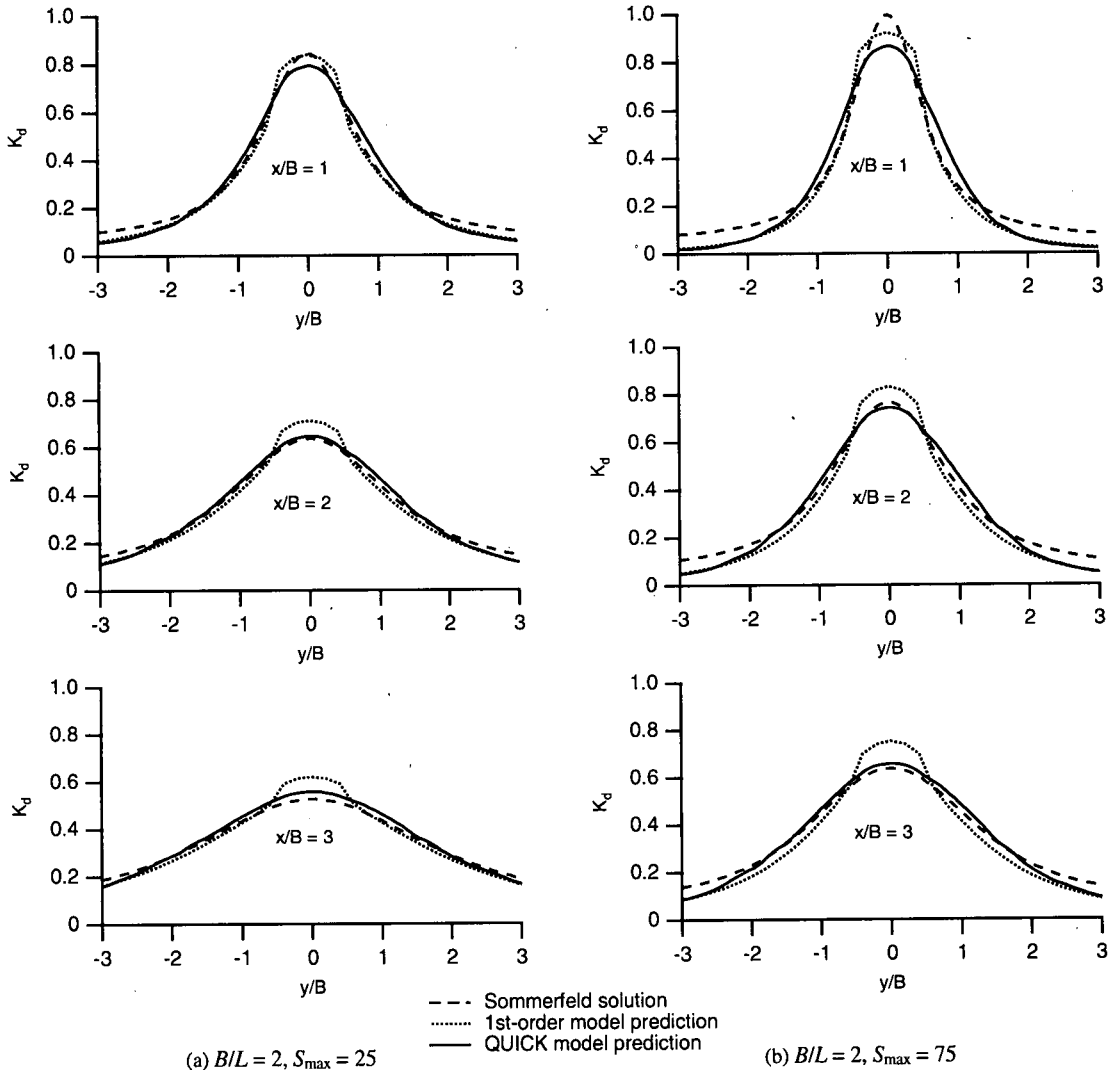


Fig.8 Wave height distributions at three cross sections

間瀬ら<sup>13)</sup>の2.5より若干小さな値である。

Fig.6は、無次元防波堤開口幅が  $B/L = 2$  の場合について、回折項を含まないエネルギー平衡方程式の1次精度風上差分による計算結果と、Sommerfeldの理論値を比較したものである。実線が計算結果、点線が理論値である。

