

車両-橋梁系振動問題の非線形動的応答解析

中島章典¹・土岐浩之²・斉木功³

¹正会員 工博 宇都宮大学教授 工学部建設学科建設工学コース (〒321-8585 宇都宮市陽東 7-1-2)

²正会員 工修 鹿島建設株式会社 東北支店 (〒980-8621 仙台市青葉区二日町 1-27)

³正会員 工修 宇都宮大学助手 工学部建設学科建設工学コース (〒321-8585 宇都宮市陽東 7-1-2)

橋梁上の車両の走行性や鉄筋コンクリート床版のひび割れ性状などの使用性能の確認の必要性から、構造物を構成する部材の一部が非線形の復元力特性を有する車両-橋梁系振動問題を解くことが必要となってきた。

そこで本研究では、構造物を構成する部材の一部が非線形の復元力特性を有する車両-橋梁系振動問題のシミュレーション解法を定式化した。そして、そのシミュレーション解法を用いた、連続合成桁橋の鉄筋コンクリート床版のひび割れやずれ止め作用する水平せん断力の動的応答性状の解析例などを示し、そのシミュレーション解法の有用性を確認した。

Key Words : vehicle-bridge vibrational problem, nonlinear analysis, serviceability, rigid-body-spring model

1. はじめに

各種構造物の設計法は、構造物の種々の性能に基づいた性能照査型設計法へと徐々に改訂されつつある。これらの性能照査型設計法においては、橋梁上の車両の走行性や鉄筋コンクリート床版のひび割れ性状などの使用性能を確認することが必要とされている。また、阪神大震災以降に多用されている免震支承を有する橋梁上を車両が走行する場合には、使用性の観点から、免震支承の非線形復元力特性なども考慮した車両-橋梁系振動問題を解く必要が生じている。さらに、車両-橋梁系振動問題のシミュレーション解法の精度を高めるためには、橋梁各部の減衰要因に即した減衰特性を履歴減衰によって与える必要もある。したがって、構造物を構成する部材の一部が非線形の復元力特性を有する車両-橋梁系振動問題のシミュレーション解析を実施することが必要となってきた。

車両-橋梁系振動問題を解析的に取り扱った国内の先駆的な研究としては、平井¹⁾、大地²⁾、山田、小堀³⁾の研究がある。その後、車両による橋梁応答の動的効果を衝撃係数として評価する際に、車両-橋梁系振動問題のシミュレーション解法が盛んに用いられた⁴⁾⁻⁷⁾。最近では、線形系の範囲ではあるが、橋梁モデルおよび車両モデルに対して3次元モデルを用いたより精緻なシミュレーション解法が行われてきている^{8),9)}。一方、橋梁上に停止した車両の効果を考慮した高架橋の非線形地震応答解析なども行われている¹⁰⁾。しかし、これまでのところ、構造物の一部が非線形の復元力特性を有する車両-橋梁系振動問題のシミュレーション解析

はほとんど行われていない。

そこで本研究では、まず、構造物を構成する部材の一部が非線形の復元力特性を有する場合の車両-橋梁系振動問題のシミュレーション解法を定式化する。次に、このシミュレーション解法を用いて一部に非線形の復元力特性を有する構造物の車両-橋梁系振動問題のシミュレーション解法の例を示し、ここで定式化したシミュレーション解法の有用性を確認する。

2. 車両-橋梁系振動問題のシミュレーション解法

本研究では、構造物の一部が非線形の復元力特性を有する車両-橋梁系振動問題のシミュレーション解法を定式化し、その数値解析例を示すことを目的としている。したがって、車両モデルとしては、図-1に示すような、最も基本的な1自由度系モデルを用いる。

以下では、まず、線形系の車両-橋梁系振動問題のシミュレーション解法の概略を説明し、それを参考にして、非線形系の車両-橋梁系振動問題のシミュレーション解法を定式化する。

(1) 線形系の車両-橋梁系振動問題のシミュレーション解法

構造物を構成する連続体の離散化を行い、剛性マトリックス K 、質量マトリックス M および減衰マトリックス C を算定すれば、任意の動的外力を受ける構造物の強制振動の運動方程式は、

$$M\ddot{D}_n + C\dot{D}_n + KD_n = F_n \quad (1)$$

と表される。ここに、 D_n 、 \dot{D}_n 、 \ddot{D}_n および F_n はそれぞれ時刻 t_n における節点変位、節点速度、節点加速度ベクトルおよび節点外力ベクトルである。

一方、橋梁上を走行する車両として、図-1 に示す 1 自由度系モデルを用いた場合、車両の運動方程式は、

$$m\ddot{Z}_n + c(\dot{Z}_n - \dot{x}_{jn} - \dot{Z}_{R,j}) + k(Z_n - x_{jn} - Z_{R,j}) = 0 \quad (2)$$

となる。ここに、 m 、 c 、 k 、 Z_n は、それぞれ図-1 に示す車両の質量、減衰係数、ばね定数、鉛直変位である。また、 \dot{Z}_n 、 $\dot{Z}_{R,j}$ 、 $Z_{R,j}$ 、 \dot{x}_{jn} 、 x_{jn} はそれぞれ、車両の鉛直速度、車両位置の路面凹凸速度、路面凹凸変位および車両位置の橋梁の鉛直速度、鉛直変位である。

これに対して、車両によって橋梁に加えられる力 F_{jn} は、下向きを正として

$$F_{jn} = mg + c(\dot{Z}_n - \dot{x}_{jn} - \dot{Z}_{R,j}) + k(Z_n - x_{jn} - Z_{R,j}) \quad (3)$$

