

# デジタルフィルタを用いたダム貯水池への 流入量推定手法の開発

鈴木洋之<sup>1</sup>・長谷川和義<sup>2</sup>・藤田睦博<sup>3</sup>・石田享平<sup>4</sup>・岩崎政司<sup>5</sup>

<sup>1</sup>正会員 博(工) 石川工業高等専門学校助手 環境都市工学科 (〒929-0392 石川県河北郡津幡町北中条)

<sup>2</sup>正会員 工博 北海道大学大学院教授 工学研究科 (〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

<sup>3</sup>フェロー会員 工博 北海道大学大学院教授 工学研究科 (〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

<sup>4</sup>正会員 博(工) 開発土木研究所環境水工部長 (〒062-8602 札幌市豊平区平岸1条3丁目)

<sup>5</sup>北海道開発局金山ダム管理事務所 (〒079-2131 北海道空知郡南富良野町字金山)

本邦におけるダム貯水池への流入量推定は静水位の時間変化からの推定を基本としている。しかし、推定に用いられる水位データはセイシュ・風波・風による水面の吹き寄せ現象などの水面変動に起因するノイズを含むために正確な流入量推定が非常に困難となっており、この問題はダムの操作・運営に大きな支障をきたしている。本稿ではデジタルフィルタを用いて水位データからノイズを除去する流入量推定手法について検討した。本手法を用いてノイズの影響を抑えた良好な流入量推定が可能であることが確認できた。また、フィルタ入力となる水位データの持つ統計量の違いから生じる出力の分散の変化を調べることでフィルタ出力の信頼性について考察を行った。

*Key Words* : inflow estimation into dam reservoir, seiche, IIR system, notch filter, low-pass filter, variance of filter output

## 1. はじめに

貯水池への流入量は静水位の時間変化から貯留分流入量を求め、それにダム放流量を加えることで推定される。このため静水位の計測精度が流入量の推定精度に大きく反映する。しかし、実際の流入量推定に用いられる水位データでは、静水位の情報が風波・セイシュなどを原因とするノイズによって乱されている。また、建設省標準方式と呼ばれる通常の流入量推定法では水位変化を捉える時間間隔である流入量更新時間間隔分(通常10分間)の移動平均処理が平滑化手法として採用されているが、10分以上の周期を持つセイシュが生じる貯水池の場合、この手法による十分な平滑化は不可能となる。これに対処するにはより長い移動平均時間が必要である。しかし、移動平均時間を大きくするに従い、洪水波形が実際より遅く推定される「遅れ時間」が大きくなりダム管理に不利な状況が生じる。このように正確な流入量推定は非常に困難となっている。

推定流入量の精度向上を目的に佐々木・森北<sup>1)</sup>はフー

リエ級数を用いてセイシュ最長周期より短い周期成分を除去する方法を提案している。しかし、この方法はセイシュ最長周期の時間分データを蓄積する必要があり、セイシュ周期が長い場合にはリアルタイム推定に不利となる問題がある。また本稿で対象としたダムの一つである金山ダム貯水池ではこの手法が採用されているが十分な推定結果が得られていないのが現状のようである。また、和歌森ら<sup>2)</sup>はセイシュ・風波などすべての水面振動をランダムノイズと見なして観測方程式の雑音項に組み込んだカルマンフィルタを用いる推定手法を提案している。この手法はダムの制御を目的として水位変動をマクロ的に捉える方法であり、流入量推定精度そのものを目的としたものではない。最近では石田ら<sup>3)</sup>が、建設省標準方式における流入量更新時間間隔の値が流入量の推定精度と遅れ時間に大きく影響することを明らかにした上で、流入量更新時間間隔の値を、10分間移動平均貯水位の時間変動量とダム上流で計測されている河川流量の時間変動量に応じて変化させる手法を提案している。この手法は良好な流入量の推定を可能にしているものの経験的要素を多く含

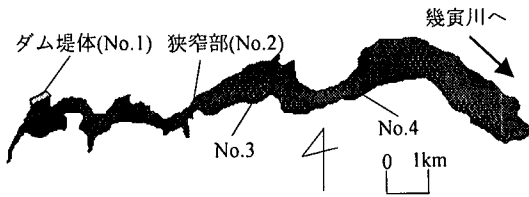


図-1 金山ダム平面形状と水位計設置位置

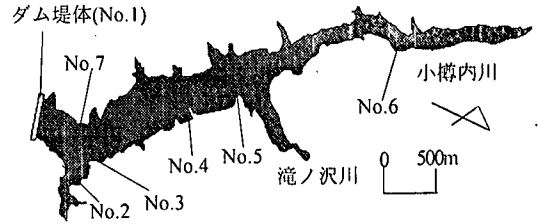


図-2 定山溪ダム平面形状と水位計設置位置

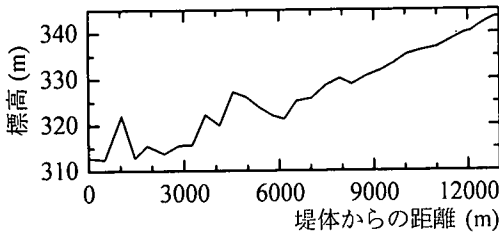


図-3 金山ダム貯水池縦断形状

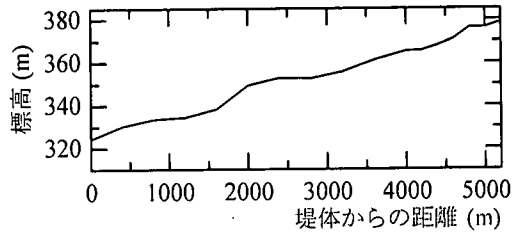


図-4 定山溪ダム貯水池縦断形状

んだ手法となっている。以上のように流入量の推定精度の問題は多くのダム管理所を悩ませているにも関わらず、著者らの知る限り研究例はこれら3つだけであり、長年放置されてきた問題と言えよう。

著者ら<sup>4),5)</sup>は今までにこの問題の解決を目的として定山溪ダム貯水池および金山ダム貯水池を対象に多点同時水位計測を実施し、貯水池に生じる水面変動として風波・セイシュ・うなり・風による水面の吹き寄せ現象の存在を明らかにしてきた。またこれらノイズのうち流入量推定で大きな問題となるセイシュおよび吹き寄せ現象について理論解析を行いその性質を明らかにしてきている。特にセイシュ周期は比較的単純な平面形状の貯水池であれば非常に高い精度で予測が可能である。さらに著者ら<sup>6)</sup>はこれらの研究で得た貯水池水面変動の水利的性質の知見を基に、水位データに含まれるセイシュの信号をデジタルフィルタによりオンラインで除去する水位平滑化手法を開発した。金山ダム貯水池ではこの平滑化手法でセイシュの影響を抑えた良好な推定流入量が得られている。しかし、この研究では金山ダム貯水池での降雨による出水1ケースのみを解析対象にしており、平滑化手法の効果・精度ともに検討が不十分であった。

平滑化手法の実用化には多くの貯水池を対象にした検討が不可欠となる。本研究では金山ダム貯水池以外に定山溪ダム貯水池に平滑化手法の適用を試みる。また、出水の種類も降雨による出水以外に融雪出水など幾つかの事例を取り上げてフィルタによる平滑化の効果を検討する。さらに、フィルタ入出力前後の分散の変化を調べることでフィルタ出力の信頼性について考察を行う。本研究の目的はこれらの考察から本平滑化

手法の有効性を検討することにある。

## 2. 対象貯水池の概要と多点同時水位計測<sup>4),5)</sup>

本研究では金山ダム貯水池および定山溪ダム貯水池を対象とした。図-1・図-2はそれぞれ金山ダム貯水池および定山溪ダム貯水池の平面形状を示している。図-1から金山ダムは平面形状に狭窄部を有し、全体が湾曲した複雑な形状を持つのが分かる。また図-2から定山溪ダム貯水池は堤体より上流約500mのところに屈曲部を有するが、堤体から直線的に幅が狭くなる三角形の比較的単純な平面形状を持つことが分かる。図-3・図-4は金山および定山溪ダム貯水池の縦断形状を示している。両貯水池とも堤体から上流に向かい水深が直線的に浅くなっている。金山ダムの湛水面積は常時満水位(345.0m)で9.2km<sup>2</sup>であり、国内有数の大規模貯水池となっている。また、定山溪ダム貯水池の湛水面積は常時満水位(390.5m)で2.3km<sup>2</sup>であり金山ダムと比較すると規模が小さい貯水池と言える。

著者らはこれら貯水池で圧力式水位計を用いて多点同時水位計測を実施している<sup>4),5)</sup>。金山ダム貯水池では1997年から図-1に示す4点で多点同時水位計測を行っている。本計測はサンプリング間隔を5秒とした計測である。また定山溪ダム貯水池では1994年から1998年までの4年間に5点での多点同時水位計測を実施した。この4年間に水位計測を行った位置は図-3に示す7点で年により水位計の設置位置が異なっている。本計測でのサンプリング間隔は1995年の計測で2秒である他は1秒となっている。

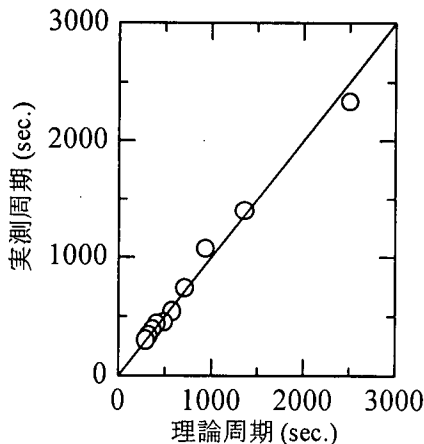


図-5 セイシュ理論周期と実測周期の比較(1)  
(金山ダム貯水池)

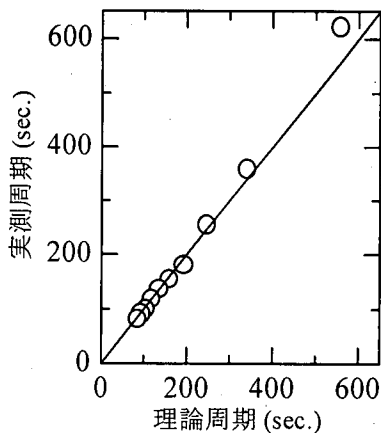


図-6 セイシュ理論周期と実測周期の比較(2)  
(定山溪ダム貯水池)

### 3. セイシュ解析<sup>4), 5)</sup>

本稿では初めにフィルタ設計時の情報となるセイシュ周期予測式を示しておく。式の誘導など詳細は参考文献<sup>4), 5)</sup>を参照されたい。

著者ら<sup>4), 5)</sup>は線形近似(長波近似)した1次元の運動方程式と連続式を1つにまとめて得られる波動方程式型の基礎式を用いてセイシュの解析を行っている。

$$\frac{1}{g} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - h \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} - \left( \frac{h}{B} \frac{\partial B}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} \right) \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

ただし、 $x$ は堤体からの距離であり、 $h$ 、 $B$ はそれぞれ貯水池水深と貯水池幅を表す。 $\eta$ は静水面からの変動量、 $g$ および $t$ はそれぞれ重力加速度と時間である。著者らは、金山および定山溪ダム貯水池の平面形状を図-1・図-2からそれぞれ矩形・および三角形に、さらに図-3・図-4から両貯水池ともに水深を直線的に浅くなる三角形に近似して式(1)の $B$ と $h$ に与えて解析解を求めている。この解析解の時間部分からセイシュの理論周期が求められ、金山および定山溪ダム貯水池のセイシュ理論周期はそれぞれ次式で与えられる。

$$T_i = \frac{4\pi L}{j_{i,1} \sqrt{gh_0}} \quad (2)$$

$$T_i = \frac{4\pi L}{j_{2,i} \sqrt{gh_0}} \quad (3)$$

ただし、 $L$ は長軸方向に沿った貯水池長、 $T_i$ は $i$ 番目モードのセイシュ周期であり、 $j_{i,1}$ および $j_{2,i}$ はそれぞれ1次Bessel関数および2次Bessel関数の零点で定義される固有値である。また、 $h_0$ は堤体位置で横断方向に平均した平均水深である。

