

延性・脆性の二材料を用いた 複合構造物の構造形式決定問題

海老澤健正¹・松本高志²・堀井秀之³

¹正会員 工修 名古屋工業大学助手 工学部社会開発工学科 (〒466-8555 愛知県名古屋市中区御器所町)

²正会員 Ph.D. 東京大学講師 大学院工学系研究科社会基盤工学専攻 (〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1)

³正会員 Ph.D. 東京大学教授 大学院工学系研究科社会基盤工学専攻 (〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1)

本研究では延性・脆性の二材料を用いた複合構造物の最適構造形式(形状と材料配置)を定量的に決定することを目的としている。まず、一定の荷重条件・境界条件のもとで複合構造物全体のエネルギー吸収能を目的関数として最大化する最適化問題の定式化を行い、滑降シンプレックス法および遺伝的アルゴリズムを用いて最適化を行った。次に、最適化手法により得られた複合構造形式の形状と材料配置について考察を行い、自律分散的手法における材料配置に関する局所ルールを仮定した。仮定された局所ルールによる自律分散的手法を用いて複合構造物の構造形式を決定し、最適化手法によるものと比較する事によりその妥当性を検討した。

Key Words : hybrid structure, structural optimization, cellular automaton

1. はじめに

近年開発された Engineered Cementitious Composite (ECC) と呼ばれる繊維補強セメント系材料は、従来の脆性的で低靱性なコンクリートに比べて、延性的で高靱性な性質を獲得するに至った^{1),2),3)}。ECC とはセメントペーストにポリエチレン等の繊維を混入した複合材料であり、この材料の最大の特徴は引張およびせん断応力下において優れた靱性を持つことである。図-1 は閑田・Li²⁾による ECC (40 μ m 径ピロニオン繊維 2% 混入) の引張試験による応力-ひずみ関係を Akita ら⁴⁾によるコンクリートの引張試験の結果と比較したものであり、ECC においてはひずみが約 2% に至るまで硬化挙動が見られる。これは、ひび割れ形成時に繊維が応力を伝達することにより、ひび割れが局所化せず、複数のひび割れが分散して発生するためである。靱性に富むこの材料は従来のセメント系材料に比べてエネルギー吸収能と破壊に対する抵抗力が極めて高いという特徴を有する。

このような特徴を有する ECC に対して既に様々な用途への適用が提案されている。特に構造物の耐震性向上を目的としたものでは、堀井ら⁵⁾による耐震補強部材としての性能の検討と、Mishra・Li⁶⁾による鉄筋コンクリート部材の塑性ヒンジとしての性能の検討が挙げられる。これらの構造形式では、引張応力が強く発生する部分に脆性的なコンクリートの代わりに ECC を使用することによって従来の構造に比べて性能を向上させることに成功している。しかし、構造物中に ECC を配

置する場所や量は定量的に決定されており、各材料の材料特性が必ずしも十分には利用されていないのが現状である。また、構造物の限界状態から各構成材料に要求される性能が決まる事を考えると、材料には要求性能を越える過大な性能は必要ない。よって、さらなる構造物の全体性能の向上や材料の有効利用を図るためには、材料性能を十分に活用した構造形式とすることが必要である。しかし、一般的に従来の構造物に比べ複合構造物の構造形式は複雑でその自由度も高いために、実績も少なく新たな構造形式を試行錯誤的に検討しているのが現状である。よって、複合構造物においては構造形式の洗練は不十分であり、定量的に構造形式を評価、決定する手法が必要とされる。

ここで複合構造物の構造形式の決定とは構造物の形状決定・材料配置問題と考えることができる。単一の

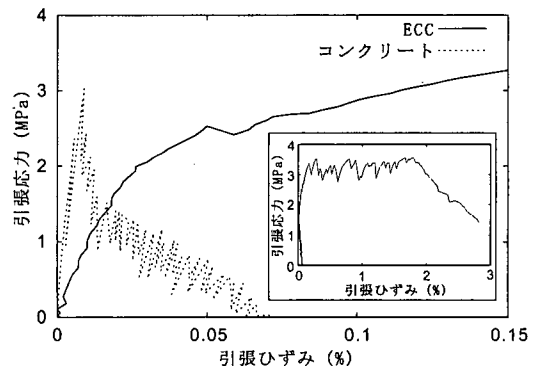


図-1 ECC とコンクリートの応力-ひずみ関係

材料を用いた構造物の形状決定問題は位相最適化問題として多くの研究がなされている。Inou⁷⁾や佐々木⁸⁾によってそれぞれセルラーオートマトンと自律分散システムを用いた手法が提案されており、一般の最適化手法によるものと同様の構造形式が得られている。また、複合構造物の材料配置問題としては、Inou がヤング率の異なる弾性二材料を用いた問題に対して同様の手法を適用している。しかし、既往の研究は弾性材料に関するもののみであり、ECCとコンクリートのように塑性域において大きく挙動の異なる二材料を対象とした形状決定・材料配置問題に関する研究はなされていない。

本研究は、材料特性に基づく材料配置方法を明示した自律分散的手法によって、二材料を用いた複合構造物の構造形式を定量的に決定する方法を提案するものである。延性・脆性の二材料を用いた複合構造物には鋼やコンクリート等様々な材料を用いたものが存在する。一般的な二材料による複合構造形式の決定を目標とするが、本研究ではその一例としてECCとコンクリートによる複合構造物を対象に、ECCの優れたエネルギー吸収能を利用した耐震部材の最適化を行うものとする。まず、ECCとコンクリートの持つ複雑な材料特性を単純化した材料モデルに置き換える。その材料モデルを用いて、構造物の形状決定・材料配置問題を最適化問題として定式化し、滑降シンプレックス法および遺伝的アルゴリズムを用いて最適化を行う。そして、それによって得られた構造形式の考察から、材料配置に関する局所ルールを仮定し、自律分散的手法による構造形式決定方法を提案する。

