

剛基層上の弾性層模型内を伝播する Love 波 に対する波線理論的な一考察

森地重暉¹・川名太²・君島信夫³

¹正会員 工博 東京理科大学教授 理工学部土木工学科 (〒278-8510 千葉県野田市山崎2641)

²学生員 工修 東京理科大学大学院 理工学研究科土木工学専攻 (〒278-8510 千葉県野田市山崎2641)

³正会員 工修 株式会社社宮地鐵工所 (〒103-0001 東京都中央区日本橋小伝馬町15-18)

波動実験結果について、波線理論的な考察を試みた。剛基層上にある弾性層に Love 波を発生させる場合、ある帯域の加振振動数で明瞭な変位波形を捕捉することができる。この帯域では、入射波に対する弾性層の変位応答が高いことが実験的にも数値解析的にも確認できる。この点に関して波線理論的な考察を試み、幾何学的に簡単な形で定性的な裏付けを示すことができた。

Key Words : model experiment, Love wave, ray theory

1. はじめに

地震時に生ずる波動現象の究明は、地震工学上の基本的な課題である。このような課題に対しては、強震観測、数値解析及び模型実験解析等がある。著者等は模型実験解析法の開発を手がけてきた^{1),2)}。室内模型実験では、模型材料の選定が重要課題になる。著者等は低い弾性率の模型材料を用いて、波動現象の速さの低減をすることにより実験の実施面で有利となるようにした。

地盤は層状なものとして取り扱う場合がある。層状地盤に生ずる波動現象の解明で基本のものは二層地盤である。上層と下層の弾性波速度の比率が波動現象に影響を与える。二層地盤の典型例として剛基層上の弾性層がある。このモデルは、基礎的な波動現象の解明に用いられる。著者等の用いてきた模型材料は横波速度が著しく低いのでこのような模型の製作が行ない易い。剛基層上の弾性層模型に波動を発生させる方法は種々ありうるが、本文では表面上の一点を加振することで行なった。伝播する波動の波群を明瞭にするために、一点での正弦加振を数回行なった。このような加振を行なう場合、実験時に特定の帯域の振動数で明瞭な波形を観察することができる。本文では、このような加振振動数の変動が波動の変位振幅に及ぼす影響について、波線理論的な考察を加えた。基礎的な動力学的問題に波線理論的なアプローチが可能であれば、

問題の取り扱い上で有用であると考える。

2. 実験解析

(1) 実験方法

剛基層上に弾性層があり、SH 波状の波動が伝播する状況を実験的に把握した。図-1に示されているように剛基層上に弾性層を作成した。弾性層にはアクリルアミドゲルを、又、剛基層には鋼材を用いた。アクリルアミドゲルは二液混合型の高分子材料であり、材料の配合を調節することで横波速度を1~3m/s程度にすることができる。本実験で使用した弾性層の横波速度は1.47m/sであった。横波速度は同一の配合で作成した供試体(24.0×50.0×5.0cm)を用いて測定した。供試体の加振方向の側面を固定し、振動台上で水平加振することで供試体内に定常 Love 波を発生させ、その波長と振動数を測定し、横波速度を算出している。

波動の発生には、電磁式加振器を用いた。加振器の加振棒にアルミニウム角棒を取り付けた。この角棒を奥行き方向に弾性層模型表面に圧着した。加振器で角棒を模型奥行き方向に五波の正弦加振をして、波動を発生させた。加振振動数は5.0~22.0Hzとし、1.0Hz刻みで振動数を変化させて実験を行なった。