式(2)と式(3)を比べると、平面形状の違いが固有値の違いをもたらしているのが分かる。図-5・図-6はそ

れぞれ金山および定山溪ダムのセイシュ理論周期と実測周期を比較したものであり、理論周期と実測周期が非常に良く一致しているのが分かる。ただし、金山ダムの実測周期は97年10月8日に記録されたデータから、また定山溪ダムの実測周期は97年10月21日に記録されたデータからスペクトルを求めて検出した。式(2)・式(3)の $h_0$ および $L$ はこの時間帯の状態に合わせて、式(2)に $h_0=17\text{m}$ 、 $L=10000\text{m}$ を、また式(3)には $h_0=53\text{m}$ 、 $L=5200\text{m}$ を与えている。金山ダム貯水池のように複雑な平面形状でもほぼ一様幅であれば平面形状を矩形としたモデルで正確に周期を知ることができるのは注目すべき点である。これはセイシュの伝播速度がほとんど $(gh)^{1/2}$ によって決定されるため、平面形状よりも縦断形状の影響を強く受けるためであろう。一般にダム貯水池の縦断形は定山溪ダムや金山ダムと同様に堤体から上流に向かい水深が直線的に浅くなるため、式(2)・式(3)の適用範囲は広いと言える。

### 4. 貯水位平滑化フィルタの設計<sup>6), 7), 8)</sup>

#### (1) フィルタの設計法<sup>7), 8)</sup>

本研究で用いたフィルタは、特定の周波数成分のみを除去するノッチフィルタおよび高周波成分をカットするローパスフィルタである。本稿で貯水位平滑化フィルタと呼ぶのはこれらフィルタを直列に接続したものとなっている。

デジタルフィルタは、そのシステムから出力が入力にフィードバックしないFIRフィルタ(Finite Impulse Response)と出力が入力にフィードバックするIIRフィルタ(Infinite Impulse Response)に大別できる。FIRフィルタは処理に多くのデータを必要とするが、IIRフィル

タは非常に少ないデータ数で処理が行えるためにリアルタイム推定に有利なフィルタである。そこで本稿ではIIRフィルタを採用した。

IIRフィルタの設計法は多く提案されているが、今回は基本アナログローパスフィルタの伝達関数に周波数変換法を適用して希望の周波数特性を得た後に、その伝達関数をデジタル化する方法を採用した。

設計の基本となるアナログローパスフィルタは、周波数振幅特性（ゲイン特性：入出力振幅の比）の阻止域に最大平坦特性を有するバターワース型や、阻止域に等リップル特性を持つチェビシェフ型などが提案されている。本稿ではセイシュ信号の除去という目的上阻止域にリップルが存在するのは好ましくないため、バターワース型のアナログローパスフィルタを採用した。また、伝達関数の次数を高次にするほど周波数振幅特性の遷移域を小さくできるが、次数の増加に伴いフィルタの動作が不安定になりやすいという欠点が現われる。伝達関数の次数はフィルタ動作の安定性を重視し、デジタル化した時に2次の伝達関数が得られるようにした。このときIIRローパスフィルタおよびIIRノッチフィルタの設計に利用する基本アナログローパスフィルタの伝達関数はそれぞれ次式で示される<sup>7)</sup>。

$$H_{A-LPF1}(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1} \quad (4)$$

$$H_{A-LPF2}(s) = \frac{1}{s+1} \quad (5)$$

ただし、 $H_{A-LPF1}$ 、 $H_{A-LPF2}$  はそれぞれIIRローパスフィルタとIIRノッチフィルタの設計の基になる基本ローパスフィルタの伝達関数、 $s$ はラプラス変換の変数である。基本アナログローパスフィルタの周波数振幅特性はカットオフ周波数で正規化されており、カットオフ周波数 $\omega=1$ でのゲインは約0.7となっている。次に式(4)・式(5)に周波数変換法を適用して希望する周波数振幅特性を得る。ローパスフィルタからローパスフィルタへの変換および、ローパスフィルタからノッチフィルタへの変換はそれぞれ次の変換式で与えられることが知られている<sup>8)</sup>。

$$s = \frac{s'}{\omega_c} \quad (6)$$

$$s = \frac{b_w \cdot s'}{s'^2 + \omega_0^2} \quad (7)$$

ただし、 $s'$ は変換後のラプラス変換の変数を表し、 $\omega_c$ と $\omega_0$ はそれぞれローパスフィルタのカットオフ周波数とノッチフィルタのノッチ中心角周波数である。また $b_w$ はノッチフィルタのノッチバンド幅を表し、 $\omega_1$ 、 $\omega_2$ をそれぞれノッチの高周波側と低周波側の上限角周波数とすると $b_w = \omega_1 - \omega_2$ で表される。 $\omega_0$ 、 $\omega_1$ 、 $\omega_2$ の間には $\omega_0^2 = \omega_1 \omega_2$ の関係がある。式(6)を式(4)に、また式(7)

を式(5)に代入して希望の周波数振幅特性を持つアナログのローパスフィルタの伝達関数 $H_{A-LPF}$ とノッチフィルタの伝達関数 $H_{A-NF}$ が得られる。

$$H_{A-LPF}(s') = \frac{1}{(s'/\omega_c)^2 + \sqrt{2}(s'/\omega_c) + 1} \quad (8)$$

$$H_{A-NF}(s') = \frac{s'^2 + \omega_0^2}{s'^2 + b_w \cdot s' + \omega_0^2} \quad (9)$$

式(8)で得られるローパスフィルタの周波数振幅特性は $\omega_c$ で約0.7のゲインとなる。また、式(9)で得られるノッチフィルタの周波数振幅特性は $\omega_0$ の周波数を完全に除去し、ノッチバンド幅は約0.7のゲイン特性を得る部分で $b_w$ の値を持つ。次に式(8)と式(9)で表されるアナログ伝達関数をデジタル化する。デジタル化手法はいくつか提案されているが、本稿ではノッチフィルタ・ローパスフィルタともに使える双一次変換法を採用した。この変換は次式で示される<sup>7)</sup>。

$$s' = \frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \quad (10)$$

ただし、 $z$ および $T$ はそれぞれZ変換の変数とサンプリング周期である。また、式(10)によるデジタル化を行うと、変換前後の周波数に式(11)で表されるひずみが生じる<sup>7)</sup>。

$$\omega_o = \frac{2}{T} \tan\left(\frac{\omega_c T}{2}\right) \quad (11)$$

ただし、 $\omega_c$ 、 $\omega_o$ はそれぞれアナログ角周波数とデジタル角周波数である。図-7は式(11)を用いて計算したアナログ角周波数とデジタル角周波数の関係である。 $T$ が5秒、2秒、1秒のいずれにおいても0.1(rad./s)（周期で約62秒に相当）より低い周波数領域ではほとんど差が見られないことからセイシュのような長周期成分を考える際には大きな問題とはならない。また $T$ の増大に従い、ひずみが大きくなることから、 $T$ を大きくして高周波成分を消すという計測方法や処理は本手法には不向きとなる。式(10)を用いたデジタル化の結果得られるIIRローパスフィルタとIIRノッチフィルタの伝達関数は次式に示すように同じ式形となる。

$$H_D(z) = \frac{a_2 z^{-2} + a_1 z^{-1} + a_0}{b_2 z^{-2} + b_1 z^{-1} + b_0} \quad (12)$$

ただし、 $H_D$ はデジタル化された伝達関数であり、フィルタ係数 $a$ および $b$ ( $i=1,2,3$ )はローパスフィルタおよびノッチフィルタの場合それぞれ次式で示される。

$$\begin{cases} (\text{ローパスフィルタ}) \\ a_2 = \omega_c^2 T^2 & b_2 = 4 - 2\sqrt{2}\omega_c T + \omega_c^2 T^2 \\ a_1 = 2\omega_c^2 T^2 & b_1 = -8 + 2\omega_c^2 T^2 \\ a_0 = \omega_c^2 T^2 & b_0 = 4 + 2\sqrt{2}\omega_c T + \omega_c^2 T^2 \end{cases} \quad (13)$$

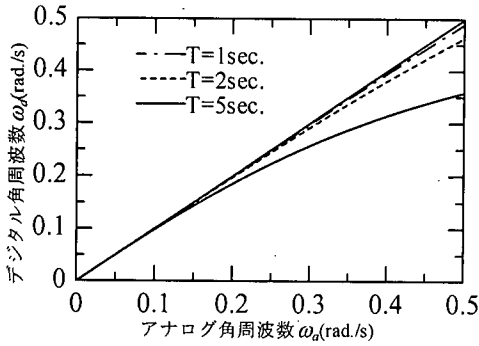


図-7 双一次変換で生じる周波数ひずみ

(ノッチフィルタ)

$$\begin{cases} a_2 = 4 + \omega_0^2 T^2 & b_2 = 4 - 2b_w \cdot T + \omega_0^2 T^2 \\ a_1 = -8 + 2\omega_0^2 T^2 & b_1 = -8 + 2\omega_0^2 T^2 \\ a_0 = 4 + \omega_0^2 T^2 & b_0 = 4 + 2b_w \cdot T + \omega_0^2 T^2 \end{cases} \quad (14)$$

本フィルタの計算アルゴリズムは付録に示す。

## (2) フィルタ特性の検討

貯水位平滑化フィルタに必要な要件は出力の時間遅れが小さいこと、および水位データのトレンド成分をできる限り残すことである。この要件について検討するためにノッチフィルタを例にトレンド成分と洪水波形をそれぞれ  $x=at+b$  および  $x=\cos(\theta)$  で表せると考えてこれらが入力として与えられた時の出力を解析的に求める。ただし、 $x$  と  $t$  はそれぞれ水位と時間、 $a, b$  は定数、 $\theta$  は入力  $\cos$  波の角周波数である。ノッチフィルタに  $x=at+b$  および  $x=\cos(\theta)$  が入力として与えられた時の出力  $Y_1, Y_2$  は式(9)を用いてそれぞれ次式で示される。

$$Y_1(s) = \frac{s^2 + \omega_0^2}{s^2 + b_w \cdot s + \omega_0} \cdot \left( \frac{a}{s^2} + \frac{b}{s} \right) \quad (15)$$

$$Y_2(s) = \frac{s^2 + \omega_0^2}{s^2 + b_w \cdot s + \omega_0} \cdot \left( \frac{s}{s^2 + \theta^2} \right) \quad (16)$$

また、式(15)および式(16)を逆ラプラス変換した結果をそれぞれ  $y_1, y_2$  とするとこれらは次式で示される。

$$\begin{aligned} y_1(t) = & at + b + \frac{a \cdot b_w}{\omega_0^2} \left\{ 1 - e^{-\frac{b_w}{2}t} \cos\left(\frac{U}{2}t\right) \right\} + \\ & \frac{a \cdot b_w}{\omega_0^2 U} e^{-\frac{b_w}{2}t} \sin\left(\frac{U}{2}t\right) - 2 \frac{b \cdot b_w}{U} e^{-\frac{b_w}{2}t} \sin\left(\frac{U}{2}t\right) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} y_2(t) = & \frac{1}{\theta} \sqrt{\frac{\theta^2(\omega_0^2 - \theta^2)^2}{(\omega_0^2 - \theta^2)^2 + b_w^2 \cdot \theta^2}} \cdot \cos(\theta t - \phi_1) + \\ & \frac{1}{\sqrt{\omega_0^2 - b_w/4}} \sqrt{\frac{R^2 + Q^2}{(\omega_0^2 - \theta^2)^2 + b_w^2 \cdot \theta^2}} e^{-\frac{b_w}{2}t} \cdot \\ & \cos\left(\sqrt{\omega_0^2 - \frac{b_w}{2}} \cdot t - \phi_2\right) \end{aligned} \quad (18)$$

