

モンテカルロフィルタを用いた構造同定

佐藤 忠信¹・梶 啓介²

¹正会員 工博 京都大学防災研究所教授(〒611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)

²正会員 工修 電源開発株式会社(〒104-8165 東京都中央区銀座 6-15-1)

構造システム同定にモンテカルロフィルタを適用するための基礎的な問題点を明かにするとともに具体的な構造系を用いて問題点の解決法を提示する。モンテカルロフィルタではシステムの不確定性を表現する確率特性と観測ノイズを規定する確率特性の両者を与えなければならないが、これらの特性を観測値のみから決定する方法論を構築した。まず、モンテカルロフィルタの確率特性を規定する最適なパラメータを用いると構造動特性を安定に同定できることを示す。次に、適応型モンテカルロフィルタを開発し、非定常な動特性を有する構造系の同定が行えることを示す。さらに、常時微動計測結果を用いて3層実大鉄骨フレーム構造物の動特性をモンテカルロフィルタにより同定する。

Key Words : structural identification, health monitoring, Monte Carlo filter, log likelihood, adaptive Monte Carlo filter, microtremor

1. はじめに

構造物の振動計測結果に基づいて時刻歴上で時々刻々と構造物の動特性を同定する手法はオンライン同定と言われている。オンライン同定では観測データの逐次処理が必要になるので、予測誤差法¹⁾、カルマンフィルタ²⁾、 H_∞ フィルタ³⁾等を利用したシステム同定アルゴリズムが開発されてきた^{4) 5) 6) 7) 8)}。こうしたアルゴリズムでは初期値の不確定性、システムの不確定性ならびに観測ノイズの確率分布特性をガウス型と仮定して理論体系が構築されている。したがって、一般性のある議論を行うためには、ガウス型以外の確率分布特性を取り扱える理論体系が必要である。

本研究では、北川^{9) 10)}によって開発されたモンテカルロフィルタを利用して、構造システムの動特性を同定するためのアルゴリズムを開発する。モンテカルロフィルタは、観測値が得られたときの状態量の条件付確率分布を粒子と呼ばれる実現値を用いて表現するもので、その粒子の状態変化を状態方程式に基づいてシミュレートし、その粒子を尤度に応じてリサンプリングすることで状態量の分布を同定する。したがって、状態量の初期分布やシステムの不確定性ならびに観測ノイズの分布特性を自由に設定できるという利点を有

している。また、一般的なシステム方程式と観測方程式は非線形となるが、それらを線形化する操作を行わなくてもフィルタリングを行なえるという利点もある。

まず、1自由度線形構造系を対象として、モンテカルロフィルタの確率特性を表すパラメータが同定に及ぼす影響について考察を行う。さらに、対数尤度を用いて最適な確率特性を表すパラメータを決定する。次に、過去の観測値の影響を忘却することができる適応型モンテカルロフィルタを開発する。開発した適応型モンテカルロフィルタを用いて、動特性が急激に変化する構造系の同定が可能であることを示す。最後に、実大構造物の常時微動記録を用いてモンテカルロフィルタによる構造同定を行い、実データへの適用性を検討する。

常時微動の計測は簡便に行えるので、起振器などが無くても、構造物の動特性を把握することが可能である。兵庫県南部地震を契機に実際に損傷を受けた構造物の常時微動を計測することにより、その損傷度を判定しようとする試みがなされるようになってきている。沢井等¹¹⁾、鈴木等¹²⁾は構造物の固有周期の変化を、中村・安井¹³⁾は構造物の層ごとの剛性の変化について調べている。

2. 同定手法

(1) モンテカルロフィルタ

以下に、モンテカルロフィルタ⁹⁾の概要を述べる。対象とするモデルでは、状態方程式と観測方程式が次式のように与えられるものとする。

$$\mathbf{x}_n = F(\mathbf{x}_{n-1}, \mathbf{w}_{n-1}) \quad (1)$$

$$y_n = H(\mathbf{x}_n, \mathbf{v}_n) \quad (2)$$

ここで、 \mathbf{x}_n は状態量、 y_n は観測量である。 \mathbf{w}_n はシステムノイズ、 \mathbf{v}_n は観測ノイズであり、それぞれ任意の分布 $q(\mathbf{w})$ 、 $r(\mathbf{v})$ に従うものとする。また、観測ノイズは状態量 \mathbf{x}_n と観測量 y_n が与えられたとき一意に定まり、観測量 y_n で微分可能な関数 G を用いて以下のように表すことができるものとする。

$$\mathbf{v}_n = H^{-1}(\mathbf{x}_n, y_n) = G(\mathbf{x}_n, y_n) \quad (3)$$

ここに、 H^{-1} は H の逆関数である。式(1)と(2)より明らかのように、状態方程式と観測方程式には任意の非線形特性を、また状態量の不確定性ならびに観測ノイズの分布特定として任意のものが設定できる。

モンテカルロフィルタは、時刻 t までの観測値 $\mathbf{Y}_t = \{y_1, \dots, y_t\}$ が与えられたときの状態量 \mathbf{x}_t の条件付確率分布関数 $P(\mathbf{x}_t | \mathbf{Y}_t)$ を同定するアルゴリズムである。ただし、このときの分布は粒子と呼ばれる M 個の実現値を用いて近似されている。 $P(\mathbf{x}_n | \mathbf{Y}_{n-1})$ を予測分布、 $P(\mathbf{x}_n | \mathbf{Y}_n)$ をフィルタ分布といい、それぞれの分布に対応する条件付確率密度関数は以下のような M 個の粒子から成るものとする。

$$p(\mathbf{x}_n | \mathbf{Y}_{n-1}) \sim \mathbf{b}_n = \{b_n^{(1)} \dots b_n^{(M)}\} \quad (4)$$

$$p(\mathbf{x}_n | \mathbf{Y}_n) \sim \mathbf{f}_n = \{f_n^{(1)} \dots f_n^{(M)}\} \quad (5)$$

