

高速移動加振源による 軌道-地盤系の動的応答と周辺地盤への振動伝播

竹宮宏和¹・里中修平²・謝偉平³

¹正会員 工博 岡山大学教授 環境理工学部 環境デザイン工学科 (〒700-8530 岡山県岡山市津島中3)

²工修 倉敷市役所 元岡山大学工学研究科修士課程学生

³工博 武漢工業大学, 元岡山大学研究生

本研究では、高速列車走行を想定して、半無限地盤、成層地盤上の軌道構造をはりでモデル化し、高速移動載荷・加振状態でのはり-地盤系としての動的相互作用解析を行った。そして軌道はりで地表面の応答を移動速度、地盤条件のパラメータの下で調べた。解析手法には、フーリエ変換法を適用して波数-振動数領域解を求め、その空間-時間領域への逆変換には離散波数法と高速フーリエ・アルゴリズムをとっている。

解析結果からは、半無限地盤と剛基盤上の成層地盤では、軌道振動および地盤応答が非常に異なることを指摘した。前者にはレーリ波による共振現象があるが、後者にはエアリー相の固有モード波との共振現象が生じる移動速度が存在する。

Key Words : *high-speed moving source with/without oscillation, a beam-layered halfspace interaction, wave generation and propagation, Fourier integral transform method, discrete wave number method*

1. まえがき

列車の高速化は世界的傾向であり、現在の軌道構造においても改良軌道により、時速 300[km]を越す超高速化が進められている。その際、輪重の衝撃的な軌道への載荷から発生する軌道振動と共に周辺への振動伝播が影響評価の課題として挙げられる。

列車走行による軌道および沿線の振動問題は、(1)振動源側としての軌道内の振動発生メカニズムと、(2)その振動の地盤内の伝播メカニズムに分けて考えることができる。まず(1)では、編成車両の走行に伴い、車両の構造諸元に従って輪重の軌道への繰り返し載荷が順次起こる擬似周期的な特性を示す。軌道はレール・枕木・道床から構成されるが、輪重載荷の下での弾性変形は枕木を介して路盤への応力載荷となる。その結果として、サイトの地盤特性に従って(2)の振動が沿線地盤中を伝播する。

移動振源を弾性体に直接作用させた基本問題に関して、波動論からのアプローチが1950年代に始まり、理想化された弾性体内の波動伝播解(時間領域基本解)が積分変換法によって求められている。例えば、代表的なものに Eason¹⁾による無限弾性体内の3次元解、Gakenheimer & Miklowitz²⁾、Lansing³⁾による3次元半無限体解がある。彼らの研究成果として、移動速度 c によってサブ・ソニ

ック状態($c < V_s, V_p$; S波速度)、トラン・ソニック状態($V_s \leq c \leq V_p, V_p$; P波速度)、スーパー・ソニック状態($V_p < c$)が定義され、それぞれの状態によって移動載荷による遷移応答特性が示されている。しかし現実の地盤は、層状を成しており、ある深さで堅固な支持層が現れる。このため成層仮定をしたモデル化からの方が、より実情に合う応答性状を説明できる場合が多い。そのため著者らは一様成層^{4), 5)}、多成層地盤を対象にした解析結果⁶⁾を示してきた。

しかし、列車走行に伴う振動を扱うには、輪重の下の軌道-地盤の相互作用系をモデル化することの必要性が強調される。バラスト軌道はレール、枕木、バラスト部から構成される。輪重による軌道の曲げ変形は、曲げ波動を発生・伝播させる。この解析で広く用いられているモデル化はウィングラー支承上のオイラーはりである。そして軌道の共振現象を与える限界速度が定義される⁷⁾。軌道のたわみは、地盤への載荷となり、時間と共に軌道に沿って移動するため地盤内の波動の発生・伝播現象となる。Krylovは列車編成の輪重をウィングラーばねの反力を使用して枕木配置に従って離散的に地盤へ載荷する手法を提案した^{8), 9)}。このとき地盤内の波動伝播に関してはレーリ波を卓越波として採用している。竹宮・合田¹⁰⁾は列車荷重の移動速度が地盤のせん断波速度よりかなり小さい範囲で、成層地盤応答に関して擬似静的載荷

状態を採用した。そこでは列車の輪重配置からの擬似周期性と、レールの変形と枕木間隔からの擬似周期性をモデル化において、前者の列車編成で構成される荷重列に後者の調和振動を伴わせた移動加振源とした。一方、Dieterman and Metrikine^(10, 11)は、軌道と一様半無限地盤の動的相互作用系を直接に定式化した。そして移動載荷速度がレーリ波速度を境に応答様相を著しく変化することを示した。これを第2の限界速度と呼んだ。以上を踏まえて、地盤-軌道系の相互作用解析から上述の擬似静的載荷の妥当性を検証し、応答における輪重の速度効果を波動論から明確にしておくことは重要である。

地盤の層状性は、載荷の移動速度によって波動場を著しく変える。そのため、現実の地盤を多成層地盤モデル化することにより、竹宮・合田⁽⁶⁾、Grundmann et al.⁽¹³⁾、竹宮⁽¹⁴⁾は波数領域剛性マトリックス法解析から、Shengら⁽¹⁰⁾は伝達マトリックス法から実情に合う多層地盤の応答シミュレーションを行った。

軌道下のバラストを含む地盤系のばね-減衰特性としてのインピーダンス評価は、一般に振動数に依存する。また当該問題では荷重の移動のため、軌道方向の波動伝播を支配する波数が関係してくる。したがって、サイト特性の下でどのような波動が誘発され、どのような周期性の振動応答が卓越するのかを移動載荷速度のパラメータの下に詳細に調べることは、列車走行に伴う地盤振動の有効な予測法の開発につながる。

本研究では、軌道-地盤系の基本応答性状を下記の項目にわたって調べている。地盤のモデル化によって(1)波動-振動数関係より支配的な波動の発生と伝播の予測、(2)輪重の軌道を介しての地盤への載荷状態、(3)輪重の移動速度をパラメータにした沿線地盤の遷移応答性状、(4)地盤の層厚変化による波動の伝播/非伝播波動、(5)地表応答の面的分布、などである。

2. 軌道-地盤系の定式化

(1) 動的サブストラクチャ法解析

レール-枕木-軌道系をベルヌーイ・オイラーはりでモデル化する(図-1参照)。いま、軌道上を移動速度 c 、加振振動数 ω_0 、強度 P_0 で移動する荷重によるはりの変形 u_b に関する支配方程式を表すと、

$$EI \partial_x^4 u_b + m \partial_t^2 u_b + C_d \partial_t u_b + P_b(x, t) = P_0 \delta(x - ct) e^{i\omega_0 t} \quad (1)$$

ただし、はり軸を x 方向にとり、微分演算子は $\partial_x = \partial/\partial x$ 、 $\partial_t = \partial/\partial t$ 、 EI は曲げ剛性、 m は単位長さ当たりの質量、 $\Omega = \sqrt{K/m}$ は固有振動数、 C_d は減衰係数を定義し、減衰率 $\eta = C_d/2\sqrt{mK}$ を導入する。 $P_b(x, t)$ は地盤との相互作用における地盤反力を表す。

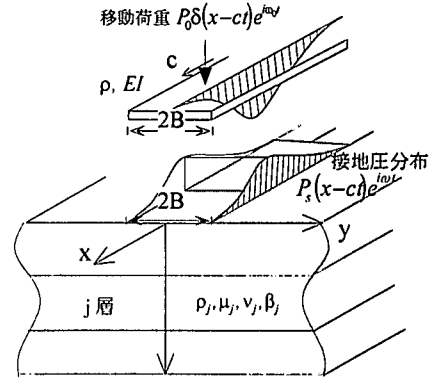


図-1 軌道-地盤系のサブストラクチャ化

式(1)を x 軸座標と時間に関してフーリエ変換する。

$$\tilde{u}_b(\xi_x, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u_b(x, t) \exp(i\xi_x x) \exp(-i\omega t) d\xi_x dt \quad (2)$$