と表される。この力は式 (1) の右辺の外力ベクトル F_n のうち、車両位置の項のみに関係する。したがって、橋軸方向にある要素分割数で離散化した橋梁上の任意の節点間に車両が位置する場合には、 F_{jn} を両側節点の節点力 F_{in} 、 F_{kn} に分配し、対応する橋梁の応答 x_{jn} は両側節点の値 x_{in} 、 x_{kn} を用いて線形補間する。つまり、車両が図-2 のように橋梁の任意の節点 i 、 k 間に位置する場合、外力ベクトル F_n の節点 i 、 k の鉛直方向の項に対する値 F_{in} 、 F_{kn} は図-2 より、

$$F_{in} = \psi_{in} F_{jn}, \quad F_{kn} = \psi_{kn} F_{jn} \quad (4)$$

となる。ここに、

$$\psi_{in} = \frac{dl - \xi}{dl}, \quad \psi_{kn} = \frac{\xi}{dl} \quad (5)$$

であり、 dl は節点間距離、 ξ は左側節点から車両位置までの距離を表している。これに対して、車両位置の橋梁の鉛直変位 x_{jn} 、鉛直速度 \dot{x}_{jn} 、鉛直加速度 \ddot{x}_{jn} は近似的に、

$$\begin{aligned} x_{jn} &= \psi_{in} D_{in} + \psi_{kn} D_{kn} \\ \dot{x}_{jn} &= \psi_{in} \dot{D}_{in} + \psi_{kn} \dot{D}_{kn} \\ \ddot{x}_{jn} &= \psi_{in} \ddot{D}_{in} + \psi_{kn} \ddot{D}_{kn} \end{aligned} \quad (6)$$

によって算定される。ここに、 D_{in} 、 D_{kn} などは節点変位ベクトル D_n の対応する節点の成分を表している。

以上のように、車両-橋梁系振動問題の運動方程式では、外力ベクトル F_n の中に橋梁自身の応答値が含まれている。したがって、式 (1) の運動方程式を解くためには収束計算などを行って解を求める必要がある。

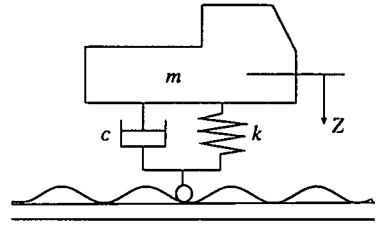


図-1 1 自由度系の車両モデル

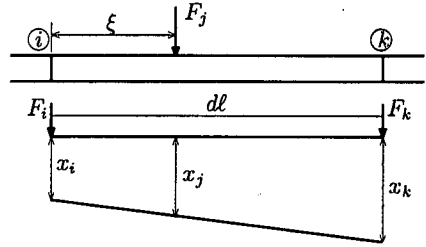


図-2 任意節点間の荷重分配および変位補間

(2) 非線形系の車両-橋梁系振動問題のシミュレーション解法

これに対して、橋梁を構成する部材の一部が非線形の復元力特性を有する場合の車両-橋梁系振動問題の解法を以下に示す。

今、時刻 t_n の運動方程式が次式のように求まっているものとする。

$$I_n + H_n + R_n = F_n \quad (7)$$

ここに、 I_n 、 H_n 、 R_n 、 F_n はそれぞれ、時刻 t_n における慣性力、減衰力、復元力および外力ベクトルである。

次に、時刻 t_{n+1} の車両位置を基準とし、式 (5)、(6) により、車両位置の橋梁の応答の初期値 $x_{jn+1}^{(0)}$ 、 $\dot{x}_{jn+1}^{(0)}$ 、 $\ddot{x}_{jn+1}^{(0)}$ を設定する、この場合、車両位置両側の節点の応答値には、時刻 t_n の値を用いる。

車両質量の加速度の初期値 $\ddot{Z}_{n+1}^{(0)}$ を仮定し、ニューマークの β 法の式、

$$\begin{aligned} Z_{n+1}^{(1)} &= Z_n + \Delta t \dot{Z}_n + \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \Delta t^2 \ddot{Z}_n \\ &\quad + \beta \Delta t^2 \ddot{Z}_{n+1}^{(0)} \\ \dot{Z}_{n+1}^{(1)} &= \dot{Z}_n + \frac{\Delta t}{2} \left\{ \ddot{Z}_n + \ddot{Z}_{n+1}^{(0)} \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

により、車両質量の変位 $Z_{n+1}^{(1)}$ 、速度 $\dot{Z}_{n+1}^{(1)}$ の第 1 近似値を求める。ここに、 Δt は時刻 t_n から t_{n+1} までの時間増分を示している。これらの諸量と式 (3)、(4) により時刻 t_{n+1} の外力ベクトル $F_{n+1}^{(1)}$ を構成すれば、時刻 t_{n+1} の運動方程式は近似的に次式で与えられる。

$$I_{n+1} + H_{n+1} + R_{n+1} = F_{n+1}^{(1)} \quad (9)$$

したがって、式(9)から式(7)を差し引いて、次のような増分形の運動方程式が得られる。

$$I + H + R = F^{(1)} \quad (10)$$

ここに、増分慣性力ベクトル I 、増分減衰力ベクトル H 、増分復元力ベクトル R が、増分変位ベクトル D の関数として近似的に、次のように表されるものと仮定する。

$$\begin{aligned} R &= K_n D \\ H &= C \dot{D} \\ &= C \left\{ \frac{1}{2\beta\Delta t} D - \frac{1}{2\beta} \dot{D}_n - \left(\frac{1}{4\beta} - 1 \right) \Delta t \ddot{D}_n \right\} \\ I &= M \ddot{D} \\ &= M \left\{ \frac{1}{\beta\Delta t^2} D - \frac{1}{\beta\Delta t} \dot{D}_n - \frac{1}{2\beta} \ddot{D}_n \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