まずフィルタ分布を構成する粒子がどのように変化するかを状態方程式を用いてシミュレートして予測分布を求める。次に、得られた予測分布の粒子を、それぞれの粒子の尤度を重みとしてリサンプリングすることにより、フィルタ分布を求める。尤度とは確率密度関数に観測値 y_n を代入し、パラメータや状態量の関数とみなしたものである。この過程を繰り返すことで、逐次的に予測分布とフィルタ分布を求めることができる。モンテカルロフィルタの詳細は付録Aに記す。以下に、モンテカルロフィルタのアルゴリズムを示す。ただし、このアルゴリズムの各過程において $j=1 \sim M$ について計算する。

step1. 次式のように乱数を生成し、状態量の初期分布とする。

$$f_0^{(j)} \sim p_0(\mathbf{x}) \quad (6)$$

step2. 各時間ステップにおいて以下の過程を繰り返す。

①次式のように乱数を生成し、システムノイズとする。

$$\mathbf{w}_n^{(j)} \sim q(\mathbf{w}) \quad (7)$$

②状態方程式を用いて、粒子の遷移を求める。

$$b_n^{(j)} = F(f_{n-1}^{(j)}, \mathbf{w}_n^{(j)}) \quad (8)$$

③粒子の尤度を求める。

$$\alpha_n^{(j)} = p(y_n | b_n^{(j)}) = r(G(\mathbf{x}_n, b_n^{(j)})) \left| \frac{\partial G}{\partial y_n} \right| \quad (9)$$

④尤度に比例する確率で b_n をリサンプリングすることにより f_n を得る。

$$f_n^{(j)} = \begin{cases} b_n^{(i)} & \text{確率 } \alpha_n^{(i)} / \sum_{i=1}^M \alpha_n^{(i)} \\ \vdots & \\ b_n^{(M)} & \text{確率 } \alpha_n^{(M)} / \sum_{i=1}^M \alpha_n^{(i)} \end{cases} \quad (10)$$

⑤ ①に戻る

(2) 状態方程式と観測方程式

1 自由度線形構造系の運動方程式は次式で与えられる。

$$m\ddot{z}_n + c\dot{z}_n + kz_n = -m\ddot{z}_{g,n} \quad (11)$$

ここで、 m は質量、 c は粘性減衰係数、 k は剛性であり、 z_n 、 $\ddot{z}_{g,n}$ はそれぞれ時刻 n における地上に対する相対変位と入力地震加速度である。状態量 \mathbf{x}_n と観測量 y_n を次式のようにおくと、

$$\mathbf{x}_n = [c \quad k]^T \quad (12)$$

$$y_n = m(\dot{z}_n + \ddot{z}_{g,n}) \quad (13)$$

以下のような観測方程式が得られる。

$$y_n = H_n \mathbf{x}_n \quad (14)$$

ただし、 H_n は観測行列であり、次式で与えられる。

$$H_n = [-\dot{z}_n \quad -z_n] \quad (15)$$

状態量の遷移を表す状態方程式は、粘性減衰係数 c と剛性 k は定常であると考え、次式で与える。

$$\mathbf{x}_n = \mathbf{x}_{n-1} + \mathbf{w}_n \quad (16)$$

ここで、 \mathbf{w}_n はシステムノイズである。

N 自由度線形構造系では、上層からの復元力が外力として作用する N 個の 1 自由度線形構造物を考えることで、1 自由度線形構造系と同様な状態方程式と観測方程式を与えることができる。ただし、 i 層についての観測方程式における観測量 y_n と観測行列 \mathbf{H}_n は次式のように与える。

$$y_n = \sum_{j=i}^N m_j (z_{j,n} + \ddot{z}_{g,n}) + v_n \quad (17)$$

$$\mathbf{H}_n = [-\dot{u}_{i,n} \quad -u_{i,n}] \quad (18)$$

ここで、 m_i は i 層の質量、 $z_{i,n}$ は時刻 n における i 層の地上に対する相対変位、 $u_{i,n}$ は時刻 n における $i-1$ 層と i 層との層間変位であり、 $u_{i,n} = z_{i,n} - z_{i-1,n}$ で求められる。ただし、 $u_{1,n} = z_{1,n}$ 、 v_n は観測ノイズである。

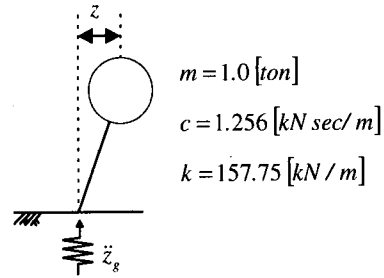
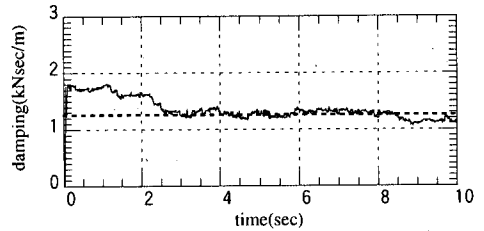


図-1 自由度線形モデル



3. フィルタ特性が同定に及ぼす影響

(1) 1 自由度線形構造系を用いた同定

図-1 に示す 1 自由度線形構造系を解析モデルとして数値解析を行う。入力動として El Centro 地震記録 (1940, NS) を用いて応答計算を行う。得られた応答値に応答値の標準偏差の 3% の白色ノイズを付加して観測値とする。なお、加速度を観測地としているが、観測行列の成分である速度、変位にも 3% のノイズを付加した。

構造物の質量が既知であり、絶対加速度と地上に対する相対速度、相対変位が観測値として得られているという条件下、粘性減衰係数と剛性の同定を行う。モンテカルロフィルタにおいては、粒子数は $M=100$ とし、システムノイズを考慮した状態方程式と観測ノイズを考慮した観測方程式は次式で与えられる。

$$\mathbf{x}_n = \mathbf{x}_{n-1} + \mathbf{w}_n \quad (19)$$

$$y_n = \mathbf{H}_n \mathbf{x}_n + v_n \quad (20)$$

システムノイズ \mathbf{w}_n と観測ノイズ v_n はそれぞれ平均値が 0 であるガウス分布に従うものとする。ベクトル量であるシステムノイズの標準偏差の各成分は

$$(\sigma_{q_1} \quad \sigma_{q_2}) = a(0.01 \quad 1.0) \quad (21)$$

とする。ただし、 $a=1.0$ とする。また、観測ノイズの分散は $\sigma_v^2 = 10.0$ とする。ここではシステムノイズと観測ノイズの大きさを適当に設定したが、最適値の決