その際、振動が荷重の移動方向へ伝播するのを正方向とする。その結果、

$$\begin{aligned} (EI\xi_x^4 - \omega^2 m) \tilde{u}_b(\xi_x, \omega) + \tilde{P}_b(\xi_x, \omega) \\ = \frac{2\pi P_0}{c} \delta\left(\xi_x - \frac{\omega - \omega_0}{c}\right) \end{aligned} \quad (3)$$

ここに \sim は x 座標に、 $-$ は時間に関しての変換領域量を表し、それぞれ波数 ξ_x 、振動数 ω の関数となる。

つぎに、地盤に対して、速度 c 、加振振動数 ω_0 の移動加振力 $P_s(x - ct, y, z = 0) e^{i\omega_0 t}$ を地表面に与えて3次元弾性体としての応答を評価する。そのときの波数-振動数領域解は、定位置点加振解(付録参照)であるグリーン関数 $\tilde{G}_{zz}(\xi_x, \xi_y, z, \omega)$ を利用して

$$\begin{aligned} \tilde{u}_s(\xi_x, \xi_y, z, \omega) \\ = \tilde{G}_{zz}(\xi_x, \xi_y, z, \omega) \tilde{P}_s(\xi_x, \xi_y, z = 0, \omega) \end{aligned} \quad (4)$$

ただし、 $\tilde{P}_s(\xi_x, \xi_y, z = 0, \omega)$ は式(2)に従う $P_s(x, y, z = 0, t)$ のフーリエ変換による波数-振動数領域量である。ところで、式(4)をはりの支配式(3)につり合う波数-振動数領域の表現とするため、移動加振力を移動軸に沿っての分布 $P_s(x - ct, z = 0, t)$ と、その直交断面の幅 $2B$ の分布 $\Psi(y)$ の積で表現する。

$$P_s(x - ct, y, z = 0, t) = P_s(x - ct, z = 0, t) \Psi(y) \quad (5)$$

ただし、 $\int_{-B}^B \Psi(y) dy = 1$ とする。

式(5)は波数-振動数領域では、

$$\tilde{P}_s(\xi_x, \xi_y, z = 0, \omega) = \tilde{P}_s(\xi_x, z = 0, \omega) \tilde{\Psi}(\xi_y) \quad (6)$$

そして式(4)に式(6)を代入した結果を波数 ξ_y から空間

座標軸 y に逆変換して $y=0$ で評価する。

$$\begin{aligned} \tilde{u}_s(\xi_x, y=0, z=0, \omega) \\ = \tilde{G}_s(\xi_x, y=0, z=0, \omega) \tilde{P}_s(\xi_x, z=0, \omega) \end{aligned} \quad (7)$$

ただし

$$\begin{aligned} \tilde{u}_s(\xi_x, y=0, z=0, \omega) \\ = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{u}_s(\xi_x, \xi_y, z=0, \omega) d\xi_y \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \tilde{G}_s(\xi_x, y=0, z=0, \omega) \\ = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{zz}(\xi_x, \xi_y, z=0, \omega) \tilde{\Psi}(\xi_y) d\xi_y \end{aligned} \quad (9)$$

式(9)は、はりへの反力として1次元化されたグリーン関数を定義する。

y 方向の分布として $\Psi(\xi_y)$ に幅 $2B$ の等分布を仮定すると

$$\Psi(y) = \begin{cases} 1/2B; B \geq |y| \\ 0; B \leq |y| \end{cases} \quad (10)$$

したがってその y に関するフーリエ変換は

$$\tilde{\Psi}(\xi_y) = \frac{\sin(\xi_y B)}{(\xi_y B)} \quad (11)$$

式(9)の ξ_y に対する波数積分は離散波数法からなされる。いま、基本長を L として $\tilde{G}_{zz}(\xi_x)$ が ξ_y の偶関数であることを利用して

$$\begin{aligned} \tilde{G}_s(\xi_x, y=0, z=0, \omega) \\ = \frac{2}{L} \sum_{k=0}^{K_\xi} \tilde{G}_{zz}(\xi_x, \xi_{yk}, z=0, \omega) \tilde{\Psi}(\xi_{yk}) \end{aligned} \quad (12)$$

ただし、 $\xi_{yk} = 2\pi k/L$ 、 K_ξ は総波数を指す。

軌道と地盤の連成系として式(3)と式(7)を連立させる。両者の変位の適合性を、はりの中心軸においてとると

$$\tilde{u}_b(\xi_x, \omega) = \tilde{u}_s(\xi_x, y=0, z=0, \omega) \quad (13)$$

力のつりあい式として、総相互作用力をとる。その際、式(10)を考慮して

$$\tilde{P}_b(\xi_x, \omega) = 2B \tilde{P}_s(\xi_x, z=0, \omega) \quad (14)$$

その結果、はりの波数-振動数領域の応答は、

$$\tilde{u}_b(\xi_x, \omega) = \frac{2\pi P_0}{c} H_b(\xi_x, \omega) \delta\left(\xi_x - \frac{\omega - \omega_0}{c}\right) \quad (15)$$

ここで

$$H_b(\xi_x, \omega) = \frac{1}{E\xi_x^4 - \omega^2 m + i\omega C_d + \left(\frac{\omega}{\Omega}\right) \tilde{K}(\xi_x, \omega)} \quad (16)$$

は波数-振動数領域の伝達関数を定義し、

$$\tilde{K}(\xi_x, \omega) = \frac{2B}{\tilde{G}_s(\xi_x, y=0, z=0, \omega)} \quad (17)$$

を相互作用ばね係数として導入している。式(15)に2重逆フーリエ変換を施し、空間・時間領域の応答を求めると

$$\begin{aligned} u_b(x, t) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{u}_b(\xi_x, \omega) \\ &\quad \exp(-i\xi_x x) \exp(i\omega t) d\xi_x d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{P_0}{c} H_b\left(\frac{\omega - \omega_0}{c}, \omega\right) \\ &\quad \exp\left(-i\frac{\omega - \omega_0}{c} x\right) \cdot \exp(i\omega t) d\omega \end{aligned} \quad (18)$$

これは高速フーリエ変換 (FFT) アルゴリズムをとおして計算される。

つぎに軌道周辺の地盤応答に注目する。上述のサブストラクチャ法解析において、地盤応答 $\tilde{u}_s(\xi_x, \xi_y, z, \omega)$ は式(4)と式(6)から

$$\begin{aligned} \tilde{u}_s(\xi_x, \xi_y, z, \omega) \\ = \tilde{G}_{zz}(\xi_x, \xi_y, z, \omega) \tilde{P}_s(\xi_x, z=0, \omega) \tilde{\Psi}(\xi_y) \end{aligned} \quad (19)$$

であるので、相互作用力は

$$\tilde{P}_s(\xi_x, z=0, \omega) = \frac{2\pi P_0}{c} \cdot \tilde{\Phi}^*(\xi_x, \omega) \delta\left(\xi_x - \frac{\omega - \omega_0}{c}\right) \quad (20)$$

$$\text{ここに } \tilde{\Phi}^*(\xi_x, \omega) = \tilde{K}(\xi_x, \omega) \cdot H_b(\xi_x, \omega) \quad (21)$$

は軌道を介して地盤への定位置載荷伝達特性を示している。よって式(19)の y 方向波数に関する逆フーリエ変換から、

$$\begin{aligned} \tilde{u}_s(\xi_x, y, z=0, \omega) \\ = \frac{2\pi P_0}{c} H_s(\xi_x, y, \omega) \tilde{\Phi}^*(\xi_x, \omega) \delta\left(\xi_x - \frac{\omega - \omega_0}{c}\right) \end{aligned} \quad (22)$$