2. 最適化問題の定式化

本研究では、ECC・コンクリートをそれぞれ材料特性を単純化した延性・脆性材料として置き換えた問題を扱う。両材料ともに、von Misesの降伏条件を用い降伏後の降伏曲面は等方硬化とし、引張・圧縮において同じ特性を示すものとする。延性材料は降伏強度に達した後は塑性ひずみが限界値に達するまではその強度を保つものとし、脆性材料は降伏強度に達した後は強度が0となるものとする。ただし、有限要素解析の収束性を確保するために、両材料ともに強度を低下させる場合にはヤング率の1.5倍の軟化勾配を設けている。各材料の応力-ひずみ関係を図-2に示す。また、諸物性値は前述の関田・LiおよびAkitaらによるECC、コンクリートの引張試験の結果を参考に表-1の値を用いる。なお、試験ではECCとコンクリートの最大強度はほぼ同等であるが、二材料の強度が等しい場合には延性材料が脆性材料の代用として用いられることが可能となるため、構造形式の特徴の把握が困難となる。そのた

表-1 延性・脆性材料の諸物性値

	延性材料	脆性材料
ヤング率	$E_d = 30\text{GPa}$	$E_b = 30\text{GPa}$
ポアソン比	$\nu_d = 0.3$	$\nu_b = 0.3$
降伏強度	$\sigma_{dy} = 3\text{MPa}$	$\sigma_{b0} = 5\text{MPa}$
降伏時のひずみ	$\epsilon_{dy} = 0.010\%$	$\epsilon_{b0} = 0.0167\%$
最大引張ひずみ	$\epsilon_{d0} = 2.010\%$	—
最終引張ひずみ	$\epsilon_{df} = 2.025\%$	$\epsilon_{bf} = 0.0417\%$

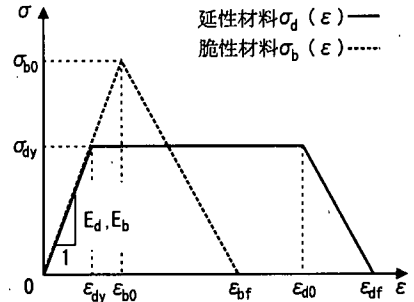


図-2 延性・脆性材料の応力-ひずみ関係

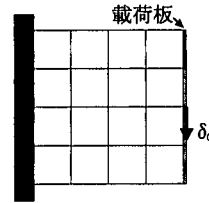


図-3 領域

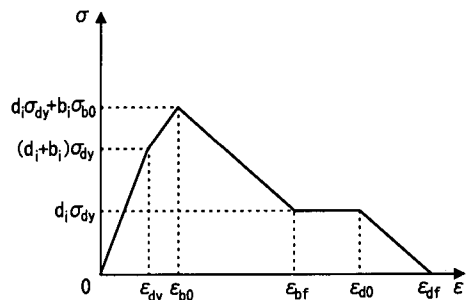


図-4 線形結合による応力-ひずみ関係

め、二材料の特性の違いを強調するために脆性材料の最大強度を大きく設定している。

設計領域として図-3に示すような縦1m×横1mの片持ち梁を縦4×横4計16の有限要素に分割したものを考える。この領域を対象として二次元平面応力での有限要素解析により荷重・変位を求め最適化を行う。この梁は、左端を固定端として各点の水平・鉛直変位を固定し、右端を自由端とし、その中央に鉛直変位 $\delta_0 = 2\text{mm}$

を与える。ただし、自由端全面に厚さ 20mm の剛性の高い板を剛結することによって、塑性時の変形の集中を抑制する。載荷板のヤング率は 210GPa、ポアソン比は 0.3 とする。

設定した領域を分割する各要素に対して、(1) 延性材料を配置する、(2) 脆性材料を配置する、(3) 材料を配置せず空隙とするの 3 状態のいずれかをとることによって、構造物全体の形状・材料配置を表すこととした。これによって表される構造物の性能を評価することによって、構造形式の定量的決定を行う。n 個に分割した各要素 $i (i = 1, \dots, n)$ において延性・脆性の各材料の配置の有無を示す変数として d_i, b_i を定義し、最適化問題の設計変数とする。これらの変数は値が 1 の時材料が与えられていることを表し、0 の時には材料が配置されていないことを表すものとし、0 と 1 の間については各材料の応力-ひずみ関係を線形結合して各要素での材料特性を定義する (式 (1), 図-4)。

$$\sigma(\epsilon; d_i, b_i) = d_i \sigma_d(\epsilon) + b_i \sigma_b(\epsilon) \quad (1)$$

ここで、 $\sigma_d(\epsilon), \sigma_b(\epsilon)$ はそれぞれ延性・脆性材料の応力-ひずみ関係である。これにより、設計変数が 0 と 1 の間の要素は延性・脆性材料および空隙を組み合わせた中間的な材料特性を持つ。しかし、これは実際の設計においても中間的な材料の適用を表すものではなく、要素よりも細かい部材の配置を要素内で平均化したものと捉える。これにより設計変数を連続変数とすることで構造物の形状の変化を連続的に表し、要素分割の粗さを補うことが可能となる。なお、ポアソン比や降伏条件等については両材料とも同一であるためそのまま適用する。

また、設計変数に対して以下の制約を加える。各要素における材料は 0 以上であり、両材料の和は 1 以下であることから、不等式制約条件式 (2) を満たす必要がある。なお、有限要素解析においては要素の強度を完全に 0 とすることができないため、要素における材料を 0 に近い値とすることによって材料が配置されない状態を近似する。

$$\begin{aligned} d_i &> 0 \\ b_i &> 0 \\ d_i + b_i &\leq 1 \end{aligned} \quad (2)$$

さらに、構造物全体の材料体積を一定とし、設計領域に対する延性・脆性材料の体積比をそれぞれ v_d, v_b とする。各要素の体積は等しいため式 (3) で表される。

$$\begin{aligned} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i &= v_d \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n b_i &= v_b \end{aligned} \quad (3)$$