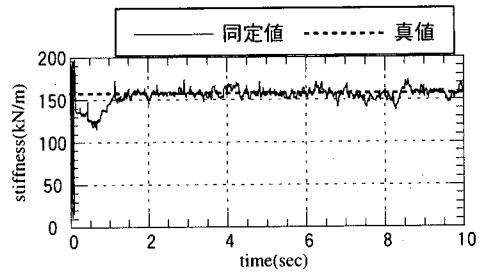


図-2 粘性減衰係数と剛性の同定時刻歴

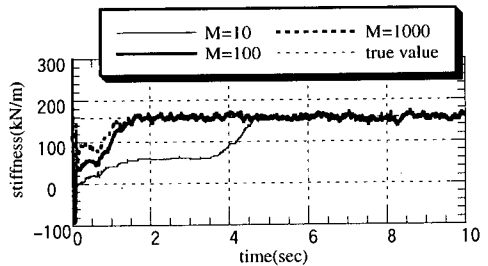


図-3 粒子数による剛性の同定値への影響

定法については後で考察する。

粘性減衰係数と剛性の同定時刻歴を図-2 に示す。ここで同定値は、各ステップで同定されたフィルタ分布の最頻値とする。同定値は振動しているが、ほぼ真値が得られている。

(2) 分布特性を表すパラメータと影響

3. (1) と同様の解析モデルと観測値を用いて、分布特

性を表すパラメータが同定に与える影響を考察する。

図-3 に粒子数を $M = 10, 100, 1000$ とするときの剛性の同定時刻歴を示す。粒子数が多いほど真値への収束は速くなるが $M = 100$ 以上ではほとんど変化はない。また、粒子数が少ない場合でも最終的に得られる同定値は粒子数の多い場合とほぼ同じである。

図-4 に式(21)で与えたシステムノイズの標準偏差を $a = 0.3, 1.0, 5.0$ とするときの剛性の同定時刻歴を示す。ただし $\sigma_r = 10.0$ とした。標準偏差が大きいほど同定値が振動している。また、小さい場合は同定値がほとんど変化していない。

図-5 に観測ノイズの分散を $\sigma_r^2 = 1.0, 10.0, 1000.0$ とするときの粘性減衰係数の同定時刻歴を示す。ただし $a = 1.0$ に固定した。分散が小さすぎる場合も、大きすぎる場合も正しく同定が行われていない。

(3) 対数尤度による分布特性の決定

3. (2) の考察より、同定を行うためには最適なシステムノイズと観測ノイズの分布特性を決めなければならない。そこで、対数尤度^{9) 10) 14)}を用いて最適な分布特性を決定する。ある分布特性 θ を与えたときの対数尤度 $l(\theta)$ は、粒子の尤度 $\alpha_n^{(j)}$ を用いて次式で求められる。

$$l(\theta) = \sum_{i=1}^N \log \left(\sum_{j=1}^M \alpha_i^{(j)} \right) - N \log M \quad (22)$$

ここで、 N は同定ステップ数、 M は粒子数である。対数尤度が大きいほど、与えた分布特性 θ が良いことになる。式(22)の誘導は付録 B に示す。

3. (1) と同様の解析モデルと観測値を用いて、システムノイズと観測ノイズの最適な分布特性の決定を行う。システムノイズと観測ノイズの分布は平均値 0 のガウス分布とし、システムノイズの標準偏差は式(21)において $a = 0.0 \sim 1.0$ と 0.05 刻みで、観測ノイズの分散は $\sigma_r^2 = 25.0 \sim 250.0$ と 25.0 刻みで変動させる。粒子数は $M = 100$ とする。

システムノイズとは、実構造物をモデル化する際に生じるモデルの不確実性であり、確定的にモデルを与えている数値解析においてはシステムノイズは生じない。しかし、モンテカルロフィルタでは条件付確率分布を有限個の粒子で表現しているため、状態方程式に何らかのノイズを与えなければ、同定値は初期分布を構成する粒子の中からのみサンプリングしてしまう。すなわち、粒子に多様性を持たせるためのノイズが必要となる。状態量の初期分布が真の分布に近ければ、粒子に多様性を与えるためのノイズは小さくてよい。したがって、モデルの不確実性を表すシステムノイズの分布特性を対数尤度で決定するためには、より信頼

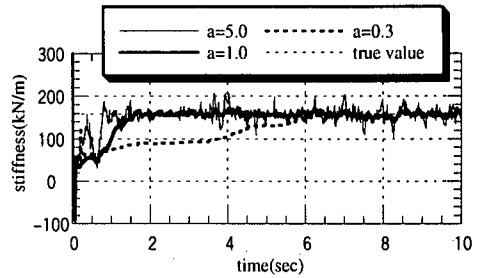


図-4 システムノイズによる剛性の同定値への影響

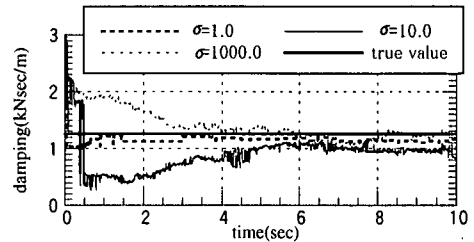


図-5 観測ノイズによる粘性減衰係数の同定値への影響

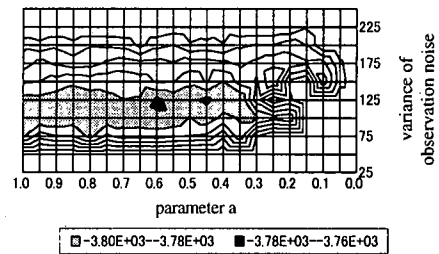


図-6 対数尤度の等高線図

性のある状態量の初期分布を与えなければならない。そこで、任意の分布特性を与えて行った 3. (1) の同定での 701~1000 ステップにおけるフィルタ分布の平均値と分散をもつガウス分布を、状態量の初期分布として用いることとする。

