

不確実性に起因する振動特性変化の定量化と その有意性検定手法

貝戸清之¹・阿部雅人²・藤野陽三³

¹正会員 博士(工学) コロンビア大学客員研究員 土木工学専攻 (500 West 120th Street New York, NY 10027)
(研究当時 東京大学大学院博士課程)

²正会員 Ph.D 東京大学助教授 大学院工学系研究科社会基盤工学専攻 (〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1)

³フェロー Ph.D 東京大学教授 大学院工学系研究科社会基盤工学専攻 (同上)

振動特性の変化から構造物の損傷を推定する際には、損傷による振動特性の変化と不確実性に起因するその変化との有意性を明確にしなければならない。本研究では、計測データから同定される振動特性を確率変動するものとして捉え、その確率分布の信頼区間を Bootstrap 法により算出し、不確実性に起因する振動特性の変化を定量化する手法を構築した。さらに、そのときに得られる Bootstrap 分布に基づいてその変化の有意性を検定する一手法を提案した。実際に、免震橋の地震時における振動計測結果および RC 構造物の常時微動計測結果に対して適用し、前者においては地震振幅の違いにより有意な振動特性の変化が生じていることを、後者においては震度 4 程度の地震前後では振動特性の変化は有意なものではないことを統計的に明らかにした。

Key Words: bootstrap analysis, uncertainty, identification, seismic response, ambient response confidence interval, significance testing

1. はじめに

構造物の合理的かつ客観的な維持管理にあたって、振動特性の変化を利用した損傷同定が試みられている。ところが、振動計測結果に基づく構造物の振動特性は、損傷のみならず構造モデルや計測条件等における不確実性によっても変化する。したがって、振動特性の変化から損傷を検出するためには、その変化の有意性を検討する必要がある。しかし、変化の有意性について定量的に判断を下すことは極めて難しく、振動計測結果を基にした専門家の総合的、経験的な判断が求められる。これは本来、ある確率分布に従う確率変数として捉えるべき振動特性に対して、前後 2 回の振動計測結果の差のみから決定論的に変化の有意性を判断せざるを得ないからである。

工学問題で取り扱うべき不確実性 (Uncertainty) については、Rowe¹⁾、Benjamin, Cornell²⁾が分類を試みている。大別すると、図-1 に示すように偶然的な不確実性と認識的不確実性に分類することができる^{3), 4)}。

偶然的な不確実性は、予測が困難な原因による物理量

の変化や幾何形状の変化を完全に把握できないことから生ずる。具体的には、損傷や劣化および環境条件の変化によるものである。ただし、構造物を例えば時変形モデルとしてモデル化すれば、これらに起因する変化は認識的であると捉えることもできる。しかし、この場合には損傷等のモデル化が可能であるということ、すなわち、これらを要因から進展具合まで完全に把握しているということになる。したがって、損傷同定に関する限り、あえて振動特性の変化を用いて損傷検出を行う必要がなくなる。そこで、ここでは対象とする構造物は、それらの予測が困難なものであるとする。

一方、認識的不確実性は主にモデル化誤差、計測誤差、適用する解析手法の違いを要因とする。特に、モデル化誤差は構造モデルの構築段階におけるその簡略化、理想化を指す。前述したように、構築後に構造モデルが変化することによる誤差は含まれない。また、この不確実性は、構造モデルの構築段階での情報量を増加させることにより低減可能な性質を持つ。

⁵⁾損傷検出を目的とする際には、偶然的な不確実性による変化は、興味の対象で有意なものである。そこで、

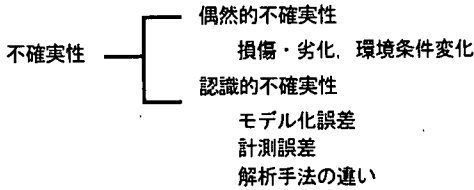


図-1 工学問題における不確実性の系統 (Uncertainty)

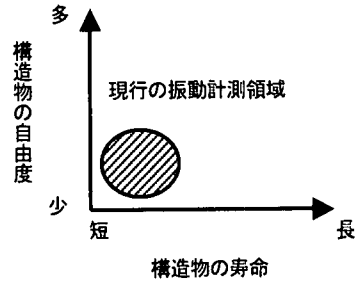


図-2 振動計測が可能な領域

認識的不確実性に起因する振動特性変化を定量化し、それと実際の変化を比較してその有意性を明確にすることが重要となる。以下では、認識的不確実性を単に不確実性と呼ぶこととする。

ここで、構造物の振動計測、特に常時微動計測を考えた場合、不確実性の要因としては入力とモデル化におけるものがあげられる。入力における不確実性は、構造物に対する入力である常時微動⁵⁾の計測が困難であることに起因する。一方、モデル化における不確実性は、モデルの簡略化や理想化を行うことで生ずる。とりわけ、大型構造物では、図-2のように現在の振動計測が時間的、空間的に制限されていることからその影響が顕著となることが挙げられる⁶⁾。同図は、横軸で振動計測が可能な時間が構造物の寿命と比べて短いことを、縦軸で計測点数が構造物の自由度と比べて少ないことを示している。

このような不確実性に起因する振動特性の変化の定量化に関しては、一般的には振動特性が確率変動するものとして扱い、その確率分布の信頼区間を構成することにより評価することになる。考察の対象とする確率変数の母集団分布が既知の場合には、信頼区間の構成は容易に行うことができる。しかし、一般に振動特性の母集団分布は未知であり、実験的に母集団分布を求めることも振動計測上の制約から困難である。このような場合には、従来は、未知の母集団分布を正規分布で近似することができるという仮定を置くことにより対処している。これは、世の中の多くの事象が近似的に正規分布で表せる場合が多いことや、母集団分布を仮定しないノンパラメトリックな方法を採用した場合には、理論的な取り扱いが非常に困難となる場合が多いことによる⁷⁾。ところが実際には、正規近似の仮定が満たされていないと考えられることも多い。そこで、推定の精度を向上させるためには、できるだけ上述のような特定の母集団の分布形に依存しない方法により判断を下すことが望ましい。

この要請に対し、1979年にEfronによって提案され

たBootstrap法^{8),9)}は、母集団分布に特定の分布形を仮定することなく、対象とする変数に対する信頼区間を算出することのできる統計的リサンプリング法のひとつである。この手法の特徴は、複雑な理論や数式に基づく解析は必要とせず、数値シミュレーションを利用した大量の反復計算によって、分布関数の数値近似を可能とする点にある。同定問題への適用を考えると、①1回の振動計測結果からでも反復計算を行うことで、信頼区間を算出することができる、②母集団に対して特定の分布形の仮定を必要としないことから、計測対象が変化しても計算を自動化できるという利点がある。

Bootstrap法の時系列データへの適用に関しては、定常ホワイトノイズ過程を対象としたARモデルへの適用例がある¹⁰⁾。しかし、この手法では時系列データに対して直接リサンプリングを行うために、時系列の振動特性を損ねてしまうことになり、ホワイトノイズ過程以外での適用が不可能である。これに対して、Hunter, Paez¹¹⁾は振動数領域における適用手順を示すとともに数値シミュレーションを行い、その妥当性を検証している。また、貝戸ら⁶⁾は実地震時の振動計測結果のような非定常時系列に対しても適用が可能な手法を提案した。しかし、いずれにおいても無作為復元抽出を行うための標本要素の作成方法が試行錯誤的であること、同定に用いた構造モデルの妥当性に関する考察がなされていないといった問題点がある。さらに、定量化した振動特性変化からその有意性をいかに検証するかという点に関しても十分な検討がなされていない。

以上を踏まえ、本研究では、振動計測結果に基づく振動特性の同定に対して、1. 不確実性に起因する振動特性の変化をBootstrap法により定量的に評価し、2. その変化の有意性を検定することが可能な手法を提案することを目的とする。

具体的には、2節で振動特性の同定におけるBootstrap法の適用手順を示し、その推定精度を数値シミュレーションにより検証する。3節では、免震橋の実地震時における振動計測結果にBootstrap法を適用し、