ただし、 $U, R, Q, \phi_1, \phi_2$  は  $b_w, \omega_0, \theta$  で定まる定数である。式(17)で表される出力は入力を持つトレンド成分をそのまま含んでいる。しかし、入力トレンド成分以外にも指数型で減衰する振幅を持つ減衰振動が出力に現われるため、定常な出力が得られるまでにある程度の時間が必要である。この減衰振動の減衰係数は  $b_w/2$  である。 $\cos$  波入力に対する出力を表す式(18)にも同様の減衰振動が現われている。特に注目すべきは式(18)の  $\phi_1$  であり、出力に位相ずれが生じている。この  $\phi_1$  は次式で示される。

$$\phi_1 = \tan^{-1} \left( \frac{b_w \cdot \theta}{\omega_0^2 - \theta^2} \right) \quad (19)$$

同様の結果がローパスフィルタでも得られており、この場合の減衰係数は  $(-\omega_c/2)^{1/2}$  であった。また位相ずれを  $\phi_{1L}$  で表すとこれは次式で表される。

$$\phi_{1L} = \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{2}\omega_c \theta}{\omega_c^2 - \theta^2} \right) \quad (20)$$

このような位相ずれは流入量の推定結果に遅れ時間をもたらす。これら遅れ時間は式(19)・式(20)から明らかのようにフィルタの周波数振幅特性を決定する  $\omega_c, \omega_0, b_w$  によって定まるため、各ダム管理状況に合わせて許容できる時間遅れを考慮したフィルタ設計が必要となる。

## 5. セイシュ除去を目的とした貯水位平滑化フィルタの適用例

フィルタを適用する際は失う情報が少なくなるように、セイシュ成分のみをノッチフィルタで除去するのが望ましい。しかし、セイシュは貯水池の複雑な境界条件を反映して様々な周期を持って起こるためにノッチフィルタのみによるピンポイント除去は困難である。また、風波によるより短い周期のノイズも同時に取り除く必要がある。そこでローパスフィルタとノッチフィルタを組み合わせることでノッチフィルタの除去周期から外れた周期成分をローパスフィルタである程度カットできるようにフィルタを設計する。

低モードのセイシュほど振幅が大きく、また周期が長くなるので、上位3モードのセイシュ成分はノッチフィルタで除去する。ノッチフィルタで除去する周波数  $\omega_0$  は、セイシュ周期が観測されていればその値を用いればよいが、本稿では式(2)・式(3)で得られる理論周期を与えた。金山ダムの場合、理論周期は2500秒・1400秒・900秒であり、また定山溪ダムの場合、理論周期は約560秒・340秒・250秒となる。 $b_w$  は次式に示すように出力初期に現われる減衰振動の振幅が第1モードセ

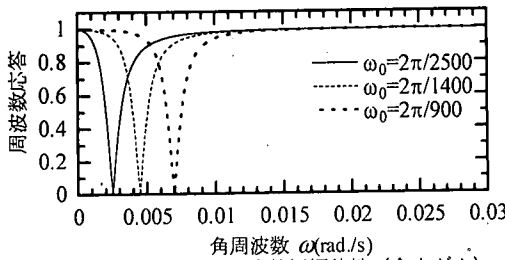


図-8 ノッチフィルタの周波数振幅特性 (金山ダム)

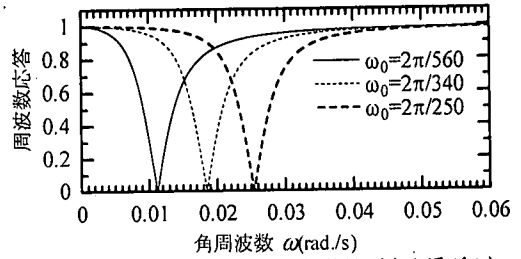


図-9 ノッチフィルタの周波数振幅特性 (定山溪ダム)

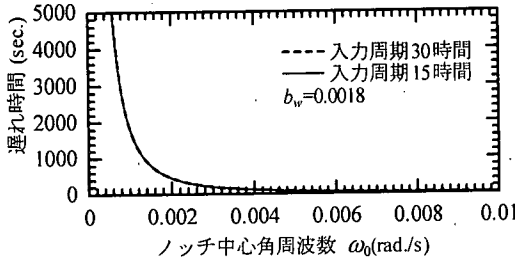


図-10 ノッチフィルタによって生じる出力の遅れ時間 (金山ダム)

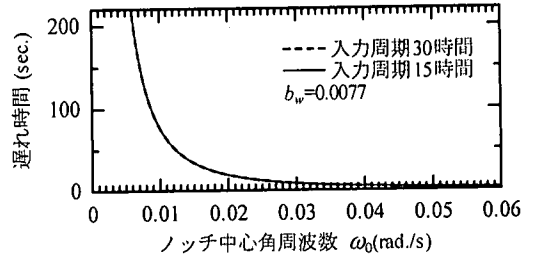


図-11 ノッチフィルタによって生じる出力の遅れ時間 (定山溪ダム)

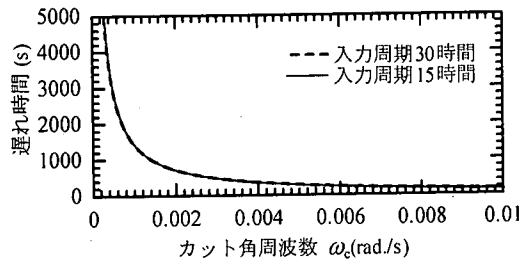


図-12 ローパスフィルタによって生じる出力の遅れ時間

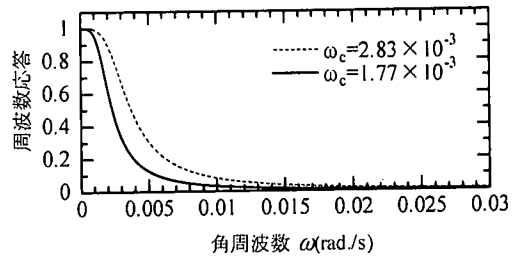


図-13 ローパスフィルタの周波数振幅特性

イッシュ周期の時間 $T_1$ で1割まで減衰するように定めた。

$$e^{-\frac{b_w}{2}\pi} = 0.1 \quad (21)$$

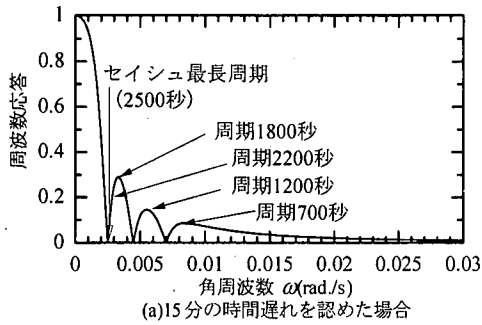
よって、 $b_w$ は次式で表される。

$$b_w = \frac{2 \cdot \ln 0.1}{T_1} \quad (22)$$

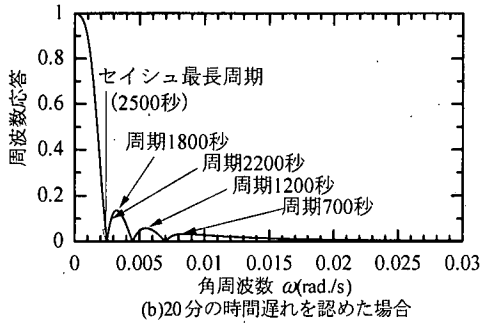
式(22)を用いて $b_w$ を決定すればイッシュ周期が長いほど、すなわちイッシュ振動の角周波数が小さいほどバンド幅は狭くなり、低周波側にある真値の情報を除去する可能性を小さくできる。用いた $b_w$ の値は金山および定山溪ダムの場合でそれぞれ0.0018、0.0077である。図-8・図-9に金山ダムおよび定山溪ダム用ノッチフィルタの周波数振幅特性をそれぞれ示す。また、図-10・図-11は、それぞれ金山ダムと定山溪ダムに適用したノッチフィルタの出力に生じる時間遅れと $\omega_0$ の関係を式(19)で計算した結果である。この時、 $\theta$ は洪水波の角周波数と考えられる。そこで図-10・図-11の計算では洪水波が30時間(角周波数 $\theta$ で $5.8 \times 10^{-3}$  rad/s)および15時間(角周波数 $\theta$ で $1.2 \times 10^{-4}$  rad/s)の周期を持つ場合について検討した。 $\theta$ の値が非常に小さいため入力周期の違いによる遅れ時間の違いは図-10・図-11には見ら

れない。また金山ダム用ノッチフィルタ出力に生じる時間遅れは図-10で調べてみると $\omega_0$ が0.0025 (2π/2500 rad/s), 0.0045(2π/1400 rad/s), 0.0070(2π/900 rad/s)の時それぞれ約280秒, 90秒, 30秒であり、3種類のノッチフィルタで生じる時間遅れの合計は約400秒となる。定山溪ダム用のノッチフィルタで同様の検討を図-11で行うと時間遅れの合計は約100秒となる。

次にローパスフィルタの $\omega_c$ を決定する。これはダム管理に許容できる遅れ時間を設定して定める。金山ダムは規模が大きく非常に大きな洪水を除けばゲート操作なしで洪水を処理できるため大きい遅れ時間が許容できる。そこで15分および20分の2ケースを許容遅れ時間に設定してフィルタ効果の検討を行う。また定山溪ダムは規模が小さく洪水処理に細かなゲート操作を必要とするため、設定遅れ時間は10分および15分の2ケースとした。図-12はローパスフィルタの出力に生じる遅れ時間を式(20)で計算した結果である。ただし、入力周期は図-10・図-11同様に30時間と15時間を与えた。図-12から金山ダムの場合、15分と20分の許容遅れ時間に対応する $\omega_c$ はそれぞれ $2.83 \times 10^{-3}$ および $1.77 \times 10^{-3}$ となり、また定山溪ダムの場合には10分と15分の遅れ時間



(a)15分の時間遅れを認めた場合



(b)20分の時間遅れを認めた場合

図-14 貯水位平滑化フィルタの周波数振幅特性 (金山ダム)

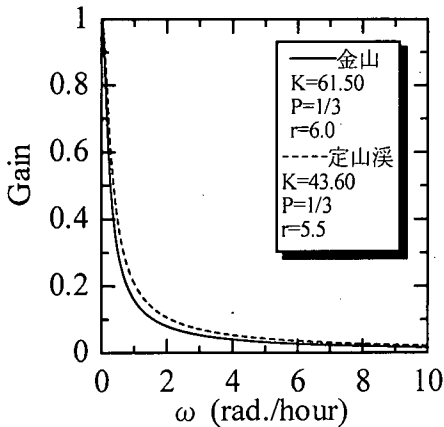
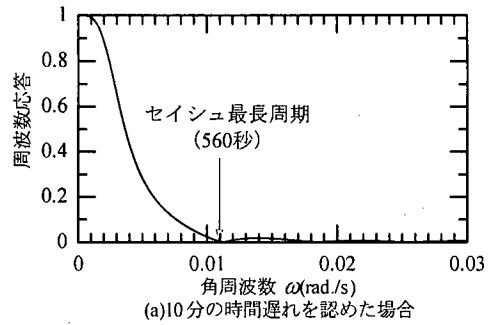


図-16 貯留関数で評価した流出ゲイン特性

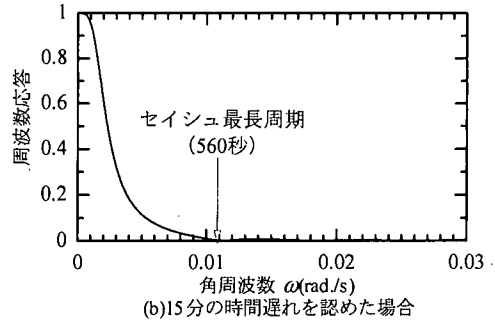
に対応する $\omega$ はそれぞれ $2.83 \times 10^{-3}$ および $1.77 \times 10^{-3}$ となる。結果として本稿で用いるローパスフィルタは金山ダム、定山溪ダム共に同じになりその周波数振幅特性を図-13に示す。

貯水位平滑化フィルタは3種類のノッチフィルタおよびローパスフィルタを直列接続したフィルタであり、その周波数振幅特性は各ノッチフィルタとローパスフィルタの周波数振幅特性の積で表される。図-14および図-15はそれぞれ金山ダムと定山溪ダムの貯水位平滑化フィルタの周波数振幅特性を示している。図-14では若干の通過域が残るものの、図-15とともにセリシユ最長周期より短い周期成分をほとんど除去しうる振幅特性が実現できている。