材料体積を比較的小さくすることで構造物の輪郭が明確になること、実際の構造物では価格の問題から大部分が脆性材料であるコンクリートで構成され延性材料である ECC は一部分にのみ用いられることを考慮して、本研究では各材料の体積比として $v_d = 0.06, v_b = 0.24$ を用いている。

最適化における目的関数は、構造物の耐震性能の指標として一定変位時のエネルギー吸収能とし、その最大化を行う。本来、耐震性能を評価するためには種々の地震波を用いた動的解析を行う必要があるが、全体の構造形式を捉える一次設計としての利用を念頭に置き 1 つの荷重条件下における静的解析に単純化する。特に本研究で用いたモデルでは載荷点が一点のみであるため、目的関数は載荷点での変位 δ 、最終変位 δ_0 、荷重 $P(\delta)$ を用いて次のように表される。

$$\int_0^{\delta_0} P(\delta) d\delta \quad (4)$$

以上により最適化問題は次のようにまとめられる。

$$\begin{aligned} &\text{maximize } \int_0^{\delta_0} P(\delta) d\delta \\ &\text{subject to } \text{材料体積に関する制約条件 (式 (2), 式 (3))} \\ &\quad \text{力のつり合い (有限要素解析)} \end{aligned} \quad (5)$$

3. 最適化手法

最適構造物から材料特性と材料配置方法の関連を考察するために、前章の式 (5) により定式化された最適化問題を、滑降シプレックス法⁹⁾および遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm, GA)^{10), 11)}を用いて最適化を行った。これらの最適化手法は一般的に表-2 に示すような特徴を持つものである。以下では本研究における両手法の概要について述べ、次章において得られた最適構造物の特徴について考察する。

表-2 最適化手法の特徴

最適化手法	滑降シプレックス法	遺伝的アルゴリズム
設計変数	連続変数のみ	離散変数に変換
目的関数	連続関数	不連続関数も可
取り扱える制約条件	なし	設計変数の上・下限値
探索能力	局所最適化	突然変異による大域的最適化
目的関数評価回数 (本研究)	約 300~800	2,500

(1) 滑降シンプレックス法

弾性体を対象とした位相最適化においては感度解析が容易であるため、逐次線形計画法等の導関数を必要とする最適化手法が適用されている¹²⁾。しかし、本研究では目的関数値を数値計算によって得るために偏微分の精度が低くなるため、導関数を必要としない多次元の最大化の方法の一つである滑降シンプレックス法を採用した。 m 次元問題では $m+1$ 個の頂点を持つ非退縮のシンプレックスを作り、各頂点の目的関数値に応じて図-5のように頂点を移動してシンプレックスを折り返し、縮小、拡大することにより、目的関数が極値をとる点に収束させる。

また、制約条件を取り扱うことのできる滑降シンプレックス法に近い最適化手法としては拡張シンプレックス法やコンプレックス法があるが、本研究では後者の手法を発展させて以下のように制約条件を扱うこととする。まず、材料配置に関する不等式制約条件(式(2))については、シンプレックスの頂点の実行可能領域内に存在するように移動量を以下のように制限して制約を満たすものとする。現在のある頂点ベクトルを x_0 、滑降シンプレックス法により定められる頂点を移動させる方向ベクトルを d 、その係数を $\lambda (\lambda > 0)$ とすると、移動後の頂点ベクトル x_1 は次式で表される。

$$x_1 = x_0 + \lambda d \quad (6)$$

滑降シンプレックス法によって決定される λ の値よりも、実行可能領域内で λ がとり得る最大値 λ_{\max} が小さい場合には、

$$\lambda = \xi \lambda_{\max} \quad (7)$$

として移動量を小さくし、移動後の頂点も実行可能領域内に存在するものとする。ここで、 ξ は $0 < \xi < 1$ の定数で、複数の頂点の一つの制約条件上に集まりシンプレックスの次元が下がることを避けるためのものである。次に、材料体積に関する等式制約条件(式(3))については、線形であることからシンプレックスの次元を落とすことによって、常に頂点が等式制約条件を満たすようにする。すなわち、設計変数ベクトルを線形等式制約条件に対して直交化し、制約条件の数だけ次元の落ちたベクトルを基底ベクトルとして初期シンプレックスを作成する。

滑降シンプレックス法は大域的な最大値探索法ではなく極値探索法であるため、初期シンプレックスを変えて3回行い、また、それぞれの初期値に対し収束値が極小であることを確認するために収束後に再び滑降シンプレックス法を2回適用する。その際図-5に示されている各パラメータ値には表-3の値を用いた。なお、許容誤差は頂点の目的関数値の最大値と最小値の差をその平均値で割ったもので定義する。

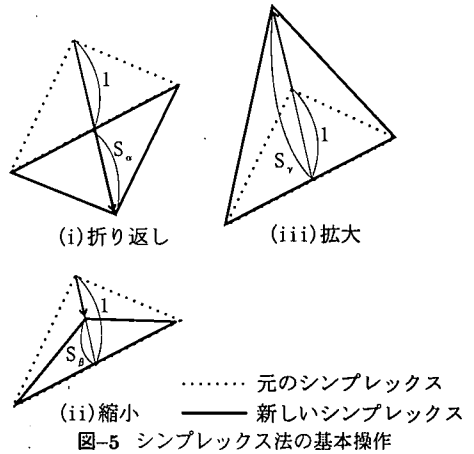


図-5 シンプレックス法の基本操作

表-3 滑降シンプレックス法のパラメータ値

折り返し時の拡大率 S_α	1.0
縮小時の縮小率 S_β	0.5
拡大時の拡大率 S_γ	2.0
制約時の移動量の係数 ξ	0.9
収束時の許容誤差	1.0×10^{-3}

