

# 杭の急速載荷試験への拡張カルマンフィルターの適用性に関する検討

麻生稔彦<sup>1</sup>・荒巻真二<sup>2</sup>・烏野清<sup>3</sup>・會田忠義<sup>4</sup>・落合英俊<sup>5</sup>

<sup>1</sup>正会員 博(工) 山口大学助教授 理工学研究科環境共生工学専攻 (〒755-8611 宇部市常盤台2-16-1)

<sup>2</sup>正会員 工修 九州共立大学助手 工学部土木工学科 (〒807-0867 北九州市八幡西区自由ヶ丘1-8)

<sup>3</sup>正会員 工博 九州共立大学教授 工学部土木工学科 (〒807-0867 北九州市八幡西区自由ヶ丘1-8)

<sup>4</sup>フェロー会員 工博 山口大学教授 工学部社会建設工学科 (〒755-8611 宇部市常盤台2-16-1)

<sup>5</sup>フェロー会員 工博 九州大学教授 工学研究院建設工学部門 (〒812-8581 福岡市東区箱崎6-10-1)

本研究は、急速載荷試験結果より杭の支持力を推定するための手法として、拡張カルマンフィルターの適用を検討したものである。急速載荷試験中の杭の挙動を非線形ばねを有する1自由度系にモデル化し、拡張カルマンフィルターにより減衰係数および完全弾塑性型を仮定した非線形ばねの初期剛性および降伏変位が未知であるとし、実杭についての試験結果よりこれらを推定した。得られた推定値を用いた応答計算値と実測値の比較により推定値の妥当性を示した。また、静的載荷試験結果より求めた限界荷重と拡張カルマンフィルターによる降伏荷重の推定値も良く対応することを示した。

**Key Words :** pile, statnamic test, bearing capacity, vibration, dynamic behaviour

## 1. はじめに

杭の品質管理の観点から、載荷試験を行いその支持力を確認する必要があることは言うまでもない。しかし、支持力確認試験の実施数は杭の施工数に比べて非常に少ないのが現状である。これは従来の静的載荷試験が多大な費用、時間および労力を必要とするからであり、簡便な載荷試験法の確立は重要な問題である。

静的載荷試験に代わる載荷試験法として、これまでに動的試験と急速載荷試験が研究、開発されてきている。動的試験では、杭を打撃することにより杭体内に発生する応力波の伝播挙動から、一次元波動理論により動的抵抗力を求める方法<sup>1), 2), 3)</sup>や、打撃中の杭の動的挙動を振動論を用いて解析し、杭を支持する地盤ばねを推定する方法<sup>4)</sup>等が提案されている。これらの方法は簡便ではあるが、荷重の作用時間が数10msと非常に短時間であるため、動的試験中の杭の挙動は静的な挙動とは異なると考えられる。一方、急速載荷試験は荷重作用時間が100ms程度と動的試験に比べて長く、荷重載荷時間中の杭の挙動は静的により近いと考えられている。

急速載荷試験の載荷方法はいくつか提案されているものの、実用に供され、実績を積みつつあるのは

STATNOMIC TESTとよばれる方法のみである。これは杭頭に設置された載荷装置内で、特殊な燃料を燃焼させることにより反力体を打ち上げると同時に、反力により杭を地中に押し込む方法である。我国においても急速載荷試験の試験実績は増えつつあり、静的載荷試験より簡便に実施できることを考えれば、今後も多くの試験が実施されるものと予想される<sup>5), 6), 7)</sup>。

急速載荷試験により計測される荷重-変位関係より、杭の動的抵抗力が計算される。このための計算手法としては、除荷点法<sup>8)</sup>が多く用いられている。除荷点法では試験中の杭の挙動をばねおよびダッシュポットを持つ1自由度系にモデル化し、載荷速度が0になる点および最大変位点より、ばね係数および減衰係数を推定するものである。除荷点法で用いられるばねは、杭周面と杭先端に作用する地盤ばねを併せて線形ばねでモデル化している。しかし、一般に地盤ばねは非線形性を持つため、杭の挙動を正確に表現するためには、何らかの非線形ばねを用いる必要があると考えられる。そこで、著者らは地盤ばねを完全弾塑性型と仮定し、さらに試験結果より非線形性を考慮した等価減衰定数を用いた方法で、急速載荷試験中の杭の挙動を解析し、杭種によらず動的挙動を正確に表現できることを示している<sup>9)</sup>。ただし、これまでの研究では、

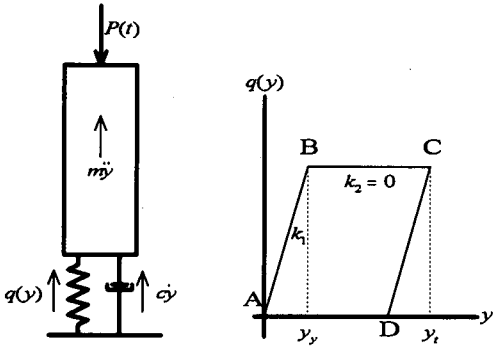


図-1 解析モデル

試行計算を繰り返すことにより非線形ばねの特性値を求めており、実用的には一意的に特性値を決定する方法が必要となる。

本研究は、杭の急速載荷試験結果より、拡張カルマンフィルターを用いて支持力を推定する方法を提案したものである。急速載荷試験中の杭はバイリニア型の非線形ばねとし、この非線形ばねの特性値および減衰定数を推定した。この推定にあたっては拡張カルマンフィルターの繰り返し計算を実施することにより、カーブフィット等の操作・判断を必要とせず、一意的な推定が可能となる。この方法を実際の杭に行われた急速載荷試験の結果に適用し、本法の適用性を検討した。また、静的載荷試験から得られた荷重-沈下関係と、本法で計算された非線形ばねによる荷重-変位関係を比較し、本法の妥当性を検討している。