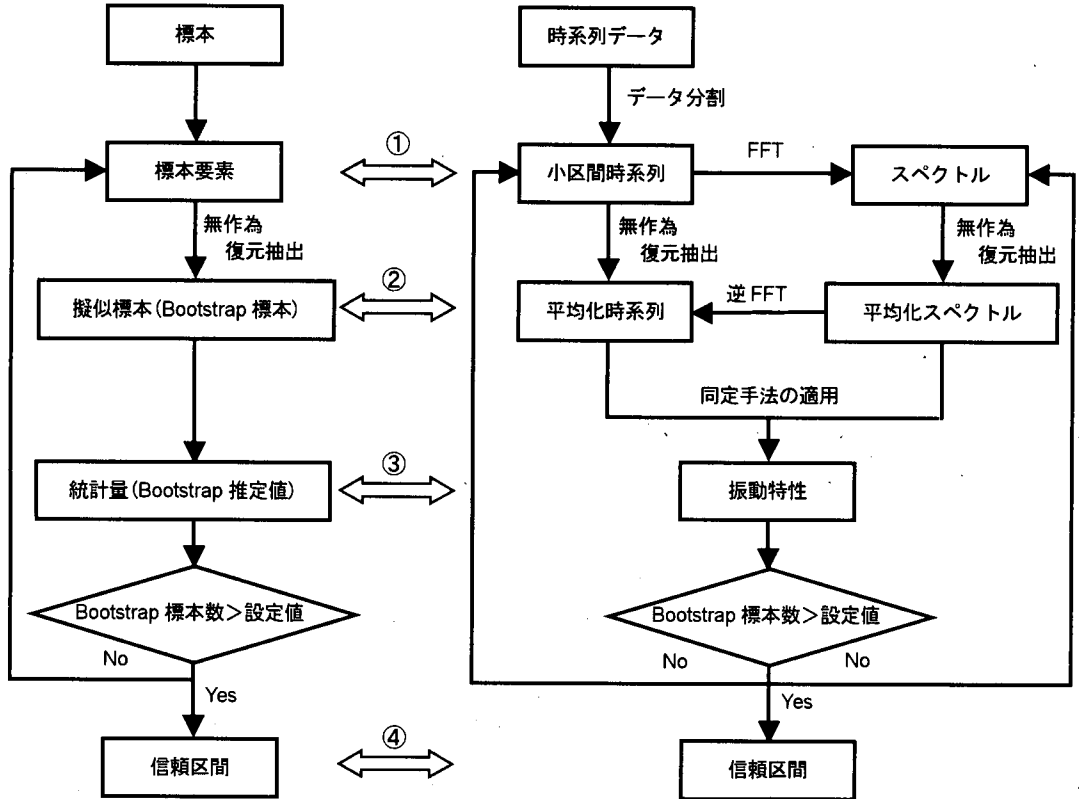


図-3 Bootstrap 法の適用手順

振動特性の信頼区間を算出する。また、同定に考慮する自由度の妥当性についても情報量基準 AIC および EIC によって検証を加える。4 節では、得られた Bootstrap 分布を用いて変化の有意性を検定する一手法を提案するとともに、先の免震橋および鉄筋コンクリート建物の常時微動計測結果に対する適用事例を示す。

2. Bootstrap 法の同定問題への応用

(1) Bootstrap 法による振動特性変化の定量化

ここでは、同定される振動特性の不確実性に起因する変化を Bootstrap 法により信頼区間で定量化する手法を示す。

Bootstrap 法とは、図-3 に示すように、得られた一組の標本に対して標本要素のリサンプリングを繰り返し、Bootstrap 標本と呼ばれる擬似標本を無数に作成することで考察の対象の信頼区間を評価する手法である。適

用に際しては、標本要素は、互いに独立に同一の母集団から無作為抽出されたものであるという仮定を満たす必要がある。

Bootstrap 法を同定問題へ応用する場合、時系列データに対して単純にリサンプリングを行うだけでは、時間の因果律が崩れる¹⁰⁾。この点を考慮しながら、以下と図-3 に適用手順を示す。図-3 には比較のために、提案する手順とともに一般的な Bootstrap 法の適用手順も示した。

- ① 得られた時系列データを幾つかの小区間データに分割する。また、振動数領域において同定を行う場合には、これらの小区間ごとにフーリエ変換を行い、それぞれのスペクトルを得る。これらは、通常の Bootstrap 法における標本要素に対応する。
- ② それぞれの小区間データに対して無作為復元抽出を行い、さらにそれらを足し合わせて時系列の平均化を行う。振動数領域においても、同様にしてスペクトルの平均化を行う。このとき、さらに逆フーリ

エ変換を施すことで、再度時間領域に変換することも可能である。これらは、Bootstrap 標本と呼ばれる擬似標本に対応する。

- ③ 平均化された時系列およびスペクトルに対して、各種同定手法を適用し、振動特性を同定する。得られた振動特性は Bootstrap 推定値に対応する。
- ④ 予め設定した Bootstrap 標本数 B だけ①から③の手順を繰り返し、 B 個の振動特性に対し、 $B(1-\alpha/100)/2+1$ 番目と $B(1+\alpha/100)/2$ 番目の値を取り、それぞれを $\alpha\%$ 信頼区間の下限値と上限値とする。

以上が、提案する Bootstrap 法を用いた振動特性に対する $\alpha\%$ 信頼区間の構成手順である。このように、Bootstrap 法は緩い仮定の下で適用が可能であるが、適用に際しては、仮定を満たすための小区間の作成¹²⁾やリサンプリングの方法¹³⁾に注意する必要がある。特に、時間領域で同定を行う場合には、時系列データが互いに独立ではないため、データの相関構造を反映するような修正¹³⁾が必要となる。

なお、Bootstrap 法により算出される信頼区間の精度については、Bootstrap 推定値で構成される Bootstrap 分布の真の母集団分布に対する近似精度で評価することができる。これについては、標本要素の数を n とすると、未知の母集団分布と Bootstrap 分布との距離がエッジワース展開¹⁴⁾によって $O(n^{-1/2})$ の速さで収束することが証明されている^{6), 15)}。

(2) 伝達関数を用いた振動数領域における一手法

振動数領域における伝達関数を用いた同定手法に対して Bootstrap 法を組み込んだ一手法を具体的に示す。特に伝達関数を算出することは、得られた振動計測結果が非定常な場合には、同一の確率分布からの標本抽出の仮定が成り立たなくなることが懸念されるためであり、出力を入力で除算することによってある種の規準化を行うことで仮定の破綻を回避することを目的としている。これより地震時の振動計測結果のように非定常性を有するものであってもその信頼区間を算出することが可能となる。具体的な手順は、以下に示す。なお、以下の番号は前節の番号と対応させている。

- ① 振動計測を行い、構造物の入力と出力に対する時系列データ $x(t)$ と $y(t)$ を得る。 $x(t)$, $y(t)$ を、それぞれ k 個の小区間 $x_m(t)$, $y_m(t)$ ($m=1, \dots, k$) に分割する。ただし、各小区間の長さは、 $x(t)$ および $y(t)$ の自己相関関数 $C(\tau)$ を計算し、それらが無相関であると判断できる自己相関係数 R の最小値をもとに決定する¹⁶⁾。自己相関関数および自己相関係数は次式(1)(2)で与える¹⁷⁾。

$$C(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t+\tau)dt \quad (1)$$

$$R(\tau) = C(\tau)/C(0) \quad (2)$$

ここで、振動計測結果を小区間に分割するのは、手順②でフーリエ変換を行い、振動数領域に変換するためである。各小区間に対して、フーリエ変換を施し、 $X_m(\omega)$, $Y_m(\omega)$ を得る。

- ② $X_1(\omega), \dots, X_k(\omega)$, $Y_1(\omega), \dots, Y_k(\omega)$ のそれぞれに対してリサンプリングを行い、得られた $X_{1,b}^*(\omega), \dots, X_{k,b}^*(\omega)$ と $Y_{1,b}^*(\omega), \dots, Y_{k,b}^*(\omega)$ から、式(3)により伝達関数 $\hat{H}_b^*(\omega)$ を計算する。

$$\hat{H}_b^*(\omega) = \frac{\sum_{m=1}^k X_{m,b}^*(\omega) \bar{Y}_{m,b}^*(\omega)^*}{\sum_{m=1}^k |X_{m,b}^*(\omega)|^2} \quad (b=1, \dots, B) \quad (3)$$