同様の計算条件で、回折項を含むエネルギー平衡方程式のQUICKによる計算結果をFig.7に示す。Fig.6とFig.7を比較すると、防波堤背後の回折係数が0.1となる領域ではいずれの場合も一致の程度はよくないが、開口幅が狭く、かつ、方向分布幅が小さい場合にも本計算モデルによる計算結果はSommerfeldの理論値により近くなることわかる。

Fig.8は、開口部が  $B/L = 2$  の場合について、 $x/B =$

1, 2, 3の測線における無次元波高を示したものである。本計算モデルによる算定結果と、現在広く用いられている回折項を含まない1次精度計算モデルによる算定結果およびSommerfeldの理論値とを比較した。点線が回折項を含まない1次精度風上差分による計算結果、実線が本計算モデルによる計算結果、破線が理論値である。Sommerfeldの理論値は、防波堤開口部付近で1.0より大きくなる部分があるが、エネルギー平衡方程式の計算結果は1.0より大きくなることはない。そのため、 $x/B = 1$ の断面ではどちらの計算結果も  $y/B = 0$ の付近で一致の程度がよくない。回折項を含まない計算結果はいずれの断面においても  $y/B = 0$ の付近の波高が大きく算定される。本計算モデルによる波高は滑らかに変化し、広範囲にわたって理論値に一致する。

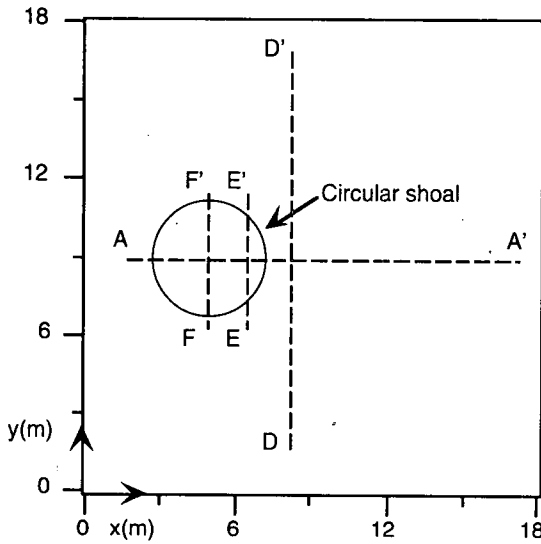


Fig.9 Layout of circular shoal

### 5. 球面浅瀬による波浪変形

本研究で提案する波浪変形予測モデルを, Chawlaら<sup>14)</sup>の球面浅瀬による多方向不規則波の波浪変形実験に適用して実験結果と計算結果を比較し, 本計算モデルの妥当性を検討する.

実験に用いられた球面浅瀬は, Fig.9に示すような, 水平床に設置された半径 2.57 m, 高さ 0.37 m の円形状の浅瀬である. 浅瀬の中心は  $x=5.0$  m,  $y=9.0$  m である.  $y$  軸上に造波板が設置され, 入射波は主に  $x$  軸方向に伝播する. Chawlaら<sup>14)</sup>の計測線のうち, 本研究では Fig.9 に示した 4 測線を比較の対象とする.

実験で用いられた不規則波は, 周波数スペクトルとして TMA スペクトル, 方向関数は wrapped normal directional spreading function を有するものである. 入射波高, 方向集中度の条件を変えて実験が行われた.

数値計算に当たっては  $\delta x = \delta y = 0.1$  m,  $N = 20$ ,  $K = 36$  および  $\kappa = 2.0$  とした.

Fig.10 は, Test 3 (波高が小さい, 狭帯域方向分布のケース) について, 4 測線における無次元波高  $H_s/(H_s)_0$  を示したものである. 実線は計算結果,  $\circ$  は実験結果である. まず,  $y$  方向断面について見てみると, E-E' 断面において波高のピークに差があるが, その他は計算結果と実験結果の一致はよい.  $x$  方向断面 A-A' では, 計算波高のピーク値が少し小さくまたその位置がずれているが, おおむね一致している.