## 2. 解析方法

急速載荷試験中の杭の挙動は、杭が伸縮しない完全な剛体と見なすと、図-1に示す1自由度系にモデル化できる。実際の杭は弾性体であるが、杭体と周辺地盤の剛性が大きく異なるため、載荷速度の大きい荷重が杭頭に入力された場合、杭体には1質点としての加速度が生じると考えられる。なお、突出し長が9m~20m程度と非常に長い杭に対して杭体の弾性変形の影響を検討した結果によると、コンクリート杭では弾性変形の影響は小さいものの、鋼管杭では弾性変形が大きいことが報告されている<sup>9)</sup>。

図-1において $m$ は振動質量、 $c$ は粘性減衰係数、 $y$ は杭頭変位である。また、粘性減衰力 $c\dot{y}$ は杭体および杭周面に作用する。杭体に作用する復元力 $q(y)$ は、杭周面と杭先端でその発現機構が異なるが、急速載荷試験ではそれらを分離することは困難であり、本解析で用いる復元力は杭周面の摩擦力と杭先端の抵抗力の両方を含んだものである。いま、荷重 $P(t)$ が杭頭に作用し

た場合、この系の振動方程式は次式となる。

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + q(y) = P(t) \quad (1)$$

杭を打撃した場合の振動質量としては、杭体の質量 $m_p$ と、付加質量として杭が排除した地盤の質量 $m_s$ の両方を考慮する必要があることが報告されている<sup>9)</sup>。そこで、本研究においても振動質量 $m$ は次式とする。

$$m = m_p + m_s \quad (2)$$

式(1)中の復元力 $q(y)$ は地盤ばねと杭の変位との関係により定まる。本研究では、地盤の非線形性を考慮して図-1に示すバイリニア型である完全弾塑性型の非線形ばねを用いる。このばねの特性値は初期剛性 $k_1$ と降伏変位 $y_0$ である。実際の杭の荷重-沈下関係が完全弾塑性型を示すことは少ないと考えられるが、本論文の目的が、急速載荷試験中の杭の挙動を一つの非線形モデルで表現できるかを吟味すること、および急速載荷試験結果より杭の支持力を推定すること、であるため、今回は完全弾塑性型の復元力特性を用いる。また、支持力の発現機構は杭の先端と周面で異なるが、本論文では杭先端支持力と周面支持力の分離は行わず、これらをまとめて非線形復元力としてとらえる。

急速載荷試験では変位が正(押し込み)のみを対象とするので、図-1中の区間A~Dにおける復元力は次式で表される。

$$\text{区間 AB: } q(y) = k_1 y$$

$$\text{区間 BC: } q(y) = k_1 y_0 \quad (3)$$

$$\text{区間 CD: } q(y) = k_1 (y_0 - y_1 + y)$$

ここで、 $y_1$ は速度が負に転じる変位である。

解析モデルの運動方程式である式(1)に拡張カルマンフィルターを適用し、減衰係数 $c$ 、初期剛性 $k_1$ および降伏変位 $y_0$ の推定を行う。拡張カルマンフィルターについては多くの文献があるため<sup>10)</sup>、本論文では概要のみ示す。

システムの状態方程式と観測方程式をそれぞれ式(4)および式(5)として表す<sup>11), 12)</sup>。

$$\frac{dx_t}{dt} = f(x_t, t) + G_t \omega_t \quad (4)$$

$$y_{t_k} = h(x_{t_k}, t_k) + v_{t_k} \quad (5)$$

上式において、 $x_t$ : システムの状態量を表すベクトル、 $y_{t_k}$ : 観測ベクトル、 $f$ ,  $G_t$ : 非確率の行列時間関数、 $h$ : 変換行列、 $\omega_t$ ,  $v_{t_k}$ : ガウス性のホワイトノイズである。これらの状態方程式、観測方程式についての拡張カルマンフィルターのアルゴリズムは式(6)~式(10)で示される。

$$\hat{\mathbf{x}}(t_{k+1} | t_k) = \hat{\mathbf{x}}(t_k | t_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}(t | t_k), t) dt \quad (6)$$

$$\mathbf{P}(t_{k+1} | t_k) = \Phi[t_{k+1}, t_k; \hat{\mathbf{x}}(t_k | t_k)] \mathbf{P}(t_k | t_k) \Phi^T[t_{k+1}, t_k; \hat{\mathbf{x}}(t_k | t_k)] \quad (7)$$

$$\mathbf{K}[t_{k+1}; \hat{\mathbf{x}}(t_{k+1} | t_k)] = \mathbf{P}(t_{k+1} | t_k) \mathbf{M}^T[t_{k+1}; \hat{\mathbf{x}}(t_{k+1} | t_k)] \times [\mathbf{M}[t_{k+1}; \hat{\mathbf{x}}(t_{k+1} | t_k)] \mathbf{P}(t_{k+1} | t_k) \times \mathbf{M}^T[t_{k+1}; \hat{\mathbf{x}}(t_{k+1} | t_k)] + \mathbf{R}_{t_{k+1}}]^{-1} \quad (8)$$