図-6 は、パラメータ a と観測ノイズの分散を変動させたときの対数尤度の値を示す等高線図である。この図より、 c 、 $\sigma_r^2 = 125.0$ のとき分布特性が最適となる。 $a = 0.6$ とすると、式(21)から分散は $a^2 = (0.01^2, 1.0) = (3.6 \times 10^{-5}, 0.36)$ となり、同定されている c と k の値と比べると、ほぼ観測ノイズが無いものと考えられる。これは、モデルが確定的に与えられているためである。一方、システムノイズの分散が 125 であることは、ほぼシミュレーションした応答波形に加えたノイズの分散値と一致しており、観測ノ

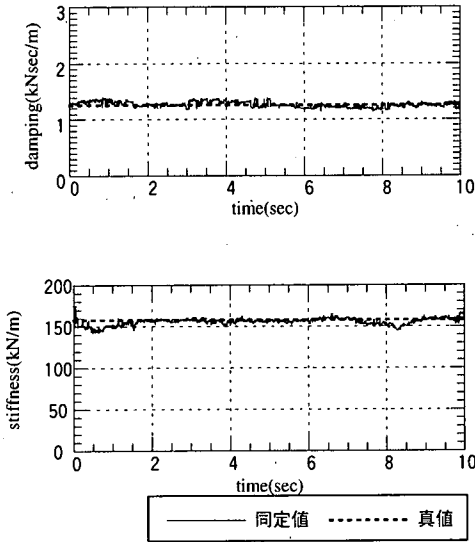


図-7 粘性減衰係数と剛性の同定時刻歴

イズとシステムノイズの分離がほぼ出来ていることがわかる。

図-7に最適な分布特性を用いたときの粘性減衰係数と剛性の同定時刻歴を示す。図-2に比べ、安定した同定値が得られている。

4. 適応型モンテカルロフィルタの開発

(1) 適応性の導入

逐次的に同定を行う統計的フィルタは、システムを構成するパラメータが非定常である場合、同定値が過去の観測量に依存してしまい、状態量に含まれるパラメータの非定常性に追従することができない。カルマンフィルタでは、状態量の事前誤差共分散と観測量の誤差共分散を相対的に重み付けすることにより、過去の観測量の影響を忘却する適応型カルマンフィルタ¹⁵⁾を開発した。この原理はモンテカルロフィルタにも適用することができる。過去の観測量から同定された予測分布の分散を大きくすることで、過去の観測値の信頼性が低くなり、相対的に新しい観測量に依存した同定が行える。そこで、本研究では予測分布の分散を大きくするために、状態方程式に適応ノイズ ϵ_n を付加する。

$$x_n = F(x_{n-1}, w_n) + \epsilon_n \quad (23)$$

適応ノイズ ϵ_n は状態量 x_{n-1} とシステムノイズ w_n とは独立に与えられ、以下の性質を満たすものとする。

$$E[\epsilon_n] = 0 \quad (24)$$

$$E[\epsilon_n \epsilon_n^T] = E_n \quad (25)$$

このように、状態方程式に適応ノイズを付加し、過去の観測値の信頼性を低くし、過去の観測値の情報を忘却する機能を有するモンテカルロフィルタを適応型モンテカルロフィルタと呼ぶことにする。

いま、予測分布の共分散行列を M_n とする。 M_n は次式で求められる。

$$\begin{aligned} M_n &= E \left[(b_n^{(j)} - \bar{b}_n)(b_n^{(j)} - \bar{b}_n)^T \right] \\ &= \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M (b_n^{(j)} - \bar{b}_n)(b_n^{(j)} - \bar{b}_n)^T \end{aligned} \quad (26)$$

ここで、 \bar{b}_n は M 個の粒子の平均値を表す。適応ノイズ ϵ_n の実現値は共分散行列が E_n である多次元ガウス分布に従う乱数で与える。 E_n は次式で与えることとする。

$$E_n = \beta_n M_n \quad (27)$$

ここで、 β_n は忘却係数であり、過去の観測量を忘却する程度を表しており、値が大きいくほど過去の観測量の影響が小さくなる。 $\beta_n = 0$ のときは通常モンテカルロフィルタに相当する。適応ノイズ ϵ_n を状態方程式に付加することで、予測分布の分散が E_n だけ大きくなる。

(2) アルゴリズム

構造物の破壊過程を考えると、構造物の動特性は徐々に変化するのではなく、コンクリートのクラックの発生などと同時に急激に変化すると考えられる。したがって、常に適応型モンテカルロフィルタを用いる必要はなく、動特性が変化するときのみ用いればよい。そこで、構造物の動特性の変化に応じて忘却係数の値が変化する適応型モンテカルロフィルタを用いた構造同定のアルゴリズムを構築する。構造物の動特性が変化するときには忘却係数を大きくし、変化しないときは忘却係数を 0 とする。

動特性の変化を判断する基準は、各粒子の尤度の平均値 $\bar{\alpha}_n$ を用いる。

$$\bar{\alpha}_n = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \alpha_n^{(j)} \quad (28)$$

動特性が変化するときには観測方程式の残差が大きくなり、各粒子の尤度の平均値は小さな値となる。その値が基準値より小さくなる場合、動特性が変化した可能性があると判断する。さらに、過去 k ステップの $\bar{\alpha}_n$ を大きさ順に並べたときの中央値

$$\bar{\alpha}_n = \text{median}(\bar{\alpha}_n \dots \bar{\alpha}_{n-k+1}) \quad (29)$$

を求め、この値 $\bar{\alpha}_n$ も基準値 ξ より小さい場合のみ、動特性が変化したと判断し、適応型モンテカルロフィルタを用いる。これは観測ノイズを誤って、動特性の変化と判断しないようにするためである。図-8に本アルゴリズムのフローチャートを示す。

(3) 数値解析例

3. (1)と同様の解析モデルを用いて数値解析を行う。ただし、同定開始5秒後に粘性減衰係数が15%上昇し、剛性が20%減少するものとする。3. (1)と同様に応答計算し、応答値に応答値の標準偏差の3%の白色雑音を付加して観測値とする。

システムノイズと観測ノイズは3. (3)で同定された確率特性を有するガウス分布で与える。また、状態量の初期分布は3. (3)で同定された701~1000ステップにおけるフィルタ分布の平均値と分散を有するガウス分布で与える。粒子数は $M = 100$ とする。

異常値を判断する基準値 ξ は、次式で与えられる粒子の尤度の最大値 $\alpha_{n,max}$ の25%とする。

$$\alpha_{n,max} = r(0) \left| \frac{\partial G}{\partial y_n} \right| = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_r^2}} \quad (30)$$