Fig.11 は Test 4 (波高が小さい, 広帯域方向分布のケース) について, 4 測線における無次元波高を比較したものである.  $y$  方向断面 E-E' において計算波高の

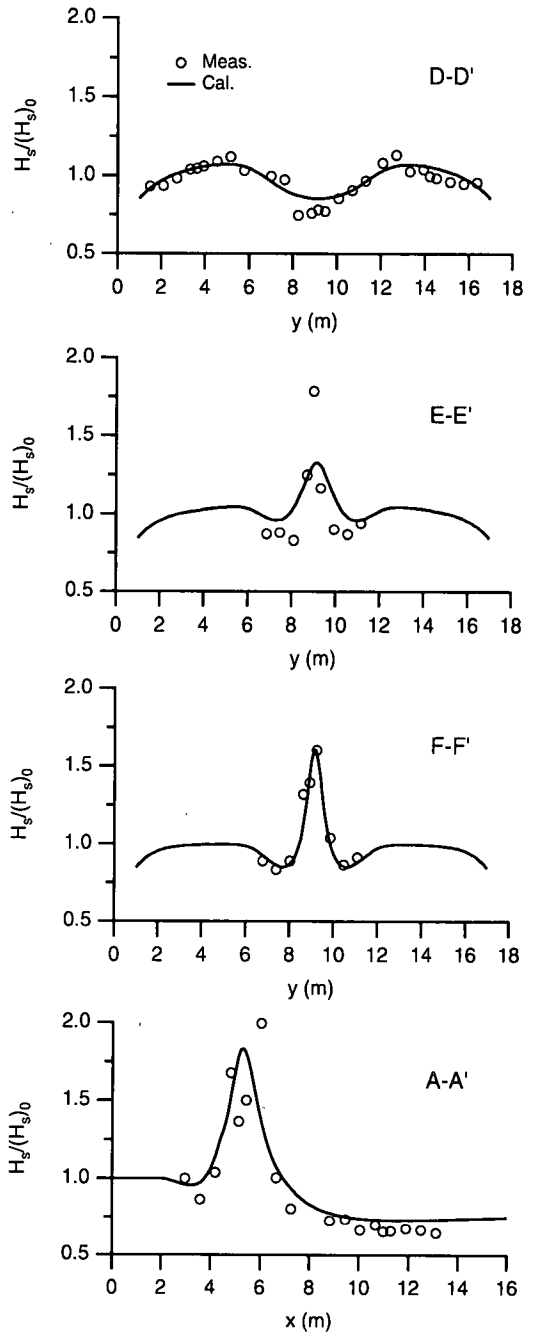


Fig.10 Comparison of calculated wave heights with experimental ones (Test 3)

ピーク値が若干小さくなっているが, それ以外はいずれの断面においても実験結果と計算結果はよく一致している.

Fig.12 は, Test 5 (波高が大きい, 狭帯域方向分布のケース) についての無次元波高を示したものである.



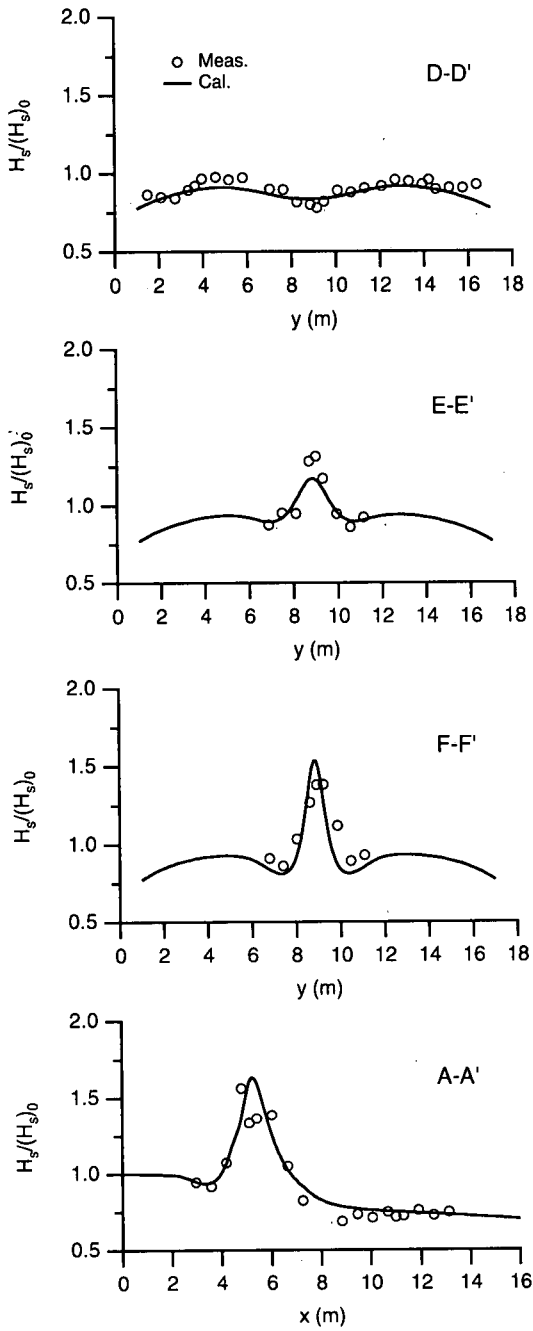


Fig.11 Comparison of calculated wave heights with experimental ones (Test 4)