ただし、 $H_s(\xi_x, y, \omega)$ は軌道からのオフセット距離 y の自然地盤の伝達関数を定義し、

$$\begin{aligned} H_s(\xi_x, y, \omega) \\ = \frac{2}{L} \sum_{k=0}^{K_\xi} \tilde{G}_{zz}(\xi_x, \xi_{yk}, z=0, \omega) \tilde{\Psi}(\xi_{yk}) \cos(-i\xi_{yk} y) \end{aligned} \quad (23)$$

と $\tilde{G}_{zz}(\xi_x)$ と $\tilde{\Psi}(\xi_{yk})$ の偶関数を利用して離散化波数法

から計算される。

さらに x 方向の波数と振動数に関する 2 重逆フーリエ変換を式(22)に施すと

$$u_s(x, y, z, t) = \frac{P_0}{c} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H_s\left(\frac{\omega - \omega_0}{c}, y, \omega\right) \times \tilde{\Phi}^*\left(\frac{\omega - \omega_0}{c}, \omega\right) \cdot \exp(i\omega_0 t) \exp\left(i\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) d\omega \quad (24)$$

この FFT による演算は周期 T を仮定して、その N 分割から時間刻み $\Delta t = T/N$ 、よって離散時間は $t_m = m\Delta t$ となる。離散波数は $\xi_n = (\omega_n - \omega_0)/c$ となる。ただし $\omega_n = n\Delta\omega$ 、振動数分割は $\Delta\omega = 2\pi/T$ で与えられる。よって

$$u_s(x, y, z, t_m) = \frac{P_0}{cT} \sum_{n=1}^N H_s\left(\frac{\omega_n - \omega_0}{c}, y, \omega\right) \times \tilde{\Phi}^*\left(\frac{\omega_n - \omega_0}{c}, \omega\right) \exp\left(i\frac{\omega_0}{c}x\right) \exp\left(-i\omega_n\left(t_m - \frac{x}{c}\right)\right) \quad (25)$$

(2) ウィンクラーばね上のはり解析

地盤ばねにウィンクラーばねを仮定する。そのとき式(17)の相互作用ばねは、 $\tilde{K}(\xi_x, \omega) = K$ (一定) と置き換えられる。したがって、支配方程式は

$$EI\partial_x^4 u_b + m\partial_t^2 u_b + C_d \partial_t u_b + K u_b(x, t) = P_0(x - ct) e^{i\omega_0 t} \quad (26)$$

このウィンクラーばね上のはりの曲げ波動伝播に関しては Kenney 解⁷⁾がある。ここでは別の方法で解を求める。フーリエ変換法により式(26)からの変位の波数-振動数領域解は

$$\tilde{u}_b(\xi_x, \omega) = \frac{2\pi P_0}{c} H_w(\xi_x, \omega) \delta\left(\xi_x - \frac{\omega - \omega_0}{c}\right) \quad (27)$$

$$\text{ただし } H_w(\xi_x, \omega) = \frac{1}{EI\xi_x^4 + K - \omega^2 m + i\omega C_d} \quad (28)$$

はりの応答がピークを示すのは、式(28)の分母において減衰項をゼロとして ξ_x に関しての 2 次式の判別式がゼロから求まる速度のときである。これはウィンクラーばねで支持されたはり内の曲げ波動の限界速度 $c_{cr} = \sqrt[4]{4EI/K/m^2}$ を定義する。そして式(21)の載荷特性に相当する物理量は

$$\tilde{\Phi}_w^*(\xi_x, \omega) = \frac{K}{EI\xi_x^4 + i\omega C_d \left(\frac{\omega}{\Omega}\right) + K - \omega^2 m} \quad (29)$$

$$= \frac{4}{(L_c \xi_x)^4 + i8\eta\alpha(L_c \xi_x) + 4 - 4\alpha^2(L_c \xi_x)^2}$$

ここで、 $L_c = \sqrt[4]{4EI/K}$ は限界波長、 $\Omega = \sqrt{K/m}$ は固有振動数、 $\eta = C_d/2\sqrt{mK}$ は減衰率を定義し、速度比 $\alpha = c/c_{cr}$ を導入している。

いま、粘性減衰効果を剛性 K と併せて複素剛性として表す。

$$K^* = K(1 + 2i\eta(\omega/\Omega)) \quad (30)$$

減衰効果は $\omega \approx \Omega$ で大きく応答に影響してくるので、本研究では、 $\eta(\omega/\Omega) = \bar{\eta}$ (一定) と仮定する。そのとき、式(21)の $\tilde{\Phi}^*(\xi_x, \omega)$ は次式で置き換えればよい。

$$\tilde{\Phi}_w^*(\xi_x, \omega) = \frac{4}{(L_c^* \xi_x)^4 + i8\bar{\eta}(L_c^* \xi_x) + 4 - 4\alpha^2(L_c^* \xi_x)^2} \quad (31)$$

ただし、 $L_c^* = \sqrt[4]{4EI/K^*}$ 。よって地盤反力の式(20)は

$$\tilde{P}_s(\xi_x, \omega) = \frac{2\pi P_0}{c} \tilde{\Phi}_w^*(\xi_x, \omega) \delta\left(\xi_x - \frac{\omega - \omega_0}{c}\right) \quad (32)$$

よってこの逆フーリエ変換を取ると、空間-時間領域での地盤反力は

$$P_s(x, t) = P_0 \Phi_w(x - ct) e^{i\omega_0 t} \quad (33)$$

ここに、移動速度 c が限界速度 c_{cr} より小さい、つまり $\alpha = c/c_{cr} < 1$ 範囲では

$$\Phi_w(s) = \left(\frac{P_0}{2L_c^*}\right) \exp\left(-\beta_2 \left|\frac{s}{L_c^*}\right|\right) \times \left[\left(\frac{1}{\beta_2}\right) \cos\left(\beta_1 \frac{s}{L_c^*}\right) + \left(\frac{1}{\beta_1}\right) \sin\left(\beta_1 \left|\frac{s}{L_c^*}\right|\right)\right] \quad (34)$$

ただし $s = x - ct$ 、 $\beta_1 = \sqrt{1 + \alpha^2}$ 、 $\beta_2 = \sqrt{1 - \alpha^2}$ 。

特別な場合の簡略表現として、式(29)で減衰と慣性を無視すると ($\omega/\Omega < 1$ の範囲)、式(31)は

$$\tilde{\Phi}_w(\xi_x) = \frac{4}{(L_c \xi_x)^4 + 4} \quad (35)$$

よって地盤反力は

$$P_s(x, t) = P_0 \Phi_w(s) e^{i\omega_0 t} \quad (36)$$

ここに

$$\tilde{\Phi}_w(s) = \frac{1}{\sqrt{2}L_c} \exp\left(-\left|\frac{s}{L_c}\right|\right) \sin\left(\left|\frac{s}{L_c}\right| + \frac{\pi}{4}\right) \quad (37)$$

これは、直接地盤へ軌道の静的たわみに比例した分布力を移動載荷させていることを意味する。

3. 解析結果の考察

(1) 解析モデル

解析対象とした地盤は、密度 $\rho=1.8$ [t/m³]、せん断波速度 $V_s=200$ [m/s]、ポアソン比 $\nu=0.3$ 、内部減衰率 $\zeta=0.05$ の一様半無限体と層厚 $D=10$ m の剛基盤上の一様成層である。