$$\hat{\mathbf{x}}(t_{k+1} | t_{k+1}) = \hat{\mathbf{x}}(t_{k+1} | t_k) + \mathbf{K}[t_{k+1}; \hat{\mathbf{x}}(t_{k+1} | t_k)] \times [\mathbf{y}_{t_{k+1}} - \mathbf{h}[\hat{\mathbf{x}}(t_{k+1} | t_k), t_{k+1}]] \quad (9)$$

$$\mathbf{P}(t_{k+1} | t_{k+1}) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}[t_{k+1}; \hat{\mathbf{x}}(t_{k+1} | t_k)] \mathbf{M}[t_{k+1}; \hat{\mathbf{x}}(t_{k+1} | t_k)]] \times \mathbf{P}(t_k | t_k) [\mathbf{I} - \mathbf{K}[t_{k+1}; \hat{\mathbf{x}}(t_{k+1} | t_k)] \mathbf{M}[t_{k+1}; \hat{\mathbf{x}}(t_{k+1} | t_k)]]^T + \mathbf{K}[t_{k+1}; \hat{\mathbf{x}}(t_{k+1} | t_k)] \mathbf{R}_{t_{k+1}} \mathbf{K}^T[t_{k+1}; \hat{\mathbf{x}}(t_{k+1} | t_k)] \quad (10)$$

ここで、 $\hat{\mathbf{x}}$ ：状態推定ベクトル、 $\mathbf{P}$ ：共分散行列  
 $\mathbf{K}$ ：カルマンゲイン行列、

$$\mathbf{M}[t_k; \hat{\mathbf{x}}(t_k | t_k)] = \left[ \frac{\partial \mathbf{h}_i[\mathbf{x}_{ik}, t_k]}{\partial \mathbf{x}_j} \right]_{\mathbf{x}_{ik} = \hat{\mathbf{x}}(t_k | t_k)} \quad (11)$$

$$\Phi[t_{k+1}, t_k; \hat{\mathbf{x}}(t_k | t_k)] \cong \mathbf{I} + \Delta \mathbf{F}[t_k; \hat{\mathbf{x}}(t_k | t_k)] \quad (12)$$

$$\mathbf{F}[t_k; \hat{\mathbf{x}}(t_k | t_k)] = \left[ \frac{\partial \mathbf{f}_i[\mathbf{x}_{ik}, t_k]}{\partial \mathbf{x}_j} \right]_{\mathbf{x}_{ik} = \hat{\mathbf{x}}(t_k | t_k)} \quad (13)$$

$\mathbf{I}$ ：単位行列、 $\Delta$ ：時間刻み

このカルマンフィルタに状態推定ベクトルおよび共分散の初期値を与えることにより、順次観測値を取り込み最適推定値を求められる。

式(1)中の復元力 $q(y)$ が式(3)で与えられる場合の状態量を次のようにおく。

$$x_1 = y, x_2 = \dot{y}, x_3 = \frac{c}{m}, x_4 = \frac{k_1}{m}, x_5 = y, u = \frac{P(t)}{m} \quad (14)$$

ここで、載荷荷重 $P(t)$ は観測値であり誤差が付加されるが、載荷荷重が大きいため今回の解析では誤差の影響は小さいと考え、載荷荷重の観測誤差は無視している。式(14)に示す減衰係数および復元力を決定するパラメーターが時間によって変化しないものとする、状態方程式は次式で与えられる。

$$\frac{d\mathbf{x}_1}{dt} = [\dot{x}_1 \quad \dot{x}_2 \quad \dot{x}_3 \quad \dot{x}_4 \quad \dot{x}_5]^T \quad (15)$$

$$= [x_2 \quad -x_2 x_3 - x_4 q(x_1, x_5) + u \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

また、杭頭における変位および速度が観測されるとすれば観測方程式は次式となる。

$$\mathbf{y}_{ik} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5]^T \quad (16)$$

式(15)に対応する遷移行列 $\Phi$ は式(12)より式(17)となる。

$$\Phi[t_{k+1}, t_k; \hat{\mathbf{x}}(t_k | t_k)] = \begin{bmatrix} 1 & \Delta & 0 & 0 & 0 \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} & \Phi_{23} & \Phi_{24} & \Phi_{25} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{x_{ik} = \hat{\mathbf{x}}(t_k | t_k)} \quad (17)$$

ここで、 $\Phi_{21} \sim \Phi_{25}$ は図-1に示す復元力の区間ごとに異なる。

$$\text{区間 AB} \quad \Phi_{21} = -\Delta x_4, \Phi_{22} = 1 - \Delta x_3, \Phi_{23} = -\Delta x_2, \Phi_{24} = -\Delta x_1, \Phi_{25} = 0 \quad (18)$$

$$\text{区間 BC} \quad \Phi_{21} = 0, \Phi_{22} = 1 - \Delta x_3, \Phi_{23} = -\Delta x_2, \Phi_{24} = -\Delta x_3, \Phi_{25} = -\Delta x_4 \quad (19)$$

$$\text{区間 CD} \quad \Phi_{21} = -\Delta x_4, \Phi_{22} = 1 - \Delta x_3, \Phi_{23} = -\Delta x_2, \Phi_{24} = -\Delta(x_5 + x_1 - y_i), \Phi_{25} = -\Delta x_4 \quad (20)$$