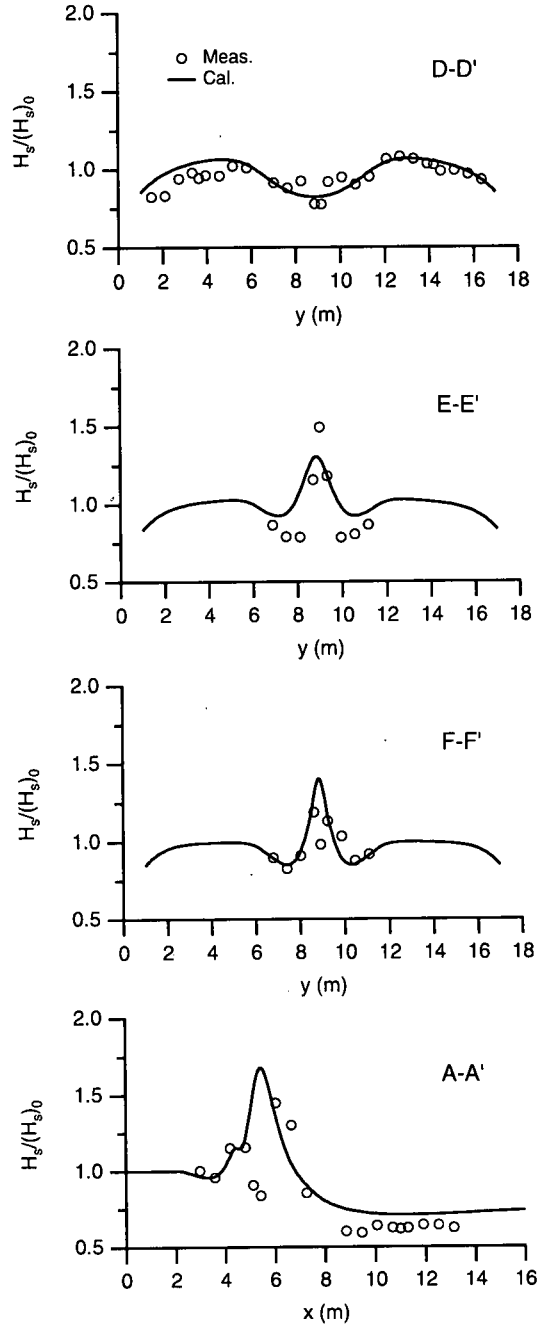


Fig.12 Comparison of calculated wave heights with experimental ones (Test 5)

Test 5 は、Test 3 よりも入射波高が大きいため、砕波減衰が顕著なケースである。D-D' 断面では計算結果と実験結果はよく一致している。E-E' 断面では計算結果のピーク値は実験結果のピーク値より若干小さく、計算結果の極小値は実験結果のそれよりも大きくなっ

ている。F-F' 断面では計算ではピークとなっているところで、実験結果では一旦小さくなっているところが異なる。A-A' 断面では、F-F' 断面と同様に、計算結果でピークとなるところで実験結果では小さな値となっており、双山型の波高分布が再現されていない。