(2) 遺伝的アルゴリズム

本研究で扱う最適化問題(式(5))はひずみが局所化する部分の異なる複数の破壊モードを持つために、目的関数が不連続であり、多くの極値が存在することが考えられる。そのため、数理的最適化手法では局所解に陥りやすく、その解決を目的として遺伝的アルゴリズムを用いた最適値探索を適用する。

遺伝的アルゴリズムとは、生物における自然淘汰と遺伝子の突然変異を人為的に模倣することによって数理的最適化手法では解くことの困難な問題の解を見いだそうとする手法である。

本手法では、最適化問題における設計変数ベクトルは二進数列の染色体で表される個体と呼ばれ、目的関数は適応度として評価される。以下に示す操作を繰り返すことにより適応度(目的関数)の高い解を探索する(図-6)。

- ランダムに個体を一定数生成し初期世代とする。
- グレーコーディングにより染色体を設計変数に対応させ、現在の世代の各個体の適応度(目的関数)を求める。
- トーナメント法により次の世代の親となる個体を選択する(淘汰)。トーナメント法とはランダムに選び出した一定数(トーナメントサイズ)の個体の中で最も適応度の高い個体を親として選択する方法である。
- 選び出された親に対し、交叉率、突然変異率に従って確率的にGAオペレータ(二点交叉、突然変異)

を作用させて次の世代の個体を生成する。

(e) 上記過程を一定世代繰り返す。

なお、世代数等の各パラメータには表-4に示す値を用いる。

本研究では不等式制約条件(式(2)), 等式制約条件(式(3))が存在するが, 一般的な遺伝的アルゴリズムでは, 各設計変数の下限・上限値という形でのみしか制約条件として与えることができない。そこで, 以下の方法(図-7)によりグレーコーディングから得られた10進数の設計変数 d_i, b_i に対し制約条件を満足させる。

(a) 等式制約条件(式(3))を満たすように次式により d_i, b_i を計算する。

$$d_i = \frac{nv_d}{n} d_i$$

$$\sum_{i=1}^n d_i$$

$$b_i = \frac{nv_b}{n} b_i$$

$$\sum_{i=1}^n b_i$$
(8)

(b) 各要素 i について, 不等式制約条件(式(2))を満たすよう式(9)を適用する。

$$d_i = 0.01 \quad (d_i < 0.01 \text{ のとき})$$

$$b_i = 0.01 \quad (b_i < 0.01 \text{ のとき})$$

$$d_i = \frac{d_i}{d_i + b_i} \quad (d_i + b_i > 1 \text{ のとき})$$

$$b_i = \frac{b_i}{d_i + b_i}$$
(9)

(c) 再び等式条件を満たすように設計変数を変化させる。以上の操作により限界値に達して変化させない設計変数の和 d'_{sum}, b'_{sum} および限界値に達していない設計変数の和 d_{sum}, b_{sum} を求める。限界値に達していない設計変数に対し式(10)を適用し, 等式制約条件を満足させる。

$$d_i = d_i \frac{nv_d - d'_{sum}}{d_{sum}}$$

$$b_i = b_i \frac{nv_b - b'_{sum}}{b_{sum}}$$
(10)

(b), (c) の繰り返しにより全ての設計変数が制約条件式(2), (3)を満たすまで繰り返す。

また, 遺伝的アルゴリズムでは極値は得られないため, 得られた最大値を用いて滑降シプレックス法を適用することによって極値を得る。そして, 初期値についてはランダムに作成した2通りの値を用いて最適化を行う。

4. 最適構造物とその特徴

滑降シプレックス法および遺伝的アルゴリズムによるエネルギー吸収能の最大値を表-5に示す。そして,

表-4 遺伝的アルゴリズムのパラメータ値

世代数	50
1世代あたりの個体数	50
トーナメントサイズ	2
交叉率	0.8
突然変異率	0.01

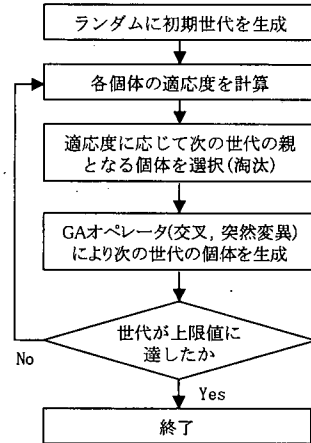


図-6 遺伝的アルゴリズムの流れ

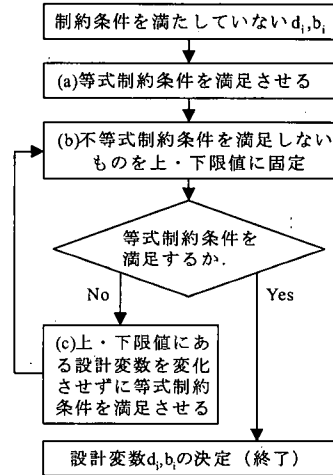


図-7 制約条件の取り扱い

各ケースでの最適化後の各材料の配置と最終変位時の変位および相当塑性ひずみ分布を示したのが図-8である。材料配置図では, 色の濃い部分が材料を配置されることを示し, 白い部分が空隙であることを示す。また, 両材料の欄は二材料の和であり構造物の輪郭を表している。なお, 変位は50倍に拡大して表示している。また, 計算回数に対する最大値の変化をそれぞれ図-9, 図-10に示す。ここで, ケースS1~S3は滑降シプレックス法, G1,G2は遺伝的アルゴリズムによる最適解である。