また、 $\bar{\alpha}_n$ は過去7ステップにおける α_n の中央値とする。より多くの過去の値を用いると誤った判断は少なくなるが、動特性の変化に対して適応型モンテカルロフィルタの適用が遅くなる。動特性が変化した場合に用いる忘却係数の値は $\beta_n = 0.5$ とする。

図-9(a), (b)、図-10に適応型モンテカルロフィルタと通常のモンテカルロフィルタを用いた場合の粘性減衰係数と剛性の同定時刻歴を示す。通常のモンテカルロフィルタを用いた場合、システムノイズがあるため剛性の減少には追従できていないが、粘性減衰係数の上昇には追従できていない。一方、適応型モンテカルロフィルタを用いた場合、粘性減衰係数と剛性両方の非定常性に追従できている。図-9(c), (d)に適応型モンテカルロフィルタを用いた場合の各粒子の尤度の平均値 $\bar{\alpha}_n$ と忘却係数 β_n の時刻歴を示す。図-9(c)は縦軸が対数軸であり、値が激しく変動していることがわかる。粒子の尤度はガウス分布である観測ノイズの分布から計算されるためである。構造物の動特性が変化する時刻(5秒)において、尤度は非常に小さな値となる。したがって、適応型モンテカルロフィルタの採用基準である ξ の値をたとえどのように設定しても、同定にあまり影響しないことがわかる。図-9(d)において、値が0.5となっている部分では忘却機能が働き、それ以外の部分では働いていないことになる。図-9(c)において

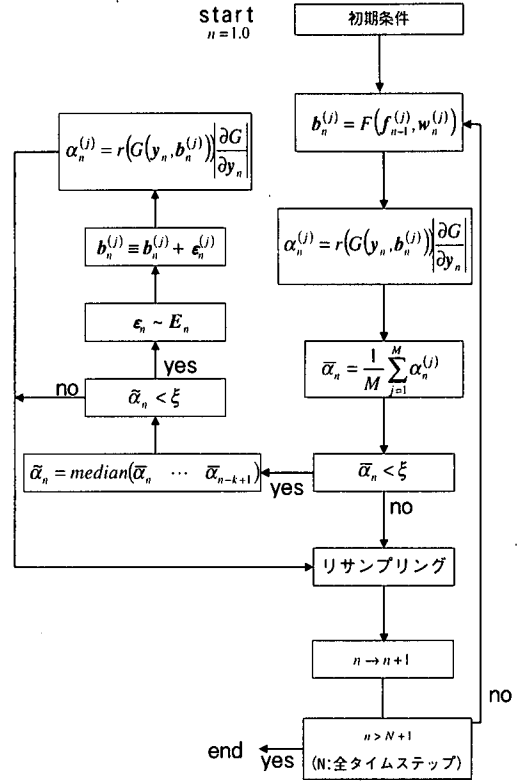


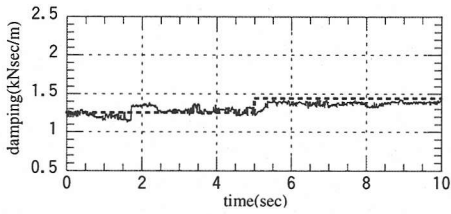
図-8 適応型モンテカルロフィルタのフローチャート

$\bar{\alpha}_n < \xi$ となっても、忘却機能が働いていないことがある。これは、過去7ステップの中央値を用いて、忘却機能の誤作動を防いだためである。また、図-9(d)より動特性が変化した後から忘却機能が有効に働いていることがわかる。動特性が変化していない時刻においても忘却機能が働いているのは(約4.5秒)、ノイズの影響と考えられる。

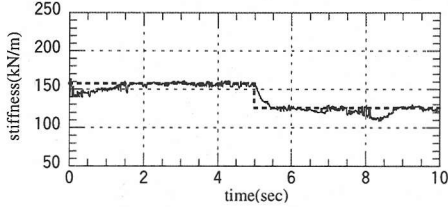
5. 常時微動を用いた同定

(1) 常時微動の計測

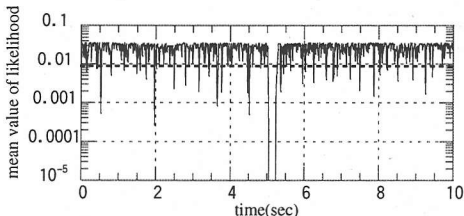
図-11に示す京都大学宇治キャンパス構内にある3層実大鉄骨フレーム構造物を対象として、微動計測を行った。固有周期1秒の動電型速度計(勝島製作所PK-110)を用いて、地上と各層の応答を計測した。図-12に入力動に対する1層の伝達関数を示す。6Hz付近の卓越周期は、その後の測定より構造物のねじれの成分であることが判明している。得られた速度記録を微分、積分することで加速度、変位を得た。観測された1層の履歴曲線を図-13に示す。線形系の応答であるが構造系としての減衰があるので、履歴曲線は楕円形状を示している。



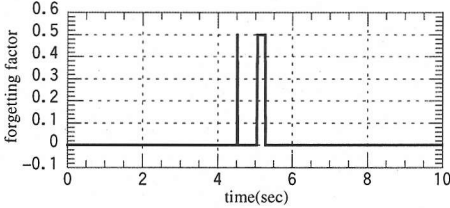
(a) 粘性減衰係数の同定時刻歴 —同定値 …真値



(b) 剛性の同定時刻歴 —同定値 …真値



(c) 各粒子の尤度の平均値の時刻歴 — $\bar{\alpha}_n$ … ξ



(d) 忘却係数の時刻歴

図-9 適応型モンテカルロフィルタによる同定

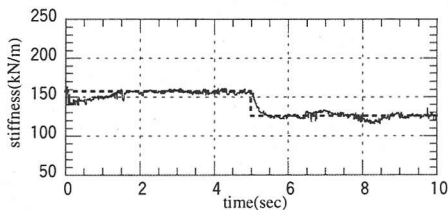
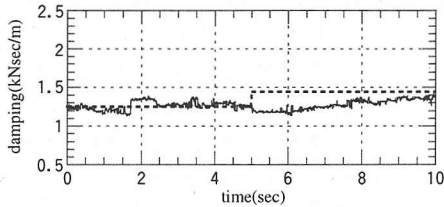