式(11)に対応する変換行列 $\mathbf{M}$ は式(21)となる。

$$\mathbf{M}[t_k; \hat{\mathbf{x}}(t_k | t_k)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

拡張カルマンフィルタによりパラメーター推定を行う場合には、推定値が初期値の影響を受ける。そのため、解が不定となることを避けるために適切な初期値を設定する必要がある。そこで、本研究では復元力特性を線形であると仮定した場合の地盤ばね定数および減衰係数の推定を行い、これを非線形復元力特性を同定する際の初期値とすることを試みる。また、非線形復元力特性の推定にあたっては、初期値および初期共分散を変化させて50回の繰り返し計算を行い、初期値の影響を小さくする<sup>13)</sup>。今回の検討では、各回の繰り返し計算において、前回の推定値を次の初期値とし、また、前回の共分散を20倍したものを次の初期共分散とする。

### 3. 急速載荷試験結果への適用

実杭に対して実施された急速載荷試験結果に拡張カルマンフィルタを適用し、減衰係数および地盤ばねのパラメーター推定を試みる。今回は鋼管杭とコンクリート杭のそれぞれについて検討した。

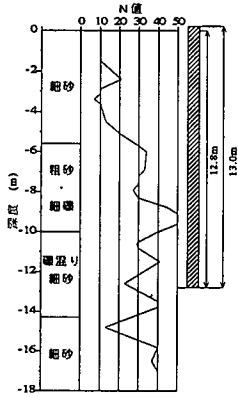


図-2 鋼管杭の設置地盤

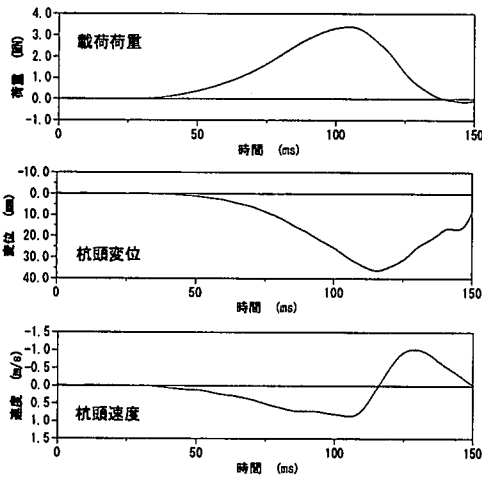


図-3 鋼管杭の観測波形

(1) 鋼管杭への適用

試験杭は杭長13.0m、外径400mm、肉厚12.0mmの鋼管杭であり、油圧ハンマー打ち込みにより打設されている。この杭が打設された地盤の状況を図-2に示す。図-3は急速載荷試験により得られた杭頭荷重、杭頭変位および杭頭速度の時刻歴である。杭頭には約100msにわたり荷重が作用しており、最大載荷荷重は約3.4MNである。この荷重により生じた最大杭頭変位は約36mmである。なお、この杭の振動質量は杭体の質量と杭が排除した地盤の質量の和として3.53tである。

拡張カルマンフィルターによりパラメーターを推定するためには、状態ベクトルおよび共分散行列の初期値を与える必要がある。そこで、杭に作用する復元力が線形であると見なし、減衰係数および初期地盤ばね定数の推定を行い、この推定値を初期値として用いることとした。この解析では、全載荷時間(Case1:150msまで)および荷重作用時間の1/3の範囲(Case2:63msま

表-1 初期線形解析結果

		Case1		Case2	
		c/m (MN s/tcm)	k <sub>i</sub> /m (MN /tcm)	c/m (MN s/tcm)	k <sub>i</sub> /m (MN /tcm)
初期値	状態量	0.49	4.90	0.49	4.90
	共分散	100	100	100	100
推定値		4.12	275.4	4.35	316.4

表-2 鋼管杭の非線形解析結果

Case1	初期値		推定値
	状態量	共分散	
c/m (MN s/tcm)	4.12	100	1.952
k <sub>i</sub> /m (MN /tcm)	275.4	100	342.6
y <sub>i</sub> (cm)	1.0	100	2.279

Case2	初期値		推定値
	状態量	共分散	
c/m (MN s/tcm)	4.35	100	1.952
k <sub>i</sub> /m (MN /tcm)	316.4	100	342.6
y <sub>i</sub> (cm)	1.0	100	2.279

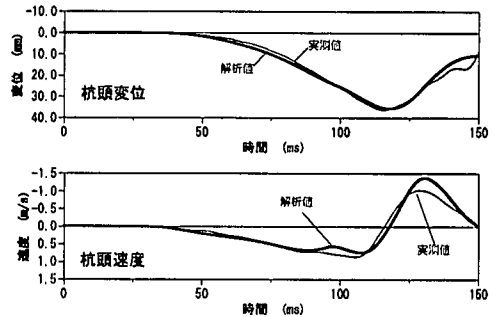


図-4 鋼管杭の波形比較

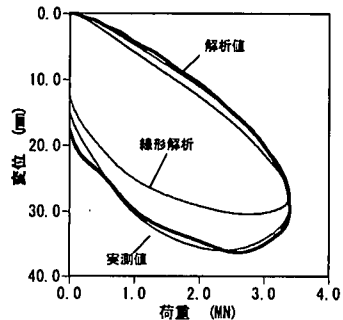


図-5 鋼管杭の荷重-変位関係

で)についてのデータを用い、減衰係数および初期地盤ばね定数を推定する。なお、式(4)および式(5)中に現れるノイズは小さいと仮定し、解析にあたってはシステムノイズ $\omega$ は0.0とし、観測ノイズ $v_k$ は観測された最大変位および最大速度の1%とした。また、初期値の影響を除くために50回の繰返し計算を行う。この時、各繰返し計算で推定された状態量の推定値を次の計算の初期値として用い、初期共分散は前回の繰返し計算の最終共分散を20倍する。この解析の