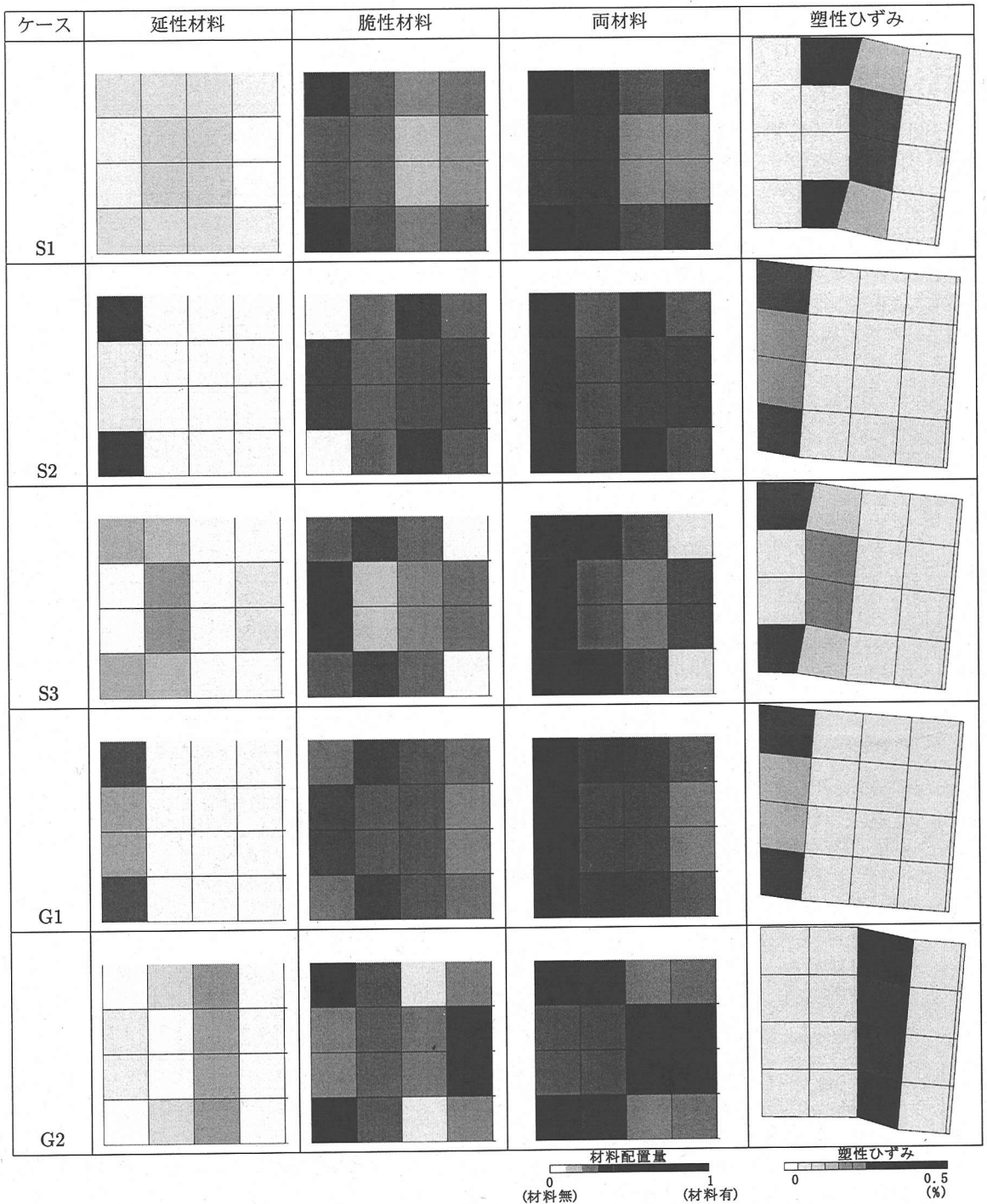


図-8 材料配置と塑性ひずみ分布

滑降シプレックス法による結果はいずれの場合においても初期値から最適値の向上が小さい。一方、遺伝的アルゴリズムにおいては、どちらの場合も初期値がそれほど良くないにも関わらず、滑降シプレックス法よりも高い最適値を見つけ出している。したがって

G1, G2 においては、遺伝的アルゴリズムを用いて大域的な最適化を行い、滑降シプレックス法により局所的な極値に収束することによって、よりエネルギー吸収能の高い構造形式を得ることができていると考えられる。

表-5 エネルギー吸収能の最大値の変化

ケース	初期値	最終収束時
S1	0.261	0.310
S2	0.359	0.469
S3	0.201	0.375
G1	0.287	0.462
G2	0.258	0.455

(単位:kJ)

また、図-8に示した最適解の構造形式において、材料配置と応力・ひずみ分布の間には以下のような関係が見られる。

- 延性材料が多く配置されている要素においては、大きな塑性ひずみが発生し変形が局所化している。すなわち図-8の延性材料と塑性ひずみの図において、色が濃く表された部分がほぼ一致している。特に、ケース S2,G1 では塑性ひずみが集中する要素のみに延性材料が配置されている。しかし、塑性ひずみの最大値は約0.3%であり、仮定した延性材料の最大引張ひずみ約2%には全く及んでいない。
- 脆性材料は大きな応力の発生する要素に多く配置される。ケース G2,S1 では、弾性挙動時に最大応力が発生する固定端上下縁部の要素に多く、逆に応力があまり働かない自由端側の要素には配置量が少ない。また、多くのケースにおいては最終変位時に破壊に達する程の塑性ひずみが発生する要素については脆性材料が少ない傾向にある。つまり、延性材料とは逆に図-8においては、塑性ひずみと脆性材料の図では色の濃淡が反転している。これは、材料強度の低下によって構造物の強度全体が低下するためであると考えられる。しかし、ケース G1のように塑性ひずみの大きい要素にも脆性材料が配置されている場合もあり、脆性材料を破壊することによってエネルギー吸収能を向上させる構造形式も考慮する必要がある。

5. 自律分散的手法の構築

前章までの最適化により、エネルギー吸収能を最大にする構造物の材料形式およびその特徴が得られた。その結果から材料特性に基づいた材料配置方法に関する局所ルールを設定し、自律分散的手法に基づく構造形式決定方法を構築する。