ただし、 B と $\bar{Y}_{m,b}^*$ は、それぞれ Bootstrap 標本数と、 $Y_{m,b}^*$ の複素共役を表す。

- ③ 手順②を B 回繰り返し、 B 個の伝達関数それぞれについて、例えば固有振動数や減衰比の同定を行う。同定される固有振動数 f_k^* と減衰比 ζ_k^* は、Bootstrap 推定値として、 B 個算出される。
- ④ B 個の Bootstrap 推定値に対し、 $B(1-\alpha)/2+1$ 番目と $B(1+\alpha)/2$ 番目の値を取り、それぞれを $\alpha\%$ 信頼区間の下限値と上限値とする。

以上が、提案する振動特性に対する $\alpha\%$ 信頼区間の構成手順である。

(3) 数値シミュレーションによる解析的検討

Bootstrap 法による信頼区間の推定精度を理論解が既知な構造モデルに対する数値シミュレーションによって検証する。構造モデルは、図-4 に示すような 2 自由度系を考え、地動入力を与える。得られた応答結果から振動特性を同定する問題に Bootstrap 法を適用し、同定結果の信頼区間を算出する。

はじめに、この構造系にホワイトノイズを入力 $x(t)$ として与え、そのときの出力 $y(t)$ を線形加速度法により算出した。このとき、振動特性の理論解に関して、固有振動数は構造諸元より求め、減衰比は各モードとも一律に 0.02 と定めた(表-1)。応答計算は、時間刻み幅 0.01 [sec]、データ個数 8192 として行った。得られた入力と出力から伝達関数を算出し、各モードの固有振動数と減衰比を曲線適合により同定した。具体的には、応答計算結果から求めた伝達関数と、下式(4)で与える地震動を入力とする 2 自由度系の伝達関数の差が、式(5)の評価関数を最小とするように、振動特性を決定した。

表-1 2自由度系構造物の振動特性理論値

	固有振動数 [Hz]	減衰比
1次	2.23	0.02
2次	5.46	0.02

表-2 ホワイトノイズ入力に対する振動特性同定結果

	同定結果	99%信頼区間
1次固有振動数	2.26Hz	2.23-2.27Hz
1次減衰比	0.00392	0.00223-0.0510
2次固有振動数	5.44Hz	5.42-5.48Hz
2次減衰比	0.0142	0.00644-0.0226

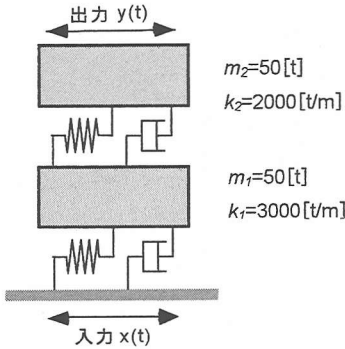


図-4 2自由度モデル

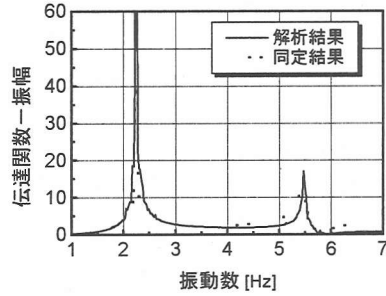
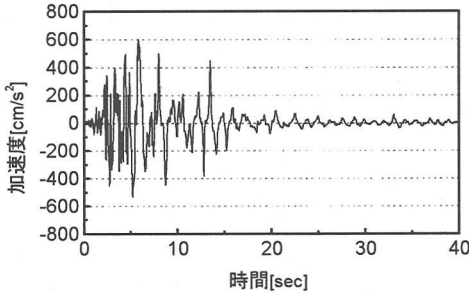
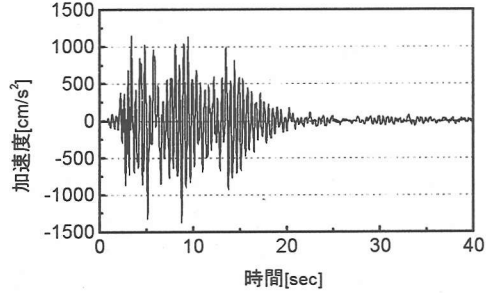


図-5 ホワイトノイズ入力に対する同定結果



(a) 地震動



(b) 出力

図-6 2自由度系に対する地震動入力および出力

$$H_{1n}(\omega) = \frac{\ddot{Y}(\omega)}{\ddot{X}(\omega)} = \sum_{m=1}^M \frac{\omega^2 \phi_{nm} \Gamma_m}{(\omega_m^2 - \omega^2) + 2i\zeta_m \omega_m \omega} \quad (4)$$

$$E_1 = \sum_{\omega=\omega_1}^{\omega_2} \left\{ \left| \hat{H}_b^*(\omega) - |H_1(\omega)| \right|^2 \right\} \quad (5)$$

式中、 ω_m 、 ζ_m は m 次モードの固有振動数と減衰比、 ϕ_{nm} 、 Γ_m は n 点における m 次の振動モード形および刺激係数を表す。 M は考慮するモード総数である。また、 i は虚数単位である。さらに、式(5)において、 ω_1 、 ω_2 は同定対象区間の上限および下限振動数である。2次

モードまでを同定の対象とした場合の未知変数は、 $\phi_{nm}\Gamma_m$ を1つの変数とみなすと、合計6個となる。評価関数を最小とする最適解の探索はランダムサーチ法¹⁹⁾により1~7[Hz]の区間で行った。同定結果を図-5および表-2に示す。

この同定計算を前節で提案した Bootstrap 法により2000回繰り返す、2000個の振動特性から構成される Bootstrap 分布に対して99%信頼区間を算出した。この Bootstrap 標本数は信頼区間の収束性から2000個と定めた¹⁹⁾。なお、各小区間の長さは1024個とし、小区間を計8個作成した。それぞれの振動特性に対する99%

表-3 地震動入力に対する振動特性同定結果

	同定結果	99%信頼区間
1次固有振動数	2.26Hz	2.21-2.28Hz
1次減衰比	0.00905	0.00813-0.0300
2次固有振動数	5.47Hz	5.46-5.48Hz
2次減衰比	0.00702	0.00228-0.0401

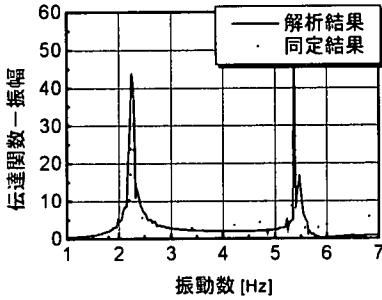


図-7 地震動入力に対する同定結果

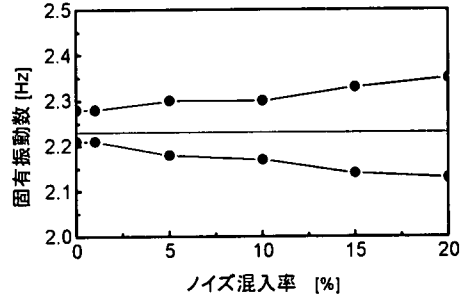


図-8 信頼区間推定に与えるノイズの影響

信頼区間を表-2に併せて示す。理論値はいずれも99%信頼区間内にあることから、確定論的な見地から本手法の有効性を確認することができたと見える。

つぎに、地震動のような非定常入力が作用する場合についても同様の検討を行う。用いた地震動は、1995年の兵庫県南部地震においてJR鷹取駅で計測されたものであり、図-6(a)に時系列を示す²⁰⁾。2自由度系の応答 $v(t)$ についても、図-6(b)に示すが、入出力ともに強い非定常性を有している。この入出力に対して、先と同条件で振動特性の同定、およびBootstrap法により99%信頼区間を算出した。同定結果を図-7および表-3に示す。これより、非定常入力を受ける場合でも適切な同定手法を選択することで、Bootstrap法によって99%信頼区間を推定することが可能である。