波動伝播に伴い模型表面に生ずる模型奥行き方向の変位を測定した。変位の測定には、渦電流損式変位計

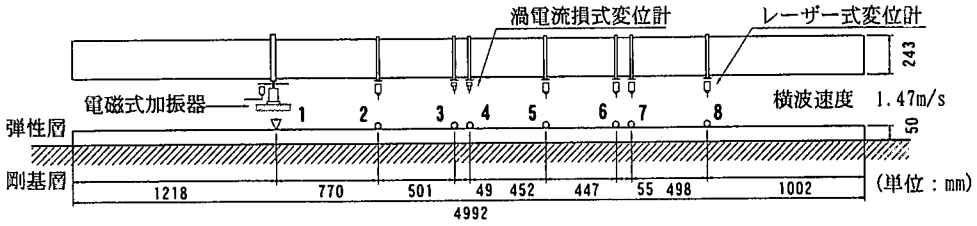


図-1 地盤模型図

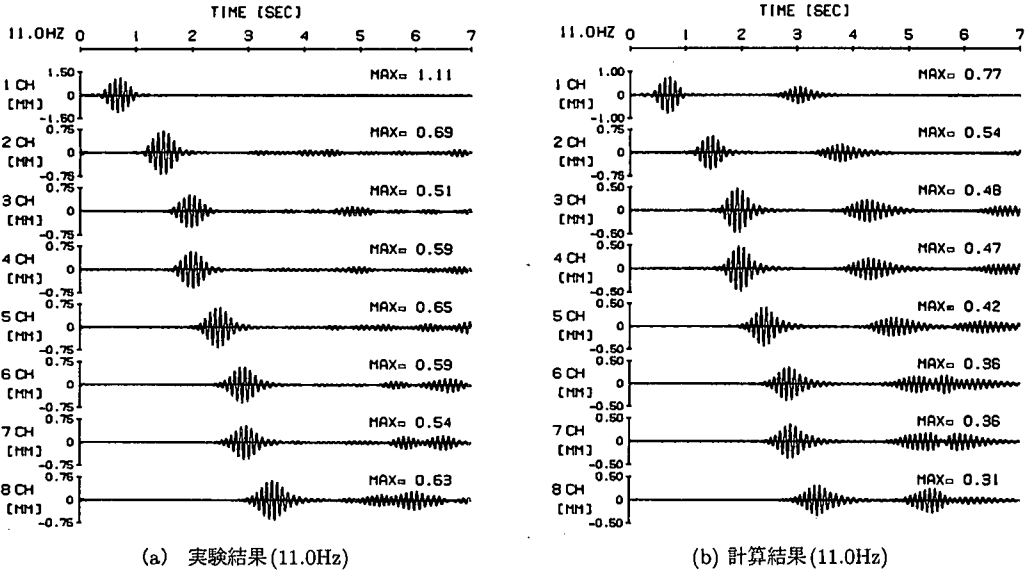


図-2 波動伝播状況

(AEC-2525-20: 電子応用(株))及びレーザー式変位計(LB-1000/LB-040:(株)キーエンス)を用いた。各々の変位計には、前者にアルミニウム箔を、後者には白紙を用いて変位計からの遠近を測定する。変位の測定位置に奥行き方向にストローを固着して、ストローの先端に白紙、又はアルミニウム箔を取り付た。それらを測定することで、その位置での変位とした。波形の収録には、PCカード型データ収集システムNR (NR-100/WAVE SHOT:(株)キーエンス)を用いた。サンプリング周波数は1000Hzとし、8秒間の記録を得た。図-1中の太字の数字は測定点番号を表し、実験結果として示される変位波形のch番号と一致している。

(2) 実験結果

実験で得られた変位波形に次のような処理を施した。原波形をフーリエ変換し、解析上妥当であると思われる振動数領域を考慮して、加振振動数を中心とする前後2.0Hzの帯域フィルターを用いて逆変換した。この

ようにして得られた波形が図-2に示されている。

変位波形の1chは加振点での奥行き方向の変位が示されている。2~8chには弾性層模型表面での奥行き方向の変位が示されている。加振により各測定点で変位が発生し、波群の進行して行く様子が示されている。他の振動数についても同様の結果が得られている。波動の伝播性状を調べるために、位相速度(C_p)及び群速度(C_g)を算出した。位相速度は図-3に示されるように、隣り合った測定点の変位波形に対応する位相の時間差を Δt とし、測点間の距離 ΔL を用いて算出した。群速度は図-4に示されるように、比較的離れた測定点での変位波形を用いて、波群の最大値を示す時間差 t と測点間の距離 L を用いて算出した。この結果が図-5(a)に示されている。横軸は、波長 λ を層厚 H で除したものを、縦軸は、位相速度及び群速度をそれぞれ弾性層の横波速度(V_s)で除したものが示されている。図中には剛基層上の弾性層内を伝播するLove波の理論分散曲線が併記されている。実験結果とLove波の基本モー