しかし、静水位の真値は計測できないために、何ら



(a)10分の時間遅れを認めた場合



(b)15分の時間遅れを認めた場合

図-15 貯水位平滑化フィルタの周波数振幅特性 (定山溪ダム)

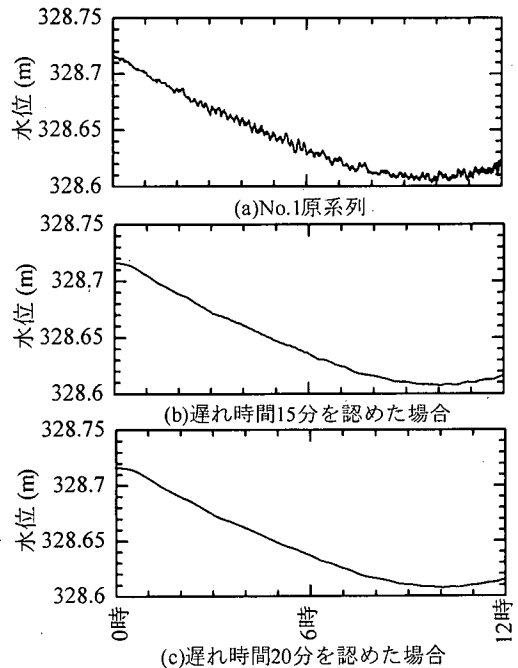


図-17 貯水位平滑化フィルタによる平滑結果の例 (金山ダム98年9月16日0時~12時)

かの方法で真の水位変動を仮定しフィルタを評価する必要がある。田中ら<sup>9)</sup>は貯留関数により求められる洪水波の流出ゲイン特性を次式で与えている。

$$G = \frac{1}{\sqrt{1 + (K \cdot P \cdot r^{n-1} \cdot \omega)^2}} \quad (23)$$

ただし、 $G$ は流出のゲイン、 $K$ 、 $P$ および $r$ はそれぞれ貯留係数、貯留指数、平均時間降雨量を表す。また $\omega$ は角周波数(rad./hour)である。式(23)は非浸透域からの流出のみを考慮したゲイン特性を表す式である。図-16は式(23)で計算した定山溪ダム流域および金山ダム流域の流出ゲイン特性を示している。ただし、 $r$ には両ケースともに98年の最大流入量発生時の降雨を与えた。また、 $K$ および $P$ の値は館谷<sup>10)</sup>がこれらダム流域での流出計算で非浸透域からの流出量の算定に用いた値である。厳密には浸透域からの流出量も含めた流出ゲイン特性で評価を行う必要があるが、ここでは簡単な検討のために非浸透域からの流出量のみでゲイン特性を評価した。 $G=0.05$ までの応答が洪水波形に現われるとすると、金山ダム・定山溪ダムともにおよそ $\omega=4$ (周期で約5600秒)の変動が洪水波形に現われる。貯水位平滑化フィルタの周期5600秒に対するゲインは金山ダムの15分および20分の遅れ時間の場合でそれぞれ0.906、0.852であり、また定山溪ダムの場合10分・15分の遅れ時間の場合でそれぞれ0.982、0.908となる。いずれの場合も仮定した真の変動のフィルタ通過率は85%以上となっている。

図-17は金山ダム貯水池で98年9月16日0時から12時に図-1のNo.1水位計で記録された水位データに図-14で示した貯水位平滑化フィルタを適用した結果である。(a)の原系列に対してフィルタ処理された結果(b)(c)は見た目では十分に平滑化されている。

## 6. 流入量推定計算

### (1) 流入量推定計算法

ダム貯水池流入量は通常次の連続式で計算される。

$$Q_i = \frac{dV(H)}{dt} + Q_o \quad (24)$$

ただし、 $Q_i$ 、 $Q_o$ および $H$ はそれぞれ推定流入量、ダム放流量、平滑化水位を表している。また、 $V(H)$ は $H$ - $V$ (貯留量)関係を表す関数である。短時間での水位変化を直線と仮定すれば $H$ は定数 $c$ 、 $d$ を用いて次式で示される。

$$H = ct + d, \quad \frac{dH}{dt} = c \quad (25)$$

式(25)を用いて式(26)を次式のように変形して流入量推定式とした。

$$Q_i = \frac{dV(H)}{dt} + Q_o = \frac{dV(H)}{dH} \frac{\partial H}{\partial t} + Q_o = \frac{dV(H)}{dH} \cdot c + Q_o \quad (26)$$

5. で定めた水位平滑化フィルタにより平滑化した各点水位データを用いて式(26)で流入量推定計算を行う。ただし、 $c$ の値は10分間分の平滑化水位データを用いて

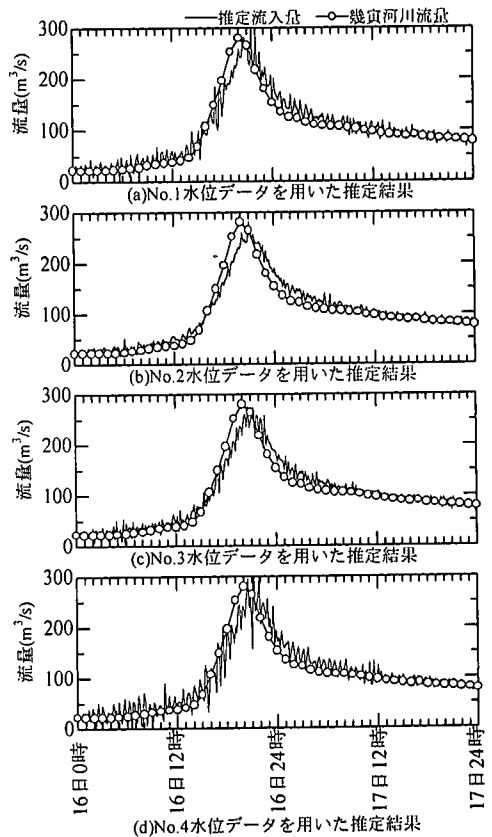


図-18 金山ダム推定流入量(建設省標準方式)  
(98年9月16日0時～98年9月17日24時:Case1)

式(25)の最小二乗近似から逐次求めており、従って $Q_i$ の推定値はさらに平滑化されたものとなっている。

### (2) 金山ダム貯水池への流入量推定

金山ダム貯水池において、図-1に示したNo.1からNo.4の各点で98年9月16日0時から17日24時の期間に計測された水位データ(Case1)および98年9月22日15時から23日24時に記録された水位データ(Case2)を用いた推定計算を行った。これらは降雨による出水時の水位データである。図-18は現行法(流入量更新時間間隔を10分間とした建設省標準方式)で推定した流入量(Case1)と金山ダムの主な流入河川である幾寅川の河川流量観測所(No.4水位計位置から上流約6kmの位置)で記録された河川流量を比較した結果である。また、図-19から図-22の各図は、貯水位平滑化フィルタを用いて得られた推定流入量を図-18と同様に河川流量と比較した結果である。ただし、図-19・図-21は図-14(a)に示した設定遅れ時間15分の貯水位平滑化フィルタを用いた場合であり、図-20・図-22は図-14(b)に示した設定遅れ時間20分の貯水位平滑化フィルタを用いた場合である。



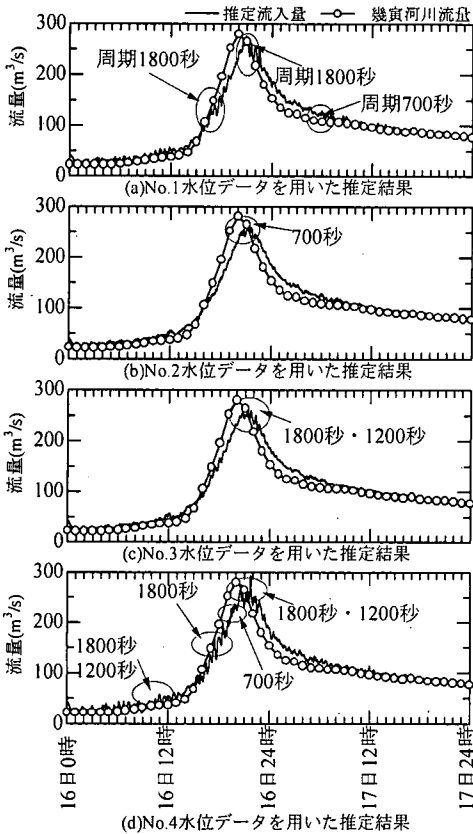


図-19 金山ダム推定流入量(設定遅れ時間15分)  
(98年9月16日0時～98年9月17日24時:Case1)

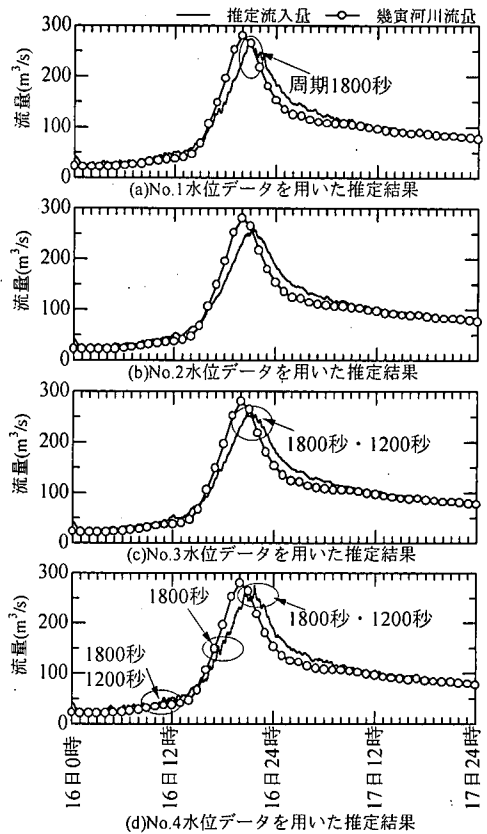


図-20 金山ダム推定流入量(設定遅れ時間20分)  
(98年9月16日0時～98年9月17日24時:Case1)

はじめに、現行法(建設省標準方式)による推定結果とフィルタを用いた推定結果を比較してみる。フィルタを用いて推定した流入量(図-19・図-20)の振動は現行法で推定された流入量(図-18)の振動より小さくなっており、推定結果に大きな改善が認められる。このフィルタが現行法と比較して優れた平滑効果を持つことが確認できる。

次にフィルタによる推定結果について見てみる。Case1では推定流入量のピークが河川流量のピークより小さく、Case2では推定流入量のピークが河川流量のピークより大きくなっている。金山ダム・定山溪ダムでは河川流量はH-Q曲線から求められており、河川流量の計測誤差が原因と思われる。河川流量の計測誤差は、一般に(1)H-Q曲線が頻度の多い中規模以下の出水で決定されており大規模出水の流量ではH-Q曲線の外挿によらざるを得ない、(2)出水時には河床変動が生じ、計測点前後の断面に変化が生じないというH-Q曲線の適用条件を満足しない、などの理由で生じる。こうした計測精度の問題はダム管理に河川流量を用いない理由にもなっている。また、図-19から図-21のいずれにおいても推定流入量のピークが河川流量のピーク

より若干遅れて現われている。先に述べた河川流量の計測誤差の問題のため厳密な議論は難しいが、フィルタによって生じる時間遅れと流入が水面の上昇に反映するまでの時間がこの時間遅れの中に含まれていると考えられる。

いずれの推定結果においても流入量が振動しており、Case1・Case2ともに設定遅れ時間が15分の場合にこの振動が顕著となっている。ここで現われる振動の周期は2200秒・1800秒・1200秒・700秒が卓越していた。これらは図-14に示した貯水位平滑化フィルタに残った通過域に一致する周期である。実際のセシユは、貯水池の複雑な境界条件を反映して理論周期に近い値の周期を持つものが多数重なって発生しているため、フィルタに残った通過域を一部のセシユがすり抜けてしまう。Case1について流入量の振動幅を見てみる。設定遅れ時間15分(図-19)の場合、No.1水位データを用いた推定(図-19(a))ではピーク付近で流入量が約30m³/sの幅で振動している。またNo.4水位データを用いた推定(図-19(d))ではピーク付近での振動幅が最大約50m³/sとなっており、16日17時から19時には約30m³/sの幅で振動しているのが見られる。これに対し