まず、自律分散的手法を応用した構造形式の決定の具体的手順を以下に示す(図-11)。

- 各要素に材料配置量 d_i, b_i の初期値を与える。
- 有限要素解析により最終変位 δ_0 時の各要素の応力・ひずみ状態を得る。

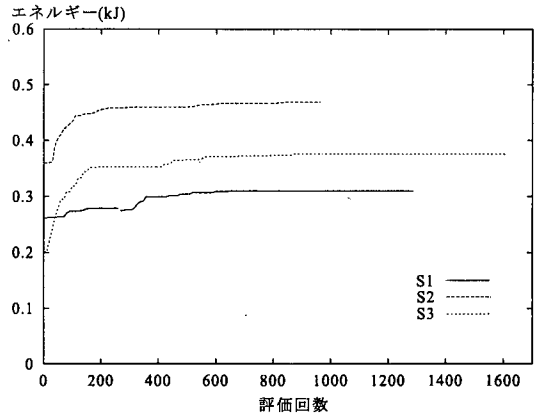


図-9 エネルギー吸収能の変化(滑降シンプレックス法)

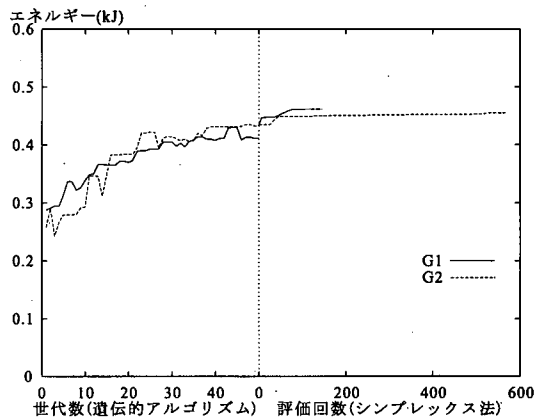


図-10 エネルギー吸収能の変化(遺伝的アルゴリズム)

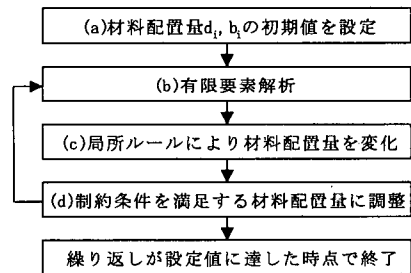


図-11 自律分散的手法の流れ

(c) あらかじめ仮定した局所ルールに基づき、(b)で得た応力・ひずみ状態から各要素ごとに材料配置量を変化させる。

(d) 材料配置量が制約条件(式(2)、式(3))を満足するように調整する。ここでは、遺伝的アルゴリズムと同様の手法を用いる。

(e) 再び手順(b)に戻り繰り返す。

収束性は保証されないため、あらかじめ設定した繰り返し回数に達した時点で終了とする。

最適化問題と同様、本研究では構造形式の決定における目的を構造物全体のエネルギー吸収能としている。そこで、エネルギー吸収能を向上させる構造形式を決定する局所ルールを、最適化によって得られた構造形式の考察から以下のように仮定する。

- 延性材料は塑性ひずみ、脆性材料は応力の大きい部分に材料が配置される傾向がある。また、脆性材料が破壊することによってエネルギー吸収能を向上させる例も見られる。ひずみ、応力はともにひずみエネルギーと正の関係にあり、また各要素のひずみエネルギーの和が構造物のエネルギー吸収能となることから、ひずみエネルギーを材料配置の指標の一つとおく。
- しかし、脆性材料では最終変位時に破壊に達するような塑性ひずみが発生している場合には、材料が配置されない傾向も見られる。この傾向は、ひずみエネルギーのみでは説明することができないため、最終変位時の降伏強度を材料配置の指標に加える。

よって、 t ステップ目の延性・脆性材料配置量 $d_i^{(t)}, b_i^{(t)}$ から $t+1$ ステップ目の材料配置量 $d_i^{(t+1)}, b_i^{(t+1)}$ を求めるための局所ルールを式 (11) のように定める。

$$\begin{aligned}
 d_i^{(t+1)} &= d_i^{(t)} \left\{ 1 + \alpha_1 \left(\frac{W_i^d}{W_i^{d \max}} - 1 \right) \right\} \\
 &\quad \times \left\{ 1 + \alpha_2 \left(\frac{\sigma_i^d}{\sigma_i^{d \max}} - 1 \right) \right\} \\
 b_i^{(t+1)} &= b_i^{(t)} \left\{ 1 + \alpha_3 \left(\frac{W_i^b}{W_i^{b \max}} - 1 \right) \right\} \\
 &\quad \times \left\{ 1 + \alpha_4 \left(\frac{\sigma_i^b}{\sigma_i^{b \max}} - 1 \right) \right\}
 \end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}
 W_i^d &= \int_0^{\epsilon_i} d_i \sigma_d(\epsilon) d\epsilon \\
 W_i^b &= \int_0^{\epsilon_i} b_i \sigma_b(\epsilon) b\epsilon \\
 W_i^{d \max} &= \int_0^{\epsilon_{df}} d_i \sigma_d(\epsilon) d\epsilon \\
 W_i^{b \max} &= \int_0^{\epsilon_{bf}} b_i \sigma_b(\epsilon) b\epsilon \\
 \sigma_i^d &= d_i \sigma_d(\epsilon_i) \\
 \sigma_i^b &= b_i \sigma_b(\epsilon_i) \\
 \sigma_i^{d \max} &= d_i \sigma_{dy} \\
 \sigma_i^{b \max} &= b_i \sigma_{b0}
 \end{aligned} \tag{12}$$

ここで、各要素での両材料のひずみエネルギー W_i^d, W_i^b 、エネルギー吸収能 $W_i^{d \max}, W_i^{b \max}$ 、最終変位時の降伏強度 σ_i^d, σ_i^b 、最大強度 $\sigma_i^{d \max}, \sigma_i^{b \max}$ はひずみ ϵ_i 、両材料の応力-ひずみ関係 $\sigma_d(\epsilon), \sigma_b(\epsilon)$ を用いて式 (12) により与えられる。また、 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ は収束に関する正の定数であり、本研究での解析では全て 0.1 とする。