軌道はり、曲げ剛性 $EI=1.3 \times 10^5$ [kNm²]、単位長さ当たり質量 $m=7.5$ [t/m]、幅 $2B=6$ [m]、内部減衰率 $\beta=0.03$ とした。単位強度の加振源 $P_0=1$ [kN] の移動速度 c [m/s] による応答への影響を見るため、地盤のせん断波速度で規準化してマッパ数 $M_p=c/V_s$ を導入した。また加振源自体の持つ加振振動数を $f_0=0, 10, 25$ [Hz] とした。

以下の解析結果は計算パラメータとして、軌道直交方向の基本波長 $L=2000$ [m]、同波数の重ね合わせ数 $K=2000$ [Hz]、時刻歴を得るための FFT に振動数刻み幅 $\Delta f=0.005$ 、個数 $N=1024$ を使用している。

(2) 振動数-波数領域応答

軌道内の波動発生と沿線地盤内の波動伝播特性を究明するため、サブストラクチャ法解析の式(16)とウィンクラーばねモデルの式(28)の変位伝達関数を調べる。

速度 c で進む軌道上の移動荷重は、地盤への载荷として既に見てきたように、波数-振動数領域において $\tilde{\Phi}^*(\xi_x, \omega)\delta(\xi_x - (\omega - \omega_0)/c)$ と表される。それは静的载荷特性が加振源の移動効果により波数 $\xi_x = (\omega - \omega_0)/c$ で固定され、振動数特性として $\tilde{\Phi}^*((\omega - \omega_0)/c, \omega)$ で置き換えられるので、波動場の特性は移動速度 c に応じて変化する。地盤上へこのような移動载荷を与えたときの応答は自然地盤の伝達関数 $H_s(\xi_x, y, \omega)$ を介して式(24)と表された。このことより、移動速度と地盤内の波動伝播特性を反映させて伝播する波動が予測できる。

まず、軌道部の波数-振動数特性に関して調べる。軌道-地盤系からの動的相互作用現象にはレール-枕木-バラスト部、地盤部の波動伝播特性が含まれる。バラストを含めた軌道-地盤系の分散特性図からは、軌道内の曲げ波動の伝播に関する特性が分る。

ウィンクラー支承ばね上の、軌道部(レール-枕木-バラスト系)をはりとして解析した場合の伝達関数 $H_w(\xi_x/2\pi, f)$ (式(28)) の分散特性を絶対最大値に関して図-2にコンター図で描いた。ウィンクラー支承ばね K を算定するに際して、軌道内の曲げ波動伝播を対象とした限界波長 L_c から特性値 q (擬似静的たわみの主要スパン長)を式(37)の最初のゼロクロッシングから求め、 $q=(3\pi/4)L_c=1.5$ m を仮定した。この値は、新幹線バラスト軌道に対して期待できるものである^{12), 14)}。特定の波数と振動数においてピークを示す帯状(コンター・リッ

ジ) が現れる。これは卓越して伝播する波動が特定されることを意味している。そのためウィンクラーばねによる軌道-地盤系のモデル化において層厚に応じて K 値を適切に算定することが重要である。同図には、移動速度特性線を $M_p=0.5, 1.0, 2.0$ において記入した。移動速度線 $M_p=0.5$ は、はり内のコンター・リッジより常にはるかに下に位置しており、軌道のたわみは静的に考えればよいことが分る。しかし、 M_p が 1 に近づくあるいはそれより大きくなるとコンター・リッジを横切ることになり軌道の動的応答が出現することが予測される。その際の卓越振動数は約 20 [Hz] である。

つぎに軌道と地盤の動的相互作用系の厳密解 $H_b(\xi/2\pi, f)$ (式(16)) から対象地盤の波数-振動数特性に関して調べる。半無限地盤解析結果の図-3において、軌道部と 10 [m] 距離の沿線地盤部は波数-振動数がゼロを通る直線に近いコンター・リッジを示す。これは波動場の非分散性を意味する。荷重の移動速度線が $M_p=0.927$ ではこのコンター・リッジにほぼ重なっており、その傾きからレーリ波の伝播となり大きな応答となることが予測される。なお、コンター・リッジは軌道部より地盤部の方が低振動数帯域に限られることが分る。

一方、成層地盤に対する結果を図-4に描いた。成層地盤では、軌道部と 10 [m] 距離の地点共に、その層厚に従ってコンター・リッジは特定振動数から始まり、波数が 0.3 までの低波数帯域でほぼ一定値を示す。つまり対象とした 10 [m] 層厚では 50~60 [Hz] の応答が卓越する。その後、支配的なピークの位置がレーリ波特性線へ移っていくのが分る。軌道部より地盤部の方が、コンター・リッジは低い波数帯域に限られるのは、半無限地盤の場合と同様である。振動源の移動特性線から、 $M_p=0.5$ では、コンター・リッジよりかなり下回って位置しており、地盤の動的特性は応答には現れ難いと予測される。载荷速度が $M_p=1$ になると、特コンター・リッジを振動数が 10 Hz 強で、 $M_p=2.0$ では 10 Hz 弱付近で横切ることになり、従ってこのときの振動数が応答に卓越して行くことが予測される。そのときの波長は 18 [m] 程度である。卓越する波数と振動数の分散性線が低い帯域に限られることで、荷重の移動速度と併せて応答評価に考慮すべき波数と振動数の範囲の決定に有用な情報となる。

(3) 地盤への载荷特性

軌道の動的解析においてウィンクラーばね定数の設定は地盤への载荷力の評価に影響する。軌道との相互作用における地盤剛性は、この算定に寄与する。そのため式(17)から $\xi_x = (\omega - \omega_0)/c$ として地盤ばねを評価すると、それは半無限地盤の場合はレーリ波に、成層地盤の場合は固有モードに関係した振動数に依存して大きく変化する。実際、軌道とその周辺地盤の応答計算には、

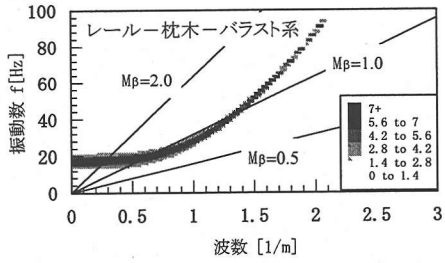


図-2 ウィンクラーばね上の軌道はりの波数-振動数スペクトル

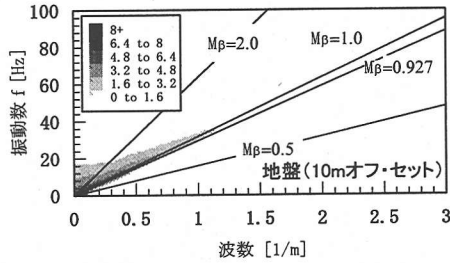
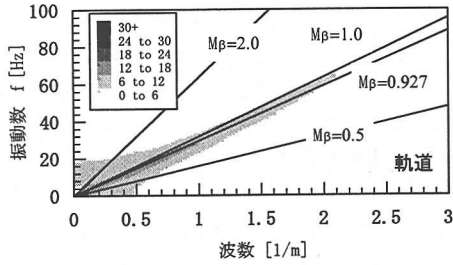