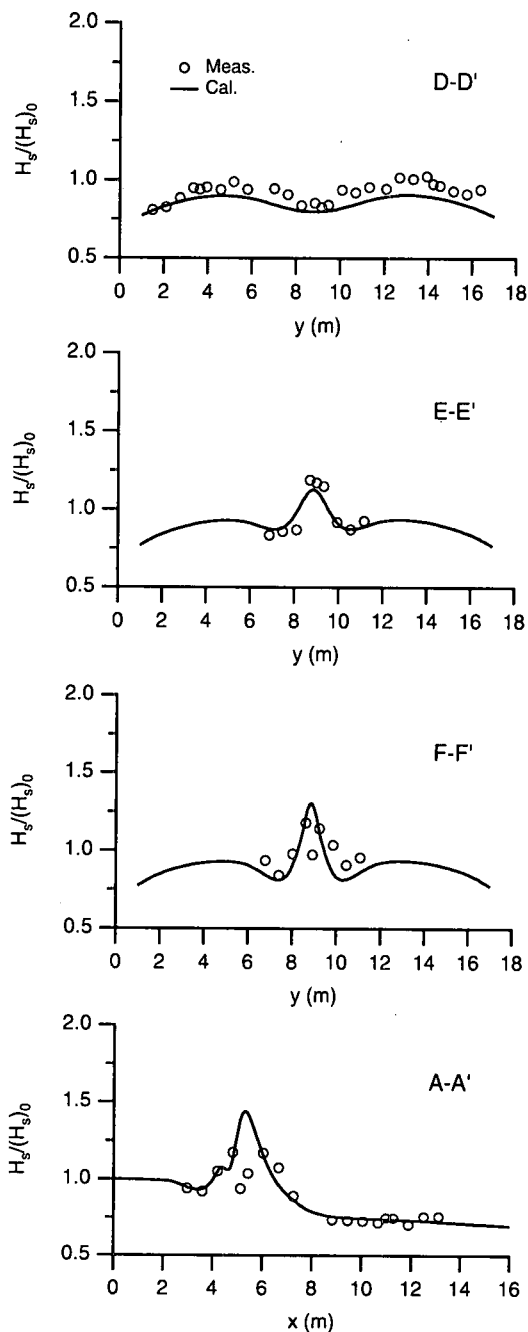


Fig.13 Comparison of calculated wave heights with experimental ones (Test 6)

Fig.13 は、Test 6 (波高が大きい、広帯域方向分布のケース) についての無次元波高を示したものである。Test 6 の計算結果は、Test 5 の計算結果と同様に、球面浅瀬頂上から少し離れた背後では実験結果と一致しているが、球面浅瀬の直上および直後では双山形の突

験結果が再現できていない。

Fig.12 および Fig.13 の結果から、砕波が顕著な場合、計算結果は球面浅瀬頂上付近での波高減衰を過小評価する傾向にあることがわかった。なお、この海底地形に対しては、1次あるいは高次差分、回折項のあり・なしのどの組み合わせによる計算結果の差異も小さかった。

## 6. まとめ

本研究は、砕波減衰項および回折項を有するエネルギー平衡方程式に対して高精度の風上差分を用いた多方向不規則波の変形計算モデルを提案した。本計算モデルは数値的な拡散効果の影響を抑えた上で、回折項によって回折効果を考慮する。

まず、防波堤開口部に  $\theta = 30^\circ$  および  $\theta = 45^\circ$  の方向から単一方向規則波が進入する波浪変形計算を行い、1次精度風上差分と QUICK による差分との数値拡散について比較した。その結果、QUICK による計算モデルは、数値拡散の影響を抑えられることがわかった。

次に、エネルギー平衡方程式に導入した回折影響係数  $\kappa$  の最適値を求めるために、防波堤開口部に多方向不規則波が進入する波浪変形計算を行い、Sommerfeld の理論値と比較した。誤差が最小となる  $\kappa$  の値は 2.0 が適当であった。 $\kappa = 2.0$  として計算を行うと、防波堤開口幅が狭く、かつ、方向分散幅が小さい場合にも計算結果は理論値とよく一致した。

最後に、本モデルの適用例として、Chawla ら<sup>14)</sup> が行った球面浅瀬による多方向不規則波の波浪変形実験結果と計算結果の比較・検討を行った。砕波減衰が顕著なケースにおいては計算結果のピークが実験結果のそれよりも大きくなり、波高減衰を再現できない点も見られたが、両者の一致の程度は満足できるものであった。ただし、砕波減衰については、他のモデルによる検討が必要である。

謝辞：本研究に当たり、(株)ニュージェックより研究助成を受けたことを付記し、ここに謝意を表す。また、デラウェア大学 Kirby 教授には球面浅瀬による波浪実験結果のデータ提供を頂き、謝意を表す。

## 付録

ここでは、式(12)における係数  $A_1 \sim A_9$  および  $B$  を

示す.

$$A_1 = v_{x_n}^{(i+1)jk} / \delta x + \varepsilon_{b_n}^{ij} + \frac{\kappa}{2\omega_n \delta y^2} \left\{ \begin{array}{l} (CCg)^{i(j+1)k} + (CCg)^{ijk} \\ -(CCg)^{i(j+1/2)k} \end{array} \right\} \cos^2 \theta_k + \frac{1}{16\delta y} \left\{ 9v_{y_n}^{i(j+1)k} - 9v_{y_n}^{ijk} + 3\eta |v_{y_n}^{i(j+1)k}| + 3\eta |v_{y_n}^{ijk}| \right\} + \frac{1}{16\delta\theta} \left\{ 9v_{\theta_n}^{ij(k+1)} - 9v_{\theta_n}^{ijk} + 3\eta |v_{\theta_n}^{ij(k+1)}| + 3\eta |v_{\theta_n}^{ijk}| \right\} \quad (18)$$