表-6 エネルギー吸収能の変化

要素数	初期値	最大値
16	0.174	0.499 (150 ステップ目)
100	0.135	0.888 (32 ステップ目)

(単位:kJ)

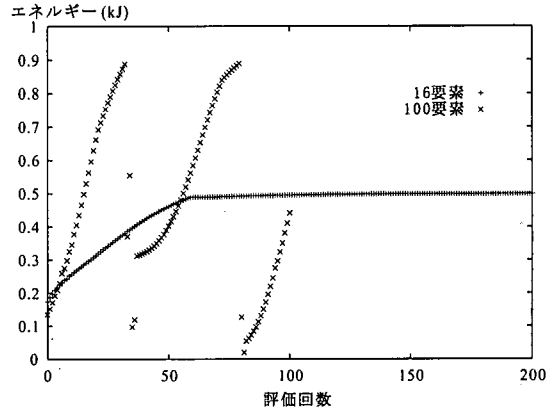


図-12 エネルギー吸収能の変化

6. 自律分散的手法による構造形式決定

最適化の際に用いた片持ち梁を対象構造物として、自律分散的手法を用いて構造形式を決定する。要素分割が最適化の場合と同じ 16 要素のもの、領域を縦 10×横 10 計 100 の要素に分割したものについて解析を行う。どちらの場合も各要素に両材料が均一に配置された状態を初期値とする。これらについて、構造物のエネルギー吸収能の変化を示したものが表-6、図-12 である。また、エネルギー吸収能が最大の構造物の材料配置量、最終変位時の変形および塑性ひずみ分布を図-13 に示す。

解析条件の等しい 16 要素の場合で最適化手法によるもの(表-5)と比較すると、エネルギー吸収能は約 6% 向上している。材料配置や塑性ひずみ分布に関しては最適化手法 S2,G1 のケースに類似しているが、固定端中央や自由端上下縁においては材料が少なくなっており形状が比較的鮮明になっている。100 要素の場合においても、構造物の形状は弾性材料における形状決定問題で得られるような V 字型の形状をしており、延性材料は固定端部分で塑性ヒンジとして働いている。しかし、16 要素と 100 要素の場合とを比較すると、塑性ひずみの集中している固定端における材料配置が異なっている。16 要素の場合では延性材料だけではなく脆性材料も配置されているのに対し、100 要素の場合には延性材料のみが配置されている。これは、100 要素の場合

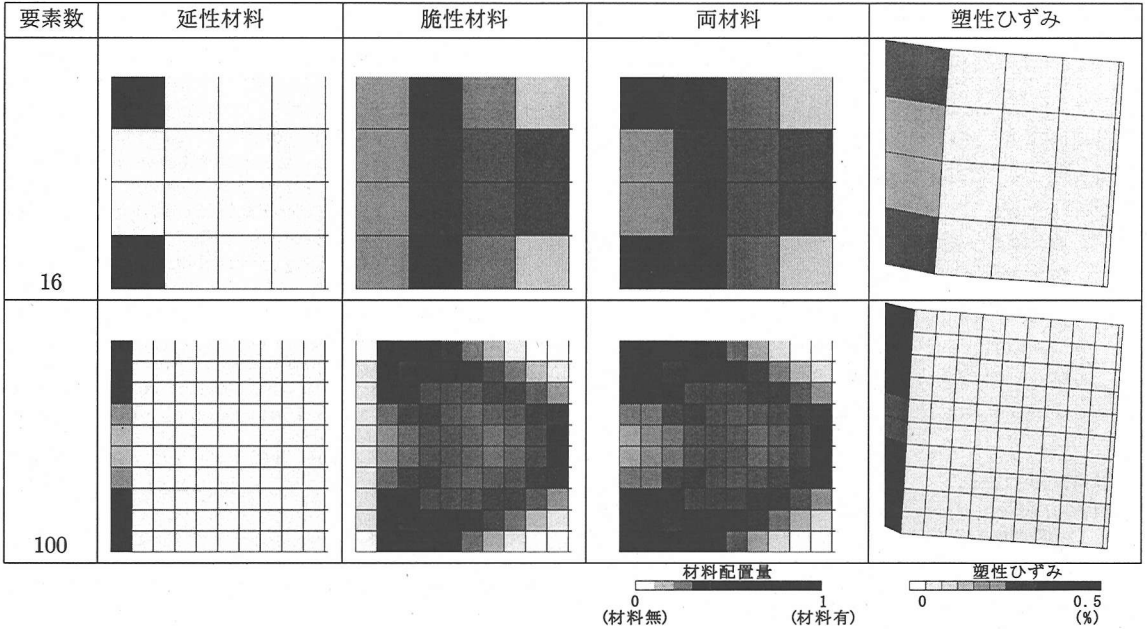


図-13 材料配置と塑性ひずみ分布

には要素が細かいために延性材料を固定端上下縁に必要な量を配置させることが可能であるが、16要素の場合には要素が粗く延性材料を十分に集中させることができないため、代わりに脆性材料も配置して破壊させることによりエネルギー吸収能を向上させているためであると考えられる。