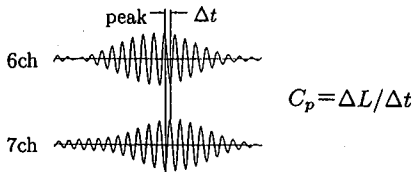


図-3 位相速度の算出法

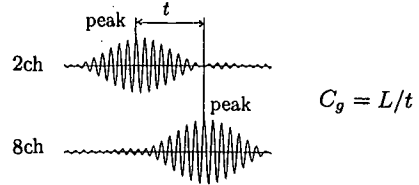
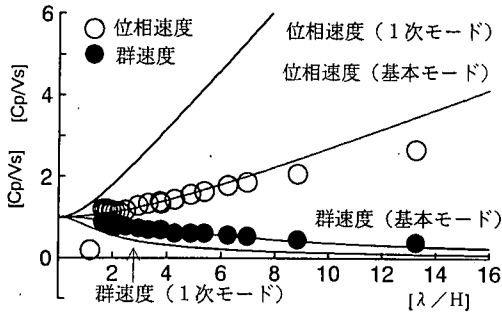
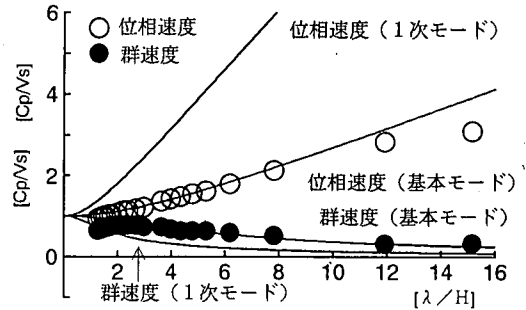


図-4 群速度の算出法

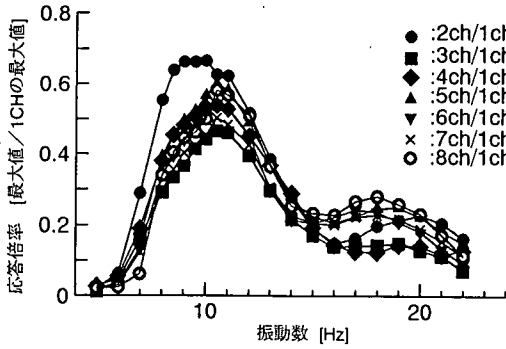


(a) 実験結果

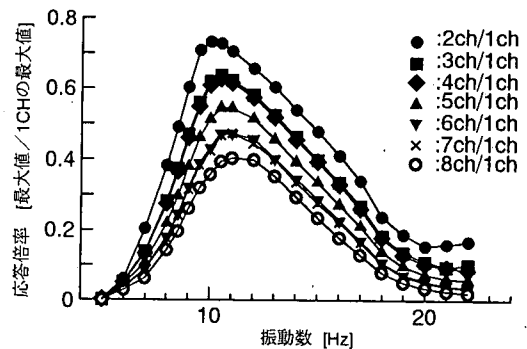


(b) 計算結果

図-5 位相速度及び群速度



(a) 実験結果



(b) 計算結果

図-6 応答倍率

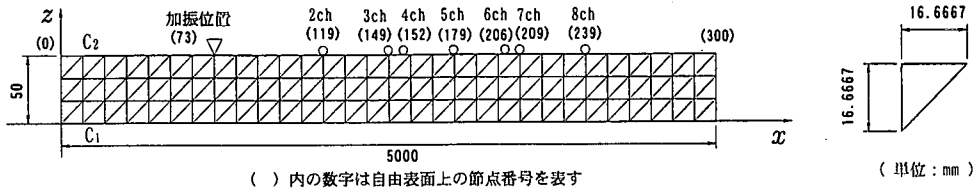
ドの理論値はよく対応している。

明瞭な波動伝播が得られるということは、加振振幅に対して各測定点での応答倍率が高いことに起因する。図-6 (a)に、振動数毎の入力振幅に対する各測定点での応答倍率が示されている。図より10.0~11.0Hz付近で倍率がピーク値を示すことが分かる。この加振振動数付近では実験中においても肉眼での波動の捕捉が容易であり、明瞭な変位波形が得られ易くなっている。