ここに、 K_n は時刻 t_n における接線剛性マトリックスであり、 M および C は時間に関わらず不変で、 K_n のみ時間によって変化するものと仮定する。式(11)の2つの $\{ \}$ 内の項は、ニューマークの β 法の式に、

$$\begin{aligned} D &= D_{n+1} - D_n \\ \dot{D} &= \dot{D}_{n+1} - \dot{D}_n \\ \ddot{D} &= \ddot{D}_{n+1} - \ddot{D}_n \end{aligned} \quad (12)$$

のような増分形を適用すれば、

$$\begin{aligned} \ddot{D} &= \frac{1}{\beta\Delta t^2} D - \frac{1}{\beta\Delta t} \dot{D}_n - \frac{1}{2\beta} \ddot{D}_n \\ \dot{D} &= \frac{1}{2\beta\Delta t} D - \frac{1}{2\beta} \dot{D}_n - \left(\frac{1}{4\beta} - 1 \right) \Delta t \ddot{D}_n \end{aligned} \quad (13)$$

となり、増分速度および増分加速度ベクトルが増分変位ベクトルの関数として表されることから得られる。そこで、式(10)に式(11)を代入して整理すれば、

$$\begin{aligned} \left\{ K_n + \frac{1}{2\beta\Delta t} C + \frac{1}{\beta\Delta t^2} M \right\} D^{(1)} \\ = F^{(1)} - H^{(0)} - I^{(0)} \end{aligned} \quad (14)$$

となる。ここに、 $H^{(0)}$ 、 $I^{(0)}$ は式(11)において $D = 0$ に対する見かけ上の外力である。

式(14)を解くことによって、まず第1次増分変位ベクトル $D^{(1)}$ が求まるので、

$$\begin{aligned} D_{n+1}^{(1)} &= D_n + D^{(1)} \\ \dot{D}_{n+1}^{(1)} &= \dot{D}_n + \dot{D}^{(1)} \\ \ddot{D}_{n+1}^{(1)} &= \ddot{D}_n + \ddot{D}^{(1)} \end{aligned} \quad (15)$$

により、時刻 t_{n+1} の応答値 $D_{n+1}^{(1)}$ 、 $\dot{D}_{n+1}^{(1)}$ 、 $\ddot{D}_{n+1}^{(1)}$ を求め、式(6)を参考にして車両位置の橋梁の応答値 $x_{jn+1}^{(1)}$ 、 $\dot{x}_{jn+1}^{(1)}$ 、 $\ddot{x}_{jn+1}^{(1)}$ を算定する。そして、式(2)を変形した

以下の式、

$$\begin{aligned} \ddot{Z}_{n+1}^{(1)} &= -k \left(Z_{n+1} - x_{jn+1}^{(1)} - Z_{R,j} \right) / m \\ &\quad - c \left(\dot{Z}_{n+1} - \dot{x}_{jn+1}^{(1)} - \dot{Z}_{R,j} \right) / m \end{aligned} \quad (16)$$

により、車両質量の加速度 $\ddot{Z}_{n+1}^{(1)}$ を求め、前述の手順を参考にして、新たに外力ベクトル $F_{n+1}^{(2)}$ を算定する。

一方、 $D^{(1)}$ に基づいて、各要素の増分復元力を計算し、これより構成される増分復元力ベクトル $R^{(1)}$ 、増分減衰力ベクトル $H^{(1)}$ および増分慣性力ベクトル $I^{(1)}$ を求め、式(10)に代入すると、接線剛性を仮定したことにより外力との不つり合いを生ずる。

そこで、次式で与えられる不つり合い量と等価な残差不平衡力ベクトル $\Gamma^{(1)}$ を逐次載荷することにより不つり合い量を修正する。

$$\Gamma^{(1)} = F^{(2)} - R^{(1)} - H^{(1)} - I^{(1)} \quad (17)$$

ここで、 $H^{(1)}$ 、 $I^{(1)}$ は第1次増分変位ベクトル $D^{(1)}$ を式(11)に代入して求められる。

このような手順を繰り返すことによって、第 m 次の残差不平衡力ベクトル $\Gamma^{(m)}$ が十分ゼロに近づくまで収れん計算を行うわけであるが、これを一般的な形で示せば、

$$\begin{aligned} \left(K_n + \frac{1}{2\beta\Delta t} C + \frac{1}{\beta\Delta t^2} M \right) D^{(m+1)} &= \Gamma^{(m)} \\ \Gamma^{(m)} &= F^{(m+1)} - R^{(m)} - H^{(m)} - I^{(m)} \end{aligned} \quad (18)$$

となる。

以上のような計算手順において、車両質量の加速度 $\ddot{Z}_{n+1}^{(m+1)}$ と1ステップ前の加速度 $\ddot{Z}_{n+1}^{(m)}$ に対して、

$$\left| \left(\ddot{Z}_{n+1}^{(m+1)} - \ddot{Z}_{n+1}^{(m)} \right) / \ddot{Z}_{n+1}^{(m+1)} \right| \leq Z_{tol} \quad (19)$$