また、入出力に含まれるノイズが信頼区間に及ぼす影響についても数値的に検討した。入力、出力、それぞれについて標準偏差を算出し、その1%、2%、5%、10%、15%、20%の標準偏差を持つホワイトノイズをそれぞれの時系列に付加して同定を行った。図-8には、ノイズ混入率に対する1次固有振動数の99%信頼区間を示すが、ノイズの混入率の増加につれ、区間幅が大きくなっていることがわかる。したがって、振動特性変化の有意性を明確にするためには、振動計測の精度を向上させることで、不確実性に起因する変化を低減させることが不可欠である。

3. 不確実性に起因する振動特性変化の定量化

Bootstrap法を実際の振動計測結果に対して適用し、不確実性に起因する振動特性変化を定量化する。

(1) 対象橋梁の概要および地震時の振動計測結果

対象とする山あげ大橋は、栃木県東部の一般国道244号の烏山バイパス起点部に位置する橋長246.3[m]、有効幅員10.5~13.5[m]の6径間連続PC高架橋である。概要は図-9および図-10に、設計条件は表-4にそれぞれ示す。免震支承としては高減衰積層ゴム支承を採用し、橋台、橋脚上にそれぞれ2基ずつ、計14基設置している。P5橋脚に設置されている免震支承の側面図を図-11に示す。免震効果は、橋軸方向のみを期待しており、橋軸直角方向は移動制限装置により変位を拘束している。

加速度計は、図-9中のP5橋脚において桁、橋脚天端および地中の3点に設置され、各点で橋軸方向、橋軸直角方向および鉛直方向の3成分が計測されている。表-5に、用いた地震時の振動計測結果の詳細^{21), 22)}を示す。計測された地震の規模はいずれも震度3以下で、最大加速度も橋脚天端で70[gal]以下である。振動計測条件は、サンプリング周波数100[Hz]、サンプリング個数8168個で、計測時間は81.67[sec]であった。なお、解析で使用する際には、10[Hz]以上の振動成分はローパスフィルターにより除去した。

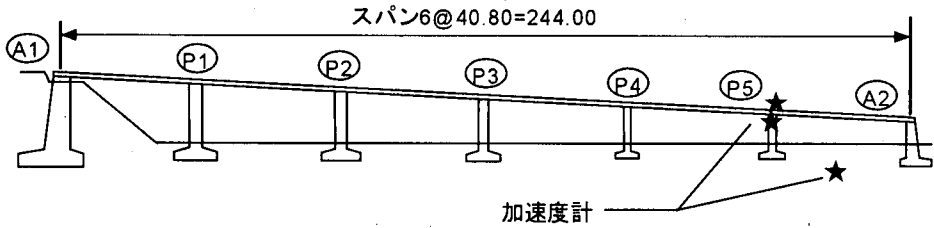


図-9 山あげ大橋側面

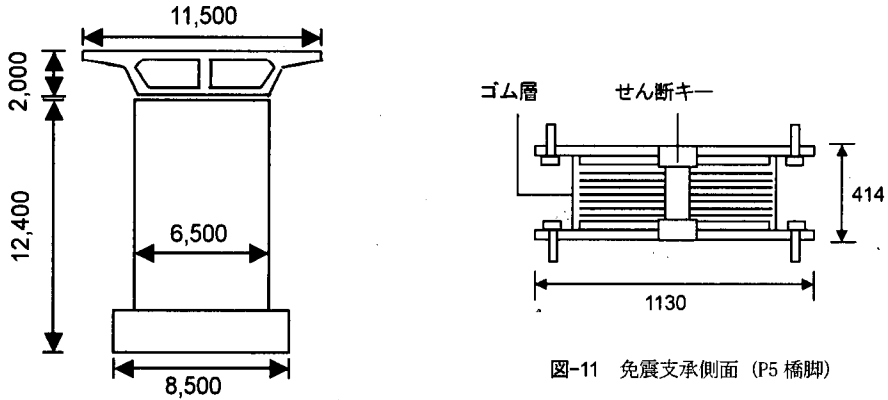


図-10 P5 橋脚正面

図-11 免震支承側面 (P5 橋脚)

表-4 山あげ大橋構造諸元

橋種	プレストレスコンクリート道路橋
橋格	1等橋 (TL-20)
型式：上部構造	6径間連続PC箱桁
：橋脚型式	矩形柱壁式橋脚
：橋台型式	逆T式橋台
：基礎型式	直接基礎
桁の総重量	7276[t]
桁の剛性：鉛直	$1.6 \times 10^6 [N/cm^2]$
：軸直角	$3.3 \times 10^6 [N/cm^2]$
橋長	246.3[m]
支間長	6@40.8[m]
有効幅員：標準部	車道部 8.00[m], 歩道部 2.50[m]
：拡幅部	車道部 11.00[m], 歩道部 2.50[m]
平面線形	$R = \infty \sim A = 240[m]$
縦断勾配	1.0% ~ VCL=100, $R=2500[m]$ ~ 5.0%
横断勾配	車道部 1.5%, 歩道部 2.0%
地盤種別	I種地盤
設計震度：橋軸方向	$K_h = 0.16$
：直角方向	$K_h = 0.20$
免震方向	1方向 (橋軸方向)

表-5 計測地震記録

発生日	規模 (M)	震度	震央地名	最大加速度 (gal)			
				橋軸方向		橋軸直角方向	
				橋脚天端	桁	橋脚天端	桁
1994年10月4日	8.1	宇都宮2	北海道東方沖	36.6	11.6	13.7	19.4
1996年2月17日	6.6	宇都宮3	福島県沖	69.3	33.0	34.2	20.3
1997年5月12日	5.7	宇都宮2	福島県沖	26.9	12.9	14.3	15.1

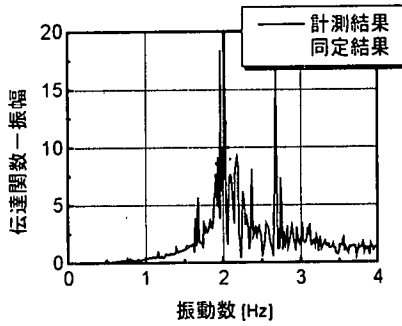
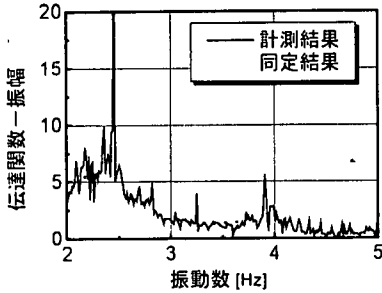
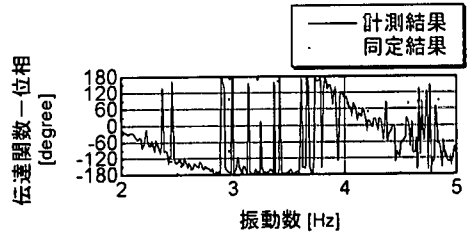


図-12 山あげ大橋同定結果 (橋軸方向)
(1994年10月4日)



(a) 振幅領域



(b) 位相領域

図-13 山あげ大橋同定結果 (橋軸直角方向)
(1994年10月4日)

(2) 地震時の振動計測結果に基づく上部構造の振動特性変化の定量化

山あげ大橋の P5 橋脚における桁と橋脚天端での地震時の振動計測結果を用いて橋軸方向および橋軸直角方向の上部構造の振動特性を同定する。橋軸方向に関しては、桁は剛体質点とみなし²³⁾、1 自由度等価線形モデルにより同定を行った。橋軸直角方向に関しては並進運動だけでなく、1 次たわみ成分も考慮して 2 自由度等価線形モデルとして同定を行う²⁴⁾。ただし、免震橋は支承部分で局所的に減衰が付加された非比例減衰系であることを考慮したモデルを構築する²⁵⁾。

桁および橋脚天端における地震時の振動計測結果をそれぞれ入力 $x(t)$ および出力 $y(t)$ として 2. (2) 節の手順に従って Bootstrap 法を適用し、伝達関数を B 個算出する。この振動計測結果から算出される伝達関数と、橋軸方向に関しては式(4)の 1 自由度系の理論伝達関数 H_1 との差が、橋軸直角方向に関しては式(6)の 2 自由度非比例減衰系の理論伝達関数 H_2 との差が、それぞれ式(5)と以下の式(7)の評価関数 E_2 において最小となるように固有振動数と減衰比を同定した。評価関数は、非比例減衰系においてはモード形が複素数となることを