$$A_2 = \frac{1}{16\delta y} \left\{ v_{y_n}^{ijk} + \eta |v_{y_n}^{ijk}| \right\} \quad (19)$$

$$A_3 = -\frac{1}{16\delta y} \left\{ v_{y_n}^{i(j+1)k} + 9v_{y_n}^{ijk} + \eta |v_{y_n}^{i(j+1)k}| + 3\eta |v_{y_n}^{ijk}| \right\} \quad (20)$$

$$A_4 = \frac{1}{16\delta y} \left\{ 9v_{y_n}^{i(j+1)k} + v_{y_n}^{ijk} - 3\eta |v_{y_n}^{i(j+1)k}| - \eta |v_{y_n}^{ijk}| \right\} \quad (21)$$

$$A_5 = \frac{1}{16\delta y} \left\{ -v_{y_n}^{i(j+1)k} + \eta |v_{y_n}^{i(j+1)k}| \right\} \quad (22)$$

$$A_6 = \frac{1}{16\delta\theta} \left\{ v_{\theta_n}^{ijk} + \eta |v_{\theta_n}^{ijk}| \right\} \quad (23)$$

$$A_7 = -\frac{1}{16\delta\theta} \left\{ v_{\theta_n}^{ij(k+1)} + 9v_{\theta_n}^{ijk} + \eta |v_{\theta_n}^{ij(k+1)}| + 3\eta |v_{\theta_n}^{ijk}| \right\} \quad (24)$$

$$A_8 = \frac{1}{16\delta\theta} \left\{ 9v_{\theta_n}^{ij(k+1)} + v_{\theta_n}^{ijk} - 3\eta |v_{\theta_n}^{ij(k+1)}| - \eta |v_{\theta_n}^{ijk}| \right\} \quad (25)$$

$$A_9 = \frac{1}{16\delta\theta} \left\{ -v_{\theta_n}^{ij(k+1)} + \eta |v_{\theta_n}^{ij(k+1)}| \right\} \quad (26)$$

$$B = v_{x_n}^{ijk} / \delta x \quad (27)$$

ただし,  $j$  または  $k$  が境界となるときは, 以下のようになる.

(1)  $j, k$  ともに境界の場合

$$A_1 = v_{x_n}^{(i+1)jk} / \delta x + \varepsilon_{b_n}^{ij} + \frac{\kappa}{2\omega_n \delta y^2} \left\{ \begin{array}{l} (CCg)^{i(j+1)k} + (CCg)^{ijk} \\ -(CCg)^{i(j+1/2)k} \end{array} \right\} \cos^2 \theta_k + \frac{1}{2\delta y} \left\{ v_{y_n}^{i(j+1)k} - v_{y_n}^{ijk} + \eta |v_{y_n}^{i(j+1)k}| + \eta |v_{y_n}^{ijk}| \right\} + \frac{1}{2\delta\theta} \left\{ v_{\theta_n}^{ij(k+1)} - v_{\theta_n}^{ijk} + \eta |v_{\theta_n}^{ij(k+1)}| + \eta |v_{\theta_n}^{ijk}| \right\} \quad (28)$$

$$A_3 = -\frac{1}{2\delta y} \left\{ v_{y_n}^{ijk} + \eta |v_{y_n}^{ijk}| \right\} \quad (29)$$

$$A_4 = \frac{1}{2\delta y} \left\{ v_{y_n}^{i(j+1)k} - \eta |v_{y_n}^{i(j+1)k}| \right\} \quad (30)$$

$$A_7 = -\frac{1}{2\delta\theta} \left\{ v_{\theta_n}^{ijk} + \eta |v_{\theta_n}^{ijk}| \right\} \quad (31)$$

$$A_8 = \frac{1}{2\delta\theta} \left\{ v_{\theta_n}^{ij(k+1)} - \eta |v_{\theta_n}^{ij(k+1)}| \right\} \quad (32)$$