図-3 半無限地盤の波数-振動数スペクトル

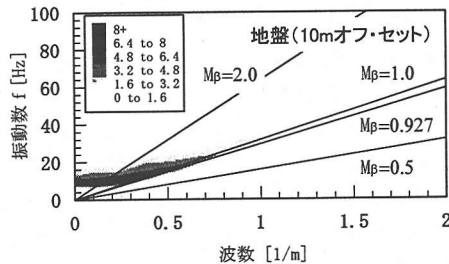
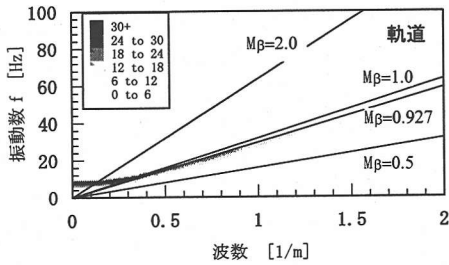
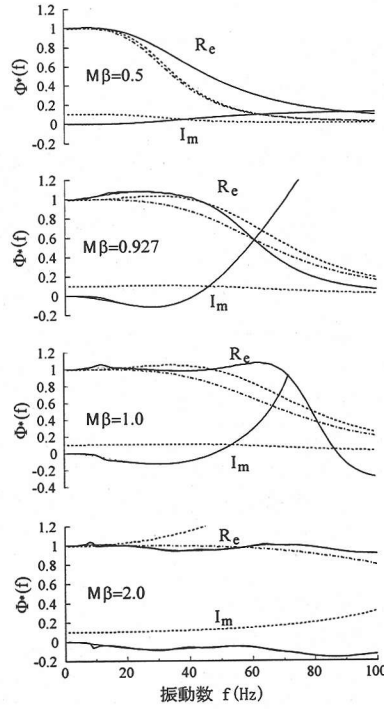
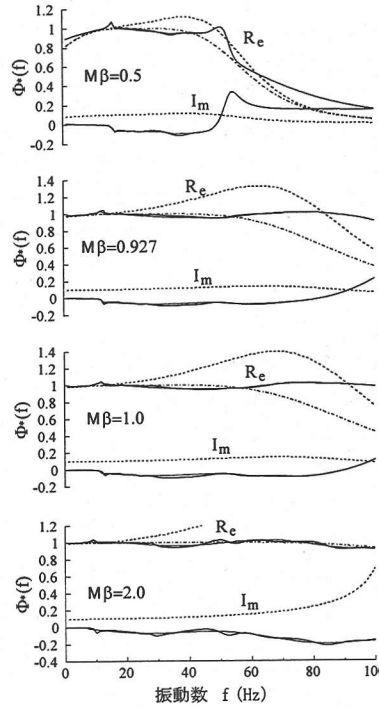


図-4 一様成層(10m層厚)地盤の波数-振動数スペクトル



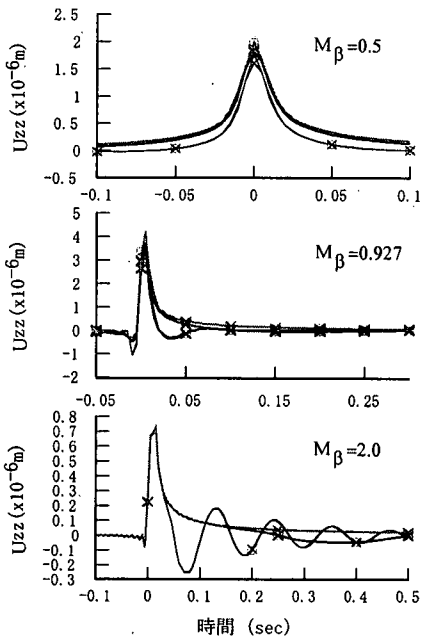
(a) $V_s=200\text{m/s}$, $f_0=0\text{Hz}$



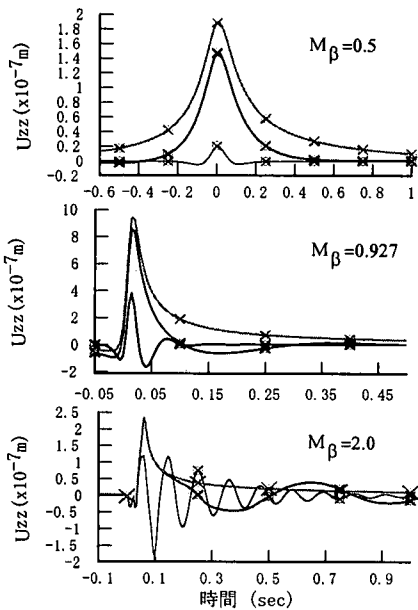
(b) $V_s=200\text{m/s}$, $f_0=25\text{Hz}$

— 軌道-半無限地盤相互作用系
 - - - 軌道-成層(D=10m)地盤相互作用系
 - · - · ウィンクラーばねモデルの動的載荷
 ····· ウィンクラーばねモデルの擬静的載荷

図-5 軌道上の荷重載荷力



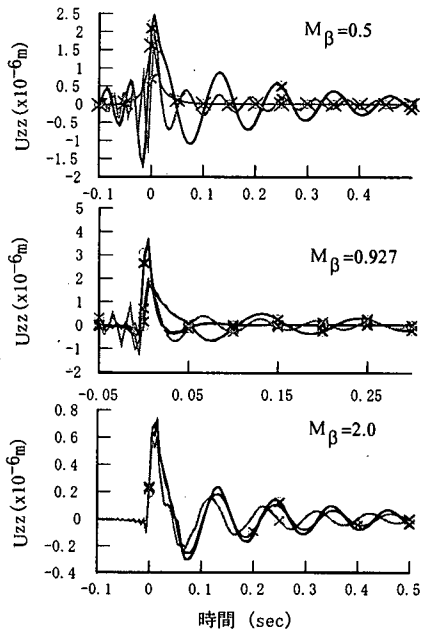
(a) $L_y=0m$



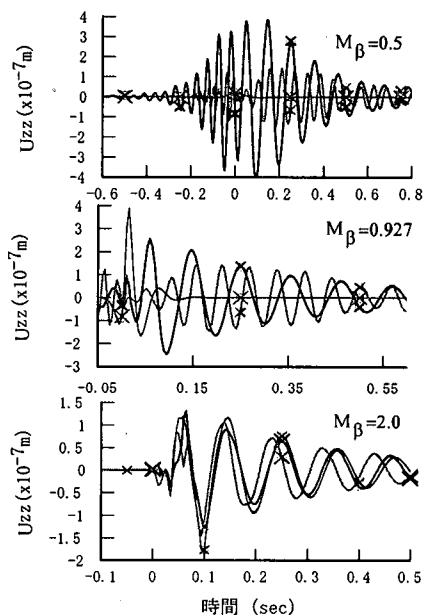
(b) $L_y=10m$

軌道-地盤連成系モデル —○— $D=10m$ —○— $D=50m$ —○— 半無限
擬静的分布荷重モデル —×— $D=10m$ —×— $D=50m$ —×— 半無限

図-6 移動荷重($\nu_0=0Hz$)による軌道-地盤系の遷移応答



(a) $L_y=0m$



(b) $L_y=10m$

軌道-地盤連成系モデル —○— $0Hz$ —○— $10Hz$ —○— $25Hz$
擬静的分布荷重モデル —×— $0Hz$ —×— $10Hz$ —×— $25Hz$

図-7 移動加振源による成層地盤($D=10m$)の遷移応答
加振振動数による変化

むしろ軌道との連成を考慮した載荷力が必要である。その振動数領域の表現は、サブストラクチャ法解析では式(20)、ウインクラーモデルでは式(32)において波数積分した次式から求められる。

$$\bar{P}_s(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} P_s(\xi_x, \omega) d\xi_x = \frac{2\pi P_0}{c} \tilde{\Phi}\left(\frac{\omega - \omega_0}{c}\right) \quad (38)$$

ここに $\tilde{\Phi}((\omega - \omega_0)/c)$ は載荷点における振動数応答を意味する。図-5において、厳密解とウインクラーばね