考慮し、実部と虚部それぞれで誤差評価した。なお、非比例減衰系の伝達関数の導出に関する詳細は参考文献(6)を参照されたい。

$$H_{2n}(\omega) = \frac{\ddot{Y}(\omega)}{\dot{X}(\omega)} \quad (6)$$

$$= \sum_{m=1}^M \frac{\omega^2 (2\ell_n \ell_m \zeta_m - 2\omega_{mm} P_n \sqrt{1 - \zeta_m^2} + 2i\omega_{mm} \ell_n)}{\omega_m^2 - \omega^2 + 2i\omega\omega_m \zeta_m}$$

$$E_2 = \sum_{\omega=\omega_1}^{\omega_2} \left[\left\{ \text{Re}(\hat{H}_b^*(\omega) - H(\omega)) \right\}^2 + \left\{ \text{Im}(\hat{H}_b^*(\omega) - H(\omega)) \right\}^2 \right] \quad (7)$$

式中の ℓ_n, ℓ_m, P_n は、それぞれ式(4)中の $\phi_{mn} \Gamma_m$ の実部と虚部に対応する。

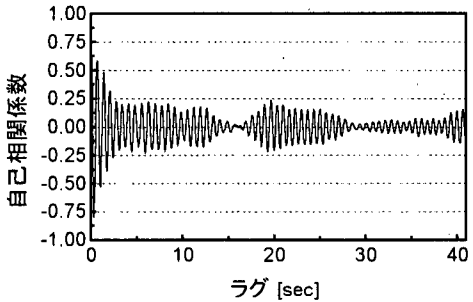
誤差の最小化においては、ガウス—ニュートン法の欠点である収束安定性を改善し、計算速度を高速化した修正マルカート法¹⁹⁾を用いた。同定の対象とした振動数帯域は、橋軸方向では 0.5~4 [Hz]、橋軸直角方向では 2~5 [Hz] とした。一例として 1994 年 10 月 4 日の振動計測結果に対する伝達関数の適合結果を橋軸方向に関しては図-12、橋軸直角方向に関しては図-13に示す。図のいずれの伝達関数も Bootstrap 法を適用してい

表-6 山あげ大橋同定結果 (橋軸方向)

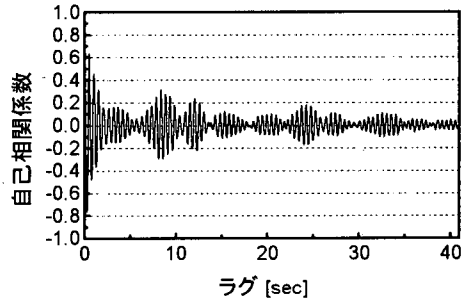
発生日		固有振動数 (Hz)	減衰比
		1次	1次
1994年10月4日	同定値	2.12	0.0832
	99%信頼区間	2.08~2.18	0.0599~0.0859
1996年2月17日	同定値	2.25	0.0756
	99%信頼区間	2.20~2.29	0.0557~0.0796
1997年5月12日	同定値	2.28	0.0732
	99%信頼区間	2.25~2.37	0.0562~0.0813

表-7 山あげ大橋同定結果 (橋軸直角方向)

発生日		固有振動数 (Hz)		減衰比	
		1次	2次	1次	2次
1994年10月4日	同定値	2.34	4.00	0.0704	0.0279
	99%信頼区間	2.29~2.45	3.84~4.12	0.0285~0.131	0.0112~0.104
1996年2月17日	同定値	2.73	4.04	0.0564	0.0228
	99%信頼区間	2.67~2.75	3.82~4.09	0.0459~0.0857	0.0113~0.120
1997年5月12日	同定値	2.43	4.12	0.0779	0.0280
	99%信頼区間	2.41~2.50	3.99~4.20	0.0322~0.125	0.00778~0.112



(a) 橋軸方向



(b) 橋軸直角方向

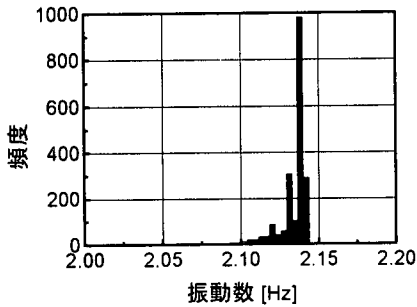
図-14 自己相関係数 (1994年10月4日)

ない通常の伝達関数であり、両図とも実伝達関数に精度良く適合していることが確認できる。ただし、図-13(b)において-180度と180度は同値であることを付記しておく。これより桁の地震時の挙動は、橋軸直角方向は1自由度線形モデル、橋軸直角方向は2自由度非比例減衰系モデルと等価であると考えられる。なお、モデル化については、次節でAICやEICの情報量規準を用いてその妥当性を検証している。地震時の振動計測結果に対する固有振動数と減衰比の同定結果を表-6と表-7に示す。

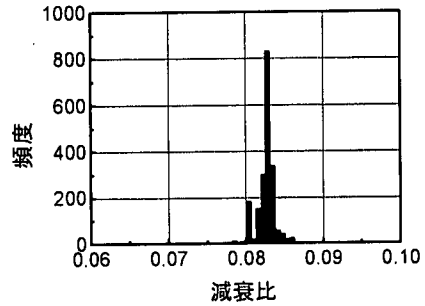
また、表-6と表-7には、それぞれの同定結果に対す

る99%信頼区間を併せて示す。手順は前節の通りであるので、ここでは具体的な数値のみを記すこととする。用いたデータ総数は8186個で、この振動計測結果を1024個のデータからなる14個の小区間に512個のデータの重なりを許して分割した。データの重なりは、標本数を増やす目的で実施した。

このとき、先の手順通りに自己相関係数を算出したが、時間間隔を長くとっても固有振動成分が含まれているため、規準化された自己相関係数は0とならず、0.2付近をピークとして変動することを確認した(図-14)。そこで、0.2を無相関が保証される長さであると

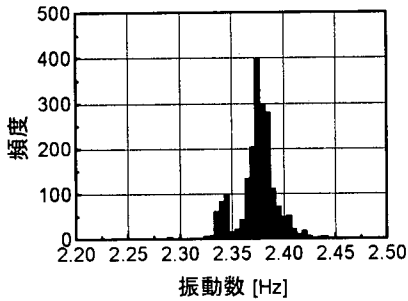


(a) 固有振動数

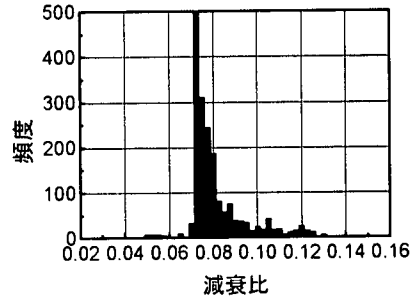


(b) 減衰比

図-15 振動特性の Bootstrap 分布 (橋軸方向)



(a) 固有振動数



(b) 減衰比

図-16 振動特性の Bootstrap 分布 (橋軸直角方向)

考え、小区間長さを 1024 と決定した。

Bootstrap 法により求められた橋軸方向の固有振動数と減衰比のヒストグラムを図-15 に、橋軸直角方向については図-16 に示す。これらと表-6 および表-7 より分布形は正規分布で近似できないこと、橋軸直角方向では同定する未知変数が多いため、同じ 1 次の振動特性を比較しても不確実性に起因する変化が大きくなることが確認できる。

(3) Bootstrap 法による構造モデルの妥当性の検証

伝達関数をもとに振動特性を同定する場合には、採用するモード次数を適切に選定する必要がある。ここでは選択した構造モデルの妥当性について定量的な検証を行う。

このような問題に対しては、統計モデルの評価のために導入された赤池の情報量基準 AIC²⁶⁾がある。AIC の導入により、モデルの評価・比較が行えるようになり、目的に応じて適切なモデルが開発可能となった。そこで、はじめに AIC によって前節の山あげ大橋の構造モデルについて妥当性を検証する。