$$A_2 = A_5 = A_6 = A_9 = 0 \quad (33)$$

$$B = v_{x_n}^{ijk} / \delta x \quad (34)$$

(2)  $j$  のみ境界となるとき

$$A_1 = v_{x_n}^{(i+1)jk} / \delta x + \varepsilon_{b_n}^{ij} + \frac{\kappa}{2\omega_n \delta y^2} \left\{ \begin{array}{l} (CCg)^{i(j+1)k} + (CCg)^{ijk} \\ -(CCg)^{i(j+1/2)k} \end{array} \right\} \cos^2 \theta_k + \frac{1}{2\delta y} \left\{ v_{y_n}^{i(j+1)k} - v_{y_n}^{ijk} + \eta |v_{y_n}^{i(j+1)k}| + \eta |v_{y_n}^{ijk}| \right\} + \frac{1}{16\delta\theta} \left\{ 9v_{\theta_n}^{ij(k+1)} - 9v_{\theta_n}^{ijk} + 3\eta |v_{\theta_n}^{ij(k+1)}| + 3\eta |v_{\theta_n}^{ijk}| \right\} \quad (35)$$

$$A_3 = -\frac{1}{2\delta y} \left\{ v_{y_n}^{ijk} + \eta |v_{y_n}^{ijk}| \right\} \quad (36)$$

$$A_4 = \frac{1}{2\delta y} \left\{ v_{y_n}^{i(j+1)k} - \eta |v_{y_n}^{i(j+1)k}| \right\} \quad (37)$$

$$A_6 = \frac{1}{16\delta\theta} \left\{ v_{\theta_n}^{ijk} + \eta |v_{\theta_n}^{ijk}| \right\} \quad (38)$$

$$A_7 = -\frac{1}{16\delta\theta} \left\{ v_{\theta_n}^{ij(k+1)} + 9v_{\theta_n}^{ijk} + \eta |v_{\theta_n}^{ij(k+1)}| + 3\eta |v_{\theta_n}^{ijk}| \right\} \quad (39)$$

$$A_8 = \frac{1}{16\delta\theta} \left\{ 9v_{\theta_n}^{ij(k+1)} + v_{\theta_n}^{ijk} - 3\eta |v_{\theta_n}^{ij(k+1)}| - \eta |v_{\theta_n}^{ijk}| \right\} \quad (40)$$

$$A_9 = \frac{1}{16\delta\theta} \left\{ -v_{\theta_n}^{ij(k+1)} + \eta |v_{\theta_n}^{ij(k+1)}| \right\} \quad (41)$$

$$A_2 = A_5 = 0 \quad (42)$$

$$B = v_{x_n}^{ijk} / \delta x \quad (43)$$

(3)  $k$  のみ境界となるとき

$$A_1 = v_{x_n}^{(i+1)jk} / \delta x + \varepsilon_{b_n}^{ij} + \frac{\kappa}{2\omega_n \delta y^2} \left\{ \begin{array}{l} (CCg)^{i(j+1)k} + (CCg)^{ijk} \\ -(CCg)^{i(j+1/2)k} \end{array} \right\} \cos^2 \theta_k + \frac{1}{16\delta y} \left\{ 9v_{y_n}^{i(j+1)k} - 9v_{y_n}^{ijk} + 3\eta |v_{y_n}^{i(j+1)k}| + 3\eta |v_{y_n}^{ijk}| \right\} + \frac{1}{2\delta\theta} \left\{ v_{\theta_n}^{ij(k+1)} - v_{\theta_n}^{ijk} + \eta |v_{\theta_n}^{ij(k+1)}| + \eta |v_{\theta_n}^{ijk}| \right\} \quad (44)$$

$$A_2 = \frac{1}{16\delta y} \left\{ v_{y_n}^{ijk} + \eta \left| v_{y_n}^{ijk} \right| \right\} \quad (45)$$

$$A_3 = -\frac{1}{16\delta y} \left\{ v_{y_n}^{i(j+1)k} + 9v_{y_n}^{ijk} + \eta \left| v_{y_n}^{i(j+1)k} \right| + 3\eta \left| v_{y_n}^{ijk} \right| \right\} \quad (46)$$

$$A_4 = \frac{1}{16\delta y} \left\{ 9v_{y_n}^{i(j+1)k} + v_{y_n}^{ijk} - 3\eta \left| v_{y_n}^{i(j+1)k} \right| - \eta \left| v_{y_n}^{ijk} \right| \right\} \quad (47)$$

$$A_5 = \frac{1}{16\delta y} \left\{ -v_{y_n}^{i(j+1)k} + \eta \left| v_{y_n}^{i(j+1)k} \right| \right\} \quad (48)$$

$$A_7 = -\frac{1}{2\delta\theta} \left\{ v_{\theta_n}^{ijk} + \eta \left| v_{\theta_n}^{ijk} \right| \right\} \quad (49)$$

$$A_8 = \frac{1}{2\delta\theta} \left\{ v_{\theta_n}^{ij(k+1)} - \eta \left| v_{\theta_n}^{ij(k+1)} \right| \right\} \quad (50)$$

$$A_6 = A_9 = 0 \quad (51)$$

$$B = v_{x_n}^{ijk} / \delta x \quad (52)$$

*Coastal, and Ocean Eng.*, ASCE, Vol.121, No.5, pp.251-261, 1995.