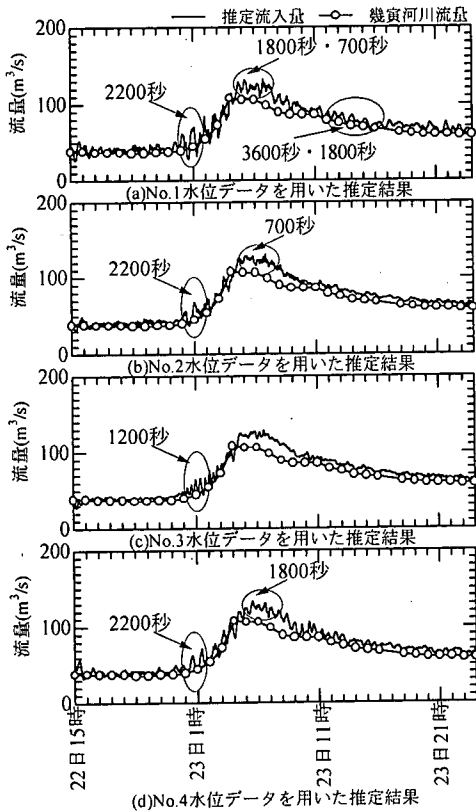


図-21 金山ダム推定流入量(設定遅れ時間15分)  
(98年9月22日15時～98年9月23日24時:Case2)

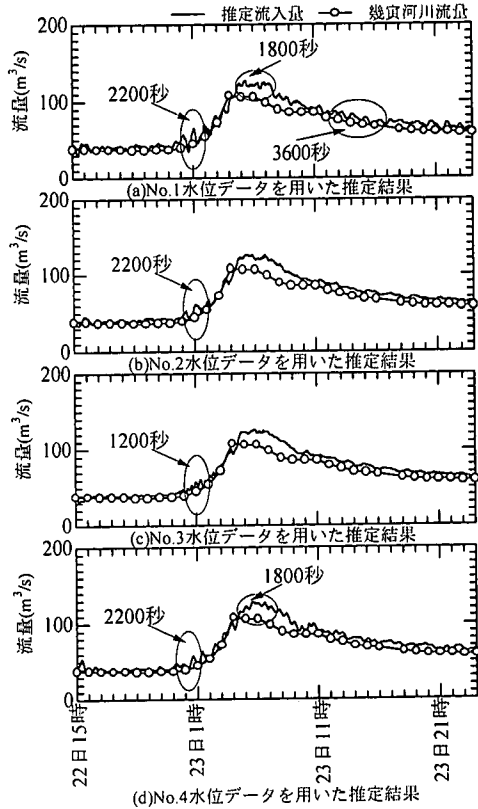


図-22 金山ダム推定流入量(設定遅れ時間20分)  
(98年9月22日15時～98年9月23日24時:Case2)

て設定遅れ時間20分(図-20)の場合、No.1水位データを用いた推定結果(図-20(a))のピーク付近の振幅は約 $10\text{m}^3/\text{s}$ まで低減されており、No.4の水位データを用いた推定ではピーク付近の最大振幅、また6日17時から19時の振幅はそれぞれ約 $20\text{m}^3/\text{s}$ と $10\text{m}^3/\text{s}$ まで低減している。Case2の場合最大の振幅はNo.1水位データによる推定結果の22日0時から23日2時の間に現われており、その最大振幅は設定遅れ時間15分(図-21(a))の場合で約 $40\text{m}^3/\text{s}$ 、設定遅れ時間20分(図-22(a))の場合で約 $30\text{m}^3/\text{s}$ であった。石田ら<sup>3)</sup>はCase1と同じ出水でNo.1水位データを用いた流入量推定計算を行っている。石田らの推定結果と本稿での推定結果を比較すると設定遅れ時間15分(図-19(a))の場合、流入量の振幅が全体的に大きくなるが、設定遅れ時間20分(図-20(a))の場合、石田らの結果と同程度まで振動を抑えた推定ができています。

セイシュの影響を抑えた流入量を得るには真値と判断される変動以外の成分をできる限り除去する必要があり、それにはより大きな遅れ時間を認める必要がある。金山ダムは国内有数の大規模貯水池であるため、セイシュ周期が他のダムと比べて非常に長い。一般に

大規模貯水池は容量が大きいので洪水時のゲート操作時間に余裕があり、長い遅れ時間が認められるであろう。実際、金山ダムではほとんどの洪水をゲート操作なしで処理しており20分の遅れ時間を認めることができる。また貯水池の規模が小さい場合には細かい時間でのゲート操作が必要となるが、セイシュ周期が短いので時間遅れの小さいフィルタでセイシュに対処できる。このように本平滑化手法はおよその貯水池で適用可能と考えている。

また、No.2およびNo.3水位データで推定された流入量(図-19から図-23の(b)(c))はNo.1およびNo.4水位データから推定された流入量(図-19から図-23の(a)(d))よりも振幅が小さい。これはモード1およびモード2のセイシュの節位置がそれぞれNo.3およびNo.2の水位計位置に近いためである。実際、著者ら<sup>3)</sup>は過去の研究で金山ダム貯水池では第1モードセイシュの節位置がNo.3の水位計位置にほぼ一致し、第2モードセイシュの節位置がNo.2の水位計位置に近い場所に現われることを明らかにしている。以上のように金山ダムの場合、No.2およびNo.3で得た水位データが流入量推定に重要と言える。

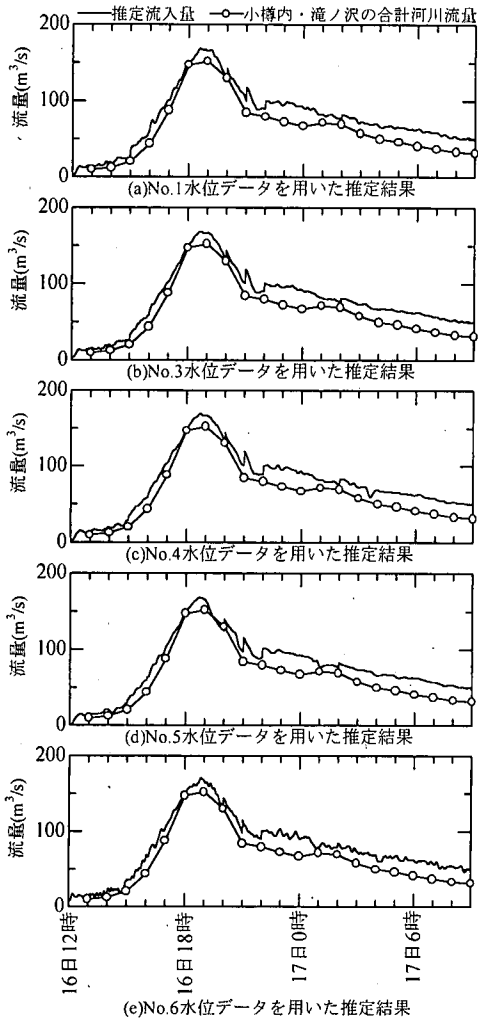


図-23 定山溪ダム推定流入量(設定遅れ時間10分)  
(98年9月16日12時~98年9月17日9時:Case3)

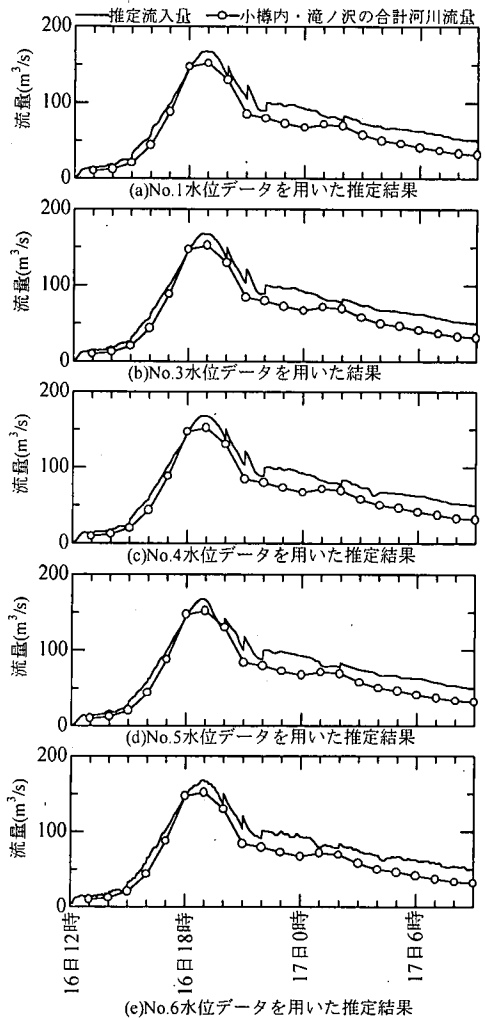


図-24 定山溪ダム推定流入量(設定遅れ時間15分)  
(98年9月16日12時~98年9月17日9時:Case3)

### (3) 定山溪ダム貯水池への流入量推定

定山溪ダム貯水池への流入量推定計算は、98年9月16日12時から17日9時(Case3)、96年5月29日9時から30日9時(Case4)および97年11月26日16時から27日18時(Case5)に記録された水位データを用いて行った。図-23から図-28の各図は流入量推定計算の結果を金山ダムの場合と同様に示している。ただし、図-23・図-25・図-27は設定遅れ時間10分の場合であり、図-24・図-26・図-28は設定遅れ時間15分の場合となっている。定山溪ダムの主な流入河川には小樽内川と滝ノ沢川があり、小樽内川ではNo.6水位計位置から小樽内川方向へ上流約1.5kmの位置で、また滝ノ沢川ではNo.5の水位計位置から滝ノ沢川方向へ上流約1kmの位置で流量観測が行われている。図-23から図-28に示した河川流量はこれら2つの観測流量の合計であ

る。

Case3の出水は定山溪ダム完成後に発生した最大の出水である。Case3では設定遅れ時間10分(図-23)の場合および設定遅れ時間15分(図-24)の場合共に流入量の振幅を小さく抑えた推定が可能となっており、両図を通じて現われた流入量の最大振幅は図-23(e)の16日22時から17日1時の間に現われた10m³/sであった。図-15に示したように定山溪ダムに対する貯水位平滑化フィルタの周波数振幅特性には、セイシュ最長周期より短い周期の領域に通過域がほとんど存在しないため、セイシュ成分がほぼ完全に除去された推定結果になっている。

Case4は融雪による出水の例である。このケースではNo.1の29日10時30分(図-25・図-26の(a))、No.3の30日3時30分(図-25・図-26の(b))、No.5の30日5時(図-25・図-26の(d))、No.6の29日10時30

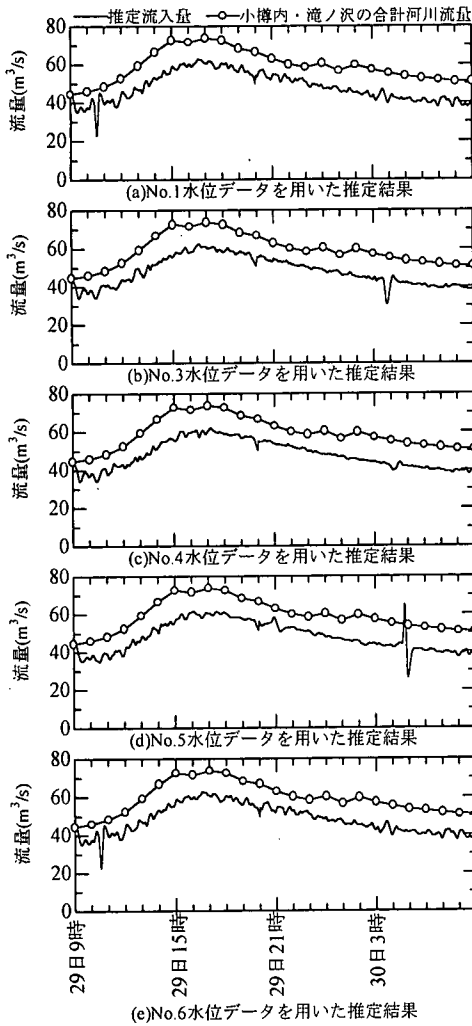


図-25 定山溪ダム推定流入量(設定遅れ時間10分)  
(96年5月29日9時~96年5月30日9時:Case4)