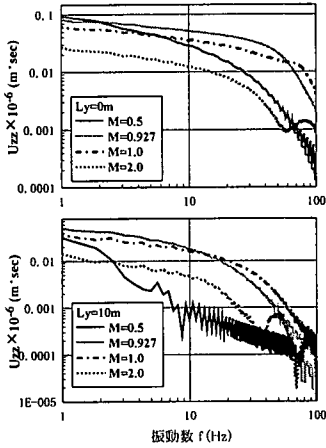


図-8 移動載荷源による半無限一様地盤-軌道系の応答フーリエスペクトル; $f_0=0\text{Hz}$

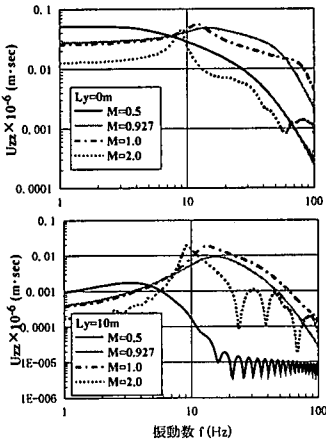


図-9 移動載荷源による一様成層地盤-軌道系の応答フーリエスペクトル; $f_0=0\text{Hz}$, $D=10\text{m}$

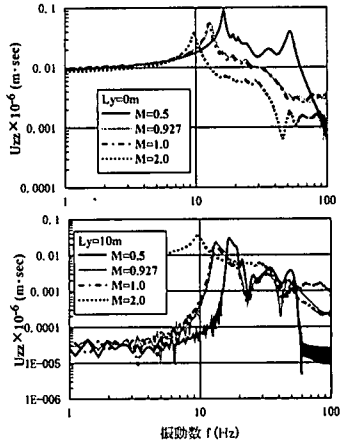


図-10 移動加振源による半無限一様地盤-軌道系の応答フーリエスペクトル; $f_0=25\text{Hz}$

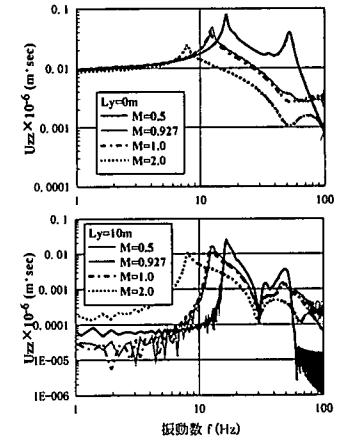


図-11 移動加振源による一様成層地盤-軌道系の応答フーリエスペクトル; $f_0=25\text{Hz}$, $D=10\text{m}$

支承上のはりの近似解の比較を行った。その際、複素数量 $\tilde{\Phi}^*(\omega)$ を次式で表現する。

$$\tilde{\Phi}^*((\omega - \omega_0)/c, \omega) = \text{Re}\tilde{\Phi}^*((\omega - \omega_0)/c, \omega)(1 + i\varphi) \quad (39)$$

ただし $\varphi = \text{Re}\tilde{\Phi}^* / \text{Im}\tilde{\Phi}^*$ で、 Re は実数部、 Im は虚数部を意味する。図-5の描写は振動数 f で行っている。

加振振動数 $f_0=0$ の移動載荷状態 (図-5 (a)) では、前述の特性値 $q=1.5$ に基づく応答振幅の比は1より小さく、免震の状態にある。 $\tilde{\Phi}^*(\omega)$ は、移動速度を表すマッハ数 M_β の1を境にして大きく異なる振動数変化を呈するが、振動数が数10 [Hz] より低い領域では、上記の特性値を仮定したウィンクラー・モデルの式(31)、その近似解の式(35)は厳密解とよく符合している。

加振振動数が $f_0=25$ [Hz] の状態 (図-5 (b)) では、 $M_\beta < 1$ の範囲でドップラー効果により $\tilde{\Phi}^*(\omega)$ において小さな急激な変動が見られ、10~40 [Hz] の帯域で僅か

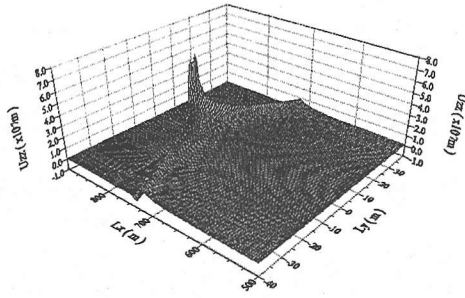
あるが増幅する傾向にある。 $M_\beta=2.0$ では移動効果が卓越するため、移動載荷 ($f_0=0$) の結果と殆ど同じになる。

ウィンクラーはりモデルにおいては、動的効果を考慮した場合 (動的解) と無視した場合 (静的解) をプロットしている。 $M_\beta=0.5$ では両者に大きな差は無いが $M_\beta=1$ となると両者の差が現れ、それは地盤-軌道の相互作用系の結果を近似できる。静的解は振動数で30 [Hz] より低い帯域を対象とすると工学的有用性がある。

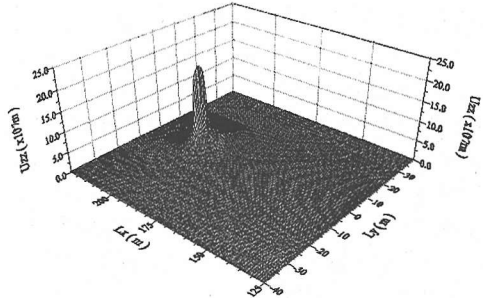
半無限解と成層地盤仮定の差は $\tilde{\Phi}^*(\omega)$ には殆ど現れていない。これは、相互作用現象が非常に局所性で地盤の表層近傍に限られるといえる。

以上より、 $M_\beta=0.5$ の移動速度の低振動数領域では、擬静的載荷仮定は、十分に精度良い評価値を与えている。これは、軌道部の曲げ波動伝播振動数が対象振動数より非常に高いことを意味している。

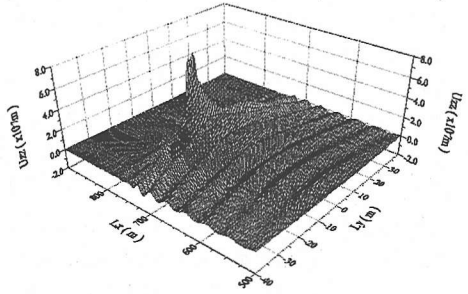
図-6は半無限一様地盤あるいは成層地盤上の軌道を1kN強度の荷重が移動したときの軌道および近傍地盤応答を示したものである。軌道上 ($L_y=0$ [m]) では、一様半