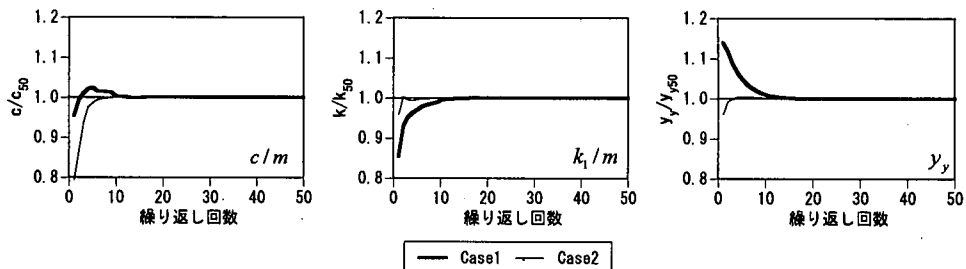


図-6 鋼管杭の収束状況

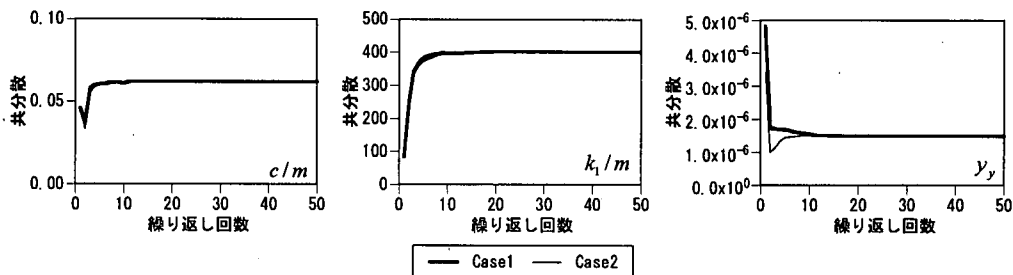


図-7 鋼管杭の共分散

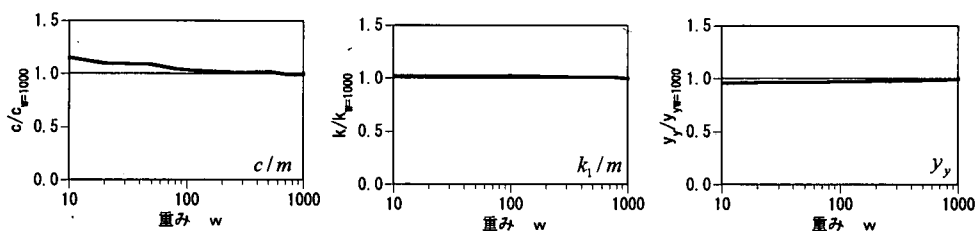


図-8 鋼管杭の重みの影響

結果を表-1に示す。なお、初期状態量および初期共分散は表-1に示す値を用いた。線形復元力を仮定した解析（以下、線形解析）で推定された値は、この杭の場合にはCase1とCase2で近い値となった。

表-1に示す線形解析での推定値を初期値として、非線形復元力特性の推定を行った結果を表-2に示す。この杭ではCase1とCase2の初期値によらず同じ値を推定する結果となった。なお、この際にも初期線形解析と同様のノイズを用いている。図-4は推定された減衰係数、地盤ばね係数および降伏変位を用いた1自由度系の応答計算結果と測定値を比較したものである。杭頭変位と杭頭速度の解析値と実測値は良く一致していることがわかる。ただし、120ms以降において解析値と実測値に差が生じている。急速載荷試験中における杭頭での荷重-変位関係は図-5となる。図-5では、載荷開始後、最大荷重に達するまでの区間で解析値と実測値に差が見られる。時刻歴波形および荷重-変位関係に見られる実測値と解析値の差は、今回の

解析に完全弾塑性型のばね特性を用いているためであると考えられる。ただし、載荷時間を通じて見れば実測値と解析値は良く対応している。また、表-1のCase1で推定された線形復元力特性を用いて得られる荷重-沈下関係を図-5に併せて示す。線形解析の結果は実測値と大きく異なっており非線形復元力特性を考慮する必要性がわかる。

以上の結果より、地盤ばねを完全弾塑性型と仮定し、拡張カルマンフィルターにより推定した減衰係数、地盤ばね係数および降伏変位を用いて、杭の動的挙動を表現できることが明らかとなった。また、あらかじめ線形のばね特性を推定することにより、これを非線形ばね特性を推定するための初期値として使用できると考えられる。

今回の解析では、初期値の影響を除くための繰り返し計算を50回とした。この繰り返し計算中の各パラメータの収束状況を図-6に示す。図-6において、縦軸はそれぞれのパラメータについて50回目に推定