(3) 実験結果と数値解析結果の比較

実験結果の追認のために数値解析を用いた。有限要素法を用いて模型実験に対応する解析を行なった。変位は模型奥行き方向にのみ生ずるようにした。実験模型の加振点と同様な位置で奥行き方向へ振幅0.5mmの正弦振動を連続五回与えた。Newmarkのβ法 ($\beta = 1/4$)

を用いて、変位の時刻歴を求めた。時間間隔は1/1000秒、又、継続時間は8秒とした。図-7に解析模型が示されている。紙面の都合上、略図を用いている。三角形要素数 $M = 1800$ 、節点数 $N = 1204$ であり、図中の C_1 上は自由境界であり変位が0、 C_2 上は固定境界とし、ひずみが0であるとした。模型端部については特別な処理は行なわず、実験と同様の条件となるように自由境界として扱った。深さ方向は実際の要素数になっているが、水平方向の個数は1/10で、実際の計算での要素数は300個である。波動伝播距離が短いので伝播に伴う減衰は著しくないものと考え、構造減衰すなわち構造物自体の内部摩擦等に依存する減衰のみを考慮した。加振振幅に対する各測定点での応答倍率が実験で得られた結果とほぼ同様になるように減衰定数を定め、 2.0×10^{-4} とした。



() 内の数字は自由表面上の節点番号を表す

図-7 数値モデルの概要

得られた結果の例が図-2 (b) に示されている。実験結果と同様な処理が施されている。1ch の波形の第二番目の波群の表われる時刻は、7ch の測定点に一番目の波群が現れる時刻より少し遅れている。波動の伝播距離を考慮すると、1ch の第二番目の波群は模型左の端部境界からの反射波によるものと考えられる。よって、解析の対象とはしなかった。最初に表われている波群のみに注目する。数値解析結果より位相速度、群速度を実験解析の場合と同様に求めた。その結果が図-5 (b) に示されている。図中に併記した理論分散曲線と数値解析結果を比較すると実験解析の場合と同様、得られた結果はLove 波によるものと考えられる。

実験解析の場合と同様に、振動数毎の入力振幅に対する各測定点での応答倍率を求めた。その結果が図-6 (b) に示されている。この場合でも 10.0~11.0Hz 付近で倍率がピーク値を示すことが分かる。実験結果に見られる 2 番目のピーク値に対応するものは表われていない。この振動数帯域での実験結果と計算結果の不一致は、実験は本来、三次元模型で行なわれていること、又、計算模型は模型深さ方向の要素数が多くないこと等の影響に起因していると考えられる。少なくとも両者共通して 10.0~11.0Hz 近辺で大きな応答倍率を示すことは間違いなく、この点に着目して考察する。

3. 波線理論による考察

前章で示された通り、10.0~11.0Hz 近辺の加振振動数帯域で、実験模型でも計算模型でも応答倍率が大きくなっている。このようなことが波線理論的に簡明に説明できるなら、波動現象の把握に際し有効的であると考える。弾性波動論等の成書に、基層上の弾性層内の Love 波は、弾性層内で反射を繰り返す実体波の干渉の結果として説明し得ることが示されている^{3),4)}。本文では、そのような取り扱いを基に考察を加えており、以下に示すことにする。

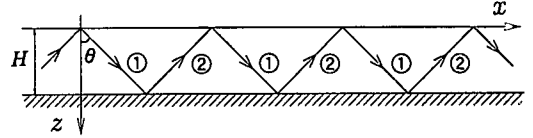


図-8 SH 波の伝播経路

剛基層上に層厚 H の弾性層があり、図-8 中に示された波線の矢印の方向に平面 SH 波が伝播すると考える。自由表面と剛基層と弾性層の境界面（以下、底面と称する）で反射を繰り返すことになる。次のように記号を定める。