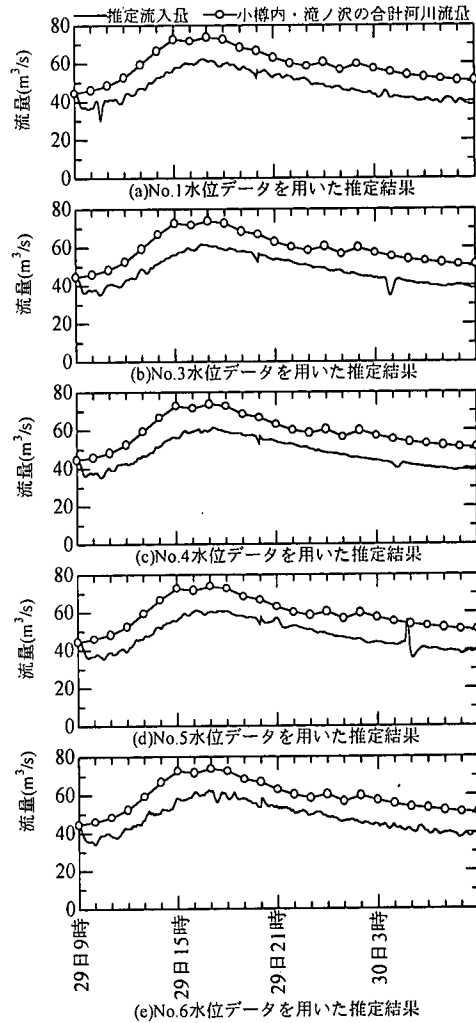


図-26 定山溪ダム推定流入量(設定遅れ時間15分)  
(96年5月29日9時~96年5月30日9時:Case4)

分(図-25・図-26の(e))において流入量が大きくジャンプしているが、これらは水位データの異常値が原因である。Case3の場合と同様に、Case4の流入量推定結果は設定遅れ時間10分の場合・設定遅れ時間15分の場合共に流入量の振動を抑えた推定が可能となっている。設定遅れ時間が10分の場合でも、最大の振動幅は $10\text{m}^3/\text{s}$ 未満であり、さらに設定遅れ時間15分の場合は流入量の振動幅を $5\text{m}^3/\text{s}$ 程度にまで低減した推定結果を得ている。

石田ら<sup>3)</sup>はCase3と同じ時間帯でNo.1水位データを用いた推定計算を行っている。石田らの推定結果では流入量の増加時に急激なジャンプが現われている。水位変化が明確に基準値を超えた時に流入量を更新する方式であるために、水位変化が緩やかな融雪出水などの場合に計算更新が遅れがちになることが推定結果にジャンプの現われる原因である。本研究における貯水

位平滑化フィルタは、水位変化の速度に関係なく処理を行えるためこのようなジャンプは現われない。すなわち水位変化が緩やかな場合に、貯水平滑化フィルタを用いる推定方法はその機能がより発揮できる。また、石田ら<sup>3)</sup>の方法はダムに流入する河川流量の情報を用いるために定山溪ダムのように複数の大きな流入河川がある場合、どの河川流量を用いるかで推定量に違いが生じる。これは降雨による出水の場合、各河川の流出特性の違いから特に影響が大きくなる。貯水平滑化フィルタを用いる推定方法では水位情報のみで推定が可能であり、これらが本手法の大きな特徴と言えよう。

Case5は出水の規模はそれほど大きくないが推定流入量をもっとも大きく変動する例となっている。設定遅れ時間10分(図-27(e))の場合、27日の4時から10時にかけて最大で $25\text{m}^3/\text{s}$ 以上の振動が現れている。ま

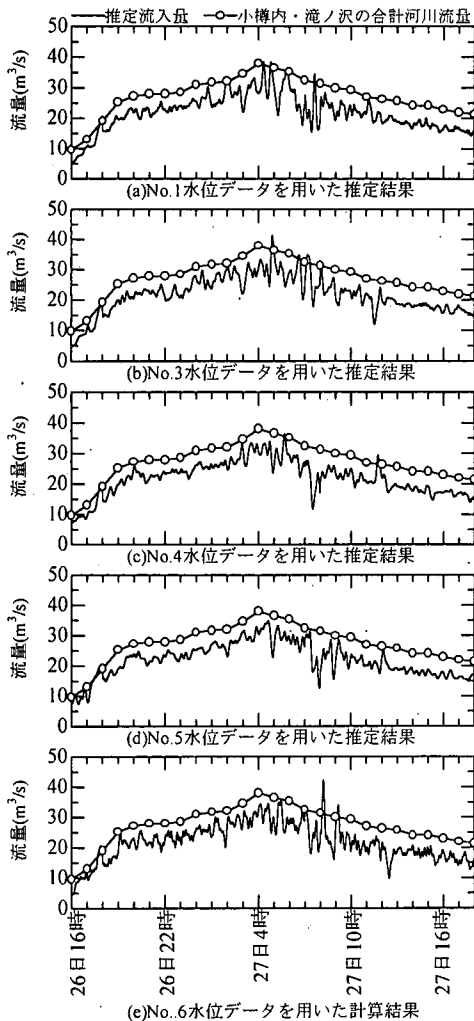


図-27 定山溪ダム推定流入量(設定遅れ時間10分)  
(97年11月26日16時~97年11月27日18時:Case5)

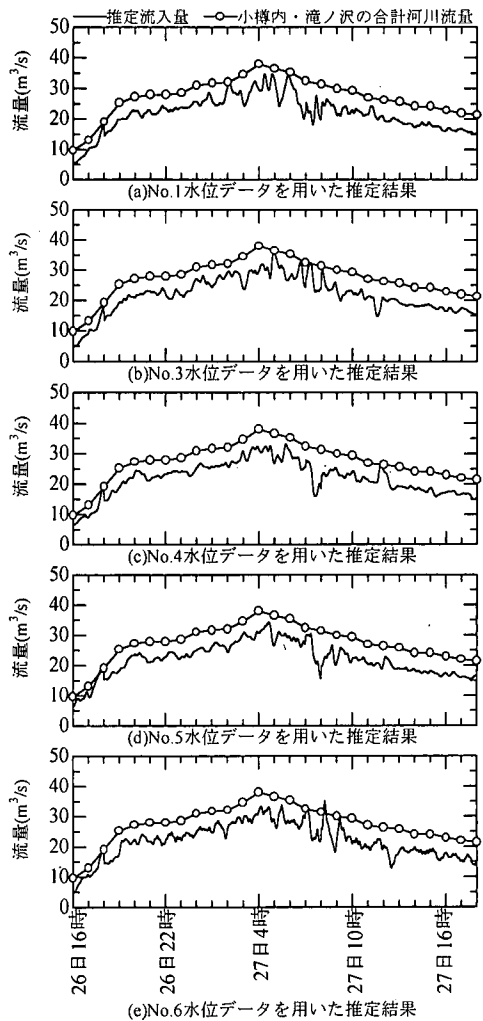


図-28 定山溪ダム推定流入量(設定遅れ時間15分)  
(97年11月26日16時~97年11月27日18時:Case5)

た設定遅れ時間15分(図-28(e))の場合でもこの時間帯に15m<sup>3</sup>/s程度の変動が見られる。この変動の周期はおよそ30分から1時間であり、定山溪ダム貯水池での最長セイシュ周期560秒と比べると非常に長い周期であることから風による水面の吹き寄せ現象がこの時間帯に発生していたと考えられる。Case3とCase5の時間帯にNo.4水位計位置の湖面付近で10分間隔に記録された瞬間最大風速の長軸方向成分を図-29(a)(c)に示す。またCase4の時間帯ではこの計測が行われておらず、ダム堤体上で毎時に記録された風速の長軸方向成分を図-29(b)に示した。ただし、下流から上流に向かって吹く風を正の風としている。Case5の時間帯(図-29(c))で唯一10m/s以上の強風が長時間持続している。流入量の振幅が大きくなる27日2時から27日10時の時間帯には、長軸方向風速の強弱と風向の逆転が現われており吹き寄せが発生しやすい風の状態と

なっている。良好な推定流入量が得られているCase3とCase4場合も、周期20分から1時間の範囲で吹き寄せの影響と思われる流入量の振動が小さいながらも現われている。Case3の時間帯(図-29(a))では平均風速5.5m/s程度で風向が変化しておらず、吹き寄せ現象が現われにくい風の状態と言える。また、Case4の時間帯(図-29(b))では29日9時から20時の間に10m/s以上の風速と風向の逆転が見られるが、推定結果(図-25・図-26)に吹き寄せの影響による振動は見られない。図-29(b)に示した風データは湖面から40m近く離れた場所で計測されており、湖面上を吹く風と異なるためと思われる。しかし、他の時間帯での風速は5m/s未満で風向の変化も見られないことから吹き寄せの影響は小さいと考えられる。以上のように、定山溪ダムにおいて良好な結果を得られるのは吹き寄せの影響が小さい場合である。本稿で用いた貯水位平滑化フィル

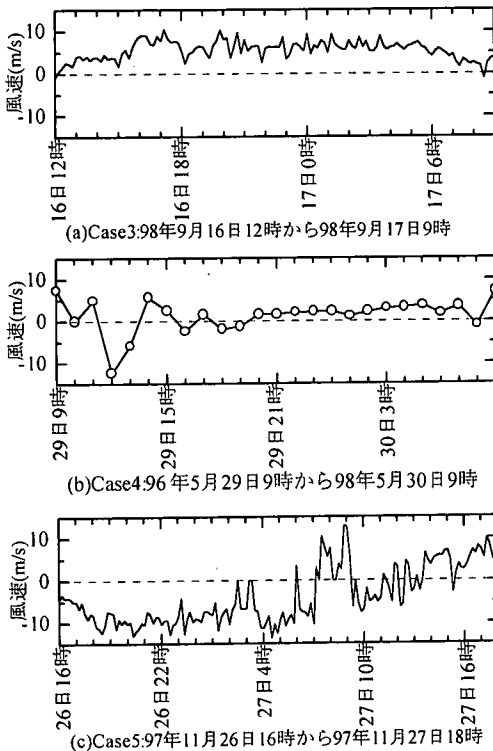


図-29 流入量推定計算時の定山溪ダム長軸方向風速

タはセイシュ除去を目的に設計されており、吹き寄せ現象が卓越して現われる場合には十分な平滑化が難しい。現時点で吹き寄せに対応するには、セイシュに注目してノッチ中心角周波数とローパスフィルタのカットオフ周波数を定めるのではなく、式(23)で仮定する真値の変動周期より短い周期成分をできる限り除去できるようにノッチ中心角周波数とカットオフ周波数を決定する方法が考えられる。また、このようにフィルタの構成を自由に変えることができるのはこの方法の特徴であり、これによって様々な水面変動に対する平滑化が可能である。しかし、吹き寄せは風の変動によって定まるため、風の変動周期が真の水位変動の周期より長い場合には、貯水位平滑化フィルタによる吹き寄せの除去は望ましくない。

金山ダム貯水池・定山溪ダム貯水池では複数点での同時水位が計測されているため、各点での計測水位からそれぞれの平滑水位と推定流入量が得られる。このように複数点での水位情報がある場合には吹き寄せ現象やフィルタを通過したセイシュ成分はこれら複数の平滑水位や推定流入量の空間平均を求めることである程度除去できる。現時点ではこれが吹き寄せ現象への最善の対策と考えられるが、一般的に複数点での水位計測は実用的ではない。著者ら<sup>4)</sup>は過去の研究で吹き寄せ現象の変動が現われない「吹き寄せの節」がモー