図-10 モンテカルロフィルタで同定された粘性減衰係数と剛性の時刻歴

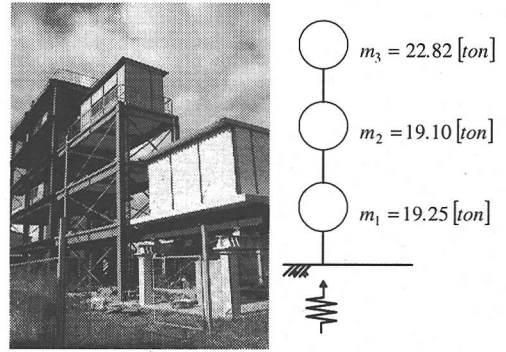


図-11 3層実大鉄骨フレーム構造物

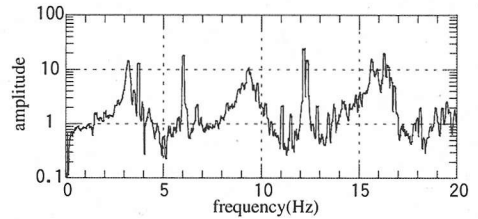


図-12 入力動に対する1層の伝達関数

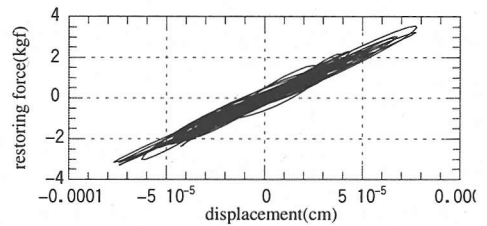


図-13 1層の履歴曲線

(2) 解析モデルと解析条件

解析モデルとしては3自由度のバネ質点系モデルを用いる。各層の質量が既知であり、各層の絶対加速度と地上に対する相対速度、相対変位が観測値として与えられている条件下、各層の粘性減衰係数と剛性を同定する。同定に用いるモンテカルロフィルタでは、粒子数を $M = 100$ とし、観測ノイズとシステムノイズの分布はガウス分布で与える。3. (3)と同様にして最適な分布特性の決定を試みたが、システムノイズの標準偏差が大きいかほど対数尤度の値が大きくなり決定できない。これは、フレーム構造物をバネ質点系モデルでモデル化しているためシステムノイズが大きすぎるためと考えられる。しかし、システムノイズと観測ノイズを変数として対数尤度に関して図-6のような等高線を描くと、対数尤度が極大値を取る領域の観測ノイズはほぼ一定値に収束するので、その値を同定に用いた。ただし、対数尤度を極大にするシステムノイズは

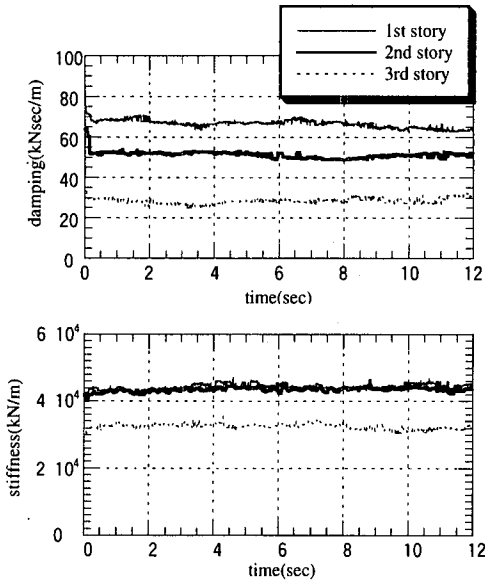


図-14 粘性減衰係数と剛性の同定時刻歴

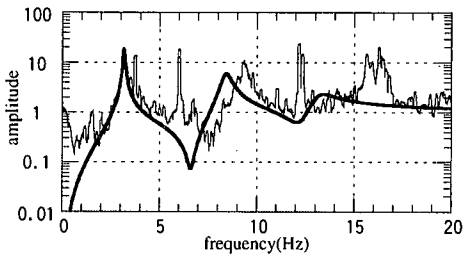
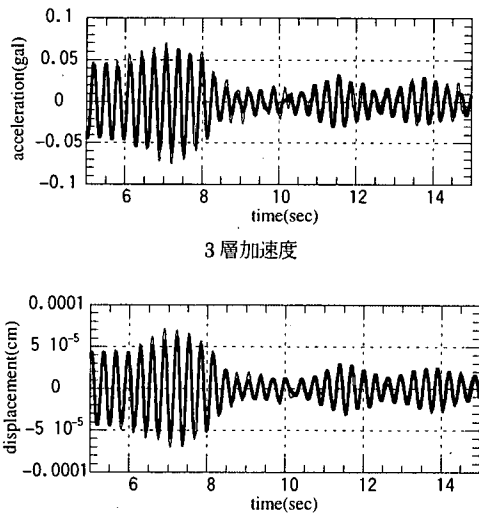


図-15 同定モデルの入力動に対する1層の伝達関数
—同定モデル —観測値



1層変位

図-16 再現応答と観測値の比較 —再現値 —観測値

単調に増加するが、その増加率が急に減少する点があるので、その点でのシステムノイズを用いて同定を行なった。

(3) 同定結果

図-14 に粘性減衰係数と剛性の同定時刻歴を示す。いずれも収束した値が得られている。同定された粘性減衰係数と剛性からなるモデルを以後同定モデルと呼ぶ。図-15 に同定モデルと観測値の入力動に対する1層の伝達関数の比較を示す。それぞれの卓越周波数を比較すると、1次固有周期は一致するが2次固有周期は一致していない。ねじれ成分の影響により、同定モデルの2次固有周期が観測値より小さくなっていると考えられる。最後に同定モデルに観測した入力動が作用するときの応答と観測値の比較を図-16 に示す。振幅は若干異なるが、位相はほぼ一致しており十分な再現が行われている。