- | | | |
|---|--------------|--------------------------|
| { | ϕ_1 | : ① を伝播する平面 SH 波の変位 |
| | ϕ_2 | : ② を伝播する平面 SH 波の変位 |
| | θ | : 入射角, 反射角 |
| | V_s | : 横波速度 |
| | ω, f | : 円振動数, 振動数 |
| | x, z, t | : 座標系, 時間 |
| | C, λ | : x 方向に伝播する波動の位相速度, 波長 |

$$\phi_1 = A \exp[i\omega(t - \frac{\sin\theta}{V_s}x - \frac{\cos\theta}{V_s}z)] \quad (1)$$

$$\phi_2 = B \exp[i\omega(t - \frac{\sin\theta}{V_s}x + \frac{\cos\theta}{V_s}z)] \quad (2)$$

$z=0$ でせん断ひずみが 0、即ち $\frac{\partial}{\partial z}(\phi_1 + \phi_2) = 0$ の条件を用いると $A = B$ となる。又、 $z=H$ で $\phi_1 + \phi_2 = 0$ であることから、次式を得ることができる。

$$\frac{\omega H \cos\theta}{V_s} = \frac{(2n-1)\pi}{2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (3)$$

また、 $C = \frac{V_s}{\sin\theta} = f\lambda$ であることを併せ考え、上式を用いて次式を得ることができる。

$$C = V_s \cdot \sqrt{1 + \left\{ \frac{(2n-1)\lambda}{4H} \right\}^2} \quad (4)$$

最終的に次式のようになる。

$$\phi_1 + \phi_2 = 2A \exp[i\omega(t - \frac{x}{C})] \cdot \cos \frac{(2n-1)\pi z}{2H} \quad (5)$$

これは、剛基層上を伝播する Love 波の変位を表す。

図-9 において、abcde は底面がなく弾性層が下方に無限に広がっている場合の波動伝播経路である。bc が bc', cd が c'd' のように反射を繰り返しつつ、弾性層内を伝播する。ab 間にあった波動が例えば c'd' 間、d'e' 間に伝播する場合の変位の符号の変動状況を調べる。

反射しなければ cd 間の縦座標 Z の位置にあるべき波

動は、反射を繰り返してc'd'間の縦座標 $Z-2H$ の位置にあることになる。そこで、式(1)中の Z の代わりに $Z-2H$ を代入して式(3)を考慮する。同様に考えて、d'e'間では Z の代わりに $4H-Z$ を式(2)に代入して式(3)を考慮する。弾性層内での他の波線の区間でも同様な取り扱いをすれば、ab間にあった波動の変位が+であるとき、各区間でいずれの符号をとるか定めることができる。結果が図-10に示されている。

$n=1$ として式(3)について考察する。

$$\frac{\omega H \cos \theta}{V_s} = \frac{\pi}{2} \quad (6)$$

種々の平面波の入射角 θ に対し、上式を満たすSH波の波長 λ' 、表面波の波長 λ 、波速 C 、振動数 f がどのように変化するかを表-1に示す。表中 $f_0 (= \frac{V_s}{4H})$ は剛基層上の弾性層の第一次せん断振動数を意味する。式(3)より次式を得ることができる。

$$\frac{\lambda'}{H} = 4 \cos \theta, \quad \frac{f}{f_0} = \frac{1}{\cos \theta}, \quad \frac{C}{V_s} = \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{1}{\sin \theta}, \quad \frac{\lambda}{H} = \frac{4}{\tan \theta}$$

1波長の表面波を生成するのに必要な実体波の波長の数を n とすると、表面波の波長 λ は、 $\lambda = n\lambda' \sin \theta$ と表される。上式より、

$$n = \frac{\lambda}{\lambda' \sin \theta} = \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

となり、 $\frac{1}{\sin^2 \theta}$ は1波長の表面波を生成するのに必要な実体波の波長の数を意味する。各量と $\frac{1}{\sin^2 \theta}$ を表中に示す。