赤池のエントロピー最大化原理に従えば、母数 θ の統計モデル $F(\mathbf{X}|\theta)$ の良さは平均対数尤度 $E_{\mathbf{X}}\{\ln F(\mathbf{X}|\theta)\}$ によって評価される。しかし、通常、真の統計モデル $F(\mathbf{X})$ は未知であるから、得られた標本 $\mathbf{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ から推定される最尤推定値 $\hat{\theta} = \hat{\theta}(\mathbf{X})$ で与えられる対数尤度 $\ell(\theta) = \ln f(\mathbf{X}|\hat{\theta})$ で近似することになる。AIC は、この対数尤度 $\ell(\theta)$ から、近似によるバイアス C を補正したものであり、下式で与えられる²⁶⁾。

$$C = E_{\mathbf{X}}\left[\ln f(\mathbf{X}|\hat{\theta}) - E_{\mathbf{X}}\left\{\ln F(\mathbf{X}|\hat{\theta})\right\}\right] \quad (8)$$

$$AIC = -2\ell(\hat{\theta}) + 2C = -2\ell(\hat{\theta}) + 2k \quad (9)$$

式(9)中、 k はパラメータ数であり、AIC を最小とするモデルを選定することになる。

AIC を山あげ大橋のモデル選定へ適用する場合、伝達関数の計測値と理論値の誤差が正規分布に従い、かつ同定結果が最尤推定値であると仮定すると、

表-8 AIC 基準と EIC 基準との比較

	AIC	EIC
1 次モード	3023	1391
2 次モード	3016	1382
3 次モード	3023	1989

$$AIC = N + N \ln 2\pi\hat{\sigma}^2 + 2(k+1) \quad (10)$$

で与えられる²⁷⁾。ただし、 N はデータ総数、 $\hat{\sigma}^2$ は誤差分散である。

モード次数を 1 から 3 次までとして算出した AIC を表-8 に示す。実際に、2 次モード系が AIC の最小値を与えており、モデルの妥当性を定量的に確認することができる。

しかし、このとき厳密には同定誤差が正規分布となるという保証はない。そのため、この仮定を設けることなしに、モデルの妥当性を検証する必要がある。そこで、北川ら²⁸⁾の Bootstrap 法を用いた EIC の考え方を適用する。

EIC とは、Bootstrap 法の手順に従って、真の分布 $F(\mathbf{X})$ を得られた n 個の標本 $\mathbf{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ で構成される経験分布関数 $F_n(\mathbf{X})$ で置換し、式(8)のバイアスを補正したものである。経験分布関数は、次式で与えられる。

$$F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I(x, X_i) \quad (11)$$

ただし、 $I(x, a)$ は $x < a$ のとき、 $I(x, a) = 0$ 、その他は $I(x, a) = 1$ である。この標本に Bootstrap 法を用いると、先のバイアス C は、

$$C^* = E_{X^*} \left[\ln f(X^* | X^*) - E_X \left\{ \ln F_n(\mathbf{X} | X^*) \right\} \right] \quad (12)$$

となり、最終的に EIC は、

$$EIC = -2\ell(\hat{\theta}) + 2C^* \quad (13)$$

で表すことができる。山あげ大橋に適用した場合の EIC を表-8 に併せて示すが、AIC と同様に 2 次モードのときに最小値を与える。さらに、3 次モードを選択することが不適切であるということが AIC よりも明確に表れている。これより、EIC を適用することで一般的な場合でもモデルの妥当性を定量的に検証することが可能であることがわかった。ただし、同定結果が最尤推定値と等しいという仮定に対しては、さらに検討する必要がある。

4. Bootstrap 分布を用いた振動特性変化の有意性検定

ここでは、振動特性変化の有意性を検定するために、Bootstrap 法により算出される振動特性の Bootstrap 分布に着目し、Bootstrap 分布を用いた一検定手法²⁹⁾を提案する。さらに、実際の振動計測結果に適用し、統計的見地から振動特性変化の有意性について考察を試みる。

(1) 振動特性の変化の有意性検定手法

本手法は、2 回の振動計測結果をもとに同定された振動特性の Bootstrap 分布の重なり度合いを基にして、変化の有意性を統計的に検討するものである。具体的な検定手法を以下と図-17 に併せて示す。

1. 2 回の振動計測結果から、2.(1)節の手順に従い、振動特性の Bootstrap 分布をそれぞれ得る。
2. 各々の Bootstrap 分布から要素を 1 つずつ抽出してその差を取る。この作業を無作為復元抽出により繰り返し、新たに差の Bootstrap 分布を算出する。
3. 差の Bootstrap 分布に対して $\alpha\%$ 信頼区間を算出し、0 が信頼区間内であれば変化は不確実性の範囲内、信頼区間外であれば変化は不確実性の範囲外であると判断する。

以上が提案する検定手法である。本手法は、振動特性変化の有意性を主観的な判断に頼らず、統計的手法により客観的に判断を下すことが可能となることが特徴である。ただし、情報量が少ない場合や構造モデルが妥当でないときには、不確実性に起因する変化が大きくなるために、振動特性にかなり大きな変化が生じていたとしてもその変化は優位なものではないと判断されることになる。

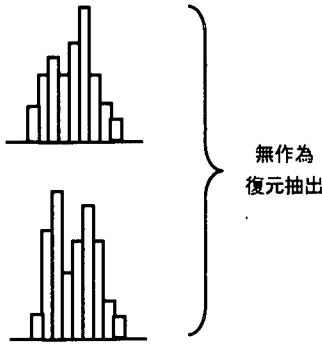
この手順に従い、次節以降では、実振動計測結果を用いて本検定手法の有効性を検証するとともに、不確実性が検定結果に及ぼす影響についても考察する。具体的には、振動数領域の同定において入力情報が既知の場合と未知の場合、それぞれについて検定を行う。

(2) 入力既知条件下における振動特性の変化の有意性検定

3 章の山あげ大橋における 2 つの地震時の振動特性に対して変化の有意性を検定する。用いた振動計測結果は、1994 年 10 月 4 日と 1996 年 2 月 17 日の橋軸直角方向のものである。

はじめに、1 次の固有振動数を指標とする場合を取り上げる。Bootstrap 分布の 99% 信頼区間は、1994 年 10 月 4 日では 2.29~2.45 [Hz] (信頼区間幅: 6.8%, 99% 信頼区間の上限値と下限値の差を同定結果で除した値と定義する)、1996 年 2 月 17 日では 2.67~2.75 [Hz] (信

振動特性の Bootstrap 分布



差の分布

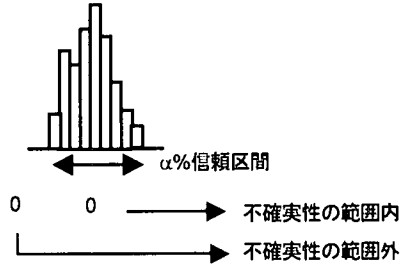


図-17 振動特性変化の有意性検定手法

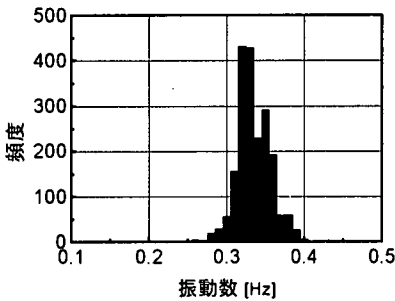


図-18 固有振動数差の分布

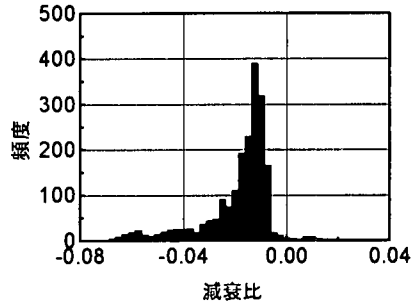


図-19 減衰比差の分布

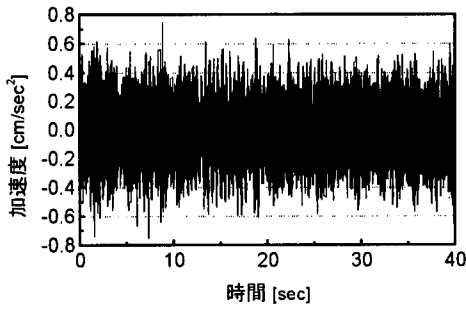
信頼区間幅：2.9%）となり，2つの Bootstrap 分布の重なりはない。それぞれの Bootstrap 分布から要素を抽出して算出した差の分布を図-18 に示すが，99%信頼区間は0.24～0.48[Hz]となっており，明らかに0.0[Hz]は信頼区間外にある。したがって，2つの振動特性の変化は，不確実性の範囲外にあると判断することができる。実際に，今回の振動計測では，地震力の違いで振動振幅差が生じ，免震支承の非線形の影響で振動特性が変化したと推察できる。