のような収束条件と、第 $m+1$ 次の増分変位ベクトル $D^{(m+1)}$ に対して、

$$\left| D^{(m+1)} / D \right| \leq D_{tol} \quad (20)$$

となる収束条件の両方が満足されるまで収れん計算が行われる。ここに、

$$D = \sum_{\ell=1}^{m+1} D^{(\ell)} \quad (21)$$

であり、 Z_{tol} 、 D_{tol} は収束判定のための許容値（ここでは、 10^{-3} ）である。

以上、非線形系の車両-橋梁系振動問題のシミュレーション解法の手順を示したが、不つり合い量を修正する間、剛性マトリックスを不変としていることから修正ニュートンラフソン法の手順を用いていることになる。ただし、構造物を構成する要素が種々の復元力特性を

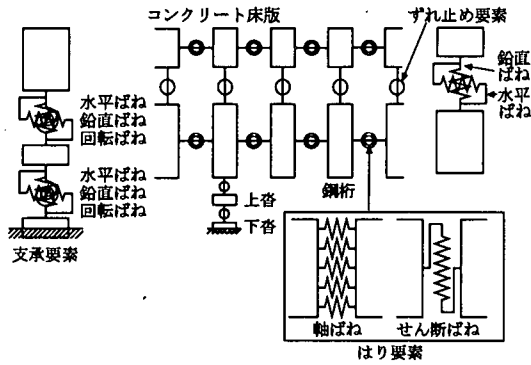


図-3 剛体間ばね要素形状

有する場合など、一般には、変位の大きさに応じて接線剛性マトリックスが変化すると考えられる。しかし、動的外力が作用する際には、非弾性範囲から除荷する場合もあるので、接線剛性マトリックスとしてすべての時刻において基本的には初期剛性マトリックスを用いればよい。

3. 非線形系の車両-橋梁系振動問題の解析例

ここでは、橋梁モデルとして合成桁橋を対象とし、可動支承の摩擦減衰を考慮した解析例および連続合成桁橋の鉄筋コンクリート床版のひび割れやずれ止めに作用する水平せん断力の動的応答性状の解析例を以下に示す。

剛体ばねモデルの考え方に従い、合成桁橋の鉄筋コンクリート床版（以後、RC床版と呼ぶ）と鋼桁をそれぞれ橋軸方向に分割し、剛体とばねにモデル化した¹¹⁾。剛体間に配置するばね要素を図-3に示す。RC床版、鋼桁のそれぞれ同一部材の剛体間には、橋軸方向の軸力に抵抗する複数の軸ばねとせん断力に抵抗するせん断ばねを設けた。また、RC床版と鋼桁の剛体間には、上下方向の力に抵抗する鉛直ばねと橋軸方向のずれに抵抗する水平ばねを設けた。さらに、支承位置の鋼桁下面と基盤間には、上咨および下咨の2つの剛体と水平、鉛直および回転ばねからなる2組のばね要素である支承要素を設けた。支承要素下段のばね要素の回転ばねで回転ヒンジを、水平ばねで支承の可動および固定を表した。上述のそれぞれのばねには、必要に応じて線形あるいは非線形の復元力特性を仮定した。

非線形の復元力特性を用いる場合として、コンクリート部の軸ばねの復元力特性には、図-4に示すような引張無視で、圧縮側からの除荷勾配は初期接線勾配に一致させた応力-ひずみ関係を対応させた。また、ずれ止めの水平ばねの復元力特性には、図-5に示すように、

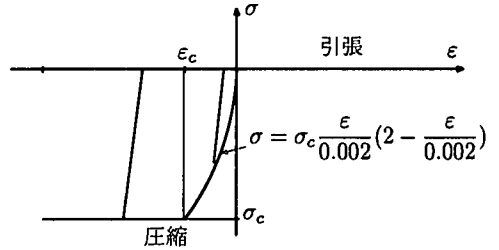


図-4 コンクリートの軸ばね特性

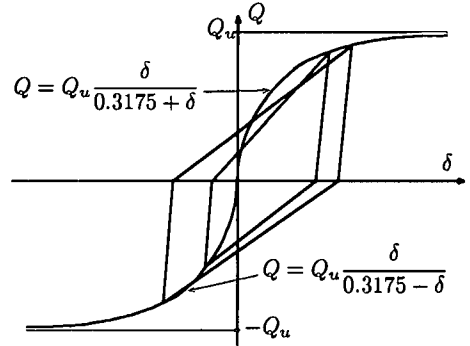


図-5 ずれ止めの水平ばね特性

その骨格曲線には Fisher らによって提案された関係¹²⁾を、履歴法則には最大点指向型を有するせん断力-ずれ変位関係を用いた、さらに、支承要素下段の水平ばねが可動支承を表す場合には、摩擦減衰を考慮するために、その復元力特性としてバイリニア型の水平力-水平変位関係を用いた。

なお、鋼桁や鉄筋を表すばねなど、その他のばねに対しても非線形の復元力特性を仮定することは可能であるが、以下の解析例では、その他のばねの復元力特性はすべて線形弾性関係とし、それらのばね定数の算定法の詳細は文献 11) に譲ることとする。