図-11に実体波が弾性層内で反射を繰り返して実体波の合成が x 方向に伝播する表面波になる様子を θ が 30° 、 45° 、及び 60° の場合について示す。図-11(b)($\theta = 45^\circ$ の場合)について述べる。12345は自由表面から反射することなく下方に伝播する正弦波を意味する。弾性層内で底面と自由表面とで反射を繰り返す。波動変位の符号の変動は図(b)内の上図に示される通りで、この図は図-10に基づいている。本図内で、例えば23は23'となり(+)に、34は3'4'となって(-)に、45は4'5'となって(-)になる。12、23'の平面波を重ね合わせると、例えば13'のように自由表面での波動が生成されることになる。この場合については、表において λ' は $2\sqrt{2}H$ 、 λ は $4H$ 、又、1波長の表面波を生成するために2波長の実体波を要することが分かる。各々の θ に対して、1波長の表面波を生成するのに要する実体波の波長の数が $\frac{1}{\sin^2 \theta}$ の欄に示されている。図-11(a)、(c)についても同様な説明が可能である。

図(b)では、12上の平面波と23'上の平面波が $\Delta 123'$

表-1 入射角に対する各量の変化

θ	$\frac{\lambda'}{H}$	$\frac{f}{f_0}$	$\frac{C}{V_s} (= \frac{\lambda}{\lambda'})$	$\frac{\lambda}{H}$	$\frac{1}{\sin^2 \theta}$
0.0°	4.000	1.000	∞	∞	∞
7.5°	3.966	1.009	7.661	30.38	58.70
15.0°	3.864	1.035	3.864	14.93	14.93
22.5°	3.696	1.082	2.613	9.657	6.828
30.0°	3.464	1.155	2.000	6.928	4.000
32.5°	3.374	1.186	1.861	6.278	3.464
45.0°	2.828	1.414	1.414	4.000	2.000
52.5°	2.435	1.643	1.260	3.069	1.589
60.0°	2.000	2.000	1.155	2.309	1.333
67.5°	1.531	2.613	1.082	1.657	1.172
75.0°	1.035	3.864	1.035	1.072	1.072
82.5°	0.5221	7.661	1.009	0.5266	1.017
90.0°	0	∞	1.000	0	1.000

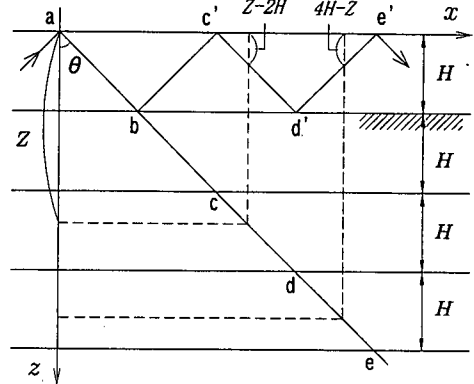


図-9 SH波の反射の状況

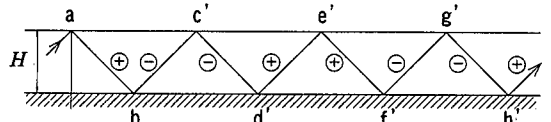


図-10 各区間における波動の符号

の範囲で重なっている。また、23'と3'4'の平面波が $\Delta 23'4'$ の範囲で重なっている。即ち、弾性層の全域に亘り2つの隣り合う反射波が重なり合っている。図(a)では、23、34'のものは $\Delta 2'3'3'$ で、また、4'5'と5'6'が $\Delta 4''6''5'$ で重なり合うがその他では重なりがない。図(c)では、例えば5'近辺の表面波は、4'、3'、5'及び6'近くの反射波が重なり合ったものであることが分かる。

表中の $\frac{1}{\sin^2 \theta}$ の欄をみると、反射角 θ が 45° 以上では、 $\theta = 45^\circ$ のとき弾性層全ての領域で2つの実体波が重なることになり、その他の θ では、部分的な重なりのみが生ずるだけである。よって、 45° の反射角の場合に表面波の振幅が最大になることが予想される。 θ が 45° 未満では、1波長の表面波を生成するのに多くの実体