- 5) Peregrine, D.H. : Long waves on a beach, *Jour. Fluid Mech.*, Vol.27, pp.815-827, 1967.
- 6) 土木学会海岸工学委員会 : 海岸波動 - 波・構造物・地盤の相互作用の解析法一, 土木学会, pp.51-59, 1994.
- 7) WAMDI group : The WAM model - a third generation ocean wave prediction model, *Jour. Physical Oceanography*, Vol.18, pp.1775-1810, 1988.
- 8) Booij, N., Holthuijsen, L.H. and Ris, R.C. : The "SWAN" wave model for shallow water, *Proc. 25th Int. Conf Coastal Eng.*, pp.668-676, 1996.
- 9) 高山知司, 池田直太, 平石哲也 : 砕波および反射を考慮した波浪変形計算, 港湾技術研究所報告, 第30巻, 第1号, pp.21-67, 1991.
- 10) Resio, D.T. : A steady-state wave model for coastal applications, *Proc. 21st Int. Conf. Coastal Eng.*, ASCE, pp.929-940, 1988.
- 11) Booij, N., Holthuijsen, L.H., Doorn, N. and Kieftenburg, A.T.M.M. : Diffraction in a spectral wave model, *Proc. 3rd Int. Symp. on Wave '97*, ASCE, pp.243-255, 1997.
- 12) Rivero, F.J., Arcilla, A.S. and Carci, E. : An analysis of diffraction in spectral wave models, *Proc. 3rd Int. Symp. on Wave '97*, ASCE, pp.431-445, 1997.
- 13) 間瀬 肇, 高山知司, 国富将嗣, 三島豊秋 : 波の回折を考慮した多方向不規則波の変形計算モデルに関する研究, 土木学会論文集, No.628/II-48, pp.177-187, 1999.
- 14) Chawla, A., Özkan, H.T. and Kirby, J.T. : Spectral model for wave transformation and breaking over irregular bathymetry, *Jour. Waterways, Port, Coastal, and Ocean Eng.*, ASCE, Vol.124, No.4, pp.189-198, 1998.
- 15) Leonard, B.P. : A stable and accurate convective modelling procedure based on quadratic upstream interpolation, *Computer Methods in Applied Mech. and Eng.*, Vol.19, pp.59-98, 1979.

(2000.9.8 受付)

## 参考文献

- 1) 間瀬 肇 : 風波の浅水・砕波変形, 第35回水工学に関する夏期研修会講義集, B コース, pp.B-5-1-B-5-20, 1999.
- 2) Madsen, P.A., Murray, R. and Sørensen, O.R. : A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics, *Coastal Eng.*, Vol 15, pp.371-388, 1991.
- 3) Nwogu, O. : Alternative form of Boussinesq equations for nearshore wave propagation, *Jour. Waterways, Port, Coastal, and Ocean Eng.*, ASCE, Vol.119, No.6, pp.618-638, 1993.
- 4) Wei, G. and Kirby, J.T. : Time-dependent numerical code for extended Boussinesq equations, *Jour. Waterways, Port,*

## PHASE AVERAGING MODEL FOR MULTI-DIRECTIONAL RANDOM WAVE TRANSFORMATION BY HIGH ORDER UPWIND DIFFERENCE SCHEME

Hajime MASE, Kazuya OKI, Tomotsuka TAKAYAMA and Tetsuo SAKAI

A numerical model, based on an energy balance equation with wave breaking and diffraction effects, is proposed to predict the transformation of multi-directional random waves over a varying bathymetry. In the numerical model, a high-order difference scheme called QUICK is employed to suppress numerical diffusions. The numerical predictions were compared with the theoretical predictions of wave heights behind breakwaters and with experimental results of wave transformations due to a circular shoal conducted by Chawla et al. (1998). The comparison showed that the numerical model performs well as a whole, except a poor reproduction of abrupt decrease in the wave height due to breaking and subsequent increase near the top of the shoal.