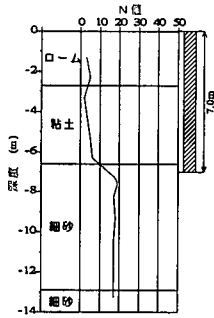


図-9 PHC 杭の地盤状況

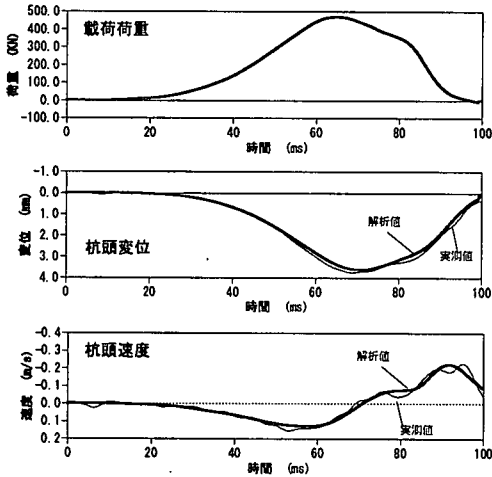


図-10 PHC 杭の波形比較

された値で除した比としている。推定する全てのパラメータとも、おおむね 20 回程度の繰り返し計算で収束していることがわかる。図-7 は各繰り返し計算における共分散を示したものである。各パラメータとも推定値と同様に共分散も収束している。

また、各繰り返し計算の初期共分散は、前回の繰り返し計算での最終共分散に重み  $w$  を乗じて設定する。今回はこの重みを 20 としたが、重みを変化させた場合の推定値の変化を図-8 に示す。図-8 では重みを 10 から 1000 まで変化させて推定値を求め、各推定値について重み 1000 の場合の推定値で除すことにより比較する。この図より、重みによらずほぼ同じ推定値となるものの、減衰係数については地盤ばねのパラメータよりも重みの影響が大きい。今回用いた重み 20 に対して、重みが 1000 では減衰係数の推定値は約 9% 小さくなっている。しかし、本解析の目的が杭の支持力評価のための地盤ばねのパラメータ推定であるため、今回用いた重みでも十分であると考えられる。

## (2) コンクリート杭への適用

本研究で提案する手法を鋼管杭に対して適用した結

表-3 PHC 杭の初期線形解析結果

	Case1		Case2	
	c/m (MN s/cm)	k <sub>i</sub> /m (MN /cm)	c/m (MN s/cm)	k <sub>i</sub> /m (MN /cm)
初期値	0.98	196	0.98	196
共分散	100	100	100	100
推定値	3.65	735.5	1.82	2646.3

表-4 PHC 杭の非線形解析結果

Case1	初期値		推定値
	状態量	共分散	
c/m (MN s/cm)	3.65	100	3.92
k <sub>i</sub> /m (MN /cm)	735.5	100	734.3
y <sub>v</sub> (cm)	0.05	100	0.39

Case2	初期値		推定値
	状態量	共分散	
c/m (MN s/cm)	3.07	100	3.92
k <sub>i</sub> /m (MN /cm)	2103.6	100	734.3
y <sub>v</sub> (cm)	0.05	100	0.39

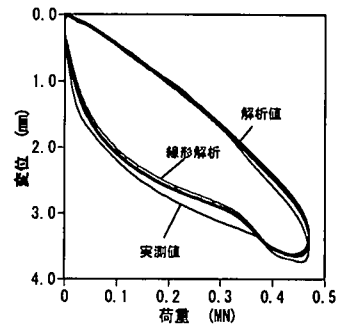


図-11 PHC 杭の荷重-変位関係

果、本法の有効性が確かめられた。そこで、コンクリート杭への本法の適用性を検討する。

対象杭は杭長 7.0m、外径 300mm、肉厚 60.0mm の PHC 杭であり、この杭が打設された地盤の状況を図-9 に示す。この杭は中掘り工法で施工され、杭先端の処理方法としてセメントミルク工法を用いている。図-10 にこの杭に実施された急速載荷試験結果を示す。最大載荷荷重は約 0.47MN であり、荷重継続時間は約 70ms である。この荷重により約 3.8mm の最大変位が生じている。なお、解析に用いるこの杭の振動質量は 1.72t である。

鋼管杭の場合と同様に、復元力特性を線形とした解析結果を初期値として非線形解析を行う。線形解析では全載荷時間 (Case1; 99ms まで) および荷重作用時間の 1/3 の範囲 (Case2; 41ms まで) についてのデータを用い、システムノイズ  $\omega$  は 0 とし、観測ノイズ  $v_n$  は観測された最大変位および最大速度の 1% とした。線形解析の結果を表-3 に、非線形解析により得られた推定値を表-4 にそれぞれ示す。この杭では、先に示した鋼管杭の例とは異なり、線形解析により推定された初期ばね定数は、使用したデータ数により異なっている。しかし、Case 1, Case2 のいずれについても非線形ばね