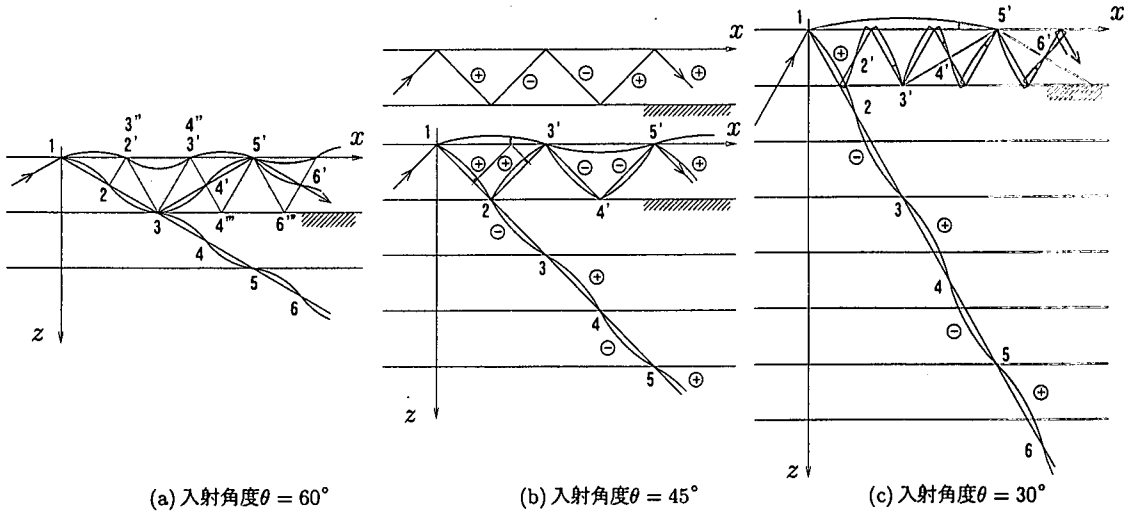


図-1 1 表面波の生成の様子

波を要する。実験的には加振のために5波長分の正弦波のみを与えているので、 θ が小さくなる程表面波は発生しにくくなるのが推察される。以上のことに基づいて、第一次せん断振動数が7.35Hzの $\sqrt{2}$ 倍、即ち10.4Hz程度でピークの応答倍率を示すものと考えられる。

以上は式(3)において、 $n = 1$ の場合であった。図-1 12には、 n が2及び3の場合の $\theta = 45^\circ$ の場合での実体波の反射と表面波の生成の状況を示す。深さ方向には節が生じており、高次モードの表面波が表われていることが分かる。

4. 結び

模型実験的に剛基層上の弾性層内にLove波を発生させると、特定の加振振動数帯域で明瞭な変位波形を得ることができる。この帯域では、入射波に対する弾性

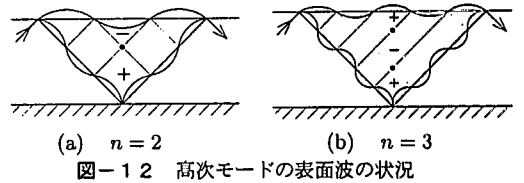


図-1 2 高次モードの表面波の状況

層模型の各測定点での応答倍率の高いことが、模型実験解析だけでなく数値解析によっても確認された。この点に着目して波線理論的な考察を行ない、幾何学的に簡明な形で実験解析並びに数値解析の結果を定性的に裏付けることができた。

参考文献

- 1) 森地重暉, 江口和人: 地盤内の波動伝播問題に対するゲル状材料を用いた一模型実験方法, 土木学会論文集, No.489/I-27, pp.197-206, 1994.
- 2) 森地重暉, 君島信夫: 傾斜層内の波動現象に対する模型実験結果についての一考察, 土木学会論文集, No.626/I-48, 245~250, 1999.
- 3) 佐藤泰夫: 弾性波動論, 岩波書店, 1978.
- 4) Agustin Udias: Principles of Siesmology, Cambridge, 1999. ISBN 0 521 62434 7

(2000. 7. 28 受付)

A RAY THEORETICAL EXAMINATION OF LOVE WAVE PROPAGATION THROUGH AN ELASTIC LAYER ON A RIGID BASE

Sigeaki MORICHI, Futoshi KAWANA and Nobuo KIMIZIMA

Elastic wave propagation was examined by ray theory. A Love wave was propagated through a model elastic layer on a rigid base, and displacement time histories due to wave propagation were measured clearly in certain exciting frequency band. In this frequency band, experimental and numerical analyses both revealed that displacement responses were predominant. The ray theoretical investigation successfully ascertained such phenomena qualitatively.