つぎに，1次の減衰比を指標とした場合についても検定を行う。表-7に Bootstrap 分布の99%信頼区間を，図-19に差の分布を示す。Bootstrap 分布の99%信頼区間幅は，先の固有振動数と比較すると，145%，70.6%と広がっており，差の Bootstrap 分布の99%信頼区間に0が存在する。したがって，減衰比を用いた検定では，変化は不確実性の範囲内にあると判断することができる。このことから，同じ振動計測結果であっても指標として用いる振動特性により検定結果は，全く変わってしまうことがわかる。また，減衰比の信頼区間幅が極端に大きくなったことは，減衰比の同定が難しいという一般的な経験を統計的に示している。

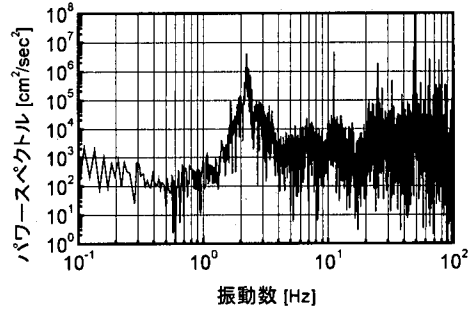
(3) 入力未知条件下における振動特性の変化の有意性検定

入力を得られていない場合の振動数領域の同定問題に対して，振動特性変化の有意性検定を行う。対象とした構造物は，東京大学工学部11号館（9階建て鉄筋コンクリート造）で，固有振動数を把握することを目的として年間を通じた常時微動計測を行った。振動計測は屋上部分で実施し，水平方向の加速度を計測した。振動計測条件は，サンプリング振動数200[Hz]，データ個数8192個，計測時間40.98[sec]とした。

振動計測結果とパワースペクトルの一例を図-20に示す。パワースペクトルから2[Hz]付近に卓越したピークを確認することができるので，この構造物を1自由度系としてモデル化を行った。この1自由度系モデルに対して，振動数領域で固有振動数の同定を試みるが，振動計測では計測点を屋上部分の1点しか設けていなかったため，入力未知量となった。そこで，入力として用いた常時微動は卓越した振動数成分を持たないホワイトノイズであり，振動計測結果に基づく伝達関数の分母を定数と見なすことができるものとして，下式の成立を仮定した。



(a) 常時微動



(b) パワースペクトル

図-20 鉄筋コンクリート建物における常時微動計測結果の一例

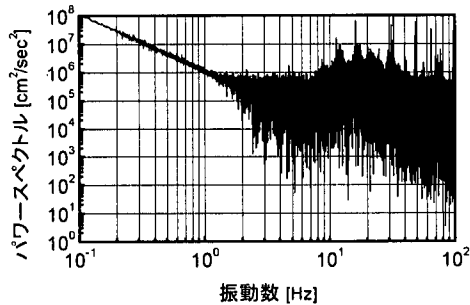


図-21 地上の常時微動計測結果

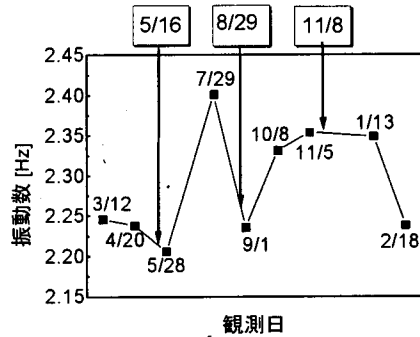
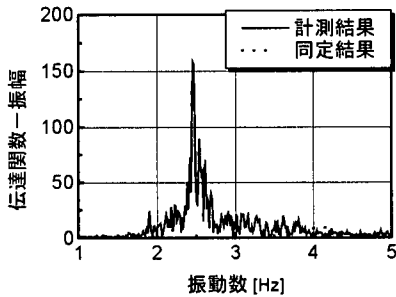
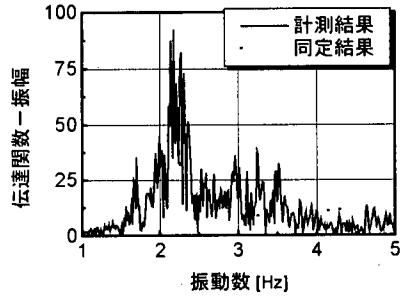


図-22 固有振動数の年間時系列



(a) 7月29日



(b) 9月1日

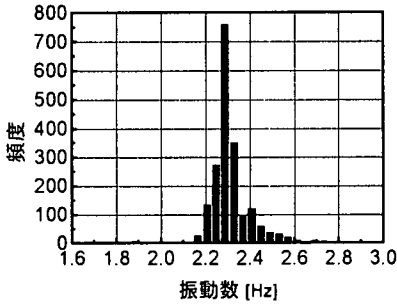
図-23 常時微動入力に対する同定結果

$$|H(\omega)| = \frac{|\ddot{Y}(\omega)|}{|W|} = \frac{\omega^2}{|(\omega_1^2 - \omega^2) + 2i\zeta_1\omega_1\omega|} \quad (14)$$

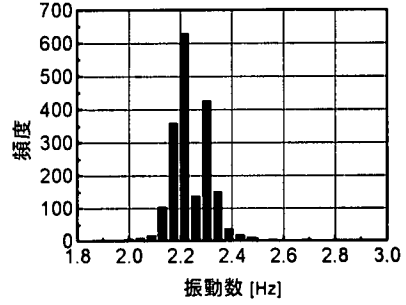
同定においては、固有振動数、減衰比のみならず、この入力レベル W も同定対象とし、1~5[Hz]の振動数帯域で式(5)の評価関数を最小とするように振動特性を決定した。

実際に、振動計測の実施日は、いずれも風速が6[m/sec]以下であり、常時微動は地盤による振動が支配的であると考えられた。そこで、地上での常時微動を計測したところ、加速度パワースペクトルは図-21のようになり、同定対象とした振動数帯域では、ほぼホワイトノイズと見なせることを確認した。

同定された1次の固有振動数の年間時系列を図-22



(a) 7月29日



(b) 9月1日

図-24 固有振動数の Bootstrap 分布

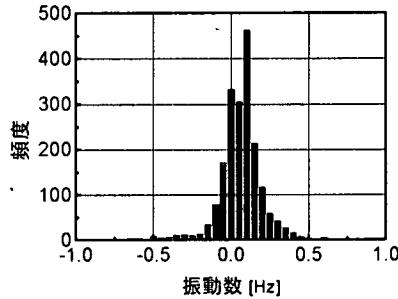


図-25 固有振動数差の分布

に示す。図中の日付は振動計測の実施日であり、固有振動数は年間を通して 2.2~2.4[Hz]の範囲で変化している。図中において枠囲みの日付は、東京で震度3以上の地震を観測した日付である。特に、8月29日には震度4を観測し、その地震前後では固有振動数が約10%低下している。そこで、検定の対象として、7月29日と9月1日における固有振動数の変化に着目した。なお、それぞれの同定結果を図-23に示すが、同定精度に問題はないことが確認できる。

それぞれの1次固有振動数の Bootstrap 分布を図-24に示す。図-25には差の分布を示すが、図-24においてそれぞれの99%信頼区間は1.79~2.75[Hz]、2.00~3.46[Hz]と大きいため差の分布においてもその傾向が反映されて99%信頼区間は-1.26~0.594となった。したがって、検定結果から、変化は不確実性の範囲内であると判断できる。実際に、入力が未知であるような不確実要因が多い状態での同定問題では、図-22に示す程度の変化は、損傷によらずとも十分に起こり得るといえる。したがって、変化の有意性をより明確に判断するためには、図-2に示した時間的・空間的な制限を改善し、情報量を増加させ適切な構造モデルおよび同定手法を用いることが不可欠である。