以上より、前章で構築した自律分散的手法により最適構造物の同様の特徴を持つ構造形式を得ることができる。

また、構造物の評価回数については、要素数にかかわらず最適化手法に比べて少ない回数でエネルギー吸収能の高い構造形式を決定することができた。しかし、構造物全体のエネルギー吸収能を直接評価しないため、最適化手法(図-9, 図-10)と異なり図-12に示す本手法の結果は必ずしも収束が得られていない。16要素の場合には材料配置量に関する制約条件の影響により収束が得られているが、100要素の場合にはエネルギー吸収能が急減したのち再び向上している。この急減はひずみが集中する部分に変化するためであり、繰り返し発生すると考えられる。この過程は最適化手法の大域的な最大値探索と異なり系統的に行われていないため、エネルギー吸収能の急減後も解析を行いその最大値を最適解とするよりも、急減する前の最初の最大値をある初期値に対する解として取り扱い様々な初期値を用いて解析する方が適当である。初期値依存性を持つシミュレーション法や遺伝的アルゴリズムにおいても同様に複数の初期値を用いた解析が必要であることを考慮すると、解の探索効率は向上したと考える。

しかし、実際の設計への応用を考えた場合、本研究で用いた材料特性は非常に単純化されたものであり、ECCやコンクリートの持つ圧縮と引張特性の違いや複雑な降伏条件、ECCとコンクリートの接合面の挙動等を考慮しなければならない。その上で、自律分散的手法を構築するためには、それらの挙動を表すパラメータについて考察を加える必要がある。さらに、ECCの最大引張ひずみが約2%であるのに対し、本解析では塑性ひずみが約0.3%(16要素)、0.7%(100要素)に留まっていることから、より細かい要素分割が求められる。

7. まとめ

本研究では、延性・脆性の二材料を用いた構造形式を定量的に決定する方法を構築した。その手法は以下のようにまとめられる。

- ECC・コンクリートを単純な材料特性を持つ延性・脆性材料に置き換えた。各要素の材料特性を二材料の応力-ひずみ関係の線形結合として定義し、材料配置量を連続的に扱うこととした。
- エネルギー吸収能の高い構造形式の特徴を求めするために、簡単な境界条件の下で滑降シミュレーション法、遺伝的アルゴリズムを用いて最適化を行った。その結果、延性材料はひずみ、脆性材料は応力が高い要素に材料がより多く配置される傾向が観察された。
- 各要素ごとに材料配置量を決定する自律的構造形式決定方法を構築した。最適構造物の観察により、

各要素のひずみエネルギー、応力をパラメータとして材料配置量を決定する局所ルールを仮定した。

また、解析の結論として以下のことが挙げられる。

- 最適化と同様の境界条件の下で本方法を適用したところ、エネルギー吸収能が最適解と比べて約6%向上し、その妥当性が示された。
- 要素数の大きい解析では少ない構造解析の評価回数でエネルギー吸収能の高い構造形式を決定することが可能となった。

今後、ECC・コンクリートを用いた設計のためには、より細かく分割された領域を用いて、実際の材料特性を表すパラメータについて検討を行う必要がある。

参考文献

- 1) Li, V.C. : From micromechanics to structural engineering - the design of cementitious composites for civil engineering applications, *JSCCE Journal of Structural Mechanics and Earthquake Engineering*, No.471/I-24, pp.1-12, 1993.
- 2) 関田徹志, Li, V.C., 浜田敏裕 : ピニロン繊維を用いた高靱性 FRC の材料設計と開発, *コンクリート工学年次論文報告集*, Vol.20, No.2, pp.229-234, 1998.
- 3) Kanda, T. and Li, V.C. : Multiple cracking sequence and saturation in fiber reinforced cementitious composites, *JCI Concrete Research and Technology*, Vol.9, No.2, pp.19-33, 1998.
- 4) Akita, H., Koide, H. and Tomon, M. : Uniaxial tensile test of unnotched specimens under correcting flexure, *Fracture Mechanics of Concrete Structures, Precedings FRAMCOS-3*, pp.367-375, AEDIFICATIO Publishers, 1998.
- 5) Horii, H., Kabele, P., Takeuchi, S., Li, V.C., Matsuoka, S. and Kanda, T. : On the prediction method for the structural performance of repaired / retrofitted structures, *Fracture Mechanics of Concrete Structures, Precedings FRAMCOS-3*, pp.1739-1750, AEDIFICATIO Publishers, 1999.
- 6) Mishra, D.K. and Li, V.C. : Feasibility study of using a ductile cementitious composite for plastic hinge performance improvement, Submitted to RILEM, *J. of Mat'l and Structures*, 1996.
- 7) Inou, N., Uesugi, T. and Ujihashi, S. : Autonomous formation of biomimetic structures by cellular automaton, *Proc. 4th Japan International SAMPE Symposium*, pp.621-626, 1995.
- 8) 佐々木康彦, 山本広祐 : 局所ルールによる構造形態の形成手法とその視覚的評価, *土木学会第 53 回年次学術講演会*, pp.476-477, 1998.
- 9) ジャコビ, S.L.S., コワリク, J.S., ピソ, J.T. (関根智明訳) : 非線形最適化問題の反復解法, 培風館, 1976
- 10) 伊庭斉志 : 遺伝的アルゴリズムの基礎 - GA の謎を解く -, オーム社, 1994.
- 11) 石田良平, 村瀬治比古, 小山修平 : パソコンで学ぶ遺伝的アルゴリズムの基礎と応用, 森下出版, 1997.
- 12) Swan, C.C. and Kosaka, I. : Voigt-Reuss topology optimization for structures with linear elastic material behaviours, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.40, pp.3033-3057, 1997.

(2000.6.12 受付)

AN OPTIMIZATION PROBLEM OF HYBRID STRUCTURAL FORM WITH DUCTILE AND BRITTLE MATERIALS

Takemasa EBISAWA, Takashi MATSUMOTO and Hideyuki HORII

The purpose of this paper is quantitative determination of the optimal shape and material distribution of the hybrid structures which consist of ductile and brittle materials. At first, the optimization problem which maximizes the energy absorption of the whole structure under a specific load and boundary condition is formulated and solved using downhill simplex method and genetic algorithm. By the consideration of the optimized shape and material distribution of the resulting hybrid structures, the local rule of cellular automaton about material distribution is assumed. To verify the validity of the local rule, the structural forms by the cellular automaton and by the optimization methods are compared.