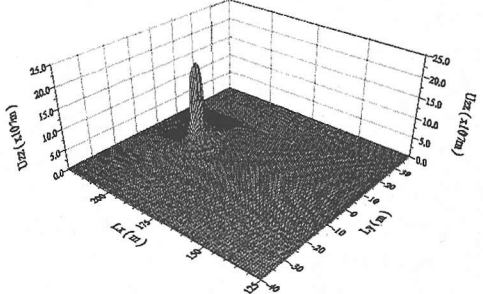
$M_b=0.5, f_0=0\text{Hz}$, 半無限地盤



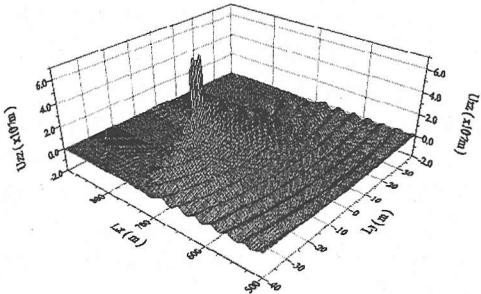
$M_b=2.0, f_0=0\text{Hz}$, 半無限地盤



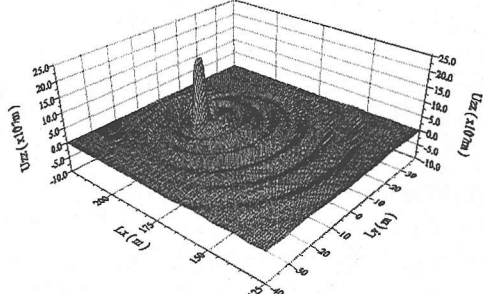
$M_b=0.5, f_0=0\text{Hz}, D=10\text{m}$



$M_b=2.0, f_0=0\text{Hz}, D=10\text{m}$



$M_b=0.5, f_0=25\text{Hz}, D=10\text{m}$



$M_b=2.0, f_0=25\text{Hz}, D=10\text{m}$

図-12(a) 移動加振源による地表面の応答, $M_b=0.5$

図-12(b) 移動加振源による地表面の応答, $M_b=2.0$

無限地盤を扱った Dieterman and Matrikine¹¹⁾と同一の応答様相がマッハ数 M_b に応じて現れている。つまり、荷重の移動効果については、 M_b が小さい範囲では、はりの静的たわみに比例して荷重の到達前後で対称の応答様相であるが、 $M_b = 0.927$ (レイリ波速度に一致) のとき、荷重の到達時に衝撃応答が大きく現れる。 $M_b = 2$ となると、はり内の波動伝播による小さな振動が荷重の到達前に現れ、その後、荷重の通過時に大きな衝撃応答が現れる。それは荷重の到達時間に関して非対称の応答となる。ところが一様成層地盤では、 M_b が1よりかなり小さいと、半無限地盤と同様な応答様相を呈するが、 M_b が1を越えると荷重通過時に大きな衝撃応答を呈して、さらに成層厚が $D = 10\text{[m]}$ と浅いと後続の振動現象が荷重の通過後に顕著に現れてくる。しかし $D = 50\text{[m]}$ では半無限地盤の応答と同じく荷重通過時の衝撃応答後は単調減少する。これらの様相は、直接に地表面へ載荷した状況と同様な

特徴であり、周期的な後続波は成層地盤の Airy 相での波動発生・伝播となっている⁵⁾。

載荷線上から直交方向に離れた地点 ($L_y = 10\text{[m]}$) の応答は、 $M_b = 0.5$ では応答が急激に小さくなる。これは波動遮断の現象が層厚 $D = 10\text{[m]}$ で生じていることに他ならない⁵⁾。しかし $M_b = 2.0$ では、周期 1.1 秒の振動応答がむしろ現れている。これは文献⁵⁾から Airy 相の波動伝播のためと説明される。

次に移動加振源が加振振動数 $f_0 = 0, 10, 25\text{[Hz]}$ で振動しながら移動する場合のはり (軌道) およびその近傍地盤の遷移応答を示したのが図-7である。 $M_b = 0.5$ で変位の時刻歴においてドップラー効果が現れて、応答振動数が加振源の通過前で加振振動数より高く、通過後に加振振動数より低い方へシフトしているのが分る。一方、 $M_b = 2.0$ では、荷重の移動効果と地盤特性が応答に支配的に現れて加振振動数による効果は殆ど現れて来ない。

移動載荷 ($f_0=0$) による半無限地盤と成層地盤の応答フーリエスペクトル (それぞれ図-8, 図-9) を比較して, 前者は20[Hz]位までほぼ平坦な振動数成分を呈しているが, 後者は $M_0 > 0.927$ においてピーク振動数を10 [Hz]近辺に持つ。これは図-3, 図-4の波数-振動数応答から予測されていた。そして前述の時刻歴においての最大応答値につながったことが説明できる。振動数が20 [Hz]より高い帯域では, $L_y = 0$ の応答値は両者で殆ど一致を示す。これは, 高振動数では短波長となり, 層厚が波長より非常に長い場合, 層地盤であっても半無限地盤と同じ波動伝播現象となることを意味している。対象の成層地盤のAiry相は, 文献⁵⁾によると $f \cdot 4D/V_s = 1.87$ から9.2 [Hz]にあり, 衝撃載荷に対してその近傍で波動の水平方向伝播が顕著に現れた。衝撃の度合いは, もちろん移動速度に依存するが, レーリ波速度以上において衝撃載荷となっていることが分る。9.2 [Hz]の水平波動遮断振動数より低い振動数帯域では, 波動の非伝播現象となり, 応答は載荷移動速度に依存しながら静的応答値に近づく。一方, 荷重の移動線より $L_y = 10$ [m]の地点の応答値は, この低振動数帯域では波動の非伝播現象のため急激に低減されている。加振振動数 $f_0=25$ [Hz]に対する応答 (図-10, 図-11) は, 遮断振動数9.2[Hz]より高い振動数帯域で支配されるので, 半無限地盤と10 [m]成層地盤の応答の差は殆ど見られない。

(4) 地表面の面的分布

地表面応答 (鉛直成分) の面的分布について描いたのが図-12である。加振源の移動速度が $M_0=0.5$ のときは, 地盤のモデル化において半無限仮定と成層10[m]仮定の応答はほぼ同じで, 加振源の周辺においてのみ大きな値を示す。そして僅かの水平距離で応答は無くなる。一方, 加振振動数が $f_0 = 25$ [Hz]となると, 加振源を中心として周辺へ波動がドップラー効果を受けながら伝播する様相が見られる。加振源の移動速度が $M_0=2.0$ となると, 半無限と成層地盤仮定は大きな差となって現れる。振動源の高速移動による衝撃応答は, 移動線上から側方直交方向へは指数的に減衰するが, この衝撃応答に続くマッハコーン内に後続波形の出現する領域ができる。 $M_0=2.0$ のときはP波に対する小さいマッハラインとレーリ波に対する大きなマッハラインが見られる。これらのマッハラインで応答は位相が π 変化する。マッハコーンの頂点角は, それぞれの波に対して,

$$\theta_p = \sin^{-1}(V_p/c), \quad \theta_r = \sin^{-1}(V_r/c) \quad (40)$$

で与えられる。成層地盤に起因する振動は値自体は小さいが側方への減衰性は小さい。加振振動数が $f_0 = 0$ [Hz] では双曲線の面的波頭, $f_0 = 25$ [Hz] ではマッハコーン内において楕円型の波頭となっているのが特徴的である。

4. むすび

本研究は鉄道軌道-地盤系を対象として, 移動載荷・加振の下での動的相互作用解析をとおして軌道および沿線地盤振動を調べた。得られた知見は,

- (1) 地盤のモデル化に応じた波数-振動数領域の応答関数から, 卓越する波動を荷重の速度に従って特定することができる。半無限地盤ではレーリ波が, 成層地盤では M_0 (移動速度比のマッハ数) < 1 のときは低次の固有モード波が, $M_0 > 1$ のときは高次の固有モード波が現れる。
 - (2) 対象とした軌道に対して, 加振源の振動数へのドップラー効果は小さく, 地盤との動的相互作用で, むしろ軌道剛性慣性力の効果が卓越する。
 - (3) 荷重の載荷特性として, 軌道たわみの特性値を適切にとると, 擬似静的載荷でレール-バラスト系の相互作用運動を精度よく近似できる。
 - (4) 軌道-地盤系の解析から, 加振源の移動速度が遅いと ($M_0=0.5$), 軌道の遷移応答は加振源の通過時に大きく, その時点に関して対称性を示す。加振源の移動速度が遅いと ($M_0=2.0$), 軌道は立ちあがりの急な衝撃応答を示す。その後の様相は地盤条件で差が現れ, 一樣半無限仮定では非伝播減少する応答を, 成層仮定では浅い層厚の場合 ($D=10$ [m]) そのAiry相の波動伝播のため振動が現れる。
 - (5) 地表面応答の面的分布から, 加振源の移動速度が遅いと ($M_0=0.5$) 加振源位置とその近傍にのみ大きな応答が現れ, 僅かの水平距離で応答は無くなる。一方, 移動速度が遅いと ($M_0=2.0$), 加振源の背後にマッハコーンが発生する。そのエッジでは移動線から側方へ指数的な減衰を示す。
 - (6) 軌道から離れた地点の応答には, 成層地盤の場合は振動数と速度から決定される波長と層厚から波動遮断現象が顕著に見られる。しかし, 加振源の移動速度が速くなると ($M_0=2.0$), この波動遮断現象は生じなくなる。
- 本研究では一樣な地盤を対象としたが, 解析法そのものは多層地盤へ適用でき, それらの成果は文献¹⁵⁻¹⁷⁾に発表している。