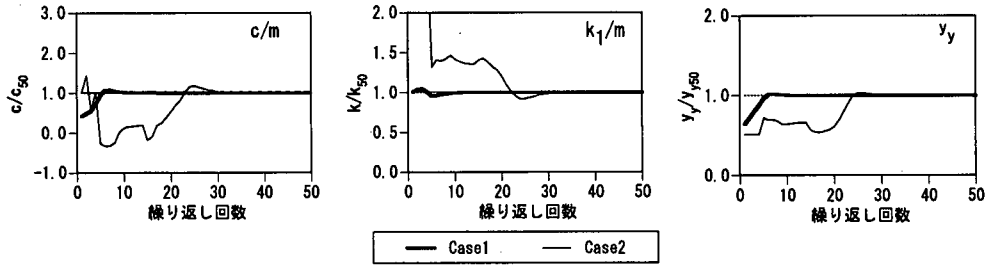


図-12 PHC杭の収束状況

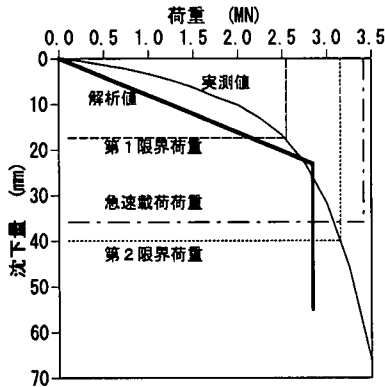


図-13 鋼管杭における静的載荷試験との比較

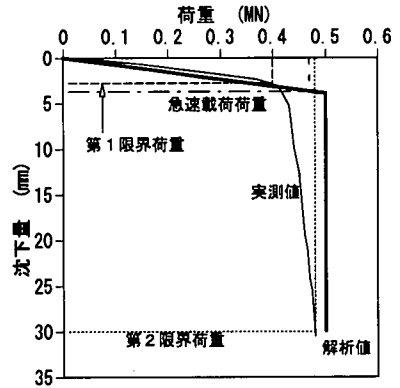


図-14 PHC杭における静的載荷試験との比較

特性のパラメーターはほぼ同じ値を推定している。この推定値を用いた応答計算より得られる杭頭変位と杭頭速度の時刻歴を図-10中に示す。PHC杭の場合にも鋼管杭と同様に解析値と実測値は良く一致しており、推定したパラメーターが妥当であることが確認できる。

図-11は杭頭における荷重と変位の関係を示したものであり、この図においても実測値と解析値はほぼ一致しているものの、除荷過程で実測値と解析値に差が生じている。線形解析により得られたパラメーターを用いた線形応答解析の結果と非線形応答解析の結果に差が少なく、除荷後の変位量も小さいことから、急速載荷試験中のこの杭の地盤ばねは、ほぼ線形に近い挙動であると考えられる。

ここで、繰り返し回数に対する各パラメーターの収束状況を図-12に示す。図-12においてCase1では約10回の繰り返しで一定値に収束しており、収束までの変動も小さい。一方、Case2では約30回の繰り返しで収束しているものの、収束に至るまでに大きく変動している。現状では最適な繰り返し回数が決定できないため、非線形推定における初期値を線形解析により求めるためには、全載荷時間に対する線形解析を実施することが望ましいと考えられる。

鋼管杭とコンクリート杭についてのパラメーター推定結果より、推定したパラメーターによる応答計算値

が実測値とほぼ一致することから、今回提案した手法は杭種に応じた支持力性状によらず適用可能であることが示された。

#### 4. 支持力の推定

急速載荷試験中の杭の挙動は式(1)で表されるように慣性力、減衰力および復元力を含んだものであり、静的な挙動とは異なる。そこで、静的な地盤抵抗力を求めるためには慣性力と減衰力の影響を除く必要がある。従来は除荷点法により動的成分が除かれていたが、本法ではあらかじめ地盤ばねの物理モデルを仮定するため静的な荷重-沈下関係が得られ、杭の支持力を推定できる。

図-13はパラメーター推定を行った鋼管杭の静的載荷試験による荷重-沈下関係と、解析により得られた地盤ばねの荷重-変位関係を比較したものである。図-13の比較において、荷重-変位関係は静的載荷試験結果と差が生じている。これは、今回の解析では降伏支持力に着目して地盤ばねを完全弾塑性型ばねとしているためである。静的載荷試験の結果から得られた荷重( $p$ )-沈下( $S$ )曲線より、この杭の第1限界荷重

( $\log P - \log S$  曲線の折れ点)は2.55MNであり、第2限界荷重(杭径の10%沈下)は3.15MNである。これに対して、解析で得られた地盤ばねの降伏荷重は2.84MNである。今回の解析では地盤ばねの特性を完全弾塑性型と仮定したことから、解析による降伏荷重は、静的載荷試験結果において荷重-沈下関係が沈下量軸に平行になる荷重に相当する。鋼管杭の静的荷重-沈下関係では沈下量軸に平行となるまでの荷重がなされていないが、解析結果は地盤の降伏が始まる第1限界荷重と杭径の10%沈下で示される第2限界荷重のほぼ中間の値を与えている。したがって、本法により支持力を推定すれば地盤の降伏を考慮した推定値が得られることがわかる。

コンクリート杭についても同様に比較した結果を図-14に示す。図-14では静的載荷試験による第1限界荷重0.40MN、第2限界荷重0.48MNに対し、解析による降伏荷重は0.50MNであり、良い対応を示している。この杭の静的荷重-沈下関係は明瞭な折れ点を示しており、地盤降伏後急激に沈下が進む完全弾塑性型の挙動である。したがって、鋼管杭に比べて本法での推定精度が向上している。また、第1限界荷重までの線形領域においても解析値と実測値はほぼ一致しており、拡張カルマンフィルターにより推定したパラメーターの妥当性が確認できる。