ド1のセイシュ節位置とほぼ同じ貯水池のおよそ中央部に存在することを確認している。この位置で計測した水位データに対してフィルタを適用して流入量推定を行うのが現時点では現実的な方法であろう。吹き寄せによる信号を水位データから確実に検出・除去できる手法の開発は今後の課題と言える。

## 7. 貯水位平滑化フィルタの特性解析<sup>1)</sup>

前節までに、貯水位平滑化フィルタを用いてセイシュの影響を抑えた流入量の推定が可能であることを確認した。しかし、流入量や静水位の真値は知りえない量であるために出力結果からフィルタの評価を行うことは困難である。そこで本節ではフィルタの入出力前後の分散の変化を調べることでフィルタ自体の評価を試みる。以下、20分の遅れ時間を設定した金山ダム用の貯水位平滑化フィルタを代表例にとり上げて解析を行う。

### (1) 入力水位データの統計的性質

図-30は、金山ダム貯水池で98年10月13日3時から7時にNo.1からNo.4の各点で記録された水面変動である。この時間帯は風が弱くかつ放流が無い時間帯となっている。また、図-30に示したデータは水位変動のトレンド成分を最小二乗法で直線を当てはめて除去したものである。図-31の実線は図-30に示した各時系列の自己相関係数を示している。図-31には周期約2300秒、1500秒、700秒という周期振動が現われているが、これらは全て各地点で卓越して現われたセイシュの存在を示している。図-31に現われた自己相関の構造は次式で表されるモデルで近似できると考えられる。

$$R(\tau) = A \cos(\omega_k \tau) + \sigma e^{-\alpha \tau} \quad (27)$$

ただし、 $R$ および $\tau$ はそれぞれ自己相関係数と遅れ時間(ラグ)であり、 $\alpha, A, \sigma, \omega_k$ は定数である。式(27)の1項目はセイシュの変動による自己相関係数を表し、第2項は流入量の変動による自己相関係数を表している。図-31の破線は式(27)による近似結果である。また、表-1に近似に用いたパラメータの一覧を示す。図-31では実測とモデルによる近似にずれの見られる部分があるが、これは実際には複数のセイシュが重なり合って存在するのに対してモデルでは1つの周期でこれらを代表しているためである。しかし、貯水位平滑化フィルタによってセイシュ成分は時系列からほとんど除去されるので式(27)に示すモデルを用いて検討を行う。

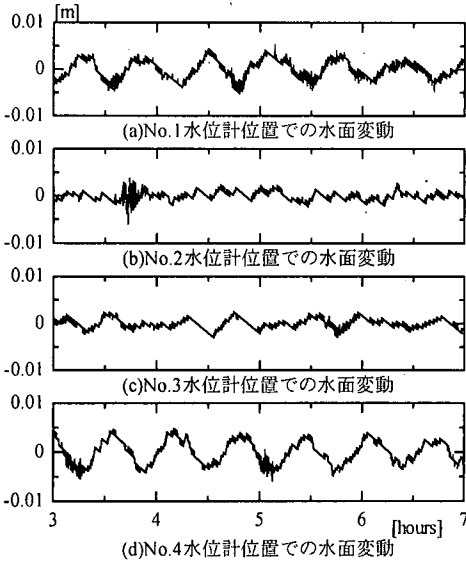


図-30 金山ダム各点水面変動  
(98年10月13日3時~7時)

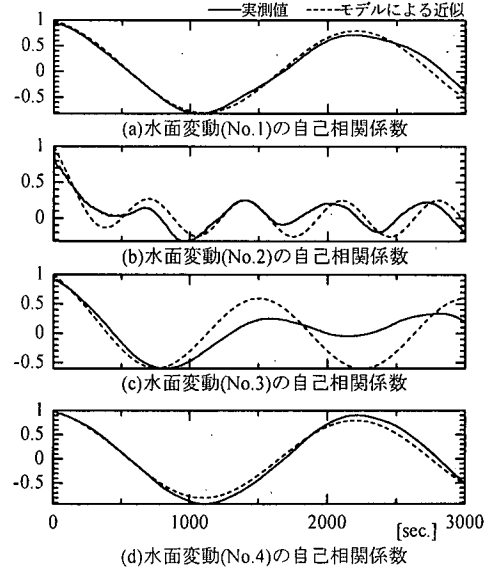


図-31 各点水面変動の自己相関係数  
(98年10月13日3時~7時)

## (2) フィルタ出力の統計的性質

貯水位平滑化フィルタに式(27)で表される自己相関の構造を持つ入力を与えられた時の出力の自己相関の構造を考える。貯水位平滑化フィルタはセシユ成分をほとんど除去できるので、式(27)のセシユによる自己相関係数を表す第1項目は無視できる。そこで、解析を容易にするため式(27)の第1項目を無視し、第2項目を分散 $\sigma$ で正規化して分散を1とした次式で表される自己相関関数をもつ入力を貯水位平滑化フィルタに与える。

$$R_m(\tau) = e^{-\alpha\tau} \quad (28)$$

ただし、 $R_m$ は入力の自己相関関数である。また、式(28)のスペクトルは次式で表される。

$$S_m(\omega) = \frac{2\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} \quad (29)$$

ただし、 $S_m$ は入力のスペクトルであり、 $\omega$ は角周波数を表す。また、式(15)および式(16)からローパスフィルタとノッチフィルタの周波数振幅特性は次式で示される。

$$G_L(\omega) = \frac{\omega_c^4}{(\omega_c^2 - \omega^2)^2 + 2\omega_c^2\omega^2} \quad (30)$$

$$G_{N(i)}(\omega) = \frac{(\omega_{0i}^2 - \omega^2)^2}{(\omega_{0i}^2 - \omega^2)^2 + b_w^2\omega^2}, \quad (i=1,2,3) \quad (31)$$

ただし、 $G_L$ 、 $G_{N(i=1,2,3)}$ はそれぞれローパスフィルタとノッチフィルタの周波数振幅特性である。ここで、 $G_{N(i=1,2,3)}$ の添え字*i*は3種類のノッチフィルタに対応する。貯水位平滑化フィルタの周波数振幅特性はこれら

表-1 近似に用いた各パラメータ

計測点	$\alpha$	$\sigma$	$\omega_k$	A
No.1	0.005	0.2	$2\pi/2200$	0.8
No.2	0.005	0.75	$2\pi/700$	0.25
No.3	0.005	0.4	$2\pi/1500$	0.6
No.4	0.005	0.2	$2\pi/2200$	0.8

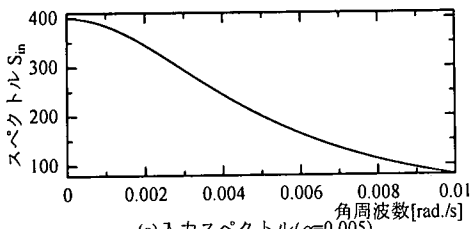
4つの周波数振幅特性の積なので次式で表される。

$$G_{ALL}(\omega) = G_L(\omega)G_{N1}(\omega)G_{N2}(\omega)G_{N3}(\omega) \quad (32)$$

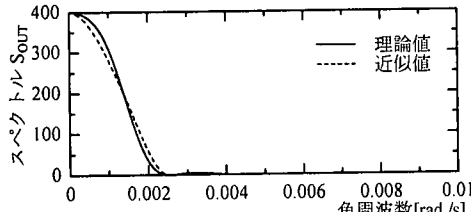
ただし、 $G_{ALL}$ は貯水位平滑化フィルタの周波数振幅特性である。出力のスペクトルはフィルタの周波数振幅特性と入力スペクトルの積で表されるので、貯水位平滑化フィルタに式(28)の自己相関関数を持つ入力を与えられた時の出力スペクトルは次式で与えられる。

$$S_{OUT} = G_{ALL}(\omega)S_m(\omega) \quad (33)$$

ただし、 $S_{OUT}$ は出力のスペクトルである。図-32(a)・図-33(a)は実測で確認できた $\alpha$ の値を用いて式(29)で計算した入力のスペクトルである。ただし、 $\alpha$ の値は図-31で得られた0.005と他のケースで見られた0.09を用いた。また図-32(b)・図-33(b)は式(33)で計算した出力のスペクトルである。 $\alpha$ の値が小さくなるに従い $\omega=0$ 付近での出力スペクトルが極端に大きくなり、 $\delta$ 関数的な形状になることで、元の信号は直流成分に近くなる。このことは定山溪ダムに対する貯水位平滑化フィルタの場合も、その周波数振幅特性の形状から同様である。すなわちフィルタの構造が同じであれば出力の分散は同様の挙動を示す。さらに出力の自己相関



(a)入力スペクトル( $\alpha=0.005$ )



(b)出力スペクトル( $\alpha=0.005$ )

図-32 フィルタ入出力のスペクトル(1)  
( $\alpha=0.005$ )

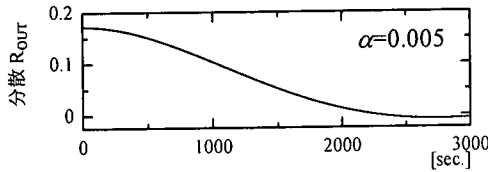
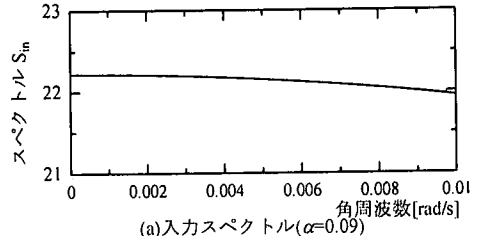
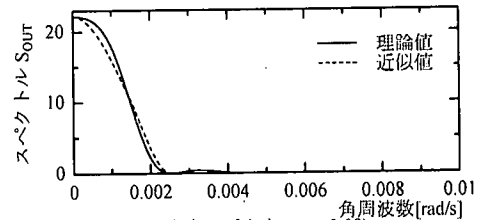


図-34 フィルタ入出力の自己相関関数(1)  
( $\alpha=0.005$ )



(a)入力スペクトル( $\alpha=0.09$ )



(b)出力スペクトル( $\alpha=0.09$ )

図-33 フィルタ入出力のスペクトル(2)  
( $\alpha=0.09$ )

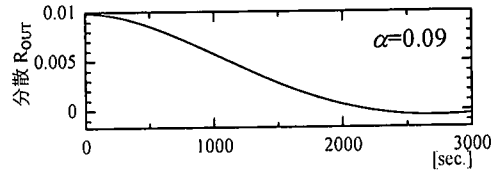


図-35 フィルタ入出力の自己相関関数(2)  
( $\alpha=0.09$ )

は式(33)のフーリエ逆変換から求められる。

$$R_{OUT}(\tau) = \int_0^{\infty} S_{OUT}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (34)$$

ただし、 $R_{OUT}$ は出力の自己相関関数である。また式(33)は式(29)から式(32)で分かるように偶関数であり、式(34)は次式のように変形できる。

$$R_{OUT}(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S_{OUT}(\omega) \cos(\omega\tau) d\omega \quad (35)$$

ところが、式(35)の被積分関数は高次の関数となり、解析的にこの積分を実行するのは非常に困難となる。そこで式(35)の $S_{OUT}$ を3次スプラインで近似して積分を実行する。 $S_{OUT}$ の形状は貯水位平滑化フィルタの周波数振幅特性の形状を考慮して以下の条件を満足するように近似した。

- 1) ノッチ中心の各周波数で出力のスペクトルが0であり、かつその1階微分が0となる。
- 2)  $\omega=0$ で出力のスペクトルが $2/\alpha$ となり、かつ1階微分が0となる。
- 3) 3つのノッチ中心角周波数を $\omega_{01}, \omega_{02}, \omega_{03}$ (ただし、 $\omega_{01} < \omega_{02} < \omega_{03}$ )とすると、 $\omega_{01}$ と $\omega_{02}$ の間の区間および $\omega_{02}$ と $\omega_{03}$ の間の区間に極大値が存在する。
- 4)  $\omega_{03}$ 以上の周波数領域では出力スペクトルは0になる。