一方、橋梁モデルにおいては、非線形の復元力特性を考慮することによる履歴減衰以外の粘性減衰の影響は無視した。

以下の解析例に用いた車両モデルは、前述の図-1に示すような1自由度系モデルで、 $m = 12.5t$ 、 $k = 4.44MN/m$ 、 $c = 14.16kNs/m$ とした。なお、車両速度はいずれの場合も $50km/h$ とした。

また、路面凹凸波形としては、次式で与えられるパワースペクトル密度 $S_r(\Omega)$ を有する路面凹凸を作成して用いた¹³⁾。

$$S_r(\Omega) = \begin{cases} a_1/\Omega^{n_1} & \Omega_L \leq \Omega \leq \Omega_C \\ a_2/\Omega^{n_2} & \Omega_C \leq \Omega \leq \Omega_U \end{cases} \quad (22)$$

ここに、 $a_1 = 1.67$ 、 $a_2 = 0.005$ 、 $n_1 = 0.0$ 、 $n_2 = 1.94$ 、 $\Omega_L = 0.0$ 、 $\Omega_C = 0.05$ とし、 Ω_U は橋長に応じて変化させた。

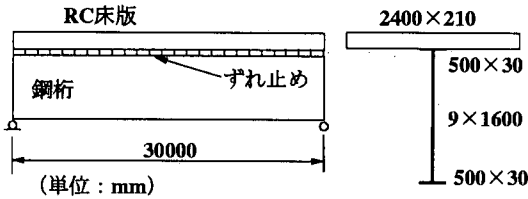


図-6 単純合成桁橋の解析モデル

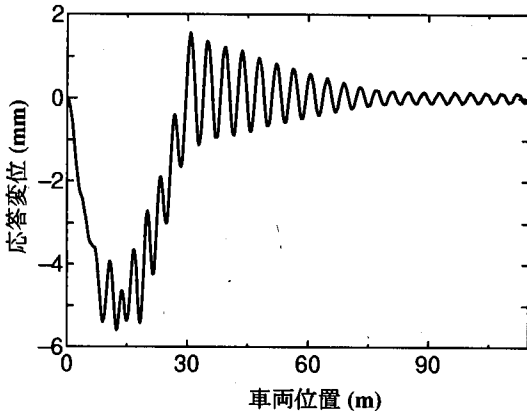


図-7 スパン中央点のたわみ応答 (単純桁)

(1) 可動支承の摩擦減衰を考慮した解析例

可動支承による摩擦減衰を模擬するために、上記によりモデル化した単純合成桁橋の一方の支承要素の水平ばねにバイリニア型の復元力特性を考慮した場合について、車両走行時の橋梁の応答性状を調べた。解析モデルは図-6のようなスパン 30m の一般的な諸元を有する等断面単純合成桁橋とした。ここでは、可動支承を表す水平ばね以外の復元力特性はすべて線形弾性関係とした。鋼桁下フランジと上柁の固定を表す上段のばね要素、固定支承の下段の水平ばねおよび下段の鉛直ばねのばね定数には十分に大きい値を用いた。また、回転ヒンジを表す下段の回転ばねのばね定数は十分に小さい値 (9.8kNm) とした。可動支承の水平ばね特性については、1次剛性を $49\text{MN/m}^{14,15}$ 、2次剛性を 9.8kN/m とし、可動支承の摩擦減衰の効果を誇張させるために、支点反力 245kN 、摩擦係数 0.01 より、復元力特性の降伏力に相当する摩擦力 2.45kN を算定した。なお、路面凹凸波形の刻みはスパン 30m の $1/512$ とし、時刻歴解析の時間刻みの大きさもその間隔に対応させた。

図-7 は解析モデル上を車両 1 台が走行した場合のスパン中央のたわみ応答曲線である。横軸は車両の位置を表しており、 30m を越えると車両は橋梁上から外に移動する。したがって、それ以降、橋梁は減衰自由振動状態となっているが、振動振幅が直線的に減衰する

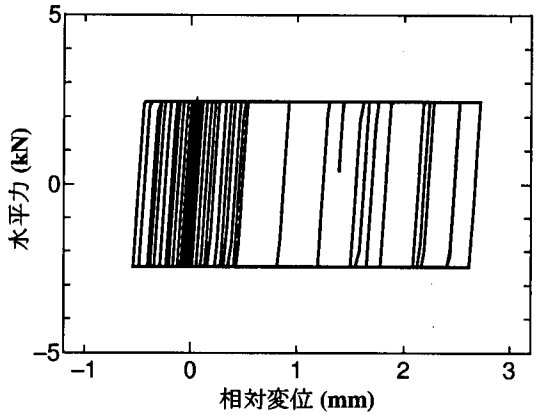


図-8 可動支承の水平力-相対変位関係 (単純桁)

摩擦減衰特有の性状を示している。一方、図-8 は同解析時の可動支承を表す水平ばねの水平力-相対変位関係を示しているが、仮定した復元力特性を描いていることが確認できる。これらのことから、可動支承部に非線形の復元力特性を考慮した挙動が追跡できていることがわかる。