5. まとめ

本研究では、不確実性に起因する振動特性変化の定量化とその有意性検定手法を試みた。主な知見を以下に述べる。

1. 不確実性に起因する振動特性の変化について、Bootstrap法を援用し、その $\alpha\%$ 信頼区間を構成することで定量化を図った。
2. 同定における振動特性変化の定量化の一例として、地震時の振動計測結果に基づいて免震橋上部構造の振動特性を信頼区間とともに明示した。
3. 振動特性の変化の有意性について、Bootstrap分布を用いた検定手法を提案した。免震橋と鉄筋コンクリート構造物の固有振動数の変化を例にあげ、前者については地震振幅の違いにより振動特性に有意な変化が生じていることを、後者については振動特性に有意な変化は見られず、損傷が認められないと考えられることをそれぞれ信頼区間を明らかにして示した。

今後の課題として、Bootstrap法による振動特性の信頼区間算出に関しては、母集団を近似するために必要なデータ長等の定量的決定法を考案することがあげら

れる。また、標本間の独立性について、本解析では振動計測結果の自己相関関数を取り、無相関と見なせるデータ長を選定したが、厳密には無相関が保証されても独立を保証することにはならないことに注意を要する。したがって、独立性を保証するための新たな基準を導入する必要があるだろう。

謝辞：本研究は、一部、文部省科学研究費および(財)東電記念科学技術研究所の助成を受けたものである。ここに記して謝意を表す。また、Bootstrap 法全般について、九州大学小西貞則教授、東京大学工学部川鍋一晃助手、千葉大学大学院生桜井裕仁氏から貴重なご意見を賜った。さらに、山あげ大橋に関しては、国土交通省土木研究所耐震研究室室長の連上茂樹氏、栃木県土木部道路建設課橋梁係の戸田英次氏に多大な御協力を頂いた。本研究を遂行するにあたり、株式会社大林組のMuhammad Tariq Amin Chaudhary 氏と東京電力(株)山之内宏安氏(ともに研究当時東京大学大学院生)とは幾度となく議論をさせて頂いた。

参考文献

- 1) Rowe, D.W.: Understanding Uncertainty, *Risk Analysis*, Vol.14, No.5, pp.743-750, 1994
- 2) Benjamin, J.R., and Cornell, C.A.: *Probability, Statistics, and Decision for Civil Engineers*, McGraw-Hill, 1970
- 3) SSHAC, Recommendations for Probabilistic Seismic Hazard Analysis: Guidance on Uncertainty and Use of Experts, *LLNL Report*, 1995.9
- 4) 日本建築学会：応用力学シリーズ6 構造物系の非線形・不確定モデリング, pp.115-150, 丸善株式会社, 1998.12
- 5) Farrar, C.R., Duffey, T.A., Cornwell, P.J. and Dowbling, S.W.: Excitation Method for Bridge Structures, *Proceedings of the 17th International Modal Analysis Conference*, pp.1063-1068, Kissimmee, Florida, 1999.2
- 6) 貝戸清之, 阿部雅人, 藤野陽三：不確定性を考慮した非比例減衰系の同定と構造物の性能評価への応用, 構造工学論文集, 土木学会, Vol.45A, pp.701-712, 1999.3
- 7) 東京大学教養学部統計学教室：統計学入門, 東京大学出版会, 1991.7
- 8) Efron, B.: Bootstrap Methods: Another Look at the Jackknife, *Annals of Statistics*, Vol.7, pp.1-26, 1979
- 9) Efron, B. and Tibshirani, R.J.: *An Introduction to the Bootstrap*, Chapman & Hall, 1993
- 10) Davison, A.C. and Hinkley, D.V.: *Bootstrap Methods and their Application*, Cambridge University Press, 1997
- 11) Hunter, N.F. and Paez, T.L.: Application of the Bootstrap to the Analysis of Vibration Test Data, *Proceedings of the 66 Shock and Vibration Symposium*, pp.99-108, 1996.11
- 12) 桜井裕仁：Bootstrap Methods for Dependent Data, 統計スプリングセミナー, pp.1-9, 1999.3
- 13) Rao, J.N.K and Wu, C.F.J.: Resampling Inference with Complex Survey Data, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.83, No.401, pp.231-241, 1988.3
- 14) Hall, P.: *The Bootstrap and Edgeworth Expansion*, Springer-Verlag, 1992
- 15) 小西貞則：ブートストラップ法と信頼区間の構成, 応用統計学 Vol.19, No.3, pp.137-162, 1990.3
- 16) 貝戸清之：不確定性を考慮したレーザー振動計測に基づく構造物の性能評価, 東京大学博士論文, 2000.3
- 17) 日野幹雄：スペクトル解析, 朝倉書店, 1977.10
- 18) 佐藤郁郎：最小二乗法その理論と実際, 観測データの非線形解析, 山海堂, 1998
- 19) 貝戸清之, 阿部雅人, 藤野陽三, 吉田順司：観測データから得られる推定値の信頼性区間評価, 土木学会第53回年次学術講演会概要集 第1部(B), I-B452, 1998.10
- 20) 中村豊, 上半文昭, 井上英司：1995 兵庫県南部地震の地震記録波形と分析(II), JR 地震情報 No.23d, 財団法人鉄道総合研究所ユレダス開発推進部, 1996.3
- 21) 建設省土木研究所地震防災部耐震研究室：土木研究資料 免震橋梁の地震時振動特性に関する研究, 1994.8
- 22) 建設省土木研究所地震防災部耐震研究室：土木研究資料 実測記録に基づく免震橋の地震時振動特性に関する研究, 1995.11
- 23) 吉田順司, 阿部雅人, 藤野陽三：兵庫県南部地震における阪神高速松の浜免震橋の地震時挙動, 土木学会論文集, Vol.626/I-48, pp.37-50, 1999.7
- 24) 山之内宏安, 吉田順司, 藤野陽三, 阿部雅人：実測記録に基づく山あげ大橋の免震性能評価, 土木学会第53回年次学術講演会概要集 第1部(B), I-B336, 1998.10
- 25) Kaito, K., Abe, M., Fujino, Y. and Tariq, M.T.A.: Performance Evaluation of a Base-Isolated Bridge using Complex Modal Analysis, *Proceedings of the 17th International Modal Analysis Conference*, pp.1749-1755, Kissimmee, Florida, 1999.2
- 26) Akaike, H.: Information Theory and an Extension of the Maximum Likelihood Principle, *2nd International Symposium on Information Theory*, Akademiai Kiado, Budapest, pp.267-281, 1973
- 27) 柴田文明：理工系の基礎数学 7 確率・統計, 岩波書店, 1996.9
- 28) 北川源四郎, 石黒真木夫, 坂元慶行：情報量基準 AIC と EIC, 信学技法, IT92-133, pp.49-62, 1993.3
- 29) 貝戸清之, 阿部雅人, 藤野陽三：Bootstrap 分布を用いた振動特性の変化の有意性検定, 土木学会第54回年次学術講演会概要集 第1部(B), I-B277, 1999.9

(2001.1.24 受付)

QUANTIFICATION OF CHANGE OF VIBRATION CHARACTERISTICS CAUSED BY UNCERTAINTY AND ITS APPLICATION TO SIGNIFICANCE TESTING

Kiyoyuki KAITO, Masato ABE and Yozo FUJINO

In order to detect damage in structures by using changes of vibration characteristics, it should be made clear whether the changes are caused by damage or within the range of uncertainty. This paper addresses a method to calculate changes of vibration characteristics caused by uncertainty based on Bootstrap analysis, in which vibration characteristics are assumed to be probabilistic variables. Furthermore, a significance testing method using Bootstrap distribution is also proposed. These methods are applied for identification from actual seismic records of a base-isolated bridge and ambient vibration records of a reinforced concrete building. For the former, it is shown statistically and objectively that the change between two earthquakes is significant due to non-linearity of the building. On the other hand, for the latter, it is considered that the changes through one year are caused by uncertainty.