このようにして $S_{OUT}$ を近似した結果を図-32(b)・図-33(b)に破線で示す。

図-34および図-35はこの近似した関数を用いて式(35)を積分して求めた出力の自己相関関数である。入力分散が1であるのに対して出力分散は約0.2( $\alpha=0.005$ )と約0.01( $\alpha=0.09$ )で1~2オーダー小さくなっており、この2ケースの $\alpha$ の値に対して貯水位平滑化フィルタは入力よりも小さい分散を持つ出力を与える。これは貯水位平滑化フィルタとして有利な性能である。また、出力分散および強い相関が持続する時間は $\alpha$ の値が小さくなるに従い大きくなる。このように $\alpha$ の値は出力の自己相関関数に大きく影響している。

図-36は $\alpha$ の値を変えて出力分散を計算した結果をプロットしたものである。 $\alpha$ の値が小さくなるに従い出力分散が大きくなっており、特に $\alpha=0.005$ 付近から急激に出力分散が大きくなる。これは流入量の変動が長時間持続する強い自己相関を持つ場合、貯水位平滑化フィルタはこの入力に対して大きめの分散を持つ出力を与える可能性があることを意味する。

出力の自己相関において強い相関が持続する時間を次式に示すタイムインテグラルスケールを指標にして検討する。



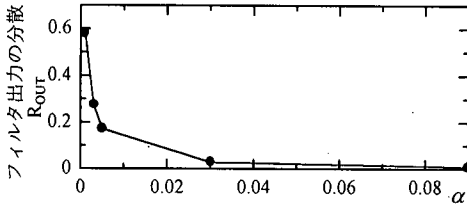


図-36 フィルタ出力の分散と $\alpha$ の関係

$$TIS = \frac{S}{R_{out}(0)} \quad (36)$$

$$S = \int_0^{t_0} R_{out}(\tau) d\tau \quad (37)$$

ここで、 $TIS$ はタイムインテグラルスケールであり、 $t_0$ は自己相関が最初に0になる遅れ時間(ラグ)である。

図-37は $\alpha$ の値を変えてフィルタ出力の $TIS$ を計算した結果をプロットしたものである。また、図中の入力 $TIS$ は次式により計算した。

$$R_m(0) = 1 \quad (38)$$

$$TIS = \int_0^{\infty} R_m(\tau) d\tau = \int_0^{\infty} e^{-\alpha\tau} d\tau = \frac{1}{\alpha} \quad (39)$$

図-37では $\alpha$ の値が0.003より大きくなると入出力の $TIS$ には約1200秒の違いが見られる。この違いは貯水位平滑化フィルタの設定遅れ時間に一致している。また入出力の $TIS$ は分散と同様に $\alpha$ の値が小さくなるに従い大きくなり、両者の差が小さくなっている。これは $\alpha$ の値の減少に伴い、入力信号が直流信号に近づくことで $TIS$ は無限大となり、またフィルタ出力の時間遅れが小さくなるためである。このように出力の自己相関が入力の自己相関よりも強い相関を長時間保つのはフィルタ出力に現われる時間遅れが原因となっており、入力信号の相関構造を保つ出力を得るにはフィルタ出力に生じる時間遅れの問題を解決する必要がある。

## 8. まとめ

ノッチフィルタとローパスフィルタの直列接続で構成される貯水位平滑化フィルタを用いるダム水位平滑化手法を提案し、本手法を金山ダム貯水池および定山溪ダム貯水池に適用して流入量の推定を行った。その結果、以下の成果を得た。

(1)貯水位平滑化フィルタを構成するノッチフィルタとローパスフィルタの出力には除去する信号の周期が長くなるほど大きい遅れ時間が生じ、流入量推定に不利な条件となる特性がある。

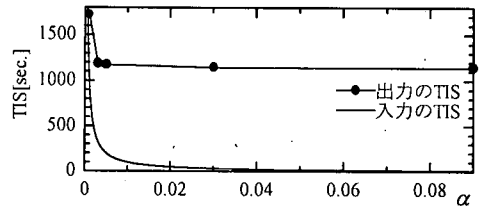


図-37 フィルタ入出力のタイムインテグラルスケールと $\alpha$ の関係

(2)金山ダム貯水池には約40分という非常に長い周期のセイシュが発生するため、(1)の理由からフィルタの適用が難しい。しかし、出力に生じる遅れ時間に20分を許容すれば流入量の振動を抑えた推定が可能であった。貯水池の規模が大きい金山ダムのセイシュは国内の他の貯水池と比較してかなり長い周期を有すると考えられることから、20分という時間遅れを認めることができるダム貯水池であれば本手法は適応可能と思われる。

(3)定山溪ダムのセイシュ周期は約560秒と短く(1)の理由からフィルタの適用が容易である。そのために設定遅れ時間を10分にしてもほぼ完全にセイシュの信号を水位データから除去でき、流入量の推定結果にはセイシュの影響が見られなかった。しかし、風による水面の吹き寄せ現象が卓越する場合、流入量が大きく振動する結果となった。

(4)風による吹き寄せ現象に対処するには真値の変動が取りうる最低周期を決定し、それより短い周期成分は除去できるフィルタを用いることが上げられる。しかし、吹き寄せ現象がセイシュ最長周期より長い周期で発生した場合、十分な平滑化が期待できなくなる。

(5)貯水位平滑化フィルタによる流入量推定に要する計算時間は、実時間48時間分の計算に対しても卓上計算機を用いた場合で30秒程度であり、実用上の問題はない。

フィルタ入出力前後の分散の変化を調べることでフィルタ出力の信頼性を検討した。その結果、以下の成果を得た。

(1)通常、フィルタ出力の分散は入力の分散に比べて小さくなる。しかし、静水位変動が強い相関を極端に長時間持続する場合に、出力の分散が入力の分散より大きくなる可能性のあることを確認した。

(2)出力の自己相関は入力の自己相関に比べると強い相関が長時間持続して現われる。これはフィルタ出力に生じる時間遅れの影響であり、フィルタ入力の相関構造を維持するにはこの時間遅れの問題を解決する必要がある。

## 9. おわりに

今後は貯水位平滑化フィルタを予測フィルタへ発展させることで遅れ時間の問題を解決し、さらに水位データから吹き寄せの信号を推定・除去するシステムを開発することで貯水位平滑化フィルタの適用範囲を広げること考えている。

### 付録：IIRフィルタの実現法について<sup>12)</sup>

IIRフィルタの実現法は、伝達関数の分母にある多項式で表されるフィードバックの表現によって様々である。本節では、本稿での計算に採用した方法を示しておく。  $x_i$  および  $y_i$  を式(12)で表されるフィルタの入出力とし、それぞれのZ変換を  $X(z)$  および  $Y(z)$  で表す。ただし、 $i$  は時点 ( $i=0,1,2,\dots$ ) を表す。この入出力関係は式(12)を用いて次式で示される。

$$Y(z) = H_D(z)X(z) = \frac{a_2 z^{-2} + a_1 z^{-1} + a_0}{b_2 z^{-2} + b_1 z^{-1} + b_0} X(z) \quad (40)$$

式(40)を次式のように書き換える。

$$Y(z) = (a_2 z^{-2} + a_1 z^{-1} + a_0)W(z) \quad (41)$$

ただし、上式において  $W(z)$  は次式で示される。

$$W(z) = \frac{1}{b_2 z^{-2} + b_1 z^{-1} + b_0} X(z) \quad (42)$$

さらに、式(42)を次式のように変形し、フィードバックを表現する。

$$W(z) = \frac{1}{b_0} X(z) - \frac{b_1}{b_0} z^{-1} W(z) - \frac{b_2}{b_0} z^{-2} W(z) \quad (43)$$

伝達関数の分子・分母を係数  $b_0$  で除してこの演算を行った結果はIIRフィルタの標準型構成と呼ばれている。IIRフィルタの計算は式(41)・式(43)を用いて実現できる。 $z$  の次数は時間遅延量を表すので、実際の計算は次の手順を実行すればよい。

(1)  $i=0$  の時

$$w_0 = \frac{x_0}{b_0} \quad (44)$$

$$y_0 = a_0 w_0 \quad (45)$$

(2)  $i=1$  の時

$$w_1 = \frac{x_1}{b_0} - \frac{b_1}{b_0} w_0 \quad (46)$$

$$y_1 = a_0 w_1 + a_1 w_0 \quad (47)$$

(3)  $i$  が2以上の時

$$w_i = \frac{x_i}{b_0} - \frac{b_1}{b_0} w_{i-1} - \frac{b_2}{b_0} w_{i-2} \quad (48)$$

$$y_i = a_0 w_i + a_1 w_{i-1} + a_2 w_{i-2} \quad (49)$$

ただし、 $w_i$  は  $W(z)$  を時間領域で表現したものである。この計算手順から分かるように、最初の2つの出力が得られた時点ではフィルタが完全に機能していない。そのため、最初の2つの出力は大きく振動する。そこで実際の計算では、計算開始時の入力値を持つ直流成分を各入力から差し引き、得られた出力にこの直流成分を加えることで、この大きな振動を抑えている。また、時間が経過して出力が収束すれば、この処理による出力の違いは無くなる。

### 参考文献

- 1) 佐々木元, 森北佳昭: 貯水池流入量把握法に関する一検討, 土木研究所論文, 第2302号, 1986.
- 2) 和歌森文男, 船橋誠壽, 大成幹彦: 貯留量推定によるダム制御方式, 電気学会論文誌C, pp.291-297, 1981.
- 3) 石田享平, 中村興一, 鈴木洋之, 藤田陸博: ダム貯水池流入量の推定精度向上に関する研究, 水文・水資源学会誌, Vol.13, No.1, pp.31-43, 2000.
- 4) 石田享平, 鈴木洋之, 長谷川和義: 多点同時水位計測による定山溪ダム貯水池での水面変動の計測と解析, 土木学会論文集, No.628/II-48, pp.163-176, 1999.
- 5) 鈴木洋之, 長谷川和義, 中津川誠, 岩崎政司: 金山ダム貯水池の水面振動特性, 第54回土木学会年次学術講演会講演概要集, pp.508-509, 1999.
- 6) 鈴木洋之, 長谷川和義, 藤田陸博, 岩崎政司: フィルタ理論を用いたダム貯水池への流入量推定, 水工学論文集, 第44巻, pp.377-382, 2000.
- 7) 三谷政明: デジタルフィルタデザイン, 昭晃堂, 1997.
- 8) 石田義久, 鎌田弘之: デジタル信号処理のポイント, 産業図書, 1990.
- 9) 田中岳, 藤田陸博, 工藤陸信, 内島邦秀: kinematic Waveモデルと貯留型流出モデルの比較, 土木学会論文集, No.614/II-46, pp.21-36, 1999.
- 10) 館谷清: 洪水分散計画に基づく石狩川の治水計画に関する実証的研究, 北海道大学博士論文, 1990.
- 11) 鈴木洋之, 長谷川和義, 藤田陸博, 岩崎政司: 貯水位平滑化フィルタの精度に関する一考察, 土木学会北海道支部論文報告集第56号(B), pp.282-287, 2000.
- 12) 中村尚吾: ビギナーズデジタルフィルタ, 東京電気大学出版社, 1998.

(2000.4.26 受付)

# A NEW ESTIMATION METHOD OF INFLOW INTO DAM RESERVOIR USING DIGITAL FILTER

Hiroyuki SUZUKI, Kazuyoshi HASEGAWA, Mutsuhiro FUJITA,  
Kyohei ISHIDA and Masashi IWASAKI

Amount of water inflow into a dam reservoir is estimated from the increment of hydrostatic water level in the constant time intervals. The data of water inflow is important for efficient dam operation. Therefore, the measurement of hydrostatic water level with high accuracy is important work to know the exact amount of water inflow. However, the data of water level is disturbed by the signals of wind wave, seiche and so on. The estimation method of hydrostatic water level is demanded from a dam administrator. This paper proposes the new estimation method of hydrostatic water level using IIR digital filter, and the effect of this filter is discussed. It is confirmed that the water inflow can be estimated using the new method. And the accuracy of estimation is discussed by investigating the variance of filter output.