(2) 連続合成桁橋の非線形復元力特性を考慮した解析例

図-9 のような 2 径間連続合成桁橋上を車両 1 台が走行した場合の非線形挙動を解析した。解析対象は 1 スパン $L = 60\text{m}$ で、図-9 のように中間支点付近の断面を変化させ、外側支点を可動支承、中間支点を固定支承としている。ここでは、コンクリートの応力-ひずみ関係、ずれ止めのせん断力-ずれ変位関係および可動支承を表すばねに、前述のような非線形の復元力特性を仮定している。ただし、コンクリートの圧縮強度 $\sigma_c = 32.8\text{N/mm}^2$ 、1 節点 (長さ 1m) 当りのずれ止めのせん断強度 $Q_u = 876\text{kN/m}$ とした。また、可動支承の支点反力 576kN 、摩擦係数 0.1 より、摩擦力 57.6kN を算定した。RC 床版内には鉄筋を上下 2 段に配置し、上側の鉄筋比 (0.91%) を下側の鉄筋比 (0.45%) の 2 倍とした。なお、この解析例では、路面凹凸波形の刻みはスパン 120m の $1/1024$ とした。

図-10 は、上述の条件で得られた左側スパン $1/2$ 点のたわみ応答曲線である。縦軸はたわみを、横軸は車両位置を表している。また、参考のために、コンクリートの軸ばね、ずれ止め部の水平ばね、可動支承部の水平ばねに線形の復元力特性を仮定した場合の対応する結果を点線で示している。なお、線形の復元力特性を仮定する場合、コンクリートの軸ばねおよびずれ止め部の水平ばねには、それぞれ非線形の復元力特性の初期接線勾配を、可動支承部の水平ばねにはバイリニア型の復元力特性の 2 次勾配を対応させた。この図から、

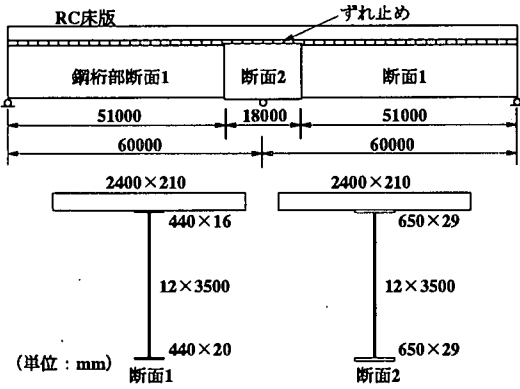


図-9 2径間連続合成桁橋の解析モデル

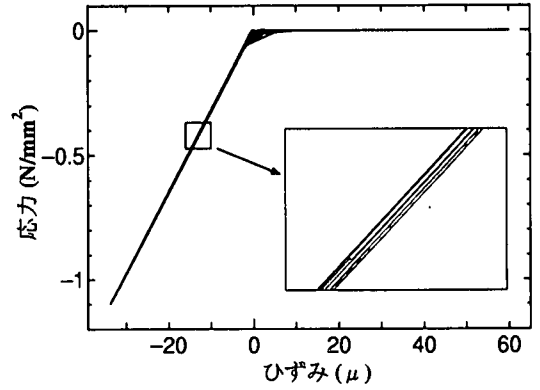


図-12 $L/2$ 点 RC 床版上縁の応力-ひずみ関係

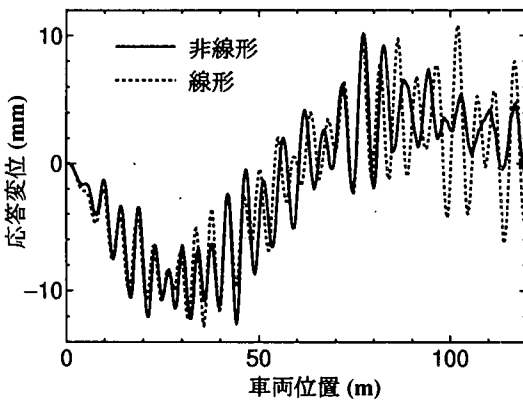


図-10 $L/2$ 点のたわみ応答 (連続桁)

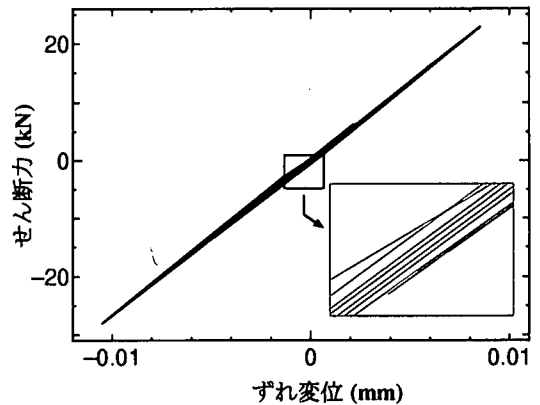


図-13 $L/2$ 点ずれ止めのせん断力-ずれ変位関係

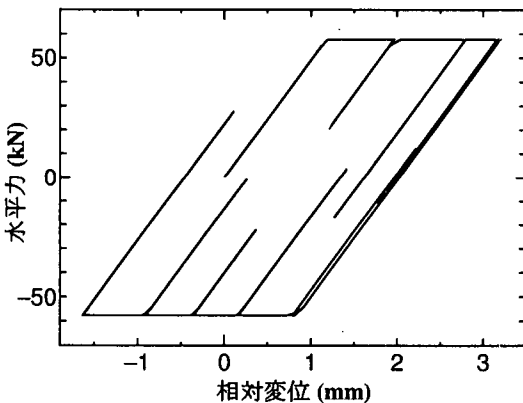


図-11 可動支承の水平力-相対変位関係 (連続桁)

非線形系の場合よりも線形系の場合のほうがたわみ応答が大きくなっていることが認められる。この理由は、以下の図-11 に示した非線形系の場合の左側可動支承を表す水平ばねの水平力-相対変位関係からわかるように、非線形系の場合には、支承に作用する水平力が