付録 地盤の3次元グリーン関数 $G(\xi, z, \omega)$

半無限/剛基盤上の成層地盤の地表面加振問題を, 波数-振動数領域において剛性法を適用して定式化する。これを与えられた荷重の下で地表面の応答について解く。その結果として, 地盤のグリーン関数を評価する。文献(6)では3次元波動場を, 面内波と面外波に分解し, それぞれの波動場の斉次支配式の解を求め, 層状地盤の剛性マトリックスを示したが, それを利用して半無限地盤あるいは剛基盤上の一樣成層地盤の鉛直方向応答に関するグリーン関数の具体的な表現式を以下に示すことができる。鉛直載荷/加振の状態では, 波数領域の鉛直方向応答

は面内波 (SV-P 波) の鉛直成分に相当するので, その剛性マトリックスの逆から, 半無限地盤に対して

$$G(\xi, z=0, \omega) = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{k_\alpha (k_\beta^2 - \xi^2)}{(\xi^2 + k_\beta^2)^2 - 4k_\alpha k_\beta} \quad (\text{A.1})$$

剛基盤上の一様成層地盤 (層厚 h) に対して

$$G(z=0, \omega) = \frac{K_{11}}{K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}} \quad (\text{A.2})$$

ただし

$$K_{11} = \frac{1}{D} \mu^c k_\alpha (\xi^2 - k_\beta^2) (k_\alpha k_\beta S^\alpha C^\beta - \xi^2 S^\beta C^\alpha)$$

$$K_{12} = K_{21} = \frac{1}{D} \mu^c \xi \left\{ k_\alpha k_\beta (3\xi^2 + k_\beta^2) (C^\alpha C^\beta - 1) - (\xi^4 + \xi^2 k_\beta^2 + 2k_\alpha^2 k_\beta^2) S^\alpha S^\beta \right\}$$

$$K_{22} = \frac{1}{D} \mu^c k_\beta (\xi^2 - k_\beta^2) (k_\alpha k_\beta S^\beta C^\alpha - \xi^2 S^\alpha C^\beta)$$

$$D = k_\alpha k_\beta \left(-2\xi^2 + 2\xi^2 C^\alpha C^\beta - \frac{k_\alpha^2 k_\beta^2 + \xi^4}{k_\alpha k_\beta} S^\alpha S^\beta \right)$$

$$C^\gamma \equiv \cosh(k_\gamma h), S^\gamma \equiv \sinh(k_\gamma h); \gamma = \alpha, \beta$$

$$k_\alpha = \sqrt{\xi^2 - \omega^2 / V_p^2}, k_\beta = \sqrt{\xi^2 - \omega^2 / V_s^2}$$

$$\xi = \sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2}$$

参考文献

- 1) Eason, G.: The Stresses Produced in a Semi-Infinite Solid by a Moving Surface Force, *Int. J. Engng. Sci.*, Vol.2, pp.581-609, 1965.
- 2) Gakenheimer, D.C. and Miklowitz, J.: Transient Excitation of an Elastic Half-Space by a Point Load Travelling on the Surface, *Journal of Applied Mechanics*, ASME, Series E, Vol.36, No.3, pp.505-515, 1969.
- 3) Lasing, D.L.: The Displacements in an Elastic Half-space due to a Moving Concentrated Normal Loads, NASA, TR R-238, 1966.

- 4) 竹宮宏和, 合田和哉: 移動加振源による成層地盤の3次元遷移応答特性, *土木学会論文集*, No. 563/I-39, pp. 137-148, 1997. 4.
- 5) 竹宮宏和, 合田和哉: 衝撃/移動荷重による剛基盤上の成層地盤の波動伝播/非伝播現象, *土木学会論文集*, No. 605/I-45, pp. 161-169, 1998. 10.
- 6) 竹宮宏和, 合田和哉: 移動加振源による多成層地盤上の盛土構造の振動評価へのFEM-BEMの適用, *土木学会論文集*, No. 605/I-45, pp. 143-152, 1998. 10.
- 7) Kenney, J.T.: Steady-state vibrations of beam on elastic foundation for moving load, *J. Appl. Mech.*, 21, pp.359-364, 1954.
- 8) Krylov, V.: Vibrational impact of high-speed trains, I. Effect of track dynamics, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol.100, No.5, pp.3121-3134, 1996.
- 9) Krylov, V.: Effects of track properties on ground vibrations generated by high-speed trains, *Acoustica*, Vol.84, pp.78-80, 1998.
- 10) Dieterman, H.A. and Metrikine, A.V.: The equivalent stiffness of a half-space interacting with a beam, Critical velocities of a moving load along the beam, *European J. Mech. A/Solids*, Vol.15, No.1, pp.67-90, 1996.
- 11) Dieterman, H.A. and Metrikine, A.V.: Steady-state displacements of a beam on an elastic half-space due to a uniformly moving constant load, *European J. Mech. A/Solids*, Vol.16, No.2, pp.295-306, 1997.
- 12) 竹宮宏和, 合田和哉, 小森大資: 高速列車走行による沿線地盤振動のコンピュータ・シミュレーション予測, *土木学会論文集*, No. 619 /I-47, pp. 193-201, 1999. 4.
- 13) Grundmann, H., Lieb, M. and Trommer, E.: The response of a layered half-space to traffic loads moving along its surface, *Archive of Applied Mechanics*, Vol.69, pp.55-67, 1999.
- 14) 竹宮宏和, 塩津吉彦, 湯浅聡文: 高速列車走行による沿線地盤振動性状と対策工法 (X-WIB), *土木学会論文集*, No.661/I-53, pp.33-42, 2000.10.
- 15) Takemiya, H. and Goda, K.: Prediction of ground vibration induced by high-speed train operation, *Proc. 5th Int. Cong. Sound and Vibration*, Adelaide, Australia, 5, pp.2681-2688, 1996. .
- 16) Takemiya, H. and Yuasa, S.: Lineside ground vibration induced by high-speed train and mitigation measure WIB, *Eurodyn99*, Pragu, Czech, pp.821-826, 1999.
- 17) Takemiya, H.: Simulation of high-speed train induced ground vibration and its mitigation by WIB, *Proc. 7th Int. Cong. On Sound and vibration*, Garmisch-Partenkirchen, pp.2695-2702, 2000.

(2000. 9. 25 受付)

TRAIN TRACK-GROUND DYNAMICS DUE TO HIGH SPEED MOVING SOURCE AND GROUND VIBRATION TRANSMISSION

Hirokazu TAKEMIYA, Shuhei SATONAKA and Wei-Ping XIE

The present paper has dealt with the train track-ground interaction vibration due to a moving load on the track and the induced ground vibration transmission alongside. The track is modeled by a bending beam. The ground is modeled by either a halfspace or stratum on a rigid base. First, the ground characteristic is investigated in the frequency-wave number domain for the wave propagation. Secondly the loading on the ground through interaction with the track is evaluated. Thirdly the transient track and ground vibration is computed to find drastically changed by the source moving speed. Finally, the ground surface response is viewed versus the source moving speed. The findings from the above are useful for predicting the train induced vibration.