今回の解析対象とした杭については、拡張カルマンフィルターにより推定されたパラメーターを用いて、静的な支持力を推定することが可能であることが示された。ただし、本法では地盤ばねを完全弾塑性型で仮定しているため、杭支持力の推定精度の向上のためには急速載荷試験においても非線形性が発現するために十分な荷重が必要であろう。

## 5. おわりに

急速載荷試験中の杭の挙動を完全弾塑性型にモデル化した地盤ばねに支持された1自由度系にモデル化し、未知パラメーターを拡張カルマンフィルターを用いて推定した。本研究で得られた知見を要約すると以下の通りである。

- ① 拡張カルマンフィルターを適用する場合には初期値が必要となる。この初期値はあらかじめ線形解析を行うことにより容易に決定できる。
- ② 未知パラメーターの推定には20回程度の繰り返し計算が必要である。また、繰り返し計算の初期共分散は減衰係数には影響するものの、地盤ばねのパラメーターに与える影響は少ない。
- ③ 推定されたパラメーターにより応答計算を行った

ところ、鋼管杭とコンクリート杭のいずれも実測値と良い一致が示されたことから、地盤ばね特性の仮定および推定値は妥当なものであると考えられる。

- ④ 推定された地盤ばねの荷重変位関係と、静的載荷試験による荷重沈下関係を比較すると、解析により得られた降伏荷重は第2限界荷重と対応しており、支持力の推定が可能であることが示された。

本研究では地盤ばねを完全弾塑性と仮定し、このばねを用いて杭の挙動が再現できることを示した。しかし、地盤ばねの非線形特性は何らかの曲線を示すものと考えられるため、杭の挙動をより詳細に検討する際には他の非線形特性を考慮すべきであろう。また、今回対象とした鋼管杭では、急速載荷試験時に十分な変位が発生する荷重が載荷されていたが、地盤の抵抗力に比べて小さな荷重しか載荷されていない結果に対する検討も今後必要になると考える。

謝辞：本論文で用いた急速載荷試験データは、「杭の急速載荷試験法研究会」より提供していただいた。記して感謝します。

## 参考文献

- 1) Smith, E.A.: Pile driving analysis by the wave equation, Proc. of ASCE, *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division*, pp.35-61, 1960.
- 2) 境友昭, 沖健, 村上浩, 田中幸芳, 篠原敏雄: 杭の支持力の動的測定, 杭の打込み性および波動理論の杭への応用に関するシンポジウム発表論文集, pp.103-106, 1988.
- 3) 松本樹典, 西田義親, 武井正孝: 動的計測による杭の動的貫入挙動の評価法と応力波解析プログラムKWAVE, 杭の打込み性および波動理論の杭への応用に関するシンポジウム発表論文集, pp.107-110, 1988.
- 4) 鳥野沼, 麻生稔彦, 堤一, 松井謙二: 場所打ち杭の支持力推定に関する動的試験と解析法, 土木学会論文集, No.430/III-15, pp.39-48, 1991.
- 5) 日下部治, 松本樹典: 急速載荷試験(スタナミック試験)方法とその実施例, 土と基礎, Vol.43, No.5, pp.19-21, 1995.
- 6) 加藤一志, 日下部治, 松本樹典: 実大杭試験にみられる急速載荷試験の特性-スタナミック試験での事例-, 土木学会論文集, No.589/III-42, pp.155-166, 1998.
- 7) 杭の急速載荷試験法研究会: 杭の急速載荷試験の荷重メカニズムと適用性, 地盤工学会, 1999.
- 8) Middendorp, P., Bermingham, P. and Kuiper, B.: Statnamic load testing of foundation piles, *Proc. of 4th Int. Conf. of Application of Stress-Wave Theory to piles*, pp.581-588, 1992.
- 9) 鳥野沼, 麻生稔彦, 荒巻真二, 加藤一志: 弾塑性解析を用いた急速載荷試験による杭の支持力推定, 土木学



会論文集, No. 631/ III -48, pp. 273-281, 1999.

- 10) 例えば, 星谷勝, 斉藤悦郎: 建設技術者のためのデータ解析と応用—カルマンフィルタを中心として, 鹿島出版会, 1991.

11) 斉藤悦郎: EK-WGI 法によるシステム同定, フジタ工業技術研究所報, 第20号, pp. 193-203, 1984.

12) 星谷勝, 斉藤悦郎: 拡張カルマンフィルタを用いた同定問題の各種振動系への応用, 土木学会論文集, 第339号, pp. 59-67, 1983.

(2000. 6. 7 受付)

## THE APPLICABILITY OF THE EXTENDED KALMAN FILTER TO THE STATNOMIC TEST

Toshihiko ASO, Shinji ARAMAKI, Kiyoshi UNO, Tadayoshi AIDA  
and Hidetoshi OCHIAI

The dynamic behavior of the pile during STATNOMIC test can be modeled as the vibration of single degree of freedom system. In this paper, the spring characteristics are assumed as a perfect elasto-plastic bi-linear spring. Unknown parameters of nonlinear spring, initial stiffness and yield displacement, are identified by extended Kalman filter. Dynamic response analysis using the identified parameters was carried out to confirm the accuracy of identification. Time histories of displacement and velocity at the top of the pile show close agreement between the measured and calculated results. The static bearing capacity from the analysis is also close to the static load test results.