可動支承の摩擦力よりも小さく、支承の移動が拘束される状態が存在するため、線形系の場合よりもたわみ応答が小さくなっているものと考えられる。さらに、可動支承の非線形の復元力特性が描く履歴ループに加えて、以下に示すように他にも微小ではあるが、非線形の復元力特性を仮定した部分が履歴ループを描き履歴減衰を生じさせたことも非線形系のたわみ応答の大きさを幾分減少させたと考えられる。

一方、図-12 には左側スパン $L/2$ 点における RC 床版上縁のコンクリートの応力-ひずみ関係を示している。同位置のコンクリート部での作用応力は非常に小さいので、圧縮領域においても顕著な履歴ループは視覚的に認められない。しかし、履歴ループの拡大部分から、複数の載荷、除荷経路が認められ、また、引張側では応力ゼロの設定した復元力特性を描いていることがわかる。また、図-13 にはスパン $L/2$ 点のずれ止めせん断力-ずれ変位関係を示している。この図においてもずれ止めが伝達するせん断力は非常に小さいので、目に見えるほどの履歴ループは認められないが、拡大部分から複数の載荷、除荷経路が確認できる。

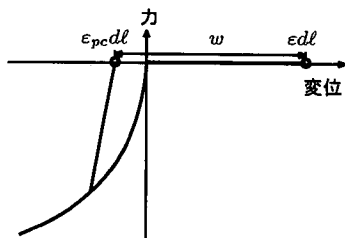


図-14 ひび割れ幅の定義

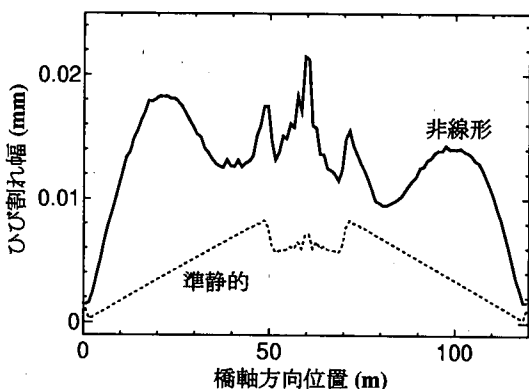


図-15 RC床版の最大ひび割れ幅分布

ところで、ここで用いた剛体ばねモデル解析では、RC床版部に引張応力が生じた場合、隣接する剛体間に隙間が生じることになるので、この隙間に基づいてRC床版部のひび割れ幅の算定を試みる¹¹⁾。はじめに、コンクリートの軸ばね1本に生じるひび割れ幅を求める。 dl の長さ(ここでは1m)をもつ剛体が引張力を受け、 ϵdl だけ伸びたとする。このとき図-14に示すように、 ϵdl と圧縮残留ひずみ ϵ_{pc} に対応する変位量 $\epsilon_{pc}dl$ との差 w をそのばね部分に生じたひび割れ幅と考える。これに対して、ここで用いたRC床版の断面諸元に基づき、コンクリート標準示方書¹⁶⁾を参考にして得られるひび割れの最大間隔 l_{max} を算出し、これを用いて1本のばねに生じると考えられるひび割れの最小本数 $n_{min}(=dl/l_{max})$ を求めておく。最終的に、この最小本数 n_{min} と先に求めた w を用いて最大ひび割れ幅 $w_{max}(=w/n_{min})$ を算出する。

図-15は、以上のような手順により求めた最大ひび割れ幅の橋軸方向分布を実線で示している。縦軸はコンクリート床版上縁に生じた最大ひび割れ幅であり、横軸はその橋軸方向位置である。また、比較のために路面凹凸を考慮せず、動的効果が無視できるほど車両を非常にゆっくりと移動作用させた場合(以下、準静的と呼ぶ)に得られる最大ひび割れ幅を点線で示している。この図より、床版に生じるひび割れは中間支点付近以外にも生じていることがわかる。また、動的解析に

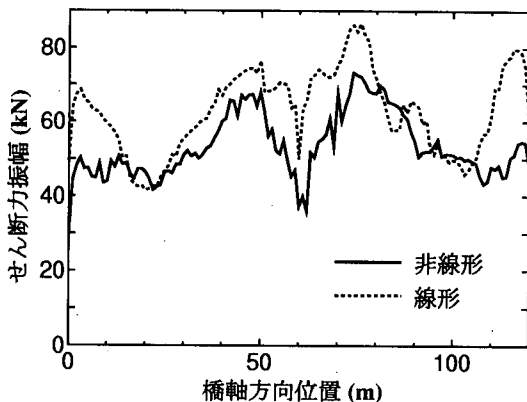


図-16 ずれ止めのせん断力振幅分布

より得られたひび割れ幅は準静的な解析により得られた値よりも2倍以上大きいことがわかる。しかし、その最大ひび割れ幅は約0.022mmであり、ここで用いたRC床版の断面諸元に対し、コンクリート標準示方書によって算定される許容値0.2mm¹⁶⁾よりも十分小さいといえる。

一方、図-16は、各節点に配置したずれ止めに作用する水平せん断力振幅の橋軸方向分布である。縦軸は1節点のずれ止めに作用する水平せん断力の振幅を、横軸はその橋軸方向位置である。実線が非線形系の解析結果であり、点線が線形系の解析結果である。この図から、線形系の場合よりも非線形系の場合のほうがずれ止めに作用する水平せん断力の振幅は小さいことがわかる。この理由も前述のたわみ応答曲線の場合と同じであると考えられる。なお、ここで用いた解析モデルでは、1節点当たり(1m当たり)にスタッド12本がまとめて配置されていると考えていることから、スタッド1本に作用するせん断力振幅は最大で6kN程度であり、既往の研究¹⁷⁾からスタッドの十分な疲労寿命を有する範囲であるといえる。