6. まとめ

本研究では、モンテカルロフィルタを用いた構造同定手法を提案し、数値解析においてフィルタの最適な確率特性を対数尤度を用いて決定した。また、過去と現在の観測値の重み付けをすることにより、新しい観測値に依存した同定が行える適応型モンテカルロフィルタを開発した。構造物の動特性の変化に応じて適応型モンテカルロフィルタを適用するアルゴリズムを構築し、数値解析によりそのアルゴリズムの有用性を実証した。さらに、常時微動計測結果に基づき、モンテカルロフィルタで実大構造物の動特性の同定を行った。同定モデルを用いて応答の再現を行うことができた。なお、本研究は構造パラメータの状態遷移は定常であると仮定して、状態方程式を構成した上で、構造パラメータが非定常な変動をする場合にも適応可能な同定アルゴリズムを開発したものである。したがって、構造パラメータの非定常状態遷移方程式を直接同定することを目的としたものではない。このテーマは今後の重要な課題として残されている。また、モンテカルロフィルタを用いるとシステム方程式と観測方程式を線形化する必要がないので、それらが強い非線形性を示す場合に有効な解析手法であるので、今後非線形システムの同定問題への適応を行なうつもりである。

付録A モンテカルロフィルタの誘導⁹⁾

モンテカルロフィルタでは、観測値 Y_t が得られた

ときの状態量 x_n の条件付確率密度関数 $p(x_n | Y_{n-1})$, $p(x_n | Y_n)$ はそれぞれ式(4), (5)で与えられる。これは、それぞれの条件付確率密度関数に対応する条件付確率分布関数が次式で与えられていることを意味する。

$$P(x_n | Y_{n-1}) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M I(x_n, b_n^{(j)}) \quad (\text{A-1})$$

$$P(x_n | Y_n) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M I(x_n, f_n^{(j)}) \quad (\text{A-2})$$

ここで、 $I(x, a)$ は以下のように定義する。

$$I(x, a) = \begin{cases} 0 & x < a \\ 1 & x \geq a \end{cases} \quad (\text{A-3})$$

したがって、 $p(x_n | Y_{n-1})$, $p(x_n | Y_n)$ はそれぞれ次式の離散的な確率分布で近似されていることになる。

$$Pr(x_n = b_n^{(j)} | Y_{n-1}) = \frac{1}{M} \quad (j=1 \sim M) \quad (\text{A-4})$$

$$Pr(x_n = f_n^{(j)} | Y_n) = \frac{1}{M} \quad (j=1 \sim M) \quad (\text{A-5})$$

$p(x_{n-1} | Y_{n-1})$ の実現値である f_n とシステムノイズの実現値 $w_n = \{w_n^{(1)}, \dots, w_n^{(M)}\}$ が与えられているとする。このとき、次ステップの予測分布 $p(x_n | Y_{n-1})$ は以下のように計算できる。

$$\begin{aligned} p(x_n | Y_{n-1}) &= \iint p(x_n, x_{n-1}, w_n | Y_{n-1}) dx_{n-1} dw_n \\ &= \iint p(x_n | x_{n-1}, w_n, Y_{n-1}) \\ &\quad \times p(w_n | x_{n-1}, Y_{n-1}) p(x_{n-1} | Y_{n-1}) dx_{n-1} dw_n \quad (\text{A-6}) \end{aligned}$$

システムノイズ w_n は、前ステップの状態量 x_{n-1} と観測量 Y_{n-1} とは独立に与えられる。また、式(1)の状態方程式より x_n は x_{n-1} と w_n のみに依存する。したがって、式(A-6)はデルタ関数 $\delta(\bullet)$ を用いて次式のようになる。

$$\begin{aligned} p(x_n | Y_{n-1}) &= \iint \delta(x_n - F(x_{n-1}, w_n)) \\ &\quad \times p(w_n) p(x_{n-1} | Y_{n-1}) dx_{n-1} dw_n \quad (\text{A-7}) \end{aligned}$$

式(A-7)において、 $\delta(x_n - F(x_{n-1}, w_n)) \neq 0$ でなければ $p(x_n | Y_{n-1})$ が確率密度関数としての条件を満たさない。したがって、 $p(w_n)$ と $p(x_{n-1} | Y_{n-1})$ の実現値である w_n と f_n が得られているとき、予測分布 $p(x_n | Y_{n-1})$ に従う実現値 b_n は式(8)で求められる。

新たに観測量 y_n が得られたとき、粒子 $b_n^{(j)}$ の尤度

$\alpha_n^{(j)}$ は式(9)で求められる。フィルタ分布 $Pr(x_n = b_n^{(j)} | Y_n)$ はベイズの定理を用いて以下のように計算できる。

$$\begin{aligned} Pr(x_n = b_n^{(j)} | Y_n) &= Pr(x_n = b_n^{(j)} | Y_{n-1}, y_n) \\ &= \frac{p(y_n | b_n^{(j)}, Y_{n-1}) Pr(x_n = b_n^{(j)} | Y_{n-1})}{\sum_{i=1}^M p(y_n | b_n^{(i)}, Y_{n-1}) Pr(x_n = b_n^{(i)} | Y_{n-1})} \quad (\text{A-8}) \end{aligned}$$

観測量 y_n はそれ以前の観測量 Y_{n-1} に依存しないので上式は以下のようになる。

$$\begin{aligned} Pr(x_n = b_n^{(j)} | Y_n) &= \frac{p(y_n | b_n^{(j)}) Pr(x_n = b_n^{(j)} | Y_{n-1})}{\sum_{i=1}^M p(y_n | b_n^{(i)}) Pr(x_n = b_n^{(i)} | Y_{n-1})} \\ &= \frac{\alpha_n^{(j)} \cdot 1/M}{\sum_{i=1}^M \alpha_n^{(i)} \cdot 1/M} = \frac{\alpha_n^{(j)}}{\sum_{i=1}^M \alpha_n^{(i)}} \quad (\text{A-9}) \end{aligned}$$

これは、 $p(x_n | Y_n)$ に対応する条件付確率分布関数が次式で与えられることを意味し、

$$p(x_n | Y_n) = \frac{1}{\sum_{i=1}^M \alpha_n^{(i)}} \sum_{i=1}^M \alpha_n^{(i)} I(x_n, b_n^{(i)}) \quad (\text{A-10})$$

$p(x_n | Y_n)$ が次式の離散的な確率密度関数で近似されていることになる。

$$Pr(x_n = b_n^{(j)} | Y_n) = \frac{\alpha_n^{(j)}}{\sum_{i=1}^M \alpha_n^{(i)}} \quad (\text{A-11})$$

しかし、次ステップで予測分布を求めるためには式(A-2)の形式で条件付確率分布関数が表現されていなければならない。そこで、式(10)で表されるように b_n を尤度 $\alpha_n^{(j)}$ に比例する確率でリサンプリングし、 f_n を生成する。

リサンプリングは以下のアルゴリズムで行う。

step1. $j=1 \sim M$ について、一様乱数 $u_n^{(j)} \in U[0,1]$ を生成する。

step2. $j=1 \sim M$ について、以下の過程を繰り返す。

①以下の関係を満たす i を探す。

$$\frac{1}{\sum_{i=1}^M \alpha_n^{(i)}} \sum_{i=1}^i \alpha_n^{(i)} < u_n^{(j)} \leq \frac{1}{\sum_{i=1}^M \alpha_n^{(i)}} \sum_{i=1}^j \alpha_n^{(i)} \quad (\text{A-12})$$

②フィルタ粒子を求める。

$$f_n^{(j)} = b_n^{(i)} \quad (\text{A-13})$$

③①に戻る。

以上の過程を繰り返すことで、予測分布とフィルタ

分布を逐次的に同定することができる。

付録B 対数尤度の誘導⁹⁾

モデルを規定するパラメータを θ とすると、対数尤度は次式で求められる。

$$\begin{aligned} l(\theta) &= \log p(y_1, \dots, y_n | \theta) \\ &= \log \prod_{i=1}^N p(y_i | y_1, \dots, y_{i-1}, \theta) \\ &= \sum_{i=1}^N \log p(y_i | Y_{i-1}) \end{aligned} \quad (\text{B-1})$$

ただし、 $p(y_i | Y_0) = p_0(y_i)$ である。 y_i が Y_{i-1} に依存しないこと、式(9)、(A-4)を用いると次式が導かれる。

$$\begin{aligned} p(y_i | Y_{i-1}) &= \int p(y_i | x_i) p(x_i | Y_{i-1}) dx_i \\ &\equiv \sum_{j=1}^M p(y_i | b_i^{(j)}) Pr(x_i = b_i^{(j)} | Y_{i-1}) \\ &= \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \alpha_i^{(j)} \end{aligned} \quad (\text{B-2})$$

式(B-2)を式(B-1)に代入すると式(22)が得られる。

参考文献

- 1) Ljung, L. : *System identification*, Prentice-Hall, New Jersey, 1987.
- 2) Kalman, R. E. : A new approach to linear filtering and prediction problem, *Journal of Basic Engineering Transactions*, 82D(1), pp.34-45, 1960.
- 3) Takaba, K. and Hoshiya, M. : Discrete-time H^∞ algebraic Riccati equation and parameterization of all H^∞ filters, *International Journal of Control*, 64(6), pp.1129-1149, 1996.
- 4) Masri, S. F., Miller, R. K., Traina, M. J. and Caughey, T. K. : Development of bearing friction models from experimental measurements, *Journal of Sound and Vibration*, 148(3), pp.455-475, 1991.

- 5) Loh, C. H. and Chung, S. : A three-stage identification approach for hysteretic systems, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 22, pp.129-150, 1993.
- 6) Chassiakos, A. G., Masri, S. F., Smyth, A. W. and Caughey, T. K. : On-line identification of hysteretic systems, *Journal of Applied Mechanics*, 65(March), pp.194-203, 1998.
- 7) Sato, T. and Qi, K. : Adaptive H_∞ filter : its application to structural identification, *Journal of Engineering Mechanics Division*, ASCE, 124(11), pp.1233-1240, 1998.
- 8) Smyth, A. W., Masri, S. F., Chassiakos, A. G. and Caughey, T. K. : On-line parameter identification of MDOF nonlinear hysteretic systems, *Journal of Engineering Mechanics Division*, ASCE, 125(2), pp.133-142, 1999.
- 9) 北川源四郎 : モンテカルロフィルタおよび平滑化について, *統計数理*, Vol.44, No.1, pp.31-48, 1996.
- 10) Kitagawa, G. : Monte Carlo Filter and Smoother for Non-Gaussian Nonlinear State Space Models, *Journal of Computational and Graphical Statistics*, Vol.5, No.1, pp.1-25, 1996.
- 11) 沢井布兆, 藤井睦, 横山浩明, 松谷輝雄, 石田潤一郎, 小堀隆治 : 兵庫県南部地震における高見フローラル超高層 RC 集合住宅の検証(2)地震記録の概要および観測記録 I, *日本建築学会大会学術講演梗概集 B-2*, pp.431-432, 1995.
- 12) 鈴木敏夫, 中岡昇, 寺岡勝, 薦野和彦 : 常時微動を利用した被災建物の復旧工事前後の振動性状調査, *日本建築学会大会学術講演梗概集 B-2*, pp.57-58, 1996.
- 13) 中村充, 安井譲 : 微動測定に基づく地震被災鉄骨建物の層損傷評価, *日本建築学会構造系論文集*, No.517, pp.61-68, 1999.
- 14) 坂元慶行, 石黒真木夫, 北川源四郎 : 情報量統計学, 共立出版株式会社, 1983.
- 15) 佐藤忠信, 竹井賢二 : 適応型カルマンフィルタの開発とその応用, *土木学会論文集*, No.584/I-42, pp.162-173, 1998.

(2000. 3. 8 受付)

STRUCTURAL IDENTIFICATION USING THE MONTE CARLO FILTER

Tadanobu SATO and Keisuke KAJI

System identification technique is one of tools to detect damage to structure systems. In this paper the Monte Carlo filter is applied to identify dynamic characteristics of structure systems. First we identify dynamic characteristics of a single degree of freedom structure system and also parameters defining probability characteristics of the Monte Carlo filter. We use the criterion of log likelihood to determine optimal parameters. Next we develop adaptive Monte Carlo filter. This method is applied to the identification of a structure with non-stationary dynamic characteristics. Then Monte Carlo filter is applied to identify a 3-story steel frame structures using microtremor observation records. We resimulate responses using the identified structure model and compare with observed responses