4. まとめ

本研究では、構造物の一部に非線形形の復元力特性を有する車両-橋梁系振動問題のシミュレーション解法を定式化した。次に、そのシミュレーション解法を用いた解析例として、単純合成桁橋の可動支座における摩擦減衰性状の解析結果と2径間連続合成桁橋の鉄筋コンクリート床版のひび割れおよびずれ止めの水平せん断ずれ性状の解析結果を示した。2つの解析例を通して、ここで定式化した非線形系の車両-橋梁系振動問題のシミュレーション解法の有効性を確認した。

ただし、ここで用いたコンクリートの応力-ひずみ関係やずれ止めの復元力特性などに代えて、さらに精

緻な非線形の復元力特性を取り入れ、また、橋梁モデルや車両モデルについても精緻な3次元モデルなどを適用することによって、今後、使用性能評価の観点からの車両-橋梁系振動問題の広範な検討が可能になるものと考えられる。

謝辞：本研究を実施するにあたり、路面凹凸波形データの作成に際しまして、金沢工業大学の本田秀行先生ならびに金沢大学の深田宰史先生に貴重なご助言を頂きました。ここに謝意を表します。

参考文献

- 1) 平井一男：種々の移動荷重を受けるはり構造の基礎方程式とその応用，土木学会論文集，No.90，pp.29-36，1963.2.
- 2) 大地羊三：鉄道橋の衝撃係数，鉄道研究報告，No.370，1963.10.
- 3) 山田善一，小堀為雄：ランダム自動車荷重列による道路橋の衝撃に関する研究，土木学会論文集，No.119，pp.1-9，1965.7.
- 4) 成田信之，桂樹正隆，江本勝：路面凹凸を考慮した橋梁の衝撃係数，土木技術資料，Vol.20，No.3，pp.27-32，1978.3.
- 5) 小松定夫，川谷充郎：斜張橋の自動車走行による動的応答と衝撃係数に関する研究，土木学会論文報告集，No.275，pp.13-28，1978.7.
- 6) 本田秀行，小堀為雄，山田善一：多径間連続桁橋の動的応答と衝撃係数に関する研究，土木学会論文報告集，No.331，pp.65-73，1983.3.
- 7) 土木学会構造工学委員会・橋梁振動モニタリング研究小委員会：橋梁振動モニタリングのガイドライン，構造工学シリーズ10，土木学会，pp.110-121，2000.10.
- 8) 川谷充郎，山田靖則，獄下裕一：三次元車両モデルによる桁橋の動的応答解析，土木学会論文集，No.584/I-42，pp.79-86，1998.1.
- 9) 梶川康男，深田宰史，林秀侃，川北司郎，浜博和：連続立体ラーメン免震橋の車両走行時の振動特性，構造工学論文集，Vol.44A，pp.801-810，1998.3.
- 10) 亀田弘行，室野剛隆，南荘 淳，佐々木伸幸：橋梁-車両連成系による道路橋の地震応答特性，土木学会論文集，No.626/I-48，pp.93-106，1999.7.
- 11) 中島章典，溝江慶久：活荷重レベルにおける連続非合成桁橋の挙動に関する一考察，土木学会論文集，No.626/I-48，pp.163-172，1999.7.
- 12) Ollgaard, J.G., Slutter, R.G. and Fisher, J.W.: Shear Strength of Stud Connectors in Lightweight and Normalweight Concrete, *AISC Engineering Journal*, No.5, pp.55-64, 1971.4.
- 13) 本田秀行，城戸隆良，梶川康男，小堀為雄：道路橋の路面凹凸パワースペクトル密度に関する調査，土木学会論文報告集，No.315，pp.149-155，1981.11.
- 14) 川島一彦：動的解析における摩擦力のモデル化に関する一考察，土木学会論文報告集，第309号，pp.151-154，1981.5.
- 15) 山本利弘，藤谷義信：摩擦要素を含む構造物の非線形振動解析手法について，広島大学工学部研究報告，第43巻，第2号，pp.180-190，1995.4.
- 16) 土木学会：平成3年版コンクリート標準示方書設計編，土木学会，1995.3.
- 17) 松井繁之，平城弘一，福本 秀士：頭付きスタッドの強度評価式の誘導-疲労強度評価式-，構造工学論文集 Vol.35A，pp.1233-1244，1989.3.

(2000. 12. 15 受付)

NONLINEAR SIMULATION METHOD FOR VEHICLE-BRIDGE VIBRATIONAL PROBLEM

Akinori NAKAJIMA, Hiroyuki DOKI and Isao SAIKI

In the performance-based design method, serviceability such as the evaluation of vibration of the vehicle and the bridge structure, and the crack width of the concrete slab is required to be checked. Therefore, the vehicle-bridge vibrational problem, which includes the nonlinear restoring characteristics in some members of the bridge, is required to be solved.

In this paper, first, the vehicle-bridge vibrational problem, which includes the nonlinear restoring characteristics in some members of the bridge is formulated. Secondly, it is confirmed the efficiency of the numerical analysis method through the numerical examples which deal with the crack width of concrete slab and horizontal shear forces applied to shear connectors in continuous